

DOI: <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2023.6.1>

УДК: 621.396 : 521.19

ВВЕДЕНИЕ В ТЕОРИЮ СТАТИСТИЧЕСКОЙ МОДУЛЯЦИИ

Ю.М. Вешкурцев

Институт радиоэлектроники, сервиса и диагностики
644077, г. Омск, проспект Мира, 57

Статья поступила в редакцию 21 февраля 2023 г.

Аннотация. С использованием новых знаний и моделей известных сигналов с амплитудной манипуляцией (ASK – Amplitude Shift Keying) строится статистическая теория проектирования перспективных модемов. Целью данной работы является изложение основ статистической теории с использованием элементов теории вероятности и математической статистики. В основу статистической теории положена характеристическая функция Ляпунова стохастического сигнала, который в статистической радиотехнике называют квазидетерминированным колебанием. Предложено рассматривать характеристическую функцию Ляпунова квазидетерминированного сигнала с ASK, которая одновременно с амплитудой колебания модулирована телеграфным сообщением. С учетом модуляции характеристической функции Ляпунова принято решение исследовать далее сигнал ASK с позиций так называемой статистической модуляции (SSK – Statistical Shift Keying), поскольку достоинства нового метода модуляции по прогнозу значительно повысят показатели предлагаемого модема, построенного на базе структуры модема ASK. В модеме ASK исключен старый демодулятор и установлен запатентованный демодулятор для приема сигналов SSK с использованием оценок реальной и мнимой частей характеристической функции Ляпунова. Сделан анализ энергетических показателей и помехоустойчивости нового модема. В результате применения впервые свойств характеристической функции Ляпунова повышена

на десять порядков помехоустойчивость цифровой системы с амплитудной манипуляцией путем включения в её состав перспективного модема и получен при этом энергетический выигрыш 10 дБ по сравнению с QPSK или 13 дБ по сравнению с ASK.

Ключевые слова: амплитудная манипуляция, характеристическая функция Ляпунова, статистическая модуляция, демодулятор, модем, помехоустойчивость, отношение сигнал/шум.

Автор для переписки: Вешкурцев Юрий Михайлович, vym1940@mail.ru

Введение

Данная работа является продолжением построения теории нового метода модуляции случайного сигнала [1]. Классические виды модуляции типа АМ, ЧМ, ФМ предложены столетие назад и теоретически подробно описаны в разных источниках [2-3]. Классическая теория модуляции была построена на постулате, согласно которому высокочастотный сигнал признавался детерминированным колебанием. Однако на практике такого колебания не существует, а физические источники высокочастотных сигналов имеют флуктуации амплитуды, фазы, частоты [4], которые не учитываются при построении классической теории модуляции. И, как результат этого, помехоустойчивость АМ, ЧМ, ФМ на практике получилась хуже расчетной [5-8], причем модуляция АМ самая не помехоустойчивая [9]. То же самое можно сказать об амплитудной манипуляции, которую применяют в цифровых системах разного назначения. Для повышения помехоустойчивости ASK предлагаем альтернативный вариант, а именно – заменить высокочастотный сигнал другим колебанием, имеющим вероятностные характеристики, и рассматривать вариант модуляции характеристической функции Ляпунова или, в сокращенном варианте, просто функции Ляпунова, т.к. эту функцию довольно часто используют в прикладных исследованиях [10-12]. Новую модуляцию далее будем называть SSK – statistical shift keying. Этот вид модуляции появился сравнительно недавно [13,14] и существенно прогрессивнее классических АМ, ЧМ, ФМ. Для реализации SSK

модулятор, разработанный ранее для получения ASK сигнала, предлагаем оставить без изменений, а демодулятор сигнала SSK построить на основе следующих теоретических положений.

1. Модель и характеристики колебания

Пусть математическая модель SSK сигнала имеет вид

$$u_1(t) = [s(t) \times U_0] \sin(\omega_0 t + \eta), \quad (1)$$

где U_0 , ω_0 – постоянные амплитуда и круговая частота сигнала; $s(t)$ – дискретное сообщение или телеграфный сигнал, представляющий собой последовательность логических «0» и «1»; η – случайный начальный угол сдвига фаз с равномерным законом распределения в пределах $-\pi \dots +\pi$. Вид сигнала (1) показан на рис. 1 совместно с телеграфным сообщением, где T – длительность логического «0» и логической «1». Алгоритм формирования и описание радиоимпульсов, в том числе спектральных и энергетических характеристик таких колебаний, подробно изложены в научной и учебной литературе.

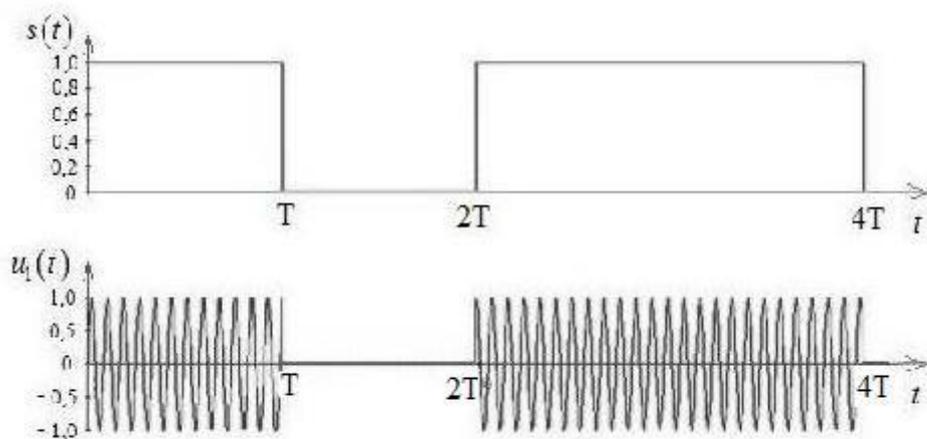


Рис. 1. Видео и радио - импульсы

Высокочастотное заполнение радиоимпульсов есть квазидетерминированный сигнал [15, с.473]z6

$$u(t) = U_0 \sin(\omega_0 t + \eta), \quad (2)$$

с законом распределения арксинус. Сигнал (2) достаточно хорошо изучен в статистической радиотехнике, там представлены все его вероятностные характеристики. В частности, функция Ляпунова равна

$$\Theta_1(V_m) = m_1 \{ \exp(jV_m u(t)) \} = A(V_m) + jB(V_m) = J_0(V_m U_0), \quad (3)$$

где $A(V_m)$, $B(V_m)$ – реальная и мнимая части функции Ляпунова соответственно; V_m – параметр функции; $m_1\{\}$ – оператор математического ожидания; $J_0(\cdot)$ – функция Бесселя нулевого порядка первого рода. Здесь и далее индекс 1 обозначает одномерную функцию. Прикладной анализ функции Ляпунова выполнен в работе [16], она имеет следующие свойства: ограничена, измерима, фильтрует шум, имеет значения $\Theta_1(0)=1$, $\Theta_1(-\infty)=0$, $\Theta_1(\infty)=0$. Параметр функции $V_m = 0 \dots \pm\infty$. Для сигнала (1) функция Ляпунова – это вещественная функция, потому что мнимая часть её равна нулю, т.е.

$$A(V_m, t) = J_0(V_m U_0 \cdot s(t)), \quad B(V_m, t) = 0. \quad (4)$$

Реальная часть функции Ляпунова при модуляции телеграфным сигналом $s(t)$ зависит от времени, от параметра функции V_m и от амплитуды сигнала. Когда $s(t) = 0$, то амплитуда радиоимпульса равна нулю. Тогда имеем $A(V_m, t) = J_0(0) = 1$. При $s(t) = 1$, амплитуде сигнала (1) $U_0 = 1,5$ и значении $V_m = 1$ получим $A(1, t) = J_0(1,5) = 0,5118$. При таком алгоритме модуляции характеристическая функция (х.ф.) Ляпунова изменяется в 1,9539 раза и не позволяет построить модем с хорошими показателями эффективности [1]. Если задать амплитуду сигнала $U_0 = 1,2$, а параметр х.ф. $V_m = 2$, то при тех же самых условиях значения функции Ляпунова изменяются в 400 раз. В работе [1] такой алгоритм модуляции называют оптимальным. Однако это не предел, т.к. функция Бесселя нулевого порядка имеет отрицательные значения. Например, значение х.ф. $A(2, t) = J_0(2 \times 1,5) = -0,2601$ много меньше нуля. Учитывая значение ноль, можно говорить, что в положительной области х.ф. изменяется в бесконечно большое число раз. Таким образом, одновременно с амплитудой сигнала (1) в соответствии с последовательностью логических «0» и «1» в бесконечно

большое число раз скачкообразно изменяется функция Ляпунова. Следовательно, можно говорить о дальнейшем совершенствовании оптимального алгоритма модуляции функции Ляпунова по сравнению с известным алгоритмом [1] и демодулятора сигналов SSK.

При разработке демодулятора с положительным значением порога можно скачкообразное изменение функции Ляпунова в бесконечно большое число раз и критерий Котельникова – Зигерта использовать для повышения на несколько порядков достоверности при определении логического «0» и логической «1». Известные положения статистической теории принятия решений применены далее при построении демодулятора.

2. Демодулятор сигнала SSK

Описание построения модуляторов и демодуляторов сигналов SSK приведено в работах [1,17,18]. Для краткого изложения и понимания материала ниже приводятся основные результаты этих работ.

На демодулятор поступает сигнал SSK вида рис. 1. Повторим, функция Ляпунова такого сигнала зависит от передачи элементов типа логический «0» или логическая «1». Для демодуляции сигнала SSK запатентован способ [17]. В способе используют функцию Ляпунова, тригонометрическую функцию косинус и сравнение с порогом. Способ заключается в перемножении дискретных мгновенных значений сигнала с параметром функции Ляпунова и функциональном преобразовании произведений в значения функции косинуса, которые накапливаются в сумматоре и усредняются при поступлении соответствующей команды. Затем результат сравнивается с порогом по алгоритму: если $\hat{A}(V_m, t) \geq \Pi_{2k} = KP$, то решают, что принята логическая «1»; если $\hat{A}(V_m, t) < KP$, то решают, что принят логический «0». Здесь $\hat{A}(V_m, t)$ – оценка реальной части функции Ляпунова; K – вариативный коэффициент; Π – порог; Π_{2k} – порог порогового устройства. Порог равен $\Pi = J_0(V_m U_0) = J_0(0) = 1$ при значении $V_m = 1$ и $U_0 = 0$.

Обратим внимание на вариативный коэффициент. С его помощью можно настраивать демодулятор подобно музыкальному инструменту. Можно

повышать его помехоустойчивость для слабых сигналов, понижая при этом помехоустойчивость для сильных сигналов, или наоборот. Этому способствует свойство функции Ляпунова [18].

Структурная схема демодулятора радиоимпульсного сигнала приведена на рис. 2, а полное описание схемы и сигнала – в монографии [18]. Попутно заметим, что в радиоимпульсном сигнале высокочастотное колебание (2) можно заменить другим из класса известных квазидетерминированных сигналов [18]. Демодулятор измеряет значение оценки реальной части функции Ляпунова в соответствии с уравнением:

$$\hat{A}(V_m, t) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \cos[V_m u_1(k\Delta t)], \quad (5)$$

где N – объем выборки дискретных мгновенных значений сигнала (1); значение $V_m = 1$.

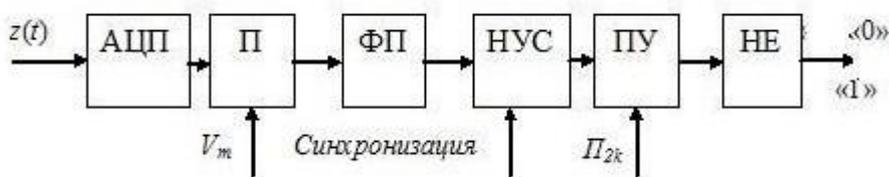


Рис. 2 Демодулятор: АЦП – аналого-цифровой преобразователь; П – перемножитель; ФП – функциональный преобразователь косинус; НУС – накапливающий усредняющий сумматор; ПУ – пороговое устройство; НЕ – инвертор

По сравнению с фундаментальным определением (3) в уравнении измерения (5) оператор математического ожидания заменен идеальным сумматором и, как результат этого, получаем оценку функции Ляпунова. В результате применения простого оператора усреднения имеем оценки х.ф., обозначенные сверху дополнительным значком. Исследования оценки реальной части функции Ляпунова показали [16], что при $N \rightarrow \infty$ она асимптотически состоятельна, эффективна, не смещена, т.е. свойства оценки приближаются к фундаментальным свойствам. Следовательно, значение оценки (5) с некоторой погрешностью будет равно значению функции Ляпунова (4).

3. Основные соотношения

В структуру модема включены известные амплитудные модуляторы и демодулятор нового типа (рис. 2). На вход схемы (рис. 2) поступает аддитивная смесь сигнала (1) и «белого» шума:

$$z(t) = u_1(t) + n(t), \quad (6)$$

где $n(t)$ – «белый» шум с дисперсией σ_u^2 , у которого функция Ляпунова равна [16]:

$$\Theta_1(V_m) = \exp\left(-\frac{1}{2}V_m^2\sigma_u^2\right). \quad (7)$$

Подобно (3) функция Ляпунова (7) – это вещественная функция, мнимая часть которой равна нулю. Воспользуемся свойством функции Ляпунова применительно к сумме непрерывных независимых сигналов (6), и определим

$$A(V_m, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \cos z W_1(z) dz = J_0(V_m U_0) \exp\left(-\frac{1}{2}V_m^2\sigma_u^2\right), \quad (8)$$

где $W_1(z)$ – плотность вероятностей аддитивной смеси (6); σ_u^2 – дисперсия (средняя мощность) шума. Используя выражение (8), вычислим функцию Ляпунова аддитивной смеси (6) при значении $V_m = 1$ и $s(t) = 1$, в результате чего получим:

$$A(1, t) = J_0(\sigma_c \sqrt{2}) \exp\left(-\frac{\sigma_c^2}{2h^2}\right), \quad (9)$$

где $h^2 = \sigma_c^2 / \sigma_u^2$ – отношение сигнал/шум; $\sigma_c^2 = U_0^2 / 2$ – дисперсия квазидетерминированного сигнала (2). Аналогично (9) при значении $V_m = 1$ и $s(t) = 0$ будем иметь:

$$A(1, t) = J_0(0) \exp\left(-\frac{\sigma_u^2}{2}\right) = \exp\left(-\frac{\sigma_c^2}{2h^2}\right). \quad (10)$$

Выражения (9, 10) позволяют рассчитать точные значения функции Ляпунова аддитивной смеси (6), в то время как уравнение (5) дает всего лишь оценку функции, если в него вместо сигнала (1) подставить аддитивную смесь (6). По-другому, можно сказать так: демодулятор измеряет значение оценки

характеристической функции аддитивной смеси. В табл. 1 представлены данные вычислений по формулам (9, 10) при значении $\sigma_c^2 = 1,28$ и $V_m = 1$.

Таблица 1. Значения функции Ляпунова

$A(1,t)$	$s(t) = 1$	0,0017	0,24	0,4	0,428	0,432
	$s(t) = 0$	0,0008	0,5273	0,8781	0,94	0,9704
h^2		0,1	1,0	5,0	10	20

4. Помехоустойчивость модема

Спектральные показатели нового модема остались прежними, поскольку модуляция сигнала в амплитудном модуляторе не отличается от классической. На данном этапе преобразования сигнала (2) модуляция SSK совпадает с модуляцией ASK. Однако помехоустойчивость и энергетические показатели модема при использовании нового метода модуляции стали другими.

Методика анализа помехоустойчивости модема разработана ранее в работе [18]. Запишем исходные данные. Пусть порог в схеме демодулятора рис. 2 $\Pi_{2k} = 0,5$, а погрешность измерения оценки (5) по данным работы [16] составляет $\sigma_A = 0,01$. Тогда интервал L_A между точным значением функции Ляпунова, записанным в табл. 1, и порогом Π_{2k} будет $L_A = 0,26$ при значении $h^2 = 1,0$ и $s(t) = 1$. При разных значениях переменных $h^2, s(t)$ интервал L_A меняется. Далее используем правило трех сигм, т. е. определяем отношение L_A / σ_A , и рассчитываем вероятность ошибок модема в соответствии с методикой [18]. Результаты вычислений сведены в табл. 2.

Вероятность ошибок модемов с помощью графиков представлена на рис. 3. Кривая 1 построена для ASK по данным из работы [13, с.478], кривые 2, 3, 4 – соответственно для 4- QAM, QPSK, 2- QAM по данным из работы [19,20], кривая 5 – для SSK по данным из табл. 2. Разница между кривыми 4, 5 на интервале $0,1 \leq h^2 \leq 10$ превышает десять порядков, причем выигрыш в помехоустойчивости принадлежит SSK, и он существенно сокращается при повышении мощности сигнала. Выходит, модуляция SSK больше подходит для слабых сигналов.

Таблица 2. Вероятность ошибок разных модемов

Вероятность ошибок нового модема для приема SSK	0,5	$3,6 \cdot 10^{-5}$	$1,2 \cdot 10^{-25}$	$8,2 \cdot 10^{-23}$
Вероятность ошибок известного модема для приема 4-QAM	0,19	$8 \cdot 10^{-2}$	$4,6 \cdot 10^{-4}$	$1,5 \cdot 10^{-6}$
Вероятность ошибок модема для приема QPSK	0,5	0,1	$1 \cdot 10^{-5}$	$1 \cdot 10^{-10}$
Отношение по мощности сигнал/шум	0,1	1,0	10	20

Построение кривой 5 на участке $5 \leq h^2 \leq 20$ отличается от кривых 1–4. Разница объясняется следующим. В нелинейном демодуляторе рис. 2 при использовании характеристической функции и аддитивной смеси возможен стохастический резонанс [21]. Теоретически при стохастическом резонансе наблюдается исток через поле энергии шума в сигнал [22]. При этом абсцисса значением $h^2 = 10$ будет полюсом так называемой «бесконечно малой ошибки», вероятность которой стремится к нулю. После полюса ошибки растут.

Сравнение помехоустойчивости новой модели модема с помехоустойчивостью известного устройства, в котором применена 4-QAM, показывает энергетический выигрыш 13 дБ на уровне вероятности ошибок $1 \cdot 10^{-6}$. Модуляция SSK энергетически более эффективна, чем модуляция QAM или модуляция QPSK, поэтому она перспективна.

Новые знания о функции Ляпунова позволяют улучшить, как минимум, на десять порядков помехоустойчивость модемов будущего поколения по сравнению с модемами с квадратурной амплитудной и квадратурной фазовой манипуляцией, занимающих авангардные позиции на данный момент. Статистическое моделирование демодулятора проведено [23]. Моделирование подтвердило результаты теоретического анализа помехоустойчивости демодулятора.

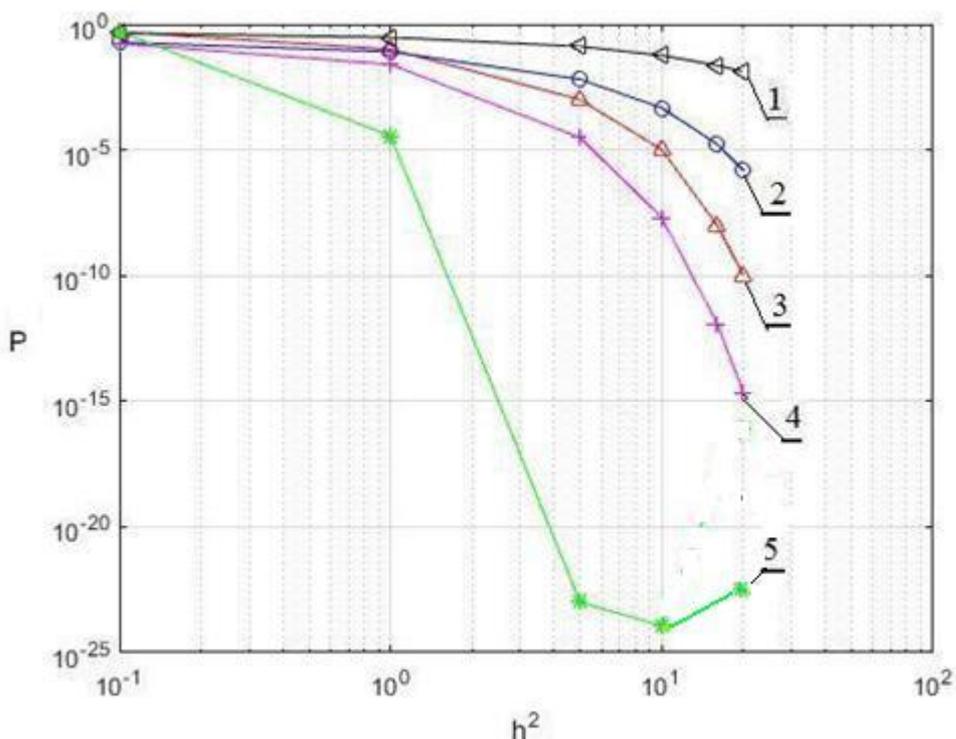


Рис. 3. Вероятность ошибок разных модемов

Заключение

Введение в статистическую модуляцию сделано с помощью амплитудной модуляции квазидетерминированного сигнала, поскольку это самый простой и наглядный вариант. В известном модуляторе помимо преобразования амплитуды высокочастотного сигнала установлено изменение характеристической функции Ляпунова синхронно с модулирующим телеграфным сообщением. Это явление использовано для описания нового метода модуляции с названием SSK. Для приема сигналов SSK запатентован демодулятор. Анализ помехоустойчивости модема для приема сигналов SSK в канале с шумами показал энергетический выигрыш 13 дБ на уровне вероятности ошибок $1 \cdot 10^{-6}$ по сравнению с 4-QAM. Модуляция SSK энергетически более эффективна, чем модуляция QAM или модуляция QPSK и реализуется значительно проще, т.к. существующие цифровые системы разного назначения с ASK остаются без изменения и дополняются только новым демодулятором.

Литература

1. Вешкурцев Ю.М. Обобщение теории нового метода модуляции и демодуляции случайного сигнала. *Журнал радиоэлектроники* [электронный журнал]. 2022. №12. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2022.12.8>
2. Журавлев В.И., Руднев А.Н. *Цифровая фазовая модуляция*. Москва, Радиотехника. 2012. 208 с.
3. Петрович Н.Т. *Передача дискретной информации в каналах с фазовой манипуляцией*. Москва, Советское радио. 1965. 263 с.
4. Берштейн И.Л. Флуктуации амплитуды и фазы лампового генератора. *Известия АН СССР. Сер. Физическая*. 1950. №2. С.146-173.
5. Беккиев А.Ю., Борисов В.И. Оценка помехозащищенности каналов радиосвязи в условиях действия помех от средств радиоэлектронной борьбы. *Радиотехника и электроника*. 2019. Т.64. №9. С.891-901.
6. Бучинский Д.И., Вознюк В.В., Фомин А.В. Исследование приемника сигналов с многопозиционной фазовой манипуляцией к воздействию помех с различной структурой. *Труды Военно-космической академии им. А.Ф. Можайского*. 2019. №671. С.120-127.
7. Волхонская Е.В., Коротей Е.В., Власова К.В., Рушко М.В. Модельное исследование помехоустойчивости приема радиосигналов с QPSK, BPSK, 8PSK и DBPSK. *Известия КГТУ*. 2017. №46. С.165-174.
8. Абед А.Х., Жуков В.М. Анализ помехоустойчивости радиостанции при воздействии организованных помех. *Вестник Тамбовского государственного технического университета*. 2016. Т.22. №1. С.53-57.
9. Куликов Г.В., Лелюх А.А., Граченко Е.Н. Помехоустойчивость когерентного приемника сигналов с квадратурной амплитудной манипуляцией при наличии ретранслированной помехи. *Радиотехника и электроника*. 2020. Т.65. №8. С.804-808.
10. Паршин В.С. Распознавание случайных сигналов при использовании в качестве признаков выборочных характеристических функций. *Цифровая обработка сигналов*. 2019. №2. С.29-34.

11. Костюков В.Н., Науменко А.П., Кудрявцева И.С. Оценка модуля характеристической функции виброакустического сигнала при заданном параметре для предельных состояний объекта диагностирования. *Динамика систем, механизмов и машин*. 2017. Т.5. №4. С.239-244.
12. Компанец О.Е. Аппроксимация вероятностных характеристик случайных процессов в рамках метода характеристической функции. *В сб.: Наука, Технологии, Инновации*. 2016. С.34-36.
13. Парфенов В.И. Исследование системы передачи информации, основанной на манипуляции коэффициентом эксцесса стохастического процесса. *XIII Международная научная конференция «Радиолокация, навигация, связь»*. Воронеж, ВГУ. 2007. Т.1. С.436-444.
14. Парфенов В.И., Сергеева Е.В. Применение дискриминантной процедуры при синтезе и анализе телекоммуникационной системы, основанной на манипуляции статистическими характеристиками случайного процесса. *Вестник Воронежского государственного университета: физика, математика*. 2008. №1. С.70-74.
15. Тихонов В.И. *Статистическая радиотехника*. Москва, Сов. Радио. 1966. 678 с.
16. Вешкурцев Ю.М. *Прикладной анализ характеристической функции случайных процессов: монография*. Москва, Радио и связь. 2003. 204 с.
17. Патент РФ 2626332. Вешкурцев Ю.М., Вешкурцев Н.Д., Алгазин Е.И. *Способ демодуляции сигнала*. Дата заявки: 27. 07. 2016. Дата публикации: 26.07.2017. 5 с. URL: https://i.moscow/patents/ru2626332c1_20170726
18. Вешкурцев Ю.М. *Основы теории построения модемов нового поколения: монография*. Новосибирск, Изд-во ООО «СибАК». 2020. 184 с.
19. Звонарев В.В., Попов А.С. Методика расчета потенциальной помехоустойчивости оптимального когерентного приема многопозиционного фазоманипулированного радиосигнала с белым шумом. *Радиотехника*. 2019. Т.83. №4. С.79-83.

20. Песков С.Н., Ищенко А.Е. Расчет вероятности ошибки в цифровых каналах связи. *Теле – Спутник*. 2010. №11. С.70-75.
21. Вешкурцев Ю.М., Вешкурцев Н.Д., Титов Д.А. Фильтрация в пространстве вероятностей аддитивной смеси нецентрированного квазидетерминированного сигнала и шума. *Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика*. 2018. №3. С.18-23.
22. Анищенко В.С., Нейман А.Б., Мосс Ф., Шиманский-Гайер Л. Стохастический резонанс как индуцированный шумом эффект увеличения степени порядка. *Успехи физических наук*. 1999. Т.169. №1. С.7-38.
23. Вешкурцев Ю.М., Титов Д.А. Исследование модели модема сигналов с новой модуляцией. *Теория и техника радиосвязи*. 2021. №3. С.23-29.

Для цитирования:

Вешкурцев Ю.М. Введение в теорию статистической модуляции. *Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]*. 2023. №6. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2023.6.1>