

# УМЕНЬШЕНИЕ ГЛУБИНЫ ЗАЛЕГАНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ СИСТЕМЫ ИМПЛАНТАЦИОННЫХ $P-N$ -ПЕРЕХОДОВ И УВЕЛИЧЕНИЕ СТЕПЕНИ ИНТЕГРАЦИИ ИХ СИСТЕМЫ ОПТИМИЗАЦИЕЙ НЕОДНОРОДНОСТИ И ОТЖИГА ЛЕГИРУЕМОЙ СТРУКТУРЫ

Е.Л. Панкратов,

Нижегородский архитектурно-строительный университет

Получена 15 мая 2010 г.

**Аннотация.** Ранее было показано (см., например, [1-3]), что выбором параметров многослойной структуры, а также оптимизацией длительности отжига можно уменьшить глубину залегания одиночных диффузионных и имплантационных  $p-n$ -переходов, сформированных в такой структуре, по сравнению с  $p-n$ -переходами, сформированных в однородных образцах. Аналогично можно увеличить степень интеграции  $p-n$ -переходов, являющихся элементами интегральных схем (см., например, [4]). Данная работа посвящена анализу перераспределения примеси в процессе формирования систем имплантационных  $p-n$ -переходов (биполярных транзисторов и тиристорov) в многослойных структурах с целью поиска условий, при которых происходит одновременное (в течении одного технологического этапа) уменьшение пространственных размеров  $p-n$ -переходов (как глубины залегания, так и степени интеграции  $p-n$ -переходов, являющихся элементами интегральных схем).

**Ключевые слова:** уменьшение глубины залегания имплантационных  $p-n$ -переходов, увеличение степени интеграции системы имплантационных  $p-n$ -переходов, оптимизация отжига.

## *Введение*

Одной из проблем производства устройств твердотельной электроники

является увеличение степени интеграции элементов интегральных схем (ИС), а также уменьшение глубины залегания таких их элементов, как  $p-n$ -переходы, так и их системы [5-7]. Вторая из перечисленных проблем представляет интерес и для дискретных аналогов рассмотренных элементов ИС. Еще одной актуальной проблемой является интерес уменьшение разогрева устройств твердотельной электроники в процессе их функционирования. Для уменьшения пространственных размеров диффузионных и имплантационных  $p-n$ -переходов и их систем, как входящих в состав ИС, так и их дискретных аналогов используются различные методы. К уже отработанным методам относятся формирование неоднородного распределения температуры (лазерным, микроволновым и другими аналогичными типами отжига) [8,9], а также формирование неоднородного распределения дефектов (например, радиационных) легируемой структуры [10,11]. Оба способа приводят к неоднородности свойств легируемой структуры (например, к неоднородности коэффициента диффузии примеси при её диффузионной разгонке), что и позволяет уменьшить пространственные размеры  $p-n$ -переходов. Ранее было показано (см., например, [1-3]), что формирование диффузионных и имплантационных  $p-n$ -переходов в многослойных структурах (МС) при подобранных определенным образом ее параметрах и оптимальном значении длительности отжига формируется более компактное распределение примеси по глубине МС и более равномерное ее распределение в обогащенной ею области. Второе из перечисленных следствий позволяет уменьшить локальные разогревы легируемой структуры в процессе функционирования сформированных на ее основе устройств. Первое следствие позволяет уменьшить глубину залегания  $p-n$ -переходов за счет увеличения его резкости при фиксированной величине допуска на локальный разогрев структуры. Данное увеличение его резкости позволяет снизить диффузионную составляющую емкости  $p-n$ -перехода, что приводит к увеличению его быстродействия. Предложенный способ уменьшения глубины залегания диффузионных и имплантационных  $p-n$ -переходов может использоваться как

альтернативный к уже существующим, так и дополняющий их [12,13]. В [4] показано, что рассмотренный в [1-3] способ после соответствующего усложнения может быть использован для увеличения степени интеграции  $p$ - $n$ -переходов, входящих в состав ИС.

Основной целью данной работы является анализ возможности одновременного уменьшения пространственных размеров являющихся элементами ИС всех имплантационных  $p$ - $n$ -переходов, входящих в состав биполярных транзисторов и тиристоров. Для решения поставленной цели рассмотрим две МС (обозначим их как МС<sub>1</sub> и МС<sub>2</sub>), состоящие соответственно из двух или четырех эпитаксиальных слоев (ЭС), которые далее будем обозначать как ЭС <sub>$\overline{i}$</sub>  ( $i = \overline{1,4}$ ), и подложки с заданным типом проводимости ( $n$  или  $p$ ). Слои рассматриваемых МС имеют толщины соответственно  $a_1$  ( $0 \leq z \leq a_1$ ),  $a_2 - a_1$  ( $a_1 \leq z \leq a_2$ ) и  $L_z - a_2$  ( $a_2 \leq z \leq L$ ) (для МС<sub>1</sub>) и  $a_1$  ( $0 \leq z \leq a_1$ ),  $a_2 - a_1$  ( $a_1 \leq z \leq a_2$ ),  $a_3 - a_2$  ( $a_2 \leq z \leq a_3$ ),  $a_4 - a_3$  ( $a_3 \leq z \leq a_4$ ) и  $L - a_4$  ( $a_4 \leq z \leq L_z$ ) (для МС<sub>2</sub>). Данные структуры представлены соответственно на рис. 1 и рис. 2. Будем считать, что ЭС<sub>1</sub> и ЭС<sub>3</sub> имеют тип проводимости, совпадающий с типом проводимости подложки. Эпитаксиальные слои рассматривались как многоматериальные. В каждом из них сформированы области из других материалов, равные толщинам ЭС (см. рис. 3). В данные области имплантируется примесь, принимающая к моменту окончания данной технологической операции распределение  $f_C(x,y,z)$  приведенными (см. рис. 1 и 2). В случае рис. 2 примесь имплантируется с различными энергиями, что и позволяет сформировать распределение примеси с двумя максимумами. Далее проводится отжиг радиационных дефектов, приводящий к уширению начального распределения примесей. При этом представляет интерес следующая ситуация: (i) проводится импульсный лазерный отжиг радиационных дефектов, обеспечивающий локальность прогрева легируемых структур [14-16]; (ii) коэффициенты диффузии примеси в эпитаксиальных слоях  $D_i$  (обозначим коэффициенты диффузии эпитаксиальных слоев через  $D_{ia}$ , а коэффициенты диффузии “вставок” в эпитаксиальные слои

через  $D_{ib}$ ) и подложки  $D_s$ , а также растворимости примеси в эпитаксиальных слоях  $P_i$  (обозначим растворимости примеси в эпитаксиальных слоях через  $P_{ia}$ , а растворимости примеси в “вставках” в эпитаксиальных слоях через  $P_{ib}$ ) и подложки  $P_s$  удовлетворяют следующим условиям:  $D_1, D_3, D_s < D_2, D_4$ ;  $D_{ia} < D_{ib}$ ;  $P_1, P_3, P_s < P_2, P_4$ ;  $P_{ia} < P_{ib}$ ; (iii) соотношение между энергиями имплантированных ионов и толщинами ЭС таково, что после отжига радиационных дефектов примесь достигает или почти достигает ближайших границ раздела между слоями МС. Далее для решения поставленной цели проведем анализ перераспределения примеси в рассматриваемой МС. Сопутствующей целью является развитие математического аппарата для данных задач. Такое развитие позволяет повысить точность теоретического описания технологических процессов, что приводит к повышению их предсказуемости и, как следствие, позволяет повышать воспроизводимость характеристик твердотельных устройств.

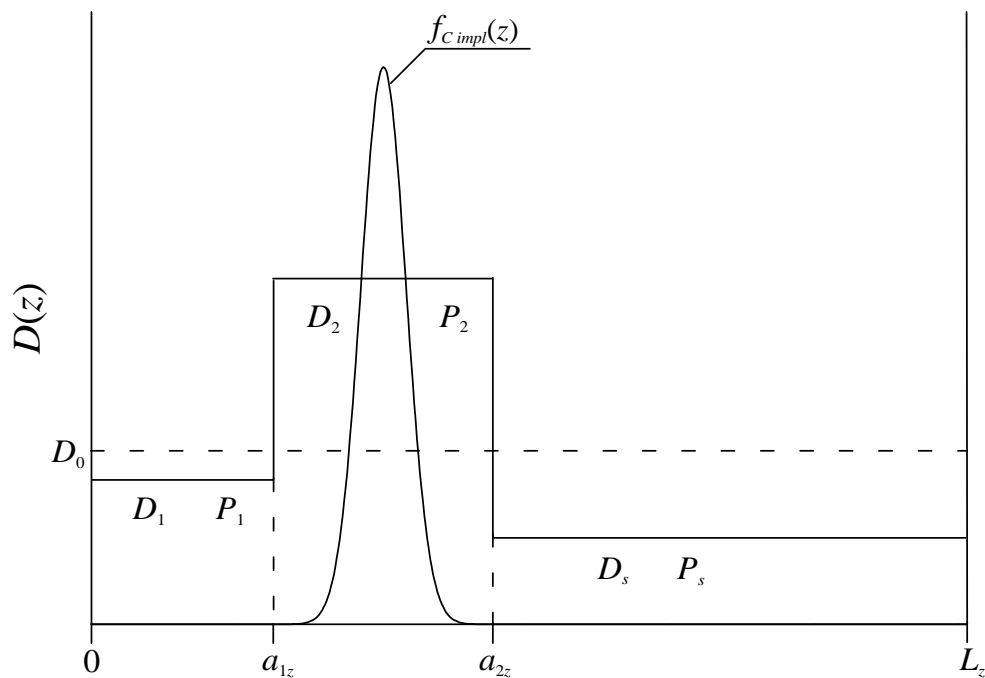


Рис.1. МС<sub>1</sub>, содержащая два ЭС ( $z \in [0, a_{1z}]$ ,  $z \in [a_{1z}, a_{2z}]$ ) и подложку ( $z \in [a_{2z}, L_z]$ ).

На данном рисунке также приведено начальное распределение примеси.

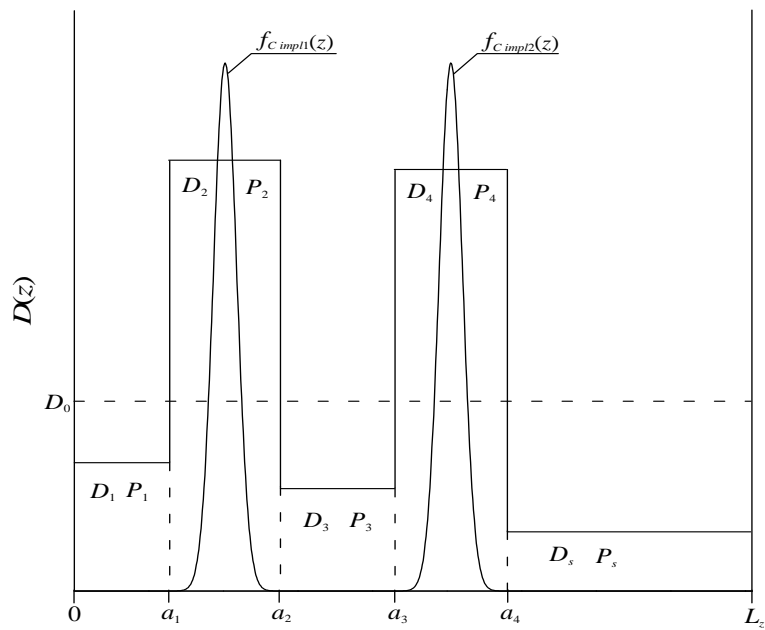


Рис.2. МС<sub>2</sub>, содержащая три ЭС ( $z \in [0, a_{1z}]$ ,  $z \in [a_{1z}, a_{2z}]$ ,  $z \in [a_{2z}, a_{3z}]$ ) и подложку ( $z \in [a_{3z}, L_z]$ ). На данном рисунке также приведены начальные распределения примесей.

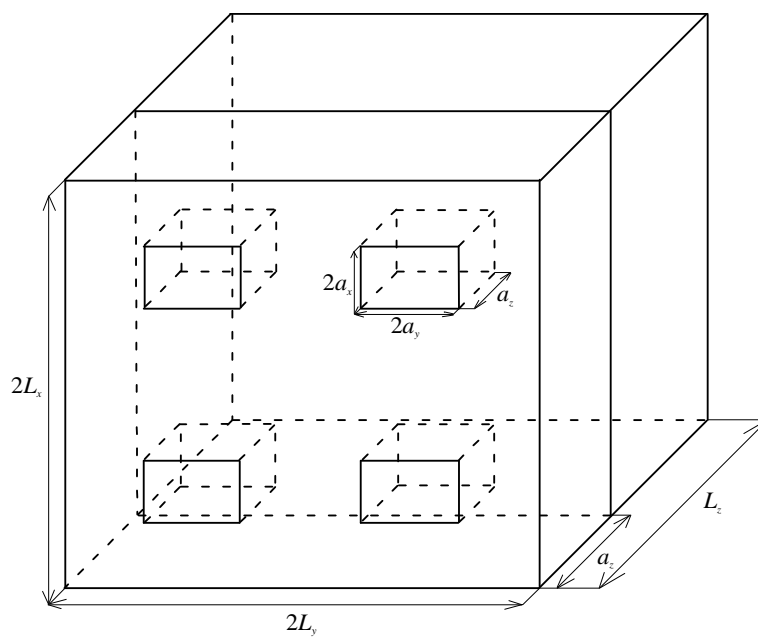


Рис.3. Структура многоматериальных эпитаксиальных слоев в направлении, перпендикулярном направлению введения примеси

*Методика анализа*

Динамика перераспределения примесей в приведенных на рис. 1 и 2 МС описывалась вторым законом Фика в следующей форме [5-7]

$$\frac{\partial C(x, y, z, t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ D_C \frac{\partial C(x, y, z, t)}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ D_C \frac{\partial C(x, y, z, t)}{\partial y} \right] +$$

$$+ \frac{\partial}{\partial z} \left[ D_C \frac{\partial C(x, y, z, t)}{\partial z} \right] = - \frac{\partial J_C(x, y, z, t)}{\partial x} - \frac{\partial J_C(x, y, z, t)}{\partial y} - \frac{\partial J_C(x, y, z, t)}{\partial z}, \quad (1)$$

где  $C(x, y, z, t)$  – пространственно-временное распределение примеси;  $J_C(x, y, z, t)$  – пространственно-временное распределение потока примеси;  $D_C$  – коэффициент диффузии примеси, величина которого зависит от динамических свойств примеси в материалах слоев многослойных структур, скорости прогрева и охлаждения многослойных структур, а также от пространственно-временного распределения концентрации примеси и радиационных вакансий  $V(x, y, z, t)$  с их равновесным распределением  $V^*$ . Зависимость коэффициента диффузии от концентраций примеси и радиационных вакансий может быть аппроксимирована полиномами следующего вида (см., например, [7,17,18])

$$D_C = D_L(x, y, z, T) \left[ 1 + \zeta \frac{V(x, y, z, t)}{V^*} \right] \left[ 1 + \xi \frac{C^\gamma(x, y, z, t)}{P^\gamma(x, y, z, T)} \right], \quad (2)$$

где  $D_L(x, y, z, T)$  – коэффициент диффузии примеси при низком уровне легирования;  $T$  – температура;  $P(x, y, z, T)$  – предел растворимости примеси; определяемый свойствами материала параметр  $\gamma$  может принимать целые значения, как правило, в интервале  $\gamma \in [1, 3]$  (это свойство подробно описано в [7]). Концентрация радиационных вакансий может быть описана следующей системой уравнений [19]

$$\left\{ \begin{aligned}
 & \frac{\partial I(x, y, z, t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ D_I \frac{\partial I(x, y, z, t)}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ D_I \frac{\partial I(x, y, z, t)}{\partial y} \right] + \\
 & + \frac{\partial}{\partial z} \left[ D_I \frac{\partial I(x, y, z, t)}{\partial z} \right] - K_{I,V} I(x, y, z, t) V(x, y, z, t) = - \frac{\partial J_I(x, y, z, t)}{\partial x} - \\
 & - \frac{\partial J_I(x, y, z, t)}{\partial y} - \frac{\partial J_I(x, y, z, t)}{\partial z} - K_{I,V} I(x, y, z, t) V(x, y, z, t) \\
 & \frac{\partial V(x, y, z, t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ D_V \frac{\partial V(x, y, z, t)}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ D_V \frac{\partial V(x, y, z, t)}{\partial y} \right] + \\
 & + \frac{\partial}{\partial z} \left[ D_V \frac{\partial V(x, y, z, t)}{\partial z} \right] - K_{I,V} I(x, y, z, t) V(x, y, z, t) = - \frac{\partial J_V(x, y, z, t)}{\partial x} - \\
 & - \frac{\partial J_V(x, y, z, t)}{\partial y} - \frac{\partial J_V(x, y, z, t)}{\partial z} - K_{I,V} I(x, y, z, t) V(x, y, z, t),
 \end{aligned} \right. \quad (3)$$

где  $I(x,y,z,t)$  концентрация радиационных междуузельных атомов с их равновесным распределением  $I^*$ .  $K_{I,V}(x,y,z,T)$  – параметр рекомбинации (реакции), зависящий, как и коэффициенты диффузии междуузельных атомов  $D_I(x,y,z,T)$  и вакансий  $D_V(x,y,z,T)$ , от свойств материалов многослойных структур и температуры. Далее рассмотрим отжиг примеси и радиационных дефектов.

Пространственно-временное распределение температуры может быть описано с помощью соответствующего закона Фурье [20]

$$\begin{aligned}
 c(T) \frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial x} \left[ \lambda \frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \lambda \frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial y} \right] + \\
 &+ \frac{\partial}{\partial z} \left[ \lambda \frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial z} \right] + p(x, y, z, t),
 \end{aligned} \quad (4)$$

где  $\lambda(x,y,z,T)$  - коэффициент теплопроводности, значение которого зависит как от свойств отжигаемого материала, так и от температуры. Температурная зависимость коэффициента теплопроводности в искомой области температур может быть аппроксимирована следующим образом:  $\lambda(x,y,z,T) = \lambda_{ass}(x,y,z) [1 + \mu T_d^\varphi / T^\varphi(x, y, z, t)]$  (см., например, [20]).  $c(T) = c_{ass} [1 - \vartheta \exp(-T(x,y,z,t)/T_d)]$  – теплоемкость материала;  $T_d$  – температура Дебая [20]. В наиболее

интересующем нас случае является сопоставимой по величине с температурой Дебая или превышает ее, что позволяет считать:  $c(T) \approx c_{ass}$ .  $p(x, y, z, t)$  – выделяющаяся в МС объемная плотность мощности.

Уравнения (1), (3) и (4) необходимо дополнить граничными и начальными условиями, которые могут быть представлены в следующем виде

$$\frac{\partial T(-L_x, y, z, t)}{\partial x} = \frac{\partial T(L_x, y, z, t)}{\partial x} = 0; \quad \frac{\partial T(x, -L_y, z, t)}{\partial x} = \frac{\partial T(x, L_y, z, t)}{\partial x} = 0;$$

$$\frac{\partial T(x, y, 0, t)}{\partial z} = \frac{\partial T(x, y, L_z, t)}{\partial z} = 0; \quad \frac{\partial I(-L_x, y, z, t)}{\partial x} = \frac{\partial I(L_x, y, z, t)}{\partial x} = 0;$$

$$\frac{\partial I(x, -L_y, z, t)}{\partial y} = \frac{\partial I(x, L_y, z, t)}{\partial y} = 0; \quad \frac{\partial I(x, y, 0, t)}{\partial z} = \frac{\partial I(x, y, L_z, t)}{\partial z} = 0;$$

$$C(x, y, z, 0) = f_C(x, y, z); \quad I(x, y, z, 0) = f_I(x, y, z) = I^*;$$

$$V(x, y, z, 0) = f_V(x, y, z) = V^*; \quad T(x, y, z, 0) = f_T(x, y, z) = T_r; \tag{5}$$

$$\frac{\partial V(-L_x, y, z, t)}{\partial x} = \frac{\partial V(L_x, y, z, t)}{\partial x} = 0; \quad \frac{\partial V(x, -L_y, z, t)}{\partial y} = \frac{\partial V(x, L_y, z, t)}{\partial y} = 0;$$

$$\frac{\partial V(x, y, 0, t)}{\partial z} = \frac{\partial V(x, y, L_z, t)}{\partial z} = 0; \quad \frac{\partial C(-L_x, y, z, t)}{\partial x} = \frac{\partial C(L_x, y, z, t)}{\partial x} = 0;$$

$$\frac{\partial C(x, -L_y, z, t)}{\partial y} = \frac{\partial C(x, L_y, z, t)}{\partial y} = 0; \quad \frac{\partial C(x, y, 0, t)}{\partial z} = \frac{\partial C(x, y, L_z, t)}{\partial z} = 0,$$

где  $T_r$  – совпадающая с комнатной равновесная температура.

На первом этапе проведем оценку температурного поля. В общем случае решения уравнения (4) неизвестно. Для получения приближенного решения представим уравнение (4) в следующей форме

$$T(x, y, z, t) = T(x, y, z, t) + \frac{1}{4LT_d^{\varphi+1}} \left\{ W_{0_{yzx111}}(x, y, z, t) + W_{0_{xzy111}}(x, y, z, t) + \right. \\ \left. + W_{1_{xyz111}}(x, y, z, t) - \varphi \mu T_d^{\varphi} [U_{0_x}(x, y, z, t) + U_{0_y}(x, y, z, t) + U_{0_z}(x, y, z, t)] - \right.$$



$$\begin{aligned}
 & -U_{1x}(x, y, z, t) - U_{1y}(x, y, z, t) - U_{1z}(x, y, z, t) - \varphi \mu T_d^\varphi \left[ W_{0_{yzy}002}(x, y, z, t) + \right. \\
 & \left. + W_{0_{xzy}002}(x, y, z, t) + W_{1_{xyz}002}(x, y, z, t) \right] - \int_{-L_x}^x \int_{-L_y}^y \int_0^z \frac{T^{\varphi+2}(u, v, w, t)}{\varphi + 2} d w d v d u + \\
 & \left. + \int_0^t \int_{-L_x}^x \int_{-L_y}^y \int_0^z \frac{p(u, v, w, \tau)}{c_{ass}} T^{\varphi+1}(u, v, w, \tau) d w d v d u d \tau + \Phi_T(x, y, z) \right\},
 \end{aligned} \quad (6)$$

где  $\{\Lambda, \Psi, \omega\} = \{x, y, z\}$ ,  $W_{i\Lambda\Psi s jkl}(x, y, z, t) = \int_0^t \int_{-L_\Lambda}^\Lambda \int_{-L_\Psi}^\Psi \alpha_{ass}(\Lambda, \Psi, \omega) \left[ \frac{\partial T(\Lambda, \Psi, \omega, \tau)}{\partial s} \right]^l \times$   
 $\times \alpha_{ass}(\Lambda, \Psi, \omega) T^j(\Lambda, \Psi, \omega, \tau) \left[ T^\varphi(\Lambda, \Psi, \omega, \tau) + \mu T_d^\kappa \right]^k d \Psi d \Lambda d \tau$ ;  $U_{is}(x, y, z, t) =$   
 $= \int_0^t \int_{-L_x}^x \int_{-L_y}^y \int_0^z \alpha_{ass}(u, v, w) \left[ (\varphi + 1) T^\varphi(u, v, w, \tau) + \mu T_d^\varphi \right] \left[ \frac{\partial T(u, v, w, \tau)}{\partial s} \right]^2 d w d v d u d \tau$ ;

$$L = L_x L_y L_z.$$

Решение уравнения (6) будем искать методом осреднения функциональных поправок [21] с уменьшенным количеством итерационных шагов [22]. Для уменьшения количества итерационных шагов для достижения требуемой точности целесообразно выбиралось более точное исходное приближение пространственно-временного распределения температурного поля. В качестве более точного исходного приближения выберем решение уравнения (4), соответствующее усредненному по координате коэффициенту температуропроводности  $\alpha_{0ass}$  и нулевому значению параметра  $\mu$ . Такое решение может быть представлено в виде суммы следующего ряда

$$\tilde{T}(x, y, z, t) = \frac{T_r}{4L} + \frac{1}{2L} \sum_{n=1}^{\infty} F_{nT}(t) g_{nT}(x, y, z, t), \quad (7)$$

где  $F_{nT}(t) = \int_0^t \int_{-L_x}^{L_x} \int_{-L_y}^{L_y} \int_0^{L_z} g_n(u, v, w, \tau) \frac{p(u, v, w, \tau)}{c_{ass}} dw dv du d\tau$ ,  $g_{nT}(x, y, z, t) = c_{nx}(x)c_{ny}(y)$

$$c_{nz}(2z)e_{nT}(t), \quad e_{nT}(t) = \exp\left[-\pi^2 n^2 \alpha_{0ass} t \left(\frac{1}{4L_x^2} + \frac{1}{4L_y^2} + \frac{1}{L_z^2}\right)\right], \quad c_{n\chi}(\chi) = \cos(\pi n\chi/2L_\chi).$$

Подстановка соотношения (7) в правую часть уравнения (6) вместо функции  $T(x, y, z, t)$  позволяет получить ее первое приближение по модифицированному методу осреднения функциональных поправок, приведенное из-за громоздкости в приложении. Второе приближение температуры  $T_2(x, y, z, t)$  по модифицированному методу осреднения определим в рамках стандартной процедуры (см., например, [21]), т.е. путем замены функции  $T(x, y, z, t)$  в правой части уравнения (6) на следующую сумму:

$$T(x, y, z, t) \rightarrow \hat{T}(x, y, z, t) = \alpha_{2T} + T_1(x, y, z, t). \text{ Такая замена позволяет получить}$$

$$T_2(x, y, z, t) = \alpha_{2T} + T_1(x, y, z, t) + \frac{1}{4LT_d^{\varphi+1}} \{ \hat{W}_{0yzx111}(x, y, z, t) + \hat{W}_{0xzy111}(x, y, z, t) + \\ + \hat{W}_{1xyz111}(x, y, z, t) - \hat{U}_{1x}(x, y, z, t) - \hat{U}_{1y}(x, y, z, t) - \int_{-L_x}^x \int_{-L_y}^y \int_0^z \frac{\hat{T}^{\varphi+2}(u, v, w, t)}{\varphi+2} dw dv du - \\ - \hat{U}_{1z}(x, y, z, t) + \int_0^t \int_{-L_x}^x \int_{-L_y}^y \int_0^z \frac{p(u, v, w, \tau)}{c_{ass}} \hat{T}^{\varphi+1}(u, v, w, \tau) dw dv du d\tau - \varphi \mu T_d^\varphi \times \quad (8)$$

$$\times [\hat{U}_{0x}(x, y, z, t) + \hat{U}_{0y}(x, y, z, t) + \hat{U}_{0z}(x, y, z, t)] + \Phi_T(x, y, z) - [\hat{W}_{0yzx002}(x, y, z, t) + \\ + \hat{W}_{0xzy002}(x, y, z, t) + \hat{W}_{1xyz002}(x, y, z, t)] \varphi \mu T_d^\varphi \},$$

где  $\hat{W}_{i\Lambda\Psi sjkl}(x, y, z, t) = \int_0^t \int_{-L_\Lambda}^\Lambda \int_{-iL_\Psi}^\Psi \alpha_{ass}(\Lambda, \Psi, \omega) \hat{T}^j(\Lambda, \Psi, \omega, \tau) \left[ \frac{\partial \hat{T}(\Lambda, \Psi, \omega, \tau)}{\partial s} \right]^l \times$

$$\times \left[ \mu T_d^K + \hat{T}^\varphi(\Lambda, \Psi, \omega, \tau) \right]^k d\Psi d\Lambda d\tau; \hat{U}_{is}(x, y, z, t) = \int_0^t \int_{-L_x}^x \int_{-L_y}^y \int_0^z \alpha_{ass}(u, v, w) \times \\ \times \left[ (\varphi + 1) \hat{T}^\varphi(u, v, w, \tau) + \mu T_d^\varphi \right] \left[ \frac{\partial \hat{T}(u, v, w, \tau)}{\partial s} \right]^2 dw dv du d\tau.$$

Параметр  $\alpha_{2T}$  определяется следующим соотношением [21]

$$\alpha_{2T} = (M_{2T} - M_{1T}) / 4L\Theta, \quad (9)$$

где  $M_{iT} = \int_0^\Theta \int_{-L_x}^{L_x} \int_{-L_y}^{L_y} \int_0^{L_z} T_i(x, y, z, t) dz dy dx dt$ . Подстановка (8) в (9) позволяет

получить следующий полином, корнями которого является параметр  $\alpha_{2T}$

$$\begin{aligned} & \tilde{R}_{0111110_x} - \tilde{R}_{1110121_x} + \tilde{R}_{1011110_y} - \varphi \mu T_d^\varphi (R_{11011202_x} + R_{11101202_y} + R_{11110202_z}) - \\ & - \tilde{R}_{1110121_y} + \tilde{R}_{11101110_z} - \tilde{R}_{1110121_z} + \int_0^\Theta (\Theta - t) \int_{-L_x}^{L_x} (L_x - x) \int_{-L_y}^{L_y} (L_y - y) \int_0^{L_z} (L_z - z) \times \\ & \times \hat{T}^{\varphi+1}(x, y, z, t) \frac{p(x, y, z, t)}{c_{ass}} dz dy dx dt + \Theta F_T - \frac{1}{\varphi + 2} \int_0^\Theta \int_{-L_x}^{L_x} (L_x - x) \int_{-L_y}^{L_y} (L_y - y) \times \\ & \times \int_0^{L_z} (L_z - z) \hat{T}^{\varphi+2}(x, y, z, t) dz dy dx dt = 0, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \text{где } R_{ijklmno_s} &= \int_0^\Theta (\Theta - t) \int_{-L_x}^{L_x} (L_x - x)^i \int_{-L_y}^{L_y} (L_y - y)^j \int_0^{L_z} (L_z - z)^k \alpha_{ass}^l(x, y, z) T_1^m(x, y, z, t) \times \\ & \times \left[ \frac{p(x, y, z, t)}{c_{ass}} \right]^n \left[ \frac{\partial T_1(x, y, z, t)}{\partial s} \right]^o dz dy dx dt; \end{aligned}$$

$$F_T = \int_{-L_x}^{L_x} (L_x - x) \int_{-L_y}^{L_y} (L_y - y) \int_0^{L_z} (L_z - z) f_T(x, y, z) dz dy dx;$$

$$\tilde{R}_{ijklmno_s} = \int_0^\Theta (\Theta - t) \int_{-L_x}^{L_x} (L_x - x)^i \int_{-L_y}^{L_y} (L_y - y)^j \int_0^{L_z} (L_z - z)^k$$

$$-z)^k \alpha_{ass}(x, y, z) \hat{T}^l(x, y, z, t) \left[ \frac{\partial T_1(x, y, z, t)}{\partial s} \right]^n \left[ (\varphi + 1)^o \hat{T}^\varphi(x, y, z, t) + \mu T_d^\varphi \right]^m dz dy dx dt.$$

В качестве примера для некоторых значений  $\varphi$  получены следующие соотношения для параметра  $\alpha_{2T}$

$$\varphi = 1$$

$$\alpha_{2T} = \frac{\sqrt[3]{\sqrt{\frac{p^3}{27} + \frac{q^2}{4} - \frac{q}{2}} - \sqrt[3]{\sqrt{\frac{p^3}{27} + \frac{q^2}{4} + \frac{q}{2}}}}{\Theta L^2} \cdot \frac{R_{01110100x} - R_{11110010x} - 2R_{10111001x} - 2R_{11011001y} - 2R_{11101001z}}{\Theta L^2},$$

где  $p = \frac{96}{\Theta L^2} [2R_{11111002x} + 2R_{11111002y} + 2R_{11111002z} + R_{01110200z} - 2R_{10111101x} - \mu T_d (R_{10111001x} + R_{11011001y} + R_{11101001z} + R_{11011001y}) - 2R_{11011101y} - 2R_{11111001z} - 2R_{11011101y} - 4R_{11101101z} - 2R_{11110110y}] + (2R_{10111001x} + 2R_{11011001y} + 2R_{11101001z} + R_{01110100x} + R_{11110010x})^2 \frac{3968}{\Theta^2 L^4}$ ;  $q = \frac{4096}{\Theta^3 L^6} (R_{01110100x} - 2R_{10111001x} - 2R_{11011001y} - 2R_{11101001z} - R_{11110010x})^3 - [2R_{11111002x} + 2R_{11111002y} + 2R_{11111002z} - 2R_{10111101x} - \mu T_d (R_{10111001x} + R_{11011001y} + R_{11101001z} + R_{11011001y}) - 2R_{11011101y} - 2R_{11111001z} + R_{01110200z} - 2R_{11011101y} - 2R_{11111001z} + R_{01110200z} - 2R_{11011101y} - 4R_{11101101z} - 2R_{11110110y}] (R_{01110100x} - 2R_{10111001x} - 2R_{11011001y} - 2R_{11101001z} - R_{11110010x}) \frac{768}{\Theta^2 L^4} + \frac{96}{\Theta L^2} [2R_{11111102x} + 2R_{11111102y} + 2R_{11111102z} - R_{10111201x} - R_{11011201y} - R_{11110210z} + (R_{11111002x} + R_{11111002y} + R_{11111002z} - R_{10111101x} - R_{11011101y} - R_{11111001z} + R_{11111002x} + R_{11111002y} + R_{11111002z} - R_{11011101y} - R_{11101101z}) \mu T_d - R_{11011201y} - 2R_{11111101z} - \Theta F_T - 2R_{11101201z} + \frac{R_{01110300z}}{3}] \frac{768}{\Theta^2 L^4}$ ;

$\varphi=2$

$$\alpha_{2T} = \frac{1}{4} \sqrt{\left(b - \sqrt{8y + b^2 - 4c}\right)^2 + \frac{64(by-d)}{\sqrt{8y + b^2 - 4c}}} + \frac{1}{4} \left(\sqrt{8y + b^2 - 4c} - b\right),$$

где  $y = \sqrt[3]{\sqrt{\tilde{q}^2 + \tilde{p}^3} - \tilde{q}} - \sqrt[3]{\sqrt{\tilde{q}^2 + \tilde{p}^3} + \tilde{q}} - \frac{b}{3}$ ,  $b = \frac{8}{\Theta L^2} (R_{01110100x} - R_{10111001x} - R_{11011001y} - R_{11110100z} - R_{11110010x})$ ;  $c = \left( \frac{R_{01111200y}}{4} + 3R_{11111002x} + 3R_{11111002y} + 3R_{11111002z} - 2R_{10111101x} - 2R_{11011101y} - 2R_{11110110z} - R_{10111101x} - R_{11011101y} - R_{11110110z} - R_{11110110x} - R_{11110110y} - R_{11111001z} + R_{01110200y} \right) \frac{8}{\Theta L^2}$ ;

$d = \frac{8}{\Theta L^2} [6R_{11111102x} + 6R_{11111102y} + 6R_{11111102z} - \mu T_d^2 [R_{10111001x} + R_{11011001y} + R_{11110100z}] - R_{10111201x} + 2(R_{10111201x} + R_{11011201y} + R_{11110201z} - 3R_{11111101z}) - R_{11011201y} - R_{11110201z} - 3R_{11110210y} + R_{01110300z}]$ ;  $e = 8 [(R_{11111002x} + R_{11111002y} + R_{11111002z} - R_{10111101x} - R_{11011101y} - R_{11110110z} + 2R_{11011202x} + 2R_{11110202y} + 2R_{11110202z} - R_{11111001z}) \mu T_d^2 - R_{10111301x} - R_{11011301y} - R_{11110301z} + 3R_{11111202y} + 3R_{11111202z} - 3R_{11111201z} - R_{11110310x} - \Theta F_T + R_{01110400z}/4] / \Theta L^2$ .

Для проведения качественного анализа и некоторых количественных оценок часто достаточно второго приближения по методу осреднения функциональных поправок (см., например, [12,13,22]). По этой причине при оценке температурного поля, а также концентраций примеси и радиационных дефектов ограничимся соответствующими вторыми приближениями.

Далее проведем оценку пространственно-временного распределения радиационных дефектов. Для этого системе дифференциальных уравнений (3) поставим в соответствие систему эквивалентных интегро-дифференциальных уравнений

$$\left\{ \begin{aligned} I(x, y, z, t) &= I(x, y, z, t) + \frac{1}{4L} \left[ \Phi_I(x, y, z) - \frac{1}{4L^2} \Xi(x, y, z, t) + \tilde{W}_{0yzxI}^{(1)}(x, y, z, t) + \right. \\ &+ \tilde{W}_{0xzyI}^{(1)}(x, y, z, t) + \tilde{W}_{1xyzI}^{(1)}(x, y, z, t) - \left. \int_{-L_x}^x \int_{-L_y}^y \int_0^z I(u, v, w, t) d w d v d u \right] \\ V(x, y, z, t) &= V(x, y, z, t) + \frac{1}{4L} \left[ \Phi_V(x, y, z) - \frac{1}{4L^2} \Xi(x, y, z, t) + \tilde{W}_{0yzxV}^{(1)}(x, y, z, t) + \right. \\ &+ \tilde{W}_{0xzyV}^{(1)}(x, y, z, t) + \tilde{W}_{1xyzV}^{(1)}(x, y, z, t) - \left. \int_{-L_x}^x \int_{-L_y}^y \int_0^z V(u, v, w, t) d w d v d u \right], \end{aligned} \right. \quad (11)$$

где 
$$\tilde{W}_{i\Lambda\Psi s\rho}^{(1)}(x, y, z, t) = \int_0^t \int_{-L_\Lambda}^\Lambda \int_{-iL_\Psi}^\Psi D_\rho(\Lambda, \Psi, \omega, T) \frac{\partial \rho(\Lambda, \Psi, \omega, \tau)}{\partial s} d\Psi d\Lambda d\tau,$$

$$\Xi(x, y, z, t) = \int_0^t \int_{-L_x}^x \int_{-L_y}^y \int_0^z K_{I,V}(u, v, w, T) I(u, v, w, \tau) V(u, v, w, \tau) d w d v d u d \tau.$$

Решение данной системы определим с помощью метода осреднения функциональных поправок с уменьшенным количеством итерационных шагов. В качестве исходных приближений выберем следующие соотношения

$$\tilde{I}(x, y, z, t) = \frac{I^*}{4L} + \frac{1}{2L} \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{F}_{nI} g_{nI}(x, y, z, t), \quad \tilde{V}(x, y, z, t) = \frac{V^*}{4L} + \frac{1}{2L} \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{F}_{nV} g_{nV}(x, y, z, t),$$

где 
$$\tilde{F}_{n\rho} = \int_{-L_x}^{L_x} \int_{-L_y}^{L_y} \int_0^{L_z} f_\rho(u, v, w) g_{n\rho}(u, v, w, t) / e_{n\rho}(t) d w d v d u, \quad g_{nT\rho}(x, y, z, t) = c_{nx}(x) c_{ny}(y)$$

$$c_{nz}(2z) e_{n\rho}(t), \quad e_{n\rho}(t) = \exp \left[ -\pi^2 n^2 D_{0\rho} t \left( \frac{1}{4L_x^2} + \frac{1}{4L_y^2} + \frac{1}{L_z^2} \right) \right].$$

Подстановка выбранной формы исходного приближения в правую часть системы уравнений (11) позволяет получить следующий результат

$$I_1(x, y, z, t) = \frac{I^*}{4L} + \frac{1}{2L} \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{F}_{nI} g_{nI}(x, y, z, t) + \frac{1}{8L^2} \left\{ 2L \Phi_I(x, y, z) - \frac{\pi}{2L_x} \sum_{n=1}^{\infty} n \tilde{F}_{nI} \times \right.$$

$$\begin{aligned}
 & \times s_{nx}(x) \int_0^t e_{nl}(-\tau) \int_{-L_y}^y c_{ny}(v) \int_0^z D_I(x, v, w, T) c_{nz}(2w) d w d v d \tau - \frac{\pi}{2L_y} \sum_{n=1}^{\infty} n \tilde{F}_{nl} \times \\
 & \times s_{ny}(y) \int_0^t e_{nl}(-\tau) \int_{-L_x}^x c_{nx}(u) \int_0^z c_{nz}(2w) D_I(u, y, w, T) d w d u d \tau - \frac{\pi}{L_z} \sum_{n=1}^{\infty} s_{nz}(2z) \times \\
 & \times n \tilde{F}_{nl} \int_0^t e_{nl}(-\tau) \int_{-L_x}^x c_{nx}(u) \int_{-L_y}^y c_{ny}(v) D_I(u, v, z, T) d y d u d \tau - I^* \frac{z}{2} (x - L_x)(y - \\
 & - L_y) - \frac{1}{4L^2} \int_0^t \int_{-L_x}^x \int_{-L_y}^y \int_0^z K_{I,V}(u, v, w, T) \left[ \frac{I^*}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{F}_{nl} g_{nl}(u, v, w, \tau) \right] \left[ \frac{V^*}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{F}_{nV} \times \right. \\
 & \left. \times g_{nV}(u, v, w, \tau) \right] d w d v d u d \tau - \frac{2}{\pi^3} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3} \tilde{F}_{nl} s_{nx}(x) s_{ny}(y) s_{nz}(2z) e_{nl}(t) \Big\}, \\
 V_1(x, y, z, t) = & \frac{V^*}{4L} + \frac{1}{2L} \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{F}_{nV} g_{nV}(x, y, z, t) + \frac{1}{8L^2} \left\{ 2L \Phi_V(x, y, z) - \frac{\pi}{2L_x} \sum_{n=1}^{\infty} n \tilde{F}_{nV} \times \right. \\
 & \times s_{nx}(x) \int_0^t e_{nV}(-\tau) \int_{-L_y}^y c_{ny}(v) \int_0^z D_V(x, v, w, T) c_{nz}(2w) d w d v d \tau - \frac{\pi}{2L_y} \sum_{n=1}^{\infty} n \tilde{F}_{nV} \times \\
 & \times s_{ny}(y) \int_0^t e_{nl}(-\tau) \int_{-L_x}^x c_{nx}(u) \int_0^z c_{nz}(2w) D_V(u, y, w, T) d w d u d \tau - \frac{\pi}{L_z} \sum_{n=1}^{\infty} s_{nz}(2z) \times \\
 & \times n \tilde{F}_{nV} \int_0^t e_{nl}(-\tau) \int_{-L_x}^x c_{nx}(u) \int_{-L_y}^y c_{ny}(v) D_V(u, v, z, T) d y d u d \tau - V^* \frac{z}{2} (x - L_x)(y - \\
 & - L_y) - \frac{1}{4L^2} \int_0^t \int_{-L_x}^x \int_{-L_y}^y \int_0^z K_{I,V}(u, v, w, T) \left[ \frac{I^*}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{F}_{nl} g_{nl}(u, v, w, \tau) \right] \left[ \frac{V^*}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{F}_{nV} \times \right. \\
 & \left. \times g_{nV}(u, v, w, \tau) \right] d w d v d u d \tau - \frac{2}{\pi^3} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3} \tilde{F}_{nl} s_{nx}(x) s_{ny}(y) s_{nz}(2z) e_{nl}(t) \Big\},
 \end{aligned}$$

где  $s_{n\chi}(\chi) = \sin(\pi n \chi / 2L_\chi)$ .

Вторые приближения концентраций радиационных дефектов  $I_2(x,y,z,t)$  и  $V_2(x,y,z,t)$  по модифицированному методу осреднения определим в рамках стандартной процедуры, т.е. путем замены функций  $I(x,y,z,t)$  и  $V(x,y,z,t)$  в правых частях уравнений (11) на следующие суммы:  $I(x,y,z,t) \rightarrow \alpha_{2I} + I_1(x,y,z,t)$  и  $V(x,y,z,t) \rightarrow \alpha_{2V} + V_1(x,y,z,t)$ . Такая замена позволяет получить

$$\left\{ \begin{aligned} I_2(x,y,z,t) &= \alpha_{2I} + I_1(x,y,z,t) + \frac{1}{4L} \left[ \Phi_I(x,y,z) + \tilde{W}_{0yzxI}^{(2)}(x,y,z,t) - \alpha_{2I} \frac{z}{2} \times \right. \\ &\times (x+L_x)(y+L_y) + \tilde{W}_{0xzyI}^{(2)}(x,y,z,t) - \int_{-L_x}^x \int_{-L_y}^y \int_0^z I_1(u,v,w,t) dw dv du + \\ &+ \tilde{W}_{1xyzI}^{(2)}(x,y,z,t) - \tilde{\Xi}_{11}(x,y,z,t) - \alpha_{2V} \tilde{\Xi}_{10}(x,y,z,t) - \alpha_{2I} \alpha_{2V} \tilde{\Xi}_{00}(x,y,z,t) - \\ &\left. - \alpha_{2I} \tilde{\Xi}_{01}(x,y,z,t) \right] \\ V_2(x,y,z,t) &= \alpha_{2V} + V_1(x,y,z,t) + \frac{1}{4L} \left[ \Phi_V(x,y,z) + \tilde{W}_{0yzxV}^{(2)}(x,y,z,t) - \alpha_{2V} \frac{z}{2} \times \right. \\ &\times (x+L_x)(y+L_y) + \tilde{W}_{0xzyV}^{(2)}(x,y,z,t) - \int_{-L_x}^x \int_{-L_y}^y \int_0^z V_1(u,v,w,t) dw dv du + \\ &+ \tilde{W}_{1xyzV}^{(2)}(x,y,z,t) - \tilde{\Xi}_{11}(x,y,z,t) - \alpha_{2V} \tilde{\Xi}_{10}(x,y,z,t) - \alpha_{2I} \alpha_{2V} \tilde{\Xi}_{00}(x,y,z,t) - \\ &\left. - \alpha_{2I} \tilde{\Xi}_{01}(x,y,z,t) \right] \end{aligned} \right.$$

где  $\tilde{\Xi}_{ij}(x,y,z,t) = \int_0^t \int_{-L_x}^x \int_{-L_y}^y \int_0^z K_{I,V}(u,v,w,T) I_1^i(u,v,w,\tau) V_1^j(u,v,w,\tau) dw dv du d\tau,$

$$\tilde{W}_{i\Lambda\Psi s\rho}^{(2)}(x,y,z,t) = \int_0^t \int_{-L_\Lambda}^\Lambda \int_{-iL_\Psi}^\Psi D_\rho(\Lambda,\Psi,\omega,T) \frac{\partial \rho_1(\Lambda,\Psi,\omega,\tau)}{\partial s} d\Psi d\Lambda d\tau.$$

Параметры  $\alpha_{2I}$  и  $\alpha_{2V}$  определяется следующим соотношением

$$\begin{aligned} \alpha_{2\rho} &= (M_{2\rho} - M_{1\rho}) / 4L\Theta, \\ \alpha_{2\rho} &= (M_{2\rho} - M_{1\rho}) / 4L\Theta, \end{aligned} \tag{12}$$

где  $M_{i\rho} = \int_0^\Theta \int_{-L_x}^{L_x} \int_{-L_y}^{L_y} \int_0^{L_z} \rho_i(x,y,z,t) dz dy dx dt.$   $M_{0\rho}$  и  $M_{0c}$  будем считать,

соответственно, полным количеством радиационных дефектов или примеси.



Подстановка вторых приближений концентрации радиационных дефектов в (12) позволяет получить следующее соотношение

$$\alpha_{2V} = \frac{1}{2\Theta L^2 H_{00}} \left[ H_{00} \tilde{M}_V(0) - H_{00} H_{11} - H_{00} \tilde{M}_V(t) + H_{00} G_{Vx} + H_{00} G_{Vy} + H_{00} G_{Vz} - \right. \\ \left. - H_{10} H_{01} - 2L^2 H_{01} \Theta - 2\Theta L^2 H_{10} - 4\Theta^2 L^4 - \tilde{M}_I(0) - G_{Ix} - G_{Iy} - G_{Iz} + \tilde{M}_I(t) + \right. \\ \left. + H_{11} \right] + \frac{1}{2\Theta L^2 H_{00}} \left\{ \frac{1}{2\Theta L^2 H_{00}} \left[ H_{00} H_{11} + H_{00} \tilde{M}_V(t) - H_{00} \tilde{M}_V(0) - H_{00} G_{Vx} + 2\Theta L^2 \times \right. \right. \\ \left. \times H_{01} - H_{00} G_{Vy} - H_{00} G_{Vz} + H_{10} H_{01} + 2\Theta L^2 H_{10} + \tilde{M}_I(0) + G_{Ix} + G_{Iy} + G_{Iz} - H_{11} + \right. \\ \left. \left. + 4\Theta^2 L^4 - \tilde{M}_I(t) \right]^2 - 2 \frac{H_{01} + 2\Theta L^2}{\Theta L^2 H_{00}} \left[ H_{11} - G_{Vx} - G_{Vy} - G_{Vz} + \tilde{M}_V(t) - \tilde{M}_V(0) \right] \right\}^{\frac{1}{2}}, \\ \alpha_{2I} = \frac{\tilde{M}_I(0) + G_{Ix} + G_{Iy} + G_{Iz} - H_{11} - \tilde{M}_I(t) - \alpha_{2V} H_{10}}{H_{01} + 2\Theta L^2 + \alpha_{2V} H_{00}},$$

где  $\tilde{M}_\rho(t) = \int_0^\Theta (\Theta - t) \int_{-L_x}^{L_x} (L_x - x) \int_{-L_y}^{L_y} (L_y - y) \int_0^{L_z} (L_z - z) f_\rho(x, y, z) dz dy dx dt$ ;  $G_{\rho s} =$

$$= \int_0^\Theta (\Theta - t) \int_{-L_x}^{L_x} (L_x - x) \int_{-L_y}^{L_y} (L_y - y) \int_0^{L_z} (L_z - z) D_\rho(x, y, z, T) \frac{\partial \rho_1(x, y, z, t)}{\partial s} dz dy dx dt;$$

$$H_{ij} = \int_0^\Theta (\Theta - t) \int_{-L_x}^{L_x} (L_x - x) \int_{-L_y}^{L_y} (L_y - y) \int_0^{L_z} K_{I,V}(x, y, z, T) I_1^i(x, y, z, t) V_1^j(x, y, z, t) \times \\ \times (L_z - z) dz dy dx dt.$$

Используя оценки пространственно-временного распределения температурного поля и концентрации радиационных дефектов проведем анализ динамики перераспределения примеси в рассматриваемой структуре. Для этого поставим в соответствие уравнению (1) следующее интегро-дифференциальное уравнение

$$C(x, y, z, t) = C(x, y, z, t) + \frac{1}{4L} \left[ \Omega_{0,yzx}(x, y, z, t) + \Omega_{0,xzy}(x, y, z, t) + \Omega_{1,xyz}(x, y, z, t) - \int_{-L_x}^x \int_{-L_y}^y \int_0^z C(u, v, w, t) dw dv du + \Phi_C(x, y, z) \right] \quad (13)$$

$$+ \Omega_{1,xyz}(x, y, z, t) - \int_{-L_x}^x \int_{-L_y}^y \int_0^z C(u, v, w, t) dw dv du + \Phi_C(x, y, z)$$

где  $\Omega_{i\Lambda\Psi_s}(x, y, z, t) = \int_{0-L_\Lambda}^t \int_{-iL_\Psi}^\Lambda \int_{-iL_\Psi}^\Psi D_L(\Lambda, \Psi, \omega, T) \left[ 1 + \zeta \frac{V(\Lambda, \Psi, \omega, \tau)}{V^*} \right] \frac{\partial C(\Lambda, \Psi, \omega, \tau)}{\partial s} \times$

$$\times \left[ 1 + \xi \frac{C^\gamma(\Lambda, \Psi, \omega, \tau)}{P^\gamma(\Lambda, \Psi, \omega, T)} \right] d\Psi d\Lambda d\tau.$$

Для определения пространственно-временного распределения концентрации примеси также воспользуемся модифицированным ранее методом осреднения функциональных поправок. В качестве исходного приближения выберем решение уравнения (1), соответствующее среднему значению коэффициента диффузии  $D_{0L}$ , т.е.

$$\tilde{C}(x, y, z, t) = \frac{M_{0C}}{4L} + \frac{1}{2L} \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{F}_{nC} g_{nC}(x, y, z, t). \quad (14)$$

Подстановка (14) в (13) позволяет получить первое приближение концентрации примеси по методу осреднения в следующей форме

$$C_1(x, y, z, t) = \frac{M_{0C}}{4L} + \frac{1}{2L} \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{F}_{nC} g_{nC}(x, y, z, t) - \frac{1}{8L^2} \left( \frac{\pi}{2L_x} \sum_{m=1}^{\infty} \tilde{F}_{mC} s_{mx}(x) \int_0^t e_{mC}(\tau) \times \right.$$

$$\times \int_{-L_y}^y c_{my}(v) \int_0^z c_{mz}(2w) \left\{ 1 + \frac{\xi}{2^\gamma L^\gamma P^\gamma(x, v, w, T)} \left[ \frac{M_{0C}}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} M_{nC} g_{nC}(x, v, w, \tau) \right]^\gamma \right\} \times$$

$$\times D_L(x, v, w, T) \left[ 1 + \zeta \frac{V(x, v, w, \tau)}{V^*} \right] dw dv d\tau + \frac{\pi}{L_y} \sum_{m=1}^{\infty} \tilde{F}_{mC} s_{my}(y) \int_0^t e_{mC}(\tau) \int_{-L_x}^x c_{mx}(u) \times$$

$$\begin{aligned} & \times \int_0^z c_{mz}(2w) D_L(u, y, w, T) \left\{ 1 + \frac{\xi}{2^\gamma L^\gamma P^\gamma(u, y, w, T)} \left[ \frac{M_{0C}}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} M_{nC} g_{nx}(u, y, w, \tau) \right]^\gamma \right\} \times \\ & \times \left[ 1 + \zeta \frac{V(u, y, w, \tau)}{V^*} \right] d w d u d \tau + \frac{\pi}{L_z} \sum_{m=1}^{\infty} \tilde{F}_{mC} s_{mx}(2z) \int_0^t e_{mC}(\tau) \int_{-L_x}^x \int_{-L_y}^y D_L(u, v, z, T) \times \\ & \times c_{my}(v) \left[ 1 + \zeta \frac{V(u, v, z, \tau)}{V^*} \right] \left\{ 1 + \frac{\xi}{2^\gamma L^\gamma P^\gamma(u, v, z, T)} \left[ \frac{M_{0C}}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{F}_{nC} g_n(u, v, z, \tau) \right]^\gamma \right\} d v \times \\ & \times c_{mx}(u) d u d \tau + M_{0C} (L_x - x) (L_y - y) \frac{z}{2} - \frac{2L}{\pi^3} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\tilde{F}_{nC}}{n^3} s_{nx}(x) s_{ny}(y) s_{nz}(z) e_{nC}(t) + \\ & + \Phi_C(x, y, z). \end{aligned}$$

Расчет второго приближения концентрации примеси по методу осреднения приводит к следующему результату

$$\begin{aligned} C_2(x, y, z, t) = & \frac{1}{4L} \left( \int_{0-L_y}^t \int_0^y \int_0^z D_L(x, v, w, T) \left\{ 1 + \xi \frac{[\alpha_{2C} + C_1(x, v, w, \tau)]^\gamma}{P^\gamma(x, v, w, T)} \right\} \frac{\partial C_1(x, v, w, \tau)}{\partial x} \times \right. \\ & \times \left[ 1 + \zeta \frac{V(x, v, w, \tau)}{V^*} \right] d w d v d \tau + \int_{0-L_x}^t \int_0^x \int_0^z \left\{ 1 + \xi \frac{[\alpha_{2C} + C_1(u, y, w, \tau)]^\gamma}{P^\gamma(u, y, w, T)} \right\} \frac{\partial C_1(u, y, w, \tau)}{\partial y} \times \\ & \times D_L(u, y, w, T) \left[ 1 + \zeta \frac{V(u, y, w, \tau)}{V^*} \right] d w d u d \tau + \int_{0-L_x}^t \int_{-L_y}^x \int_0^y D_L(u, v, z, T) \frac{\partial C_1(u, v, z, \tau)}{\partial z} \times \\ & \times \left[ 1 + \zeta \frac{V(u, v, z, \tau)}{V^*} \right] \left\{ 1 + \xi \frac{[\alpha_{2C} + C_1(u, v, z, \tau)]^\gamma}{P^\gamma(u, v, z, T)} \right\} d v d u d \tau + \Phi_C(x, y, z) - \\ & \left. - \int_{-L_x}^x \int_{-L_y}^y \int_0^z C(u, v, w, t) d w d v d u \right) + \alpha_{2C} + C_1(x, y, z, t). \end{aligned}$$

Подстановка второго приближения концентрации примеси в соотношение, аналогичное соотношениям (9) и (12), позволяет получить

$$\int_0^\Theta (\Theta - t) \int_{-L_x}^{L_x} \int_{-L_y}^{L_y} (L_y - y) \int_0^{L_z} (L_z - z) \left[ 1 + \zeta \frac{V(x, y, z, t)}{V^*} \right] \left\{ 1 + \xi \frac{[\alpha_{2C} + C_1(x, y, z, t)]^\gamma}{P^\gamma(x, y, z, T)} \right\} \times$$

$$\times D_L(x, y, z, T) \frac{\partial C_1(x, y, z, t)}{\partial x} d z d y d x d t + \int_0^\Theta (\Theta - t) \int_{-L_x}^{L_x} (L_x - x) \int_{-L_y}^{L_y} \int_0^{L_z} D_L(x, y, z, T) \times$$

$$\times (L_z - z) \left[ 1 + \zeta \frac{V(x, y, z, t)}{V^*} \right] \left\{ 1 + \xi \frac{[\alpha_{2C} + C_1(x, y, z, t)]^\gamma}{P^\gamma(x, y, z, T)} \right\} \frac{\partial C_1(x, y, z, t)}{\partial y} d z d y d x d t +$$

$$+ \int_0^\Theta (\Theta - t) \int_{-L_x}^{L_x} (L_x - x) \int_{-L_y}^{L_y} (L_y - y) \int_0^{L_z} D_L(x, y, z, T) \left\{ 1 + \xi \frac{[\alpha_{2C} + C_1(x, y, z, t)]^\gamma}{P^\gamma(x, y, z, T)} \right\} \times$$

$$\times \left[ 1 + \zeta \frac{V(x, y, z, t)}{V^*} \right] \frac{\partial C_1(x, y, z, t)}{\partial z} d z d y d x d t - \tilde{M}_C(\Theta) + \tilde{M}_C(0) = 0.$$

В качестве примера для некоторых значений  $\gamma$  получены следующие соотношения для параметра  $\alpha_{2C}$

$\gamma=1$

$$\alpha_{2C} = \frac{\tilde{M}_C(\Theta) - \tilde{M}_C(0) - Q_{01100x} - Q_{10100y} - Q_{11000z} - \xi(Q_{01111x} + Q_{10111y} + Q_{11011z})}{\xi(Q_{01101x} + Q_{10101y} + Q_{11001z})},$$

где  $Q_{ijklms} = \int_0^\Theta (\Theta - t) \int_{-L_x}^{L_x} (L_x - x)^i \int_{-L_y}^{L_y} (L_y - y)^j \int_0^{L_z} D_L(x, y, z, T) \left[ 1 + \zeta \frac{V(x, y, z, t)}{V^*} \right] \times$

$$\times (L_z - z)^k \frac{C_1^l(x, y, z, t)}{P^m(x, y, z, T)} \frac{\partial C_1(x, y, z, t)}{\partial s} d z d y d x d t;$$

$\gamma=2$

$$\alpha_{2C} = \left\{ - \frac{\xi Q_{01122x} + \xi Q_{10122y} + \xi Q_{11022z} + Q_{01100x} + Q_{10100y} + Q_{11000z} - \tilde{M}_C(\Theta) + \tilde{M}_C(0)}{\xi(Q_{01102x} + Q_{10102y} + Q_{11002z})} + \right.$$

$$\left. + \left( \frac{Q_{01112x} + Q_{10112y} + Q_{11012z}}{Q_{01102x} + Q_{10102y} + Q_{11002z}} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} - \frac{Q_{01112x} + Q_{10112y} + Q_{11012z}}{Q_{01102x} + Q_{10102y} + Q_{11002z}},$$

$\gamma=3$

$$\alpha_{2C} = \sqrt[3]{\sqrt{\frac{\tilde{p}^3}{27} + \frac{\tilde{q}^2}{4}} - \frac{\tilde{q}}{2}} - \sqrt[3]{\sqrt{\frac{\tilde{p}^3}{27} + \frac{\tilde{q}^2}{4}} + \frac{\tilde{q}}{2}} - \frac{Q_{01113x} + Q_{10113y} + Q_{11013z}}{Q_{01103x} + Q_{10103y} + Q_{11003z}},$$

где  $\tilde{p} = 3 \frac{Q_{01123x} + Q_{10123y} + Q_{11023z}}{Q_{01103x} + Q_{10103y} + Q_{11003z}} - 3 \left( \frac{Q_{01113x} + Q_{10113y} + Q_{11013z}}{Q_{01103x} + Q_{10103y} + Q_{11003z}} \right)^2$ ;  $\tilde{q} =$

$$= \frac{\xi Q_{01133x} + \xi Q_{10133y} + \xi Q_{11033z} + Q_{01100x} + Q_{10100y} + Q_{11000z} - \tilde{M}_C(\Theta) + \tilde{M}_C(0)}{\xi(Q_{01103x} + Q_{10103y} + Q_{11003z})} +$$

$$+ 2 \left( \frac{Q_{01113x} + Q_{10113y} + Q_{11013z}}{Q_{01103x} + Q_{10103y} + Q_{11003z}} \right)^3 - 3 \frac{Q_{01113x} + Q_{10113y} + Q_{11013z}}{(Q_{01103x} + Q_{10103y} + Q_{11003z})^2} \times$$

$\times (Q_{01123x} + Q_{10123y} + Q_{11023z})$ . Далее проведем анализ динамики

перераспределения примеси в рассмотренных МС. Полученные аналитические соотношения позволяют провести наглядное исследование динамики перераспределения примеси в процессе ее отжига. Использование численных методов позволяет уточнить полученные результаты. По этой причине в дополнение к аналитическим использовались также и численные методы решения уравнений (1), (3) и (4).

### Результаты анализа

Проведем анализ динамики перераспределения примеси в рассмотренной МС в приближении пренебрежимо малой ширины переходной области между слоями. В таком приближении пространственные зависимости коэффициентов диффузии и теплопроводности без учета нелинейных эффектов для одной вставки нового материала в ЭС могут быть аппроксимированы следующими функциями:  $\alpha_{ass}(x,y,z) = \alpha_{ass1a}[1(x+a_x)-1(x-a_x)][1(y+a_y)-1(y-a_y)][1(z)-1(z-a_{z1})] + \alpha_{ass2a} 1(x+a_x)-1(x-a_x)[1(y+a_y)-1(y-a_y)][1(z-a_{z2})-1(z-a_{z1})] + \alpha_{ass3a}[1(x+a_x)-1(x-a_x)][1(y+a_y)-(y-a_y)]1(z-a_{z2}) + \alpha_{ass1b}1(x-a_x)1(y-a_y)[1(z)-1(z-a_{z1})] + \alpha_{ass2b}1(x-a_x)1(y-a_y)[1(z-a_{z2})-1(z-a_{z1})] + \alpha_{ass3b}1(x-a_x)1(y-a_y)1(z-a_{z2})$ ;  $D_L(x,y,z) = D_{L1a}[1(x+a_x)-1(x-a_x)][1(y+a_y)-1(y-a_y)][1(z)-1(z-a_{z1})] + D_{L2a}[1(x+a_x)-1(x-a_x)][1(y+a_y)-1(y-a_y)][1(z-a_{z2})-1(z-a_{z1})] + D_{L3a}[1(x+a_x)-1(x-a_x)]$

$[1(y+a_y)-1(y-a_y)]1(z-a_{z2})+D_{L1b}1(x-a_x)1(y-a_y)[1(z)-1(z-a_{z1})]+D_{L2a}1(x-a_x)1(y-a_y)[1(z-a_{z2})-1(z-a_{z1})]+D_{L3b}1(x-a_x)1(y-a_y)1(z-a_{z2})$  для  $MC_1$  и  $\alpha_{ass}(x,y,z)=\alpha_{ass1a}[1(x+a_x)-1(x-a_x)][1(y+a_y)-1(y-a_y)][1(z)-1(z-a_{z1})]+\alpha_{ass2a}[1(x+a_x)-1(x-a_x)][1(y+a_y)-1(y-a_y)][1(z-a_{z2})-1(z-a_{z1})]+\alpha_{ass3a}[1(x+a_x)-1(x-a_x)][1(y+a_y)-1(y-a_y)][1(z-a_{z3})-1(z-a_{z2})]+\alpha_{ass4a}[1(x+a_x)-1(x-a_x)][1(y+a_y)-1(y-a_y)][1(z-a_{z4})-1(z-a_{z3})]+\alpha_{ass5a}[1(x+a_x)-1(x-a_x)][1(y+a_y)-1(y-a_y)]1(z-a_{z4})+\alpha_{ass1b}1(x-a_x)1(y-a_y)[1(z)-1(z-a_{z1})]+\alpha_{ass2b}1(x-a_x)1(y-a_y)[1(z-a_{z2})-1(z-a_{z1})]+\alpha_{ass3b}1(x-a_x)1(y-a_y)[1(z-a_{z3})-1(z-a_{z2})]+\alpha_{ass4b}1(x-a_x)1(y-a_y)[1(z-a_{z4})-1(z-a_{z3})]+\alpha_{ass5b}1(x-a_x)1(y-a_y)1(z-a_{z3});$   
 $D_L(x,y,z)=D_{L1a}[1(x+a_x)-1(x-a_x)][1(y+a_y)-1(y-a_y)][1(z)-1(z-a_{z1})]+D_{L2a}[1(x+a_x)-1(x-a_x)][1(y+a_y)-1(y-a_y)][1(z-a_{z2})-1(z-a_{z1})]+D_{L3a}[1(x+a_x)-1(x-a_x)][1(y+a_y)-1(y-a_y)][1(z-a_{z3})-1(z-a_{z2})]+D_{L4a}[1(x+a_x)-1(x-a_x)][1(y+a_y)-1(y-a_y)][1(z-a_{z4})-1(z-a_{z3})]+D_{L5a}[1(x+a_x)-1(x-a_x)][1(y+a_y)-1(y-a_y)]1(z-a_{z4})+D_{L1b}1(x-a_x)1(y-a_y)[1(z)-1(z-a_{z1})]+D_{L2a}1(x-a_x)1(y-a_y)[1(z-a_{z2})-1(z-a_{z1})]+D_{L3a}1(x-a_x)1(y-a_y)[1(z-a_{z3})-1(z-a_{z2})]+D_{L4b}1(x-a_x)1(y-a_y)[1(z-a_{z4})-1(z-a_{z3})]+D_{L5b}1(x-a_x)1(y-a_y)1(z-a_{z4})$  для  $MC_2$ .

Пространственные распределения примеси в  $\mathcal{E}C_2$  и  $\mathcal{E}C_4$  для фиксированных моментов времени отжига приведены на рис. 4 и

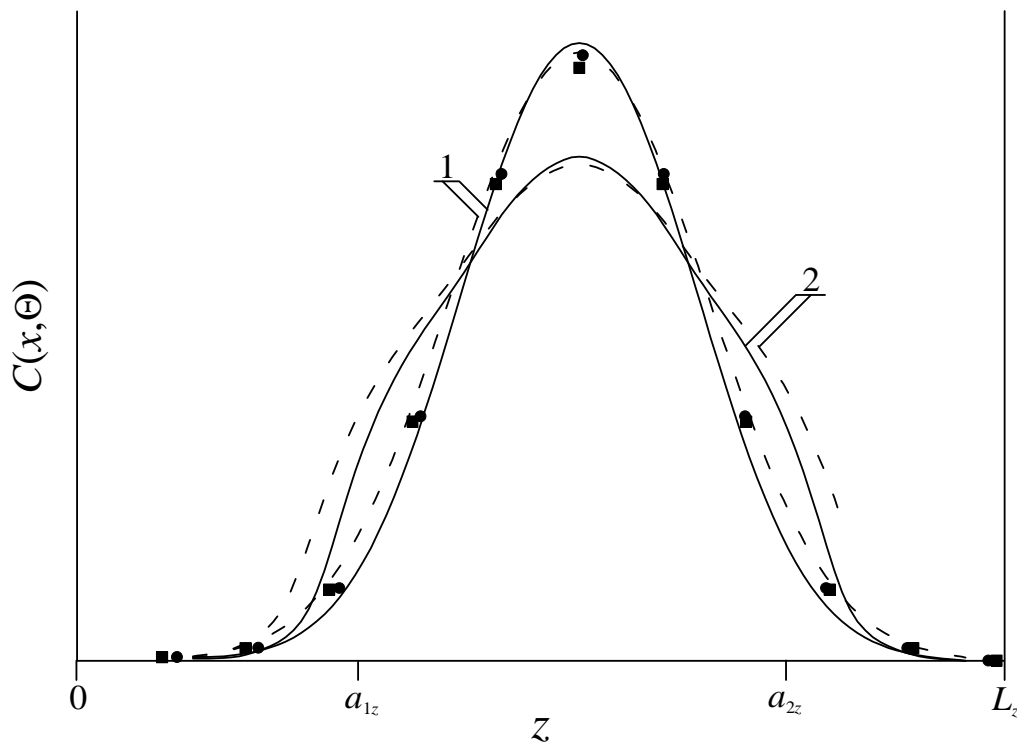


Рис.4. Пространственные распределения имплантированной примеси в однородном материале (кривые 1) и  $MC_1$  (кривые 2) после отжига длительностью  $\Theta=0,0075L^2/D_{0L}$  при  $D_{1L}=D_{3L}<D_{2L}$  и  $D_{2L}/D_{1L}=4$ . Сплошные кривые – аналитический расчет, пунктирные кривые – численный расчет.

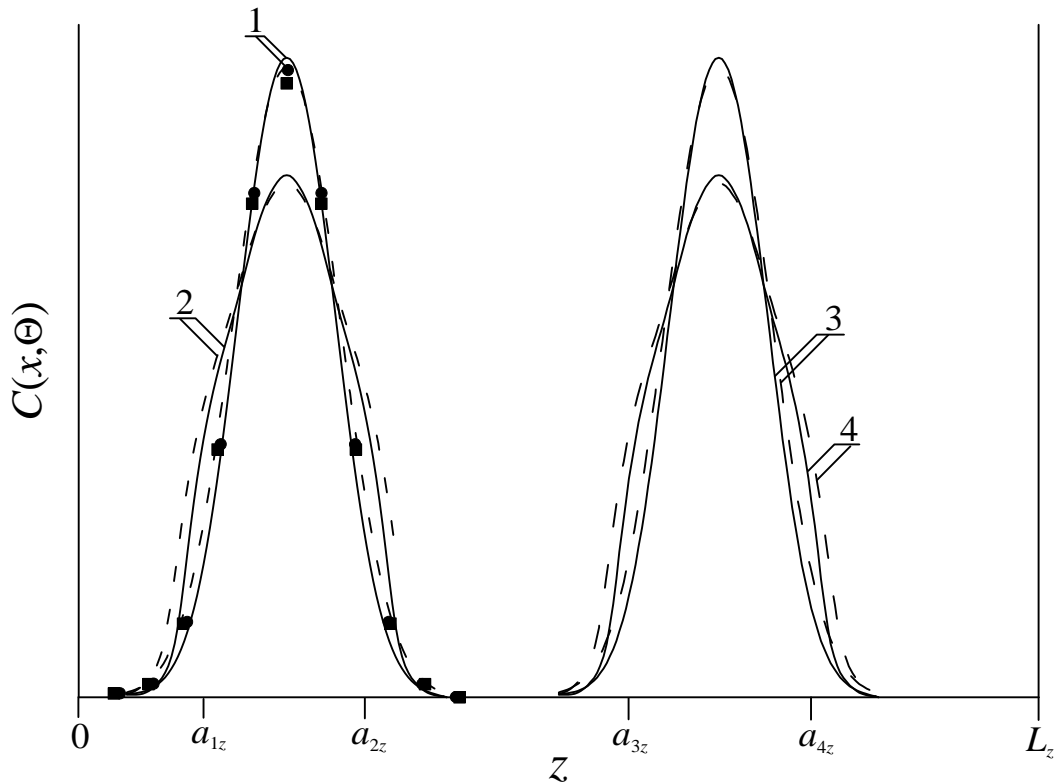


Рис.5. Пространственные распределения имплантированной примеси в однородном материале (кривые 1 и 3) и  $MC_2$  (кривые 2 и 4) после отжига длительностью  $\Theta = 0,0075L^2/D_{0L}$  при  $D_{1L}=D_{3L}=D_{5L} < D_{2L}=D_{4L}$  и  $D_{2L}/D_{1L}=4$ . Сплошные кривые – аналитический расчет, пунктирные кривые – численный расчет.

5. Из данных распределений следует, что при условии формирования  $p$ - $n$ -перехода в окрестности границы раздела между слоями  $MC$  происходит увеличение резкости  $p$ - $n$ -перехода (и, как следствие, уменьшение диффузионной составляющей емкости  $p$ - $n$ -переходов), а также увеличение равномерности распределения примеси в обогащенной ею области (что, как следствие, позволяет снизить локальные разогревы в процессе работы  $p$ - $n$ -перехода или уменьшить глубину его залегания при фиксированном допуске на величину разогрева). По этой причине соотношение между энергиями имплантированных ионов и толщинами эпитаксиальных слоев целесообразно выбирать таким образом, чтобы после окончания отжига радиационных дефектов распределение примеси достигло или почти достигло ближайших к начальному распределению примеси границ раздела между слоями  $MC$ . Если

по окончании отжига дефектов примесь не достигла необходимых границ раздела представляет интерес дополнительный отжиг примеси. С увеличением длительности отжига увеличивается равномерность распределения примеси в обогащенной ею области с одновременным уменьшением резкости  $p-n$ -перехода. Для одновременного наибольшего увеличения резкости  $p-n$ -перехода и равномерности распределения примеси в обогащенной ею области необходим выбор компромиссной длительности отжига. В течении отжига с компромиссной длительностью примесь каждого типа должна достигнуть соответствующей границы раздела между слоями МС в направлении  $z$ , но глубоко в следующий слой не проникать. Для определения такой длительности воспользуемся введенным в [1-4,12,13] критерием. В рамках данного критерия распределение каждого типа примеси  $C(x,y,z,t)$  аппроксимируется скачкообразной функцией заданной ширины (см., например, рис.6).

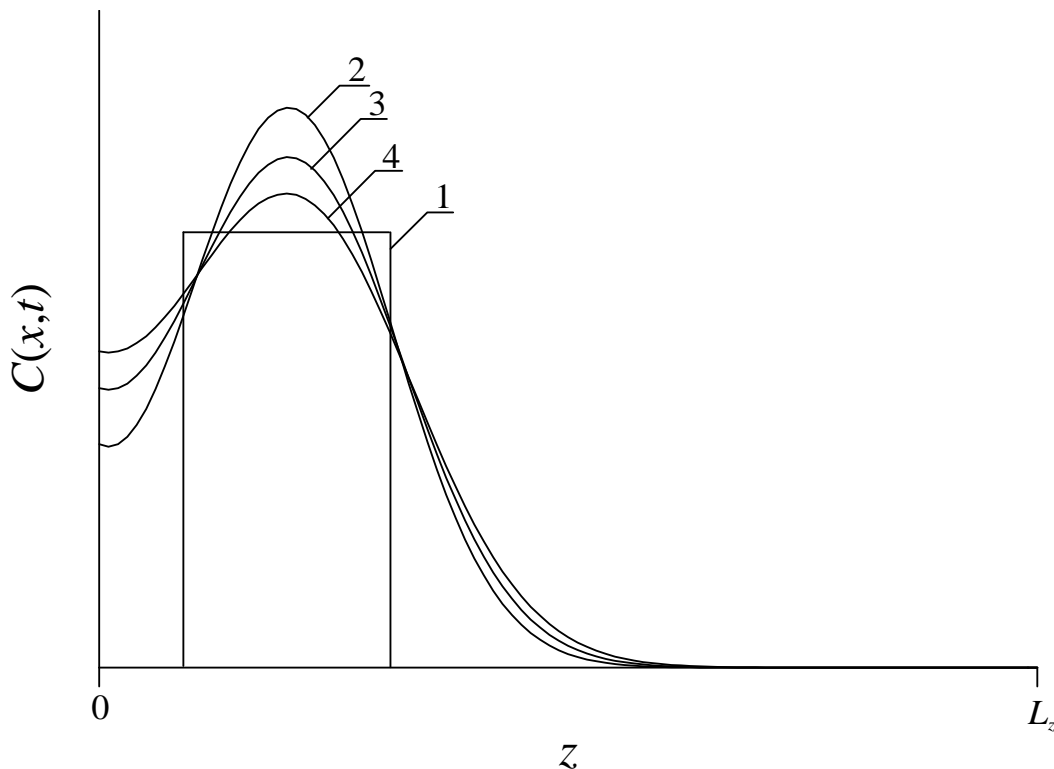


Рис.6. Пространственные распределение в МС<sub>i</sub> примеси. Кривая 1 - требуемое идеализированное распределение примеси. Кривые 2-4 – реальные распределения примеси в различные моменты времени (увеличение номера кривой соответствует увеличению длительности отжига).



Далее длительность отжига выбирается таким образом, что бы минимизировать среднеквадратичное отклонение аппроксимирующей функции от аппроксимируемой (таким образом, его можно считать также оптимальным). Зависимости оптимального времени отжига от различных параметров приведены на рис.7.

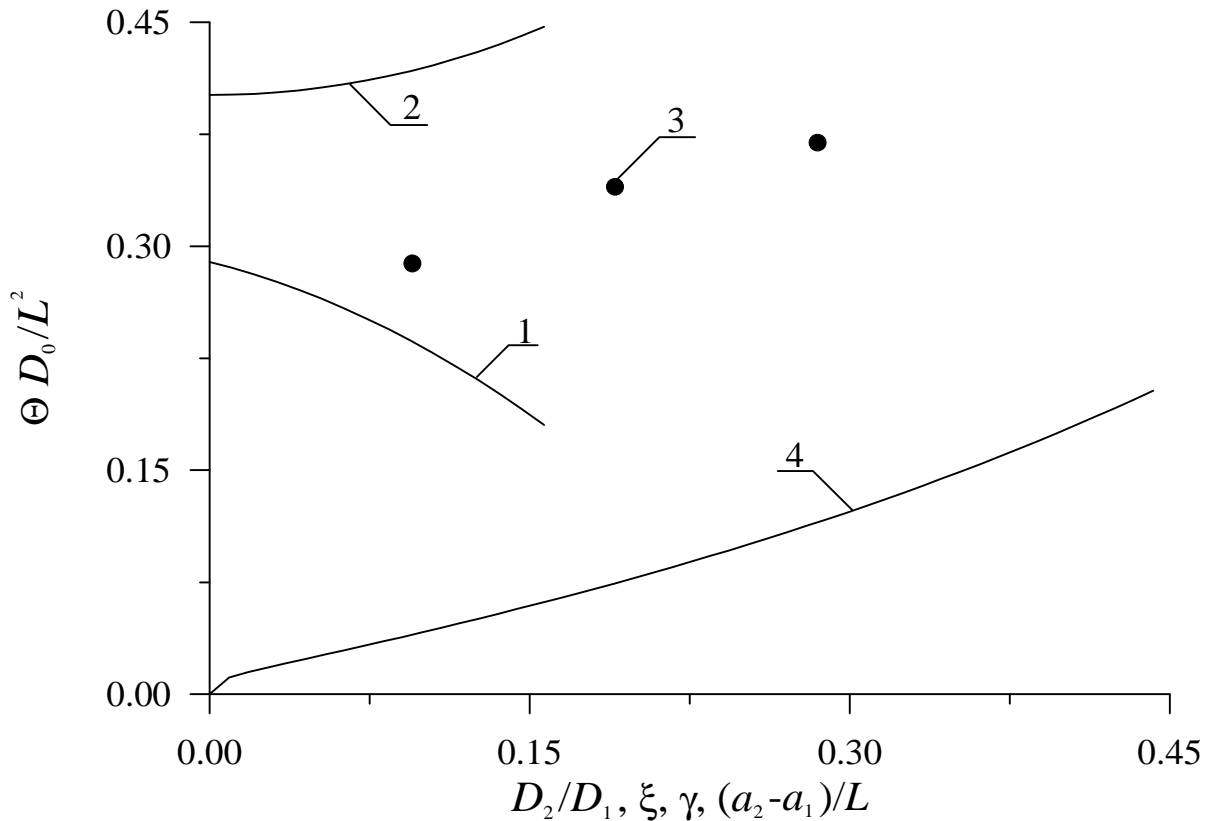


Рис.7. Зависимость безразмерного оптимального времени отжига примеси, полученного из условия минимума среднеквадратического отклонения, от различных параметров МС. Кривая 1 - зависимость времени отжига от отношения  $D_{L2}/D_{L1}$ , кривые 2 и 3 - зависимости времени отжига от параметров  $\xi$  и  $\gamma$ , кривая 4 - зависимость времени отжига от отношения  $(a_{2z}-a_{1z})/L_z$ .

Для МС<sub>2</sub> значения оптимальных времен отжига в ЭС<sub>2</sub> и ЭС<sub>4</sub> имеют аналогичную друг другу зависимость от параметров. Для того, чтобы компромисс между увеличением резкости *p-n*-переходов, сформированных в МС<sub>2</sub> на границах ЭС<sub>2</sub> и ЭС<sub>4</sub>, и равномерности распределения примеси в обогащенных ею областях был достигнут одновременно для всех *p-n*-переходов, необходимо выполнение следующих условий: (i) энергия ионов

примеси должна быть такой, чтобы центр их распределений находился в серединах соответствующих эпитаксиальных слоев; (ii) параметры  $MC_2$  не могут выбираться независимо друг от друга, а должны удовлетворять следующему соотношению  $(a_{4z}-a_{3z})^2/D_0 \sim (a_{2z}-a_{1z})^2/D_0$ .

*Заключение*

В данной работе предложен способ уменьшения пространственных размеров системы имплантационных  $p-n$ -переходов, входящих в состав транзисторных и тиристорных структур (уменьшение глубины залегания  $p-n$ -переходов, а также увеличение степени их интеграции в случае, когда они являются элементами ИС), сформированной в МС, путем выбора свойств данных структур и оптимизации длительности отжига.

Данная работа поддержана внутривузовским грантом на научные исследования и инновационную деятельность Нижегородского архитектурно-строительно-го госуниверситета в 2009 г. (приказ № 241) и грантом президента России (проект № МК-548.2010.2).

*Приложение*

Первое приближение пространственно-временного распределения температуры:

$$\begin{aligned}
 T_1(x, y, z, t) = & \frac{T_r}{4L} + \frac{1}{2L} \sum_{n=1}^{\infty} F_{nT}(t) g_{nT}(x, y, z, t) + \frac{1}{4LT_d^{\varphi+1}} \left( -\frac{\pi}{8L_x L} \int_0^t \int_{-L_y}^y \int_0^z \alpha_{ass}(x, v, w) \times \right. \\
 & \times \left[ \frac{T_r}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} F_{nT}(\tau) g_{nT}(x, v, w, \tau) \right] \left\{ \mu T_d^{\varphi} + \frac{1}{2^{\varphi}} \left[ \frac{T_r}{2} + \sum_{m=1}^{\infty} F_{mT}(\tau) g_m(x, v, w, \tau) e_{mT}(\tau) \right]^{\varphi} \times \right. \\
 & \times \left. \frac{1}{L^{\varphi}} \right\} \sum_{k=1}^{\infty} F_{kT}(\tau) g_{kT}(x, v, w, \tau) d w d v d \tau - \int_0^t \int_{-L_x}^x \int_{-L_y}^y \int_0^z \alpha_{ass}(u, v, w) \left\{ \mu T_d^{\varphi} + \frac{\varphi+1}{2^{\varphi} L^{\varphi}} \left[ \frac{T_r}{2} + \right. \right. \\
 & \left. \left. + \sum_{m=1}^{\infty} F_{mT}(\tau) g_{mT}(u, v, w, \tau) \right]^{\varphi} \right\} \left[ \sum_{n=1}^{\infty} n^2 F_{nT}(\tau) e_{nT}(\tau) s_{nx}(u) c_{ny}(v) c_{nz}(2w) \right]^2 d w d v d u d \tau \times
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \times \frac{\pi^2}{4L_x^2} - \varphi \frac{\mu \pi^2}{16L_x^2} \int_0^t \int_{-L_x}^x \int_0^z \alpha_{ass}(u, y, w) \left[ \sum_{n=1}^{\infty} n^2 F_{nT}(\tau) e_{nT}(\tau) s_{nx}(u) c_{ny}(y) c_{nz}(2w) \right]^2 d w d u d \tau \times \\
 & \times \left\{ \frac{T_d^\varphi}{L^2} - \frac{\pi^2(\varphi+1)}{2^{\varphi+2} L_y^2 L^\varphi} \int_0^t \int_{-L_x}^x \int_{-L_y}^y \int_0^z \alpha_{ass}(u, v, w) \left\{ \mu T_d^\varphi + \left[ \sum_{n=1}^{\infty} F_{nT}(\tau) g_{nT}(u, v, w, \tau) + \frac{T_r}{2} \right]^\varphi \right\} \times \right. \\
 & \times \left[ \sum_{n=1}^{\infty} n^2 F_{nT}(\tau) e_{nT}(\tau) c_{nx}(u) s_{ny}(v) c_{nz}(2w) \right]^2 d w d v d u d \tau - \int_0^t \int_{-L_x}^x \int_{-L_y}^y \int_0^z \alpha_{ass}(u, v, w) \times \\
 & \times \varphi \frac{\pi^2 \mu T_d^\varphi}{16L_y^2 L^2} \left[ \sum_{n=1}^{\infty} n^2 F_{nT}(\tau) g_{nT}(u, v, w, \tau) \right]^2 d w d v d u d \tau - \frac{1}{4L^2} \int_0^t \int_{-L_x}^x \int_0^z \alpha_{ass}(u, y, w) \times \\
 & \times \left\{ \frac{1}{2^\varphi L^\varphi} \left[ \frac{T_r}{2} + \sum_{m=1}^{\infty} F_{mT}(\tau) g_{mT}(u, y, w, \tau) \right]^\varphi + \mu T_d^\varphi \right\} \left[ \frac{T_r}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} F_{nT}(\tau) g_{nT}(u, y, w, \tau) \right] \times \\
 & \times \sum_{k=1}^{\infty} k F_{kT}(\tau) e_{kT}(\tau) c_{kx}(u) s_{ky}(y) c_{kz}(2w) d w d u d \tau - \frac{\pi^2}{4L^2} \int_0^t \int_{-L_x}^x \int_{-L_y}^y \int_0^z \alpha_{ass}(u, v, w) \times \\
 & \times \frac{1}{L_z^2} \left[ \sum_{m=1}^{\infty} m^2 F_{mT}(\tau) e_{mT}(\tau) c_{mx}(u) c_{my}(v) s_{mz}(2w) \right]^2 \left\{ \mu T_d^\varphi + \frac{\varphi+1}{2^\varphi L^\varphi} \left[ \frac{T_r}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} F_{nT}(\tau) \times \right. \right. \\
 & \times \left. \left. g_n(u, v, w, \tau) \right]^\varphi \right\} d w d v d u d \tau + \frac{1}{2LL_z} \sum_{m=10}^{\infty} \int_0^t \int_{-L_x}^x \int_{-L_y}^y \int_0^z g_{mT}(u, v, w, \tau) \alpha_{ass}(u, v, w) \times \\
 & \times F_{mT}(\tau) \left\{ \frac{1}{2^\varphi L^\varphi} \left[ \sum_{n=1}^{\infty} F_{nT}(\tau) g_{nT}(u, v, w, \tau) \right]^\varphi + \mu T_d^\varphi \right\} d w d v d u d \tau + \frac{1}{2^{\varphi+1} L^{\varphi+1}} \times
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \times \int_{0-L_x}^t \int_{-L_y}^x \int_0^y \int_0^z \left[ \frac{T_r}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} F_{nT}(\tau) g_n(u, v, w, \tau) \right]^{\varphi+1} \frac{p(u, v, w, \tau)}{c_{ass}} d w d v d u d \tau + \frac{1}{4L^2 L_z} \times \\ & \times \int_{0-L_x}^t \int_{-L_y}^x \int_0^y \alpha_{ass}(u, v, z) \left[ \frac{T_r}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} F_{nT}(\tau) g_n(u, v, z, \tau) \right] \left\{ \left[ \sum_{m=1}^{\infty} F_{mT}(\tau) g_{mT}(u, v, z, \tau) \right]^{\varphi} \times \right. \\ & \times \frac{1}{2^{\varphi} L^{\varphi}} + \mu T_d^{\varphi} \left. \sum_{k=1}^{\infty} k F_{kT}(\tau) g_{kT}(u, v, z, \tau) d v d u d \tau - \frac{1}{L^{\varphi+2} (\varphi+2)} \int_{-L_x}^x \int_{-L_y}^y \int_0^z \left[ \frac{T_r}{2} + \right. \right. \\ & \left. \left. + \sum_{n=1}^{\infty} F_{kT}(\tau) g_{kT}(u, v, w, t) \right]^{\varphi+2} d w d v d u \frac{1}{2^{\varphi+2}} + \Phi_T(x, y, z) \right\}. \end{aligned}$$

- [1] E.L. Pankratov // Phys. Rev. **B**. 2005. **V.72**, №7. P. 075201-075208.
- [2] E.L. Pankratov, B. Spagnolo // The Eur. Phys. J. **B**. 2005. **V.46**, №1. P. 15-19.
- [3] E.L. Pankratov // Phys. Lett. **A**. 2008. **V.372**, №11. P. 1897-1903.
- [4] Е.Л. Панкратов. // Журнал радиоэлектроники. 2007. №3. С.9-27.
- [5] В.Г. Гусев, Ю.М. Гусев. *Электроника*. М.: Высшая школа, 1991. 622с.
- [6] A.B. Grebene. *Bipolar and MOS analogous integrated circuit design*. New York, John Wiley and Sons, 1983, 894p.
- [7] З.Ю. Готра. *Технология микроэлектронных устройств*. - М.: Радио и связь. 1991. 528с.
- [8] Y.F. Chong, K.L. Pey, Y.F. Lu, A. T. S. Wee, T. Osipowicz, H. L. Seng, A. See, J.-Y. Dai // Appl. Phys. Lett. 2000. **V.77**, №19. P.2994.
- [9] С.Т. Шишияну, Т.С. Шишияну, С.К. Райлян // ФТП. 2002. **Т.36**. № 5. С. 611-617.
- [10] З.Д. Ковалюк, О.А. Политанская, П.Г. Литовченко, В.Ф. Ластовецкий, О.П. Литовченко, В.К. Дубовой, Л.А. Поливцев // Письма в ЖТФ. 2007. **Т.33**, №18. С. 14.
- [11] J. Park, Y. Nuh, H. Hwang, Appl.Phys.Lett. // 1999. **V.74**, №9. P.1248.
- [12] E.L. Pankratov. // J. Phys. D. **V.41**, №11. P. 115105.
- [13] E.L. Pankratov, J.Appl.Phys // 2008. **V.103**, №6. P. 064320.

- [14] K.K. Ong, K.L. Pey, P.S. Lee, A.T.S. Wee, X.C. Wang, Y.F. Chong // Appl. Phys. Lett. 2006 **V.89**. № 17. 172111.
- [15] E.D. Tsagarakis, C. Lew, M.O. Thompson, E.P. Giannelis // Appl. Phys. Lett. 2006. **V.89**. № 20. 202910.
- [16] В.И. Мажукин, В.В.Носов, U. Semmler // Математическое моделирование. 2000. **Т.12**. №2. С. 75.
- [17] Е.И. Зорин, П.В. Павлов, Д.И. Тетельбаум. *Ионное легирование полупроводников*. М.: Энергия. 1975. 130 с.
- [18] H. Ryssel, I. Ruge. *Ion implantation*. В.G. Teubner, Stuttgart. 1978. 360 с.
- [19] P.M. Fahey, P.B. Griffin, J.D. Plummer // Rev. Mod. Phys. 1989. **V.61**. № 2. P. 289-388.
- [20] К.В. Шалимова. *Физика полупроводников*. М.: Энергоатомиздат, 1985. 391 с.
- [21] Ю.Д. Соколов // Прикладная Механика. 1955. **Т.1**, С. 23-35.
- [22] E.L. Pankratov // The Eur. Phys. J. **В**. 2007. **V.57**, №3. P. 251-256.