

DOI: <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2026.7.7>

УДК: 621.396

СТОХАСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СИСТЕМЫ ОДНОМЕРНОГО ПОЗИЦИОНИРОВАНИЯ В ПРОТЯЖЕННЫХ ПОДЗЕМНЫХ СООРУЖЕНИЯХ

Д.В. Федосов, А.В. Колесников

КВ-СВЯЗЬ, 644012, Омск, пр. Академика Королева, 32

Статья поступила в редакцию 29 мая 2026 г.

Аннотация. Статья посвящена фазовой радиодальнометрии диапазона средних волн в квазиодномерных подземных сооружениях (рудники, шахты). Рассмотрены ошибки, возникающие из-за поперечного смещения, вертикальной ориентации приемника абонента, шума, и рассинхронизации с генератором базовой станции. Для анализа сигнала использована модель приемного диполя в поле однопроводной линии передачи над однородным полупространством. Показано, что магнитный диполь наиболее приемлем для использования в аппаратах абонентов. Использована стохастическая модель с гауссовым распределением для наклона диполя, распределением Рэлея для радиального смещения и белым шумом. При низком отношении сигнал/шум (менее 30 дБ) ошибка определения координат определяется уровнем шума и приближается к 15 м при 10 дБ. При отношении сигнал/шум более 35 дБ графики выходят на почти горизонтальную зависимость, то есть ошибка определяется физическими особенностями приема сигнала, вне зависимости от величины отношения сигнал/шум, и точность составляет порядка 4 метров.

Ключевые слова: подземная связь, подземная навигация, позиционирование, фазовая радиодальнометрия, ошибка позиционирования.

Автор для переписки: Колесников Андрей Викторович,
kolesnikov.radio@yandex.ru.

Введение

Работа предприятий по добычи полезных ископаемых предполагает определение местоположения персонала в подземных выработках. Системы УКВ требуют частой установки (порядка 200-300 м) базовых станций и не всегда разворачиваются в подземных условиях [1]. Альтернативой или дополнением на случай аварии являются системы позиционирования [2], интегрированные в системы средневолновой связи [3]. Такая система позиционирования предполагает, что стационарный (базовый) аппарат работает на участок выработки протяженностью несколько сотен метров, в котором проложена направляющая линия. В выработке передвигаются подвижные абоненты, аппараты которых синхронизированы с базовым аппаратом, излучающим синхросигналы, то есть формируется внутрисистемное время. Помимо этого, Базовым аппаратом излучаются навигационные сигналы – гармоники на центральной рабочей частоте, которая в данной статье взята равной 1 МГц. Абоненты принимают навигационный сигнал и отправляют его обратно базовому аппарату. В зависимости от протяженности пути, сигнал, прошедший двойное расстояние (база-абонент, абонент-база), получает сдвиг фазы, по которому можно определить одномерное расстояние (расстояние вдоль линии). На данное расстояние накладываются ошибки, возникающие из-за поперечного смещения, вертикальной ориентации приемника абонента, шума, и рассинхронизации с генератором базовой станции. Цель данной статьи – определить влияние данных ошибок на точность определения расстояния.

1. Фазовая ошибка одномерной навигации

Рассмотрим фазовую ошибку одномерной навигации, коэффициент G (рис. 1), возникающую из ошибки радиального смещений и вертикального положения АПП, наложения шума и рассинхронизации опорных генераторов СПП и АПП. Дисперсия сигнала будет определяться с учетом п.2.5 следующим образом:

$$\tilde{\sigma}_{\text{total}}^2 = \tilde{\sigma}_r^2 + \tilde{\sigma}_\xi^2 + \tilde{\sigma}_n^2 + \tilde{\sigma}_{RG}^2,$$

где $\tilde{\sigma}_n^2$ – дисперсия шума, $\tilde{\sigma}_{RG}^2$ – дисперсия опорного генератора.

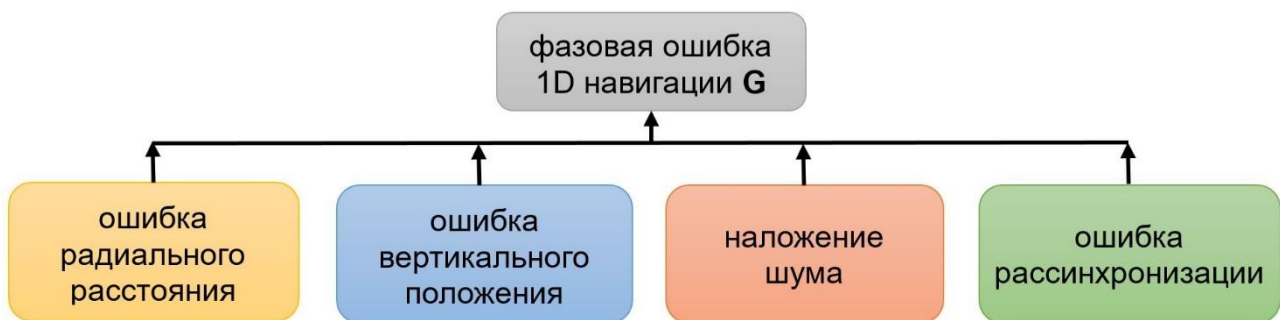


Рис. 1. Фазовая ошибка одномерной навигации.

2 Анализ амплитуды и фазы при радиальном смещении

Для анализа амплитуды и фазы при радиальном смещении от направляющей линии ограничимся сценарием линии над землей, поскольку очевидна ее эквивалентность линии в туннеле [4]. Известны различные модели для анализа такой линии [5], воспользуемся моделью Петтерссона [6, 7], которая считается физически полной и подходящей для диапазона единиц МГц. Рассмотрим бесконечно длинный тонкий провод радиусом c_s , подвешенный на высоте h над однородной изотропной полупроводящей землей. Постоянные распространения вдоль провода (γ) и в поперечном направлении (γ_t):

$$\gamma = \alpha \gamma_0,$$

$$\gamma_t = \gamma_0 \sqrt{1 - \alpha^2},$$

где α – безразмерный модовый параметр, определяемый из основного дисперсионного уравнения:

$$\alpha^2 = \frac{\Lambda(\alpha) + P(\alpha)}{\Lambda(\alpha) + Q(\alpha)},$$

где функция $\Lambda(\alpha)$ соответствует полю в идеальном случае (провод над идеально проводящей землей) и для тонкого провода ($h \gg c_s$) приближенно равна

$$\Lambda = \ln(2h / c_s).$$

Две другие функции P, Q – интегралы Зоммерфельда, определяются как:

$$P(\alpha) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-2hu_1}}{u_1 + u_2} dk,$$

$$Q(\alpha) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-2hu_1}}{n^2 u_1 + u_2} dk,$$

где

$$u_1 = \sqrt{k^2 + \gamma_0^2 - \gamma^2} = \sqrt{k^2 + \gamma_0^2 (1 - \alpha^2)},$$

$$u_2 = \sqrt{k^2 + (n\gamma_0)^2 - \gamma^2} = \sqrt{k^2 + \gamma_0^2 (n^2 - \alpha^2)},$$

$$n^2 = \varepsilon_r + \sigma / (i\omega\varepsilon_0).$$

Дисперсионное уравнение также решается итерационным методом с начальным квази-ТЕМ приближением $\gamma = \gamma_0$.

Электрический и скалярный потенциал V и магнитный векторный потенциал $\mathbf{A}$ выражаются как:

$$V(x, y) = \frac{I_0 \gamma}{2\pi j\omega\varepsilon_0} [L(x, y) + Q(x, y)],$$

$$A_z(x, y) = \frac{I_0 \mu_0}{2\pi} [L(x, y) + P(x, y)],$$

$$A_y(x, y) = -\frac{I_0 \mu_0 \gamma}{2\pi \omega^2 \varepsilon_0} R(x, y),$$

где

$$L(x, y) = K_{0(\gamma_1 d_1)} - K_{0(\gamma_1 d_2)}, d_{1,2} = \sqrt{x^2 + (y \mp h)^2},$$

$$P(x, y) = 2 \int_0^{k_{\max}} \frac{\exp(-u_1(y+h)) \cos(kx)}{u_1 + u_2} dk,$$

$$Q(x, y) = 2 \int_0^{k_{\max}} \frac{\exp(-u_1(y+h)) \cos(kx)}{n^2 u_1 + u_2} dk,$$

$$R(x, y) = 2 \int_0^{k_{\max}} \frac{u_1 \exp(-u_1(y+h)) \cos(kx)}{n^2 u_1 + u_2} dk,$$

K_0 – модифицированная функция Бесселя второго рода нулевого порядка.

После решения модального уравнения компоненты электромагнитного поля определяются численным дифференцированием потенциалов:

$$\mathbf{E} = -\nabla V - j\omega \mathbf{A},$$

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\mu_0} \nabla \times \mathbf{A}.$$

Рассмотрим амплитуды и фазы компонент полей провода вдоль горизонтальной радиальной линии на высоте 1 метр, равной высоте подвеса провода. Поскольку многие туннели имеют ширину до 4-5 метров, возьмем протяженность радиальной линии 5 метров.

На рис. 2 приведены амплитуды и фазы компонент E_r (сплошная линия) и E_ϕ , компонента E_r много меньше их, поэтому не рассматривается. На рис. 3 приведены амплитуды и фазы компонент H_r и H_ϕ . Рассмотрены 4 сценария: 1) $\sigma_e = 0.01$ См/м, $\varepsilon_r = 10$; 2) $\sigma_e = 0.0001$ См/м, $\varepsilon_r = 10$; 3) $\sigma_e = 0.0001$ См/м, $\varepsilon_r = 5$; 4) $\sigma_e = 0.0001$ См/м, $\varepsilon_r = 20$.

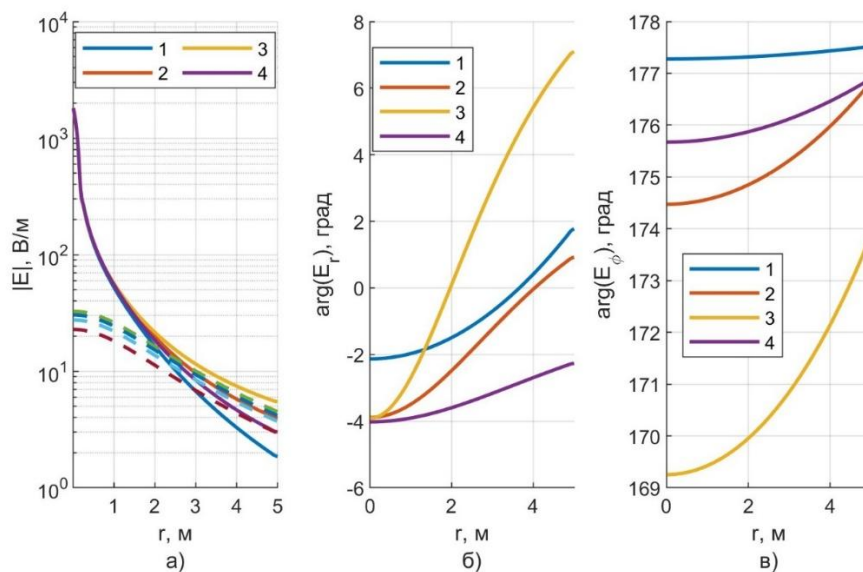


Рис. 2. Компоненты поля направляющей линии:
а) амплитуды E_r (сплошная линия) и E_ϕ (пунктир), б) фаза E_r , в) фаза E_ϕ .

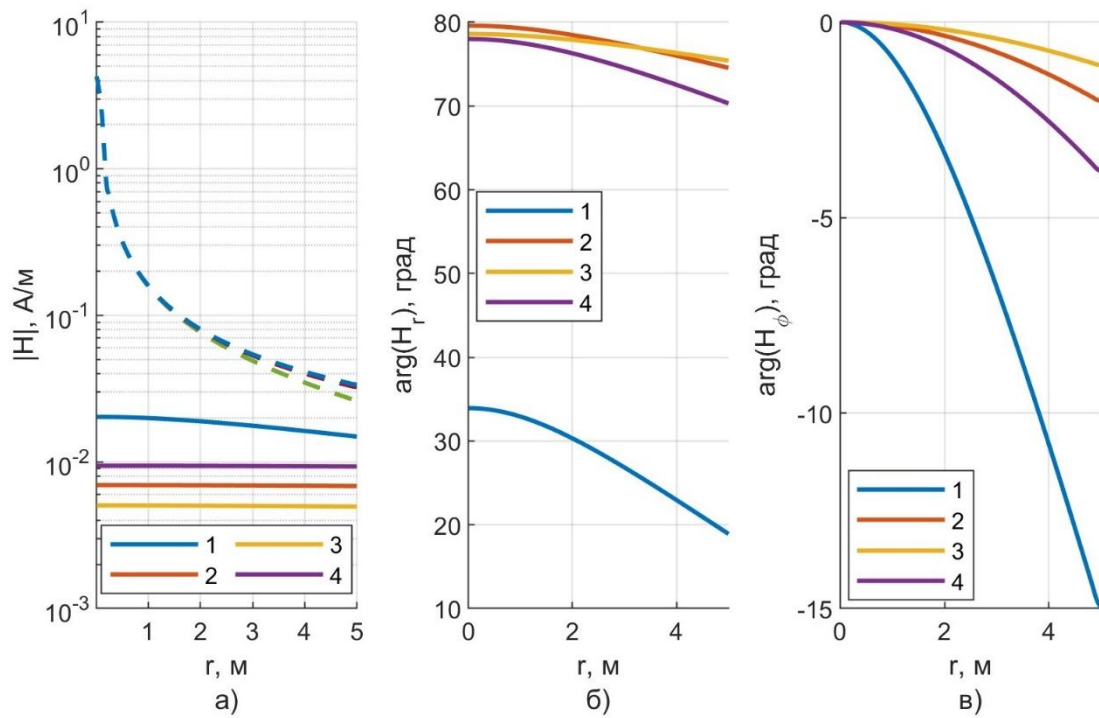


Рис. 3. Компоненты поля направляющей линии:
 а) амплитуды H_r (сплошная линия) и H_ϕ (пунктир), б) фаза H_r , в) фаза H_ϕ .

По зависимостям видно, что на амплитуду электрической компоненты параметры σ_e и ϵ_r оказывают умеренное действие, при этом на фазу в большей мере влияет ϵ_r . На магнитную компоненту гораздо большее влияние оказывает изменение σ_e породы, и умеренно влияет изменение ϵ_r . При отдалении от провода амплитуда E_r снижается гораздо круче, чем E_ϕ , и около 5 метров графики начинают пересекаться. Амплитуда H_ϕ всегда больше H_r на рассмотренном расстоянии, тем не менее на расстоянии в несколько метров они становятся сопоставимы по величине. Это означает, что прием сигнала НЛ вертикальными электрическим и магнитным диполем (модели электрически малых антенн) будет связан с фазовой ошибкой детектирования вертикальной компоненты поля из-за наложения радиальной компоненты при реальных условиях эксплуатации (непостоянство вертикальной ориентации приемника).

3. Стохастическая модель приемного диполя

Приемный диполь может быть наклонен на случайный угол ξ относительно вертикали, а также смещен в радиальном направлении на случайное расстояние r . Предполагаем, что ξ и r независимы, в этом случае физически корректны следующие распределения [8]:

– вертикальная ориентация приемного диполя случайно отклоняется от вертикали угол ξ по нормальному закону, значит фаза

$$\xi \sim \mathcal{N}(0, \tilde{\sigma}_\xi^2);$$

– условимся, что абонент в основном расположен на расстоянии 1,5 метра от НЛ, возьмем распределение Рэлея с модой $r_0 = 1.5$ м

$$p_R(r) = \frac{r}{\tilde{\sigma}_r^2} \exp(-r^2 / (2\tilde{\sigma}_r^2)).$$

В данных обозначениях $\tilde{\sigma}_r$, $\tilde{\sigma}_\xi$ – СКО наклона и радиального смещения, итоговое СКО будет определяться суммой дисперсий:

$$\tilde{\sigma}_{\text{total}}^2 = \tilde{\sigma}_r^2 + \tilde{\sigma}_\xi^2.$$

Веса вдоль радиальной сетки r_i задаются следующим образом:

$$\omega_i = \frac{p_R(r_i)}{\sum_j p_R(r_j)}.$$

Пусть S – скалярная характеристика поля на линии наблюдения:

$$S \in \{A_E, \psi_E, A_H, \psi_H\},$$

где

$$A_S(r) = |S_\varphi(r, h)|, \psi_S(r) = \arg(S_\varphi(r, h)),$$

где ψ – фаза поля, S_r, S_φ – радиальная и азимутальная компоненты электрического или магнитного полей ($E_{r/\varphi}, H_{r/\varphi}$) в цилиндрической системе координат.

$S_0 \equiv S(r_0)$ – опорное значение в фиксированной точке $r_0 = 1.5$ м.

Возмущение от наклона возьмем для малых углов $\xi < 5^\circ$:

$$\delta A_{\xi, S}(r_i) = \tilde{\sigma}_\xi |S_r(r_i, h)|,$$

$$\delta \psi_{\xi, S}(r_i) = \tilde{\sigma}_\xi \frac{|S_r(r_i, h)|}{|S_\varphi(r_i, h)|}.$$

Взвешенное матожидание

$$m_w[S] = \sum_{i=1}^N w_i S_i,$$

взвешенная дисперсия

$$\mathbf{D}_w(S) = m_w[(S - S_0)^2] = \sum_i w_i (S_i - S_0)^2.$$

Итоговое СКО амплитуды и фазы вычисляется из суммы дисперсий:

$$\tilde{\sigma}_{|S|} = \sqrt{m_w[\delta A_{\xi, S}^2] + \mathbf{D}_w(A_S)},$$

$$\tilde{\sigma}_{\psi_S} = \frac{180}{\pi} \sqrt{m_w[\delta \psi_{\xi, S}^2] + \mathbf{D}_w(\psi_S)}.$$

На рис. 4 приведены СКО амплитуды и фазы для электрического (а, б) и магнитного (в, г) диполей. По рисунку видно, что, используя электрический диполь, будет возникать гораздо большая ошибка как в уровне сигнала, так и в фазе сигнала. Очевидно, что для использования в целях фазовой навигации, магнитная антенна приведет к гораздо меньшей погрешности измерений. Наибольшая погрешность при этом будет наблюдаться в случае низкоомных пород, большая часть горных пород в рудниках обладает умеренной или низкой проводимостью, менее 10^{-3} См/м, где ошибка из-за детектирования различных компонент будет менее 1 градуса.

Практически, имеет смысл рассматривать только магнитный диполь. Во-первых, ошибка фазы в нем кратно ниже ошибки фазы для электрического диполя. Во-вторых, его реализация в мобильном аппарате горнорабочего гораздо проще – это внутренняя ферритовая антенна, помещенная в пластиковый корпус аппарата связи.

Зададим аддитивный гауссовский шум, будем считать его не зависящим от радиального смещения

$$n = n_R + in_I,$$

$$n_R, n_I \sim \mathcal{N}(0, \tilde{\sigma}_n^2).$$

Мощность шума

$$P_n = 2\tilde{\sigma}_n^2.$$

Задавая отношение сигнал/шум SNR , с учетом амплитуды магнитного поля A_H , запишем дисперсию шума

$$\tilde{\sigma}_n^2 = \frac{A_S^2(r_0)}{2 \cdot 10^{0,1SNR}}.$$

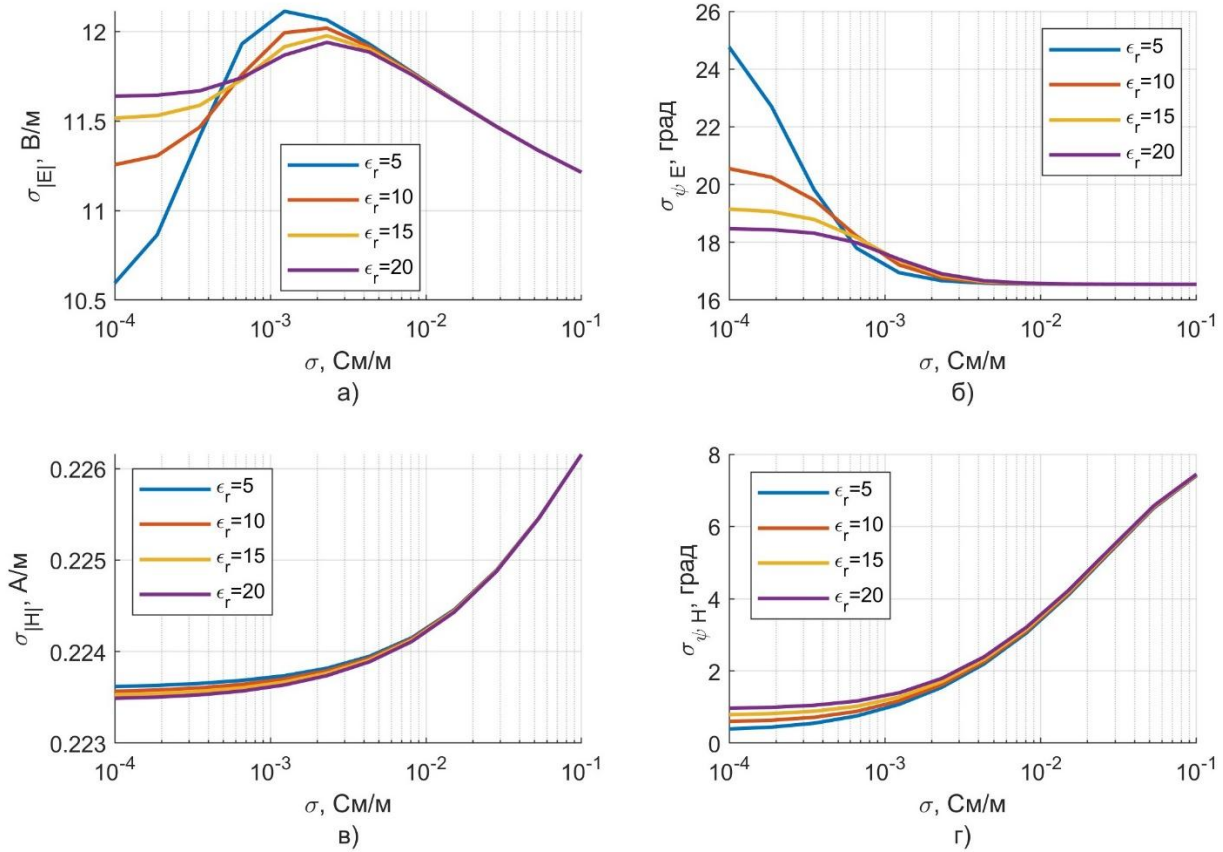


Рис. 4. Приведены СКО амплитуды и фазы для электрического (а, б) и магнитного (в, г) диполей.

После добавления шума амплитуда и фаза сигнала вычисляются как

$$|A|_H = \sqrt{(A_H \cos \psi_H + n_R)^2 + (A_H \sin \psi_H + n_I)^2},$$

$$\psi_H = \text{atan2}[(A_H \sin \psi_H + n_I), (A_H \cos \psi_H + n_R)].$$

При высоком SNR (более 15 дБ) можно использовать выражения

$$\tilde{\sigma}_{|H|n} \approx \tilde{\sigma}_n \approx \frac{|A_H|}{\sqrt{2 \cdot 10^{0,1 \text{SNR}}}},$$

$$\tilde{\sigma}_{\psi n} \approx \tilde{\sigma}_n \approx \frac{1}{\sqrt{2 \cdot 10^{0,1 \text{SNR}}}}.$$

На рис. 5 приведены зависимости СКО фазы (а) и средней ошибки определения координат (б) от отношения сигнал/сум для различных параметров подстилающей поверхности. Видно, что при отношении сигнал/шум более 35 дБ графики выходят на почти горизонтальную зависимость, то есть ошибка определяется физическими особенностями приема сигнала, вне зависимости от величины сигнала по отношению к шуму. При этом, даже при отношении сигнал/шум порядка 10 дБ ошибка составляет порядка 15 метров, что меньше требуемых по ГОСТ Р 55154-2019 не более 20 м.

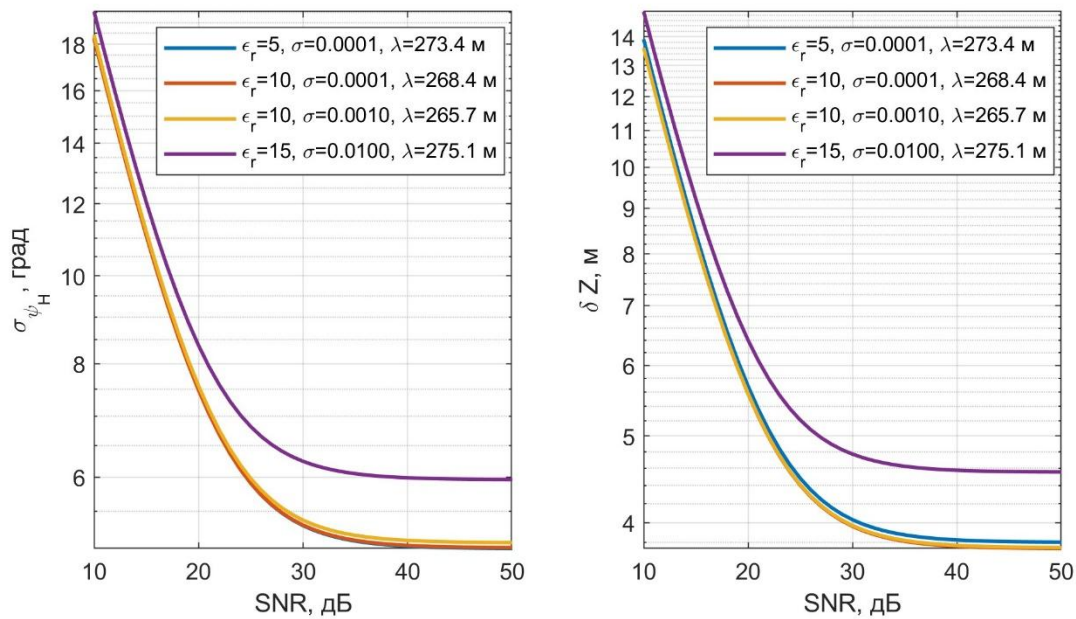


Рис. 5. Зависимости СКО фазы (а) и средней ошибки определения координат (б) от отношения сигнал/сум для различных параметров подстилающей поверхности.

Поскольку сигналы согласно описанному выше методу позиционирования квазикогерентны, то есть происходит синхронизация сигнала генератора в момент приема, ошибка рассинхронизации будет зависеть от конкретной аппаратной реализации.

Данная модель соответствует приемнику горняка в «динамическом режиме», то есть в движении. Если СКО наклона минимизировать (сценарий остановки работника), то ошибка при SNR более 30 дБ даже при наихудшей из рассмотренных подстилающих пород будет менее 3 метров, а для остальных пород менее 1,5 метров.

Заключение

С статье рассмотрено влияние различных компонент поля направляющей линии в горной выработке на амплитуду и фазу сигнала, принимаемого движущимся вдоль нее абонентом. Показано, что магнитный диполь наиболее приемлем для использования в аппаратах абонентов, поскольку ошибка фазы в нем кратно ниже ошибки фазы для электрического диполя, и его реализация гораздо проще – это внутренняя ферритовая антенна, помещенная в пластиковый корпус мобильного аппарата связи. Использована стохастическая модель с гауссовым распределением для наклона диполя, распределением Рэлея для радиального смещения и белым шумом. При низком отношении сигнал/шум (менее 30 дБ) ошибка определения координат определяется уровнем шума и приближается к 15 м при 10 дБ. При отношении сигнал/шум более 35 дБ графики выходят на почти горизонтальную зависимость, то есть ошибка определяется физическими особенностями приема сигнала, вне зависимости от величины отношения сигнал/шум, и точность составляет порядка 4 метров.

Литература

1. Федосов Д.В. и др. Современное состояние систем радионавигации диапазона ультравысоких и сверхвысоких частот в подземных сооружениях // Успехи современной радиоэлектроники. 2025. Т. 79. № 4. С. 48-63. <https://doi.org/10.18127/j20700784-202504-05>
2. Патент RU 2797240. Способ навигации и измерения расстояний в протяженных объектах / Федосов Д.В., 01.06.2023. Заявка № 2022112599 от 05.05.2022
3. Федосов Д.В., Колесников А.В. Обоснование концепции системы связи диапазона средних волн в подземных квазиодномерных сооружениях // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2023. Т. 26. № 3. С. 89-97. <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2023.26.3.89-97>
4. Wait J.R. The eccentrically located wire in a cylindrical cavity in a conducting medium and the limit of a planar boundary // Radio Science. 1976. Vol.11 (11), pp. 897-899.
5. Pettersson P. Image representation of wave propagation on wires above, on and under ground // IEEE Trans. Power Delivery. 1994. Vol. 9, No. 2. Pp. 1049–1055.
6. Pettersson P. Propagation of waves on a wire above a lossy ground – different formulations with approximations // IEEE Transactions on power delivery. 1999. Vol. 14. No. 3. P. 1173-80.
7. Papadopoulos T.A., Chrysochos A.I., Traianos Ch.K., Papagiannis G. Closed-form expressions for the analysis of wave propagation in overhead distribution lines // Energies. 2020. №13, pp. 4519. <https://doi.org/10.3390/en13174519>
8. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника. – М.: Радио и связь, 1982. – 624 с.

Для цитирования:

Федосов Д.В., Колесников А.В. Стохастическая модель системы одномерного позиционирования в протяженных подземных сооружениях // Журнал радиоэлектроники. – 2026. – №. 7. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2026.7.7>