

DOI: <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2023.6.2>

УДК: 53.083.2; 53.082.73; 534.13

ЭФФЕКТ УВЕЛИЧЕНИЯ ПЬЕЗОМОДУЛЕЙ НАЧАЛЬНО СЖАТОГО ГИБКОГО БИМОРФА

А.А. Паньков

Пермский национальный исследовательский политехнический университет
614990, г. Пермь, Комсомольский пр-кт, д. 29

Статья поступила в редакцию 20 марта 2023 г.

Аннотация. Объект исследования - гибкие пьезоэлектрические биморфы стержневого и мембранного типов, состоящие из двух или более однородных пьезоэлектрических слоев (пленок) равной толщины с одинаковой или противоположенной поляризацией, межслойных и наружных электродов – электродированных покрытий. Рассмотрено решение актуальной задачи – повышение рабочих характеристик гибких пьезоэлектрических биморфов для более эффективного их использования в качестве генераторов электрической энергии, датчиков и актюаторов – преобразователей управляющих электрических сигналов в перемещение рабочих поверхностей для манипулирования или сборки микромасштабных объектов. Исследованы закономерности влияния величины начальной продольной нагрузки, приложенной к торцам биморфного стержня или равномерно распределенной по внешнему круговому контуру (периметру) биморфной круглой мембраны, на результирующие значения рабочих характеристик для гибких пьезоэлектрических биморфов стержневого и мембранного типов соответственно. Считаем, что величина продольной силы, приложенной к подвижному торцу стержневого биморфа или к внешнему периметру мембраны, не изменяется во времени и не превышает соответствующее значение силы

потери устойчивости с учетом консольного или шарнирного закрепления биморфа. Поэтому, имеем переменные разнонаправленные направления изгиба биморфа при приложении к электродам переменного управляющего электрического напряжения, т. е. при смене знака управляющего электрического напряжения направление изгиба (блокирующей силы) также меняется на противоположное и после «выключения» управляющего электрического напряжения биморф возвращается из изогнутого в первоначальное прямолинейное состояние. Получены аналитические решения для деформационных полей: прогибов и углов поворота рабочих поперечных сечений гибких пьезоэлектрических биморфов с использованием известной «гипотезы плоских сечений» и метода интегралов Мора сопротивления материалов. Выявлен и изучен эффект увеличения результирующих прогибов и блокирующих сил гибких пьезоэлектрических биморфов, обусловленный действием начальной сжимающей нагрузки. Результаты численного моделирования получены для гибкого стержневого биморфа из слоев пьезокерамики ЦТС, эффективные деформационные характеристики которого были определены из решения обратной задачи по результатам работ других авторов. Рассмотрены случаи консольного и шарнирного закреплений торцов стержневого биморфа. Установлено, что величина блокирующего усилия для биморфа в виде шарнирной балки значительно превосходит таковую для биморфа в виде консоли, при этом действие продольной сжимающей силы линейно увеличивает величину прогиба и блокирующего усилия биморфа.

Ключевые слова: пьезоэффект, гибкий биморф, управляемый изгиб, стержень, мембрана, начальное сжатие, численное моделирование.

Финансирование: Результаты получены при выполнении государственного задания Министерства науки и высшего образования Российской Федерации на выполнение фундаментальных научных исследований (проект № FSNM-2023-0006).

Автор для переписки: Паньков Андрей Анатольевич, a_a_pankov@mail.ru

Введение

Пьезоактивные композиты с пьезоэлектрическими и/или магнитострикционными элементами структуры используются в современных «интеллектуальных» конструкциях в качестве функциональных элементов: преобразователей, датчиков, актюаторов [1-5], функционирующих на основе эффектов связанностей деформационного, электрического и/или магнитного полей. Пьезоэлектрические датчики работают в режиме генератора на основе прямого пьезоэффекта с преобразованием внешнего динамического усилия в деформирование пьезоэлемента и, далее, в электрические сигналы напряжения или заряда на электродах с их последующей регистрацией и обработкой приемным устройством. Пьезоэлектрические актюаторы основаны на обратном пьезоэффекте – преобразовании электрических сигналов от внешнего источника питания в перемещения (деформации) и/или механические усилия исполнительных элементов. Математическое моделирование свойств и поведения пьезоактивных композитов основывается на постановке и решении связанных краевых задач электромагнитотермоупругости для микронеоднородной представительной области с использованием методов механики композитов [6-10]. Изучение закономерностей и эффектов влияния начального напряженного состояния на микро- и макроуровнях структурно-неоднородного материала на его результирующие эффективные физико-механические свойства – одна из задач механики композитов [11-20]. В [19,21,22] линеаризованный подход теории упругости для тела с начальным напряженным состоянием обобщен на электроупругие [19, 21] и магнитоэлектроупругие [22] пьезокомпозиты.

Гибкие биморфные пьезоэлектрические слоистые структуры (биморфы) консольного или мембранного типов состоят из двух или более однородных пьезоэлектрических слоев (пластин, пленок) равной толщины с одинаковой или противоположенной поляризацией, внутренних (межслойных) и наружных электродов [23-30]. Гибкие биморфы используются в качестве генераторов электрической энергии [26,31-35], датчиков [25,36,37] и «актюаторов» –

пьезоэлектрических преобразователей электрических сигналов от источника питания в движение (микродвижение), манипулирования или сборки микромасштабных объектов [24,25,27,30,38-46], в частности, пьезоэлектрических шаговых двигателей [39], микрозахватов [41], элементов управления геометрией отражающих [30] или аэродинамических [44,46] поверхностей в современных микроэлектромеханических системах (МЭМС), системах автоматического управления радиотехники, электроники, оптики, аэрокосмической и медицинской техники. Гибкий биморфный пьезокантилевер [24,40] работает как исполнительный механизм (актюатор) и, одновременно, как датчик самоконтроля – мониторинга информации о текущем значении, действующей на кантилевер внешней силы и/или смещения (прогиба). Многослойные гибкие биморфы [30] используют для повышения чувствительности – отношения величины изгибных деформаций биморфа к приложенному на электроды управляющему электрическому напряжению, в частности, когда отражающая поверхность деформируемого зеркала расположена на внешней стороне одного из слоев биморфа [30]. Пьезоактюатор с управляемой жесткостью на изгиб [47] представляет собой многослойный пакет из элементарных биморфных слоев с управляемой механической связанностью между смежными слоями. Достижение результирующего значения квазистатической изгибной деформации актюатора [47] осуществляется в резонансном изгибно-колебательном режиме – циклическом чередовании «активной» (в требуемом направлении изгиба) и «реактивной» (в обратном направлении) фаз в условиях малой и большой связанности элементарных слоев, т. е. при малой и большой результирующей изгибной жесткости многослойного пакета актюатора соответственно. Эффект увеличения пьезоэлектрических модулей предварительно напряженных пластинчатых пьезоэлектрических элементов исследован в [46,48,49]. Повышение пьезочувствительности биморфа в составе конструкции, когда биморф закрепляют на поверхности гибкой подложки, например, элементе конструкции – обшивке аэродинамического

профиля лопасти [46] осуществляется посредством начального сжатия гибкой подложки.

Цель – изучение эффекта влияния начального напряженного состояния – сжимающих продольных и мембранных напряжений на увеличение результирующих значений изгибных деформационных и силовых (блокирующих) характеристик гибких актюаторов – биморфов консольного и мембранного типов [48].

1. Управляемый изгиб начально сжатого биморфа

Рассмотрим управляемый изгиб в плоскости r_1r_2 начально сжатого прямолинейного длиной l_a стержневого биморфа в виде консоли (рис. 1а) или балки на шарнирных (подвижной и неподвижной) опорах (рис. 1б) с прямоугольным поперечным сечением шириной b , толщиной h_a . Изгиб инициируется действием на электроды биморфа управляющего электрического напряжения $U_{упр}$. Первоначально продольная центральная ось биморфа расположена на координатной оси r_1 . Взаимопротивоположные направления поляризации двух пьезоэлектрических слоев биморфа коллинеарны поперечной оси r_2 . Знак электрического напряжения $U_{упр}$ и его абсолютное значение определяют направление и величину изгиба продольной оси биморфа соответственно.

При приложении к электродам биморфа управляющего электрического напряжения $U_{упр}$ продольная ось биморфа (рис. 1) искривляется по дуге с радиусом R , величина которого:

$$R = \frac{E_a^* J_a}{k_M U_{упр}} \quad (1)$$

Найдена с использованием эквивалентной расчетной схемы – чистого изгиба стержня сосредоточенными на его концах противоположно направленными моментами величиной $M = k_M U_{упр}$, где характеристики биморфа: k_M – коэффициент пропорциональности (который далее найдем из решения обратной задачи), E_a^* – эффективный продольный модуль Юнга вдоль оси r_1 , $J_a = bh_a^3/12$ –

осевой момент инерции поперечного сечения. Величину угла $\alpha = l_a/R$ дуги радиусом R изогнутой продольной оси биморфа рассчитываем:

$$\alpha = \hat{k}U_{\text{упр}} \quad (2)$$

через коэффициент пропорциональности:

$$\hat{k} = \frac{k_M l_a}{E_a^* J_a} \quad (3)$$

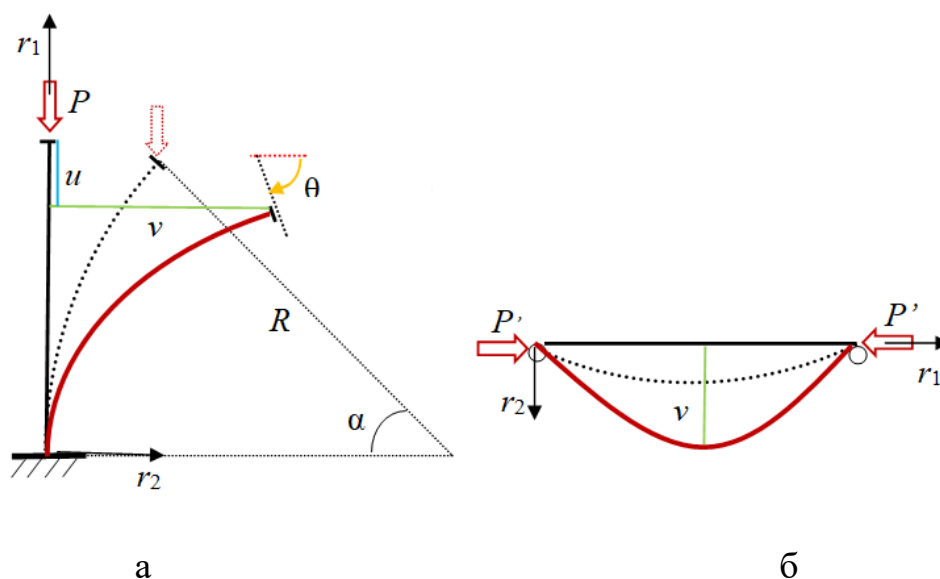


Рис. 1. Пьезоэлектрический (пунктирная линия) и результирующий (сплошная линия) изгибы при консольном (а) и шарнирном (б) закреплении биморфа, $U_{\text{упр}} > 0$

Считаем, что величина приложенной к подвижному торцу стержневого биморфа продольной силы $P < P_1$, где величина силы потери устойчивости:

$$P_1 = \frac{\pi^2 E_a^* J_a}{(\mu l_a)^2}, \quad (4)$$

с учетом значений $\mu=2$ для консольного (рис. 1а) и $\mu=1$ для шарнирного (рис. 1б) закрепления концов биморфа. Так как $P < P_1$, поэтому после «выключения» управляющего электрического напряжения $U_{\text{упр}} = 0$ биморф возвращается из изогнутого в первоначальное прямолинейное состояние, а при смене знака управляющего электрического напряжения $U_{\text{упр}}$ (например, при переменной величине $U_{\text{упр}}$) изменяется направление изгиба в плоскости $r_1 r_2$, т. е. изменяется на обратный знак величин v , θ (рис. 1а) и v (рис. 1б).

2. Консольное закрепление биморфа

При приложении к консольно закрепленному биморфу (рис. 1а) управляющего электрического напряжения $U_{\text{упр}}$ имеем «начальные» значения угла поворота $\theta_0 = \alpha$, компоненты перемещений по продольной r_1 и поперечной r_2 осям:

$$u_0 = l_a - R \sin \alpha, \quad v_0 = R(1 - \cos \alpha) \quad (5)$$

для центра свободного торца консоли.

Найдем величины «силовых» поправок: Δu , Δv , $\Delta \theta$ для перемещений и угла поворота свободного торца изогнутой консоли (биморфа), обусловленных действием силы P на свободный конец консоли с учетом наличия у нее начальной кривизны, т. е. рассматриваем изгиб силой P криволинейной консоли (пунктирная линия на рис. 1а) в виде дуги с радиусом R . По методу интегралов Мора имеем:

$$\Delta u = \int_l \frac{M_p \bar{M}_1}{E_a^* J_a} dl, \quad \Delta v = \int_l \frac{M_p \bar{M}_2}{E_a^* J_a} dl, \quad \Delta \theta = \int_l \frac{M_p \bar{M}_3}{E_a^* J_a} dl, \quad (6)$$

где функции распределений по дуге оси биморфа изгибающего грузового момента:

$$M_p = -PR(\cos \varphi - \cos \alpha), \quad (7)$$

вспомогательных изгибающих моментов:

$$\bar{M}_1 = -\bar{P}R(\sin \alpha - \sin \varphi), \quad \bar{M}_2 = -\bar{P}R(\cos \varphi - \cos \alpha), \quad \bar{M}_3 = -\bar{M}, \quad (8)$$

где $\bar{P} = 1$ – единичная сила, $\bar{M} = 1$ – единичный изгибающий момент, область допустимых значений полярного угла $\varphi \in (0; \alpha)$ для поперечных сечений биморфа.

Решения для поправок (6) получим в виде:

$$\begin{aligned} \Delta u &= \frac{PR^3}{E_a^* J_a} \int_0^\alpha (\cos \varphi - \cos \alpha)^2 d\varphi = \\ &= \frac{PR^3}{E_a^* J_a} \left[\alpha \left(\frac{1}{2} + \cos^2 \alpha \right) - \frac{3}{4} \sin 2\alpha \right], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta v &= \frac{PR^3}{E_a^* J_a} \int_0^\alpha (\cos \varphi - \cos \alpha)(\sin \alpha - \sin \varphi) d\varphi = \\ &= \frac{PR^3}{E_a^* J_a} \left(\cos \alpha - \frac{\alpha}{2} \sin 2\alpha - \frac{3}{4} \cos 2\alpha - \frac{1}{4} \right), \end{aligned} \quad (9)$$

$$\Delta \theta = \frac{PR^2}{E_a^* J_a} \int_0^\alpha (\cos \varphi - \cos \alpha) d\varphi = \frac{PR^2}{E_a^* J_a} (\sin \alpha - \alpha \cos \alpha),$$

с учетом равенства $dl = R d\varphi$ для элементарной длины изогнутой продольной оси биморфа, зависимости радиуса $R = l_a / \alpha$ от длины l_a , угла $\alpha = \hat{k} U_{\text{упр}}$ (2) от управляющего электрического напряжения $U_{\text{упр}}$.

Таким образом, при приложении управляющего электрического напряжения $U_{\text{упр}}$ к консоли биморфа, на которое уже действует продольная сжимающая сила P , (рис. 1а) имеем результирующие значения компонентов перемещения u , v , угла поворота θ свободного торца

$$u = u_0 + \Delta u, \quad v = v_0 + \Delta v, \quad \theta = \theta_0 + \Delta \theta, \quad (10)$$

или в виде:

$$\begin{aligned} u &= l_a - R \sin \alpha + \frac{PR^3}{E_a^* J_a} \left[\alpha \left(\frac{1}{2} + \cos^2 \alpha \right) - \frac{3}{4} \sin 2\alpha \right], \\ v &= R(1 - \cos \alpha) + \frac{PR^3}{E_a^* J_a} \left(\cos \alpha - \frac{\alpha}{2} \sin 2\alpha - \frac{3}{4} \cos 2\alpha - \frac{1}{4} \right), \\ \theta &= \alpha + \frac{PR^2}{E_a^* J_a} (\sin \alpha - \alpha \cos \alpha) \end{aligned} \quad (11)$$

изогнутой консоли с учетом решений (5), (9), (10).

3. Шарнирное закрепление биморфа

Решение для результирующего значения прогиба:

$$v = v_0 + \Delta v \quad (12)$$

в середине балки биморфа, обусловленного совместным действием управляющего электрического напряжения $U_{\text{упр}}$ и продольной сжимающей силы $P' < P'_1$ на подвижном торце биморфа, (рис. 1б) может быть получено

аналогично (10), (11) с учетом величины начального пьезоэлектрической прогиба:

$$v_0 = R(1 - \cos\beta), \quad (13)$$

где $\beta = \alpha/2$ (2) и поправки:

$$\Delta v = \frac{P'R^3}{E_a^*J_a} \left(\frac{1}{2} \sin^2\beta - \frac{\beta}{2} \sin 2\beta + \cos\beta - \cos^2\beta \right), \quad (14)$$

обусловленной действием на торец биморфа силы P' (4).

4. Прогибы биморфа при блокирующем усилии

Исследуем зависимости величины прогиба в контрольной точке биморфа на конце консоли v_a (рис. 2а) или в середине балки v'_a (рис. 2б):

$$v_a = v_{\max} - s_F F_a, \quad v'_a = v'_{\max} - s'_F F_a \quad (15)$$

с учетом действия в этой точке некоторого «блокирующего»

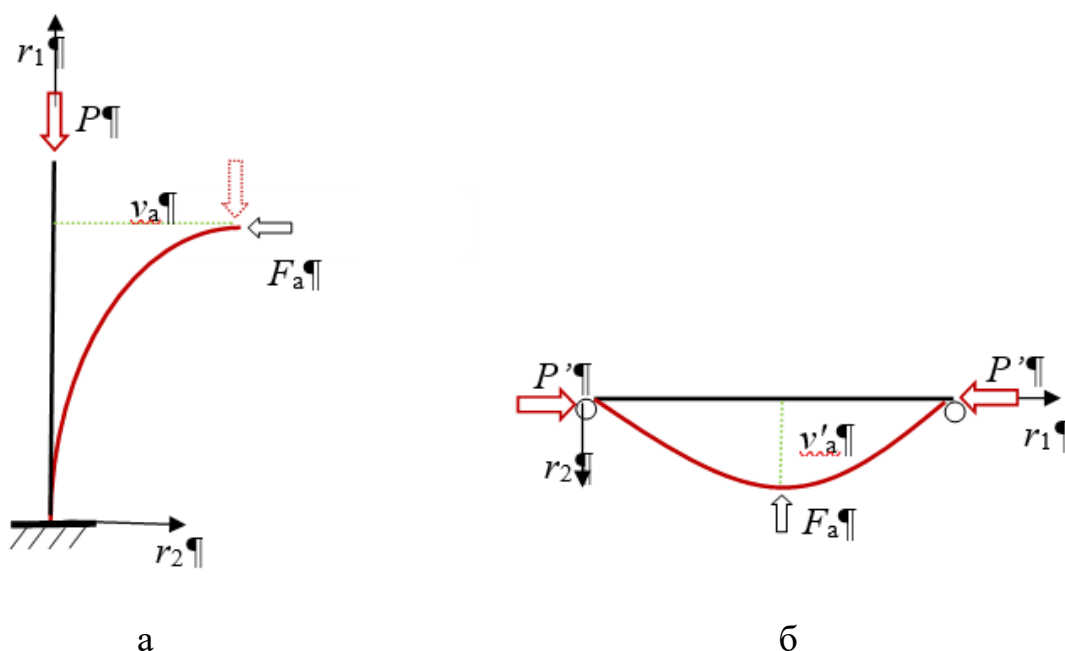


Рис. 2. Результирующие прогибы v_a биморфа с консольным (а) и шарнирным (б) закреплением при блокирующем усилнии $F_a, U_{упр} > 0$

противодействующего усилия в виде поперечной силы F_a , которая при своем максимальном значении $F_a = F_{\max}$ полностью блокирует движение – прогиб в контрольной точке актюатора [25]; величина F_{\max} пропорциональна управляющему электрическому напряжению $U_{упр}$. При $F_a = 0$ (этот случай

рассмотрен на рис. 1) имеем «свободный ход» актюатора (биморфа), при котором свободное отклонение v_a в контрольной точке биморфа максимально, при этом прогиб $v_a = v_{\max}$ или $v_{0\max}$ соответственно для случаев действия ($P \neq 0$) или отсутствия ($P = 0$) силы P . Здесь $F_{0\max}$, F_{\max} – соответствующие блокирующие силы, которые полностью блокируют движение ($v_a = 0$) контрольной точки биморфа с учетом допустимых значений $v_a \in (0; v_{\max})$, $F_a \in (0; F_{\max})$ и обозначений $v_{0\max} \equiv v_0$, $v_{\max} \equiv v$ (15) (рис. 1). В (15) коэффициенты пьезоэлектрической s_U , s'_U и силовой s_F , s'_F изгибных податливостей биморфа, в частности, для консоли (рис. 1а, рис. 2а):

$$s_U \equiv v_0 / U_{\text{упр}} = \frac{Ml_a^2}{2U_{\text{упр}}E_a^*J_a} = \frac{6k_M l_a^2}{E_a^*bh_a^3} = \frac{6k_M}{E_a^*bh_a} \left(\frac{l_a}{h_a} \right)^2, \quad (16)$$

$$s_F \equiv v_0 / F_0 = \frac{l_a^3}{3E_a^*J_a} = \frac{4}{E_a^*} \frac{l_a^3}{bh_a^3}$$

и шарнирной балки (рис. 1б, рис. 2б):

$$s'_U \equiv v'_0 / U_{\text{упр}} \approx \frac{l_a^2 k_M}{8E_a^*J_a}, \quad (17)$$

$$s'_F \equiv v'_0 / F'_0 = \frac{l_a^3}{48E_a^*J_a}$$

где решение для s'_U получено в предположении $\cos \beta \approx 1 - 0.5\beta^2$ с учетом малости значений угла β . Величина начальной продольной силы $P < P_1$ меньше критического значения P_1 потери устойчивости, поэтому после «выключения» ($U_{\text{упр}} = 0$) или смены знака управляющего электрического напряжения $U_{\text{упр}}$ биморф (рис. 1) возвращается из изогнутого в первоначальное прямолинейное состояние ($v_a = 0$, $F_a = 0$) или меняет направления изгиба, прогиба v_a и блокирующей силы F_a на противоположные направления соответственно.

5. Численные результаты

Для консоли биморфа из пластин пьезокерамики ЦТС в [25] даны численные решения для коэффициентов пьезоэлектрической s_U и силовой s_F изгибных податливостей в виде:

$$s_U = 9 \cdot 10^{-10} (l_a/h_a)^2 [\text{м/В}], \quad s_F = 7 \cdot 10^{-11} l_a^3/(bh_a^3) [\text{м/Н}], \quad (18)$$

которые ранее были представлены в виде выражений (16). Из сопоставления решений (16), (18) получим значение эффективного модуля Юнга $E_a^* = 57.1$ ГПа и выражение коэффициента пропорциональности $k_M = 8.57bh_a$ [Нм/В] биморфа. Например, при заданных численных значениях параметров: $b = 12$ мм, $h_a = 0.6$ мм, $l_a = 35$ мм имеем значения коэффициентов изгибных податливостей $s_U = 6.875$ мкм/В, $s_F = 1.571$ мм/Н и коэффициента $k_M = 61.7$ мкНм/В, так как для рассматриваемого случая значения $v_0 = 0.55$ мм, $F_0 = 0.35$ Н, например, при $U_{\text{упр}} = 80$ В с учетом (18). Для консольно закрепленного биморфа (рис. 1а) значение продольной силы потери устойчивости $P_1 = 24.84$ Н, для шарнирного закрепления (рис. 1, б) – $P'_1 = 99.37$ Н рассчитываем по формуле (4) с учетом численных значений величин E_a^* , J_a .

Для консоли биморфа (рис. 1а) результаты расчета даны на рис. 3, где выявлены (рис. 3а, в) практически пропорциональные зависимости:

$$v \approx k_v(P)U_{\text{упр}}, \quad \theta \approx k_\theta(P)U_{\text{упр}}, \quad (19)$$

результатирующих значений компоненты перемещения v и угла поворота θ торцевого сечения (рис. 1) от величины приложенного к биморфу управляющего электрического напряжения $U_{\text{упр}}$, где результирующие изгибные пьезомодули биморфа имеют вид линейных зависимостей:

$$k_v \approx (1 + \chi_v P)k_v^{(0)}, \quad k_\theta \approx (1 + \chi_\theta P)k_\theta^{(0)} \quad (20)$$

от величины продольной сжимающей силы P . В рассматриваемом случае начальные значения коэффициентов $k_v^{(0)} = 3.06$ мкм/В, $k_\theta^{(0)} = 1.75 \cdot 10^{-4}$ рад/В при $P = 0$. В таблице даны численные значения результирующих «коэффициентов усиления» биморфа

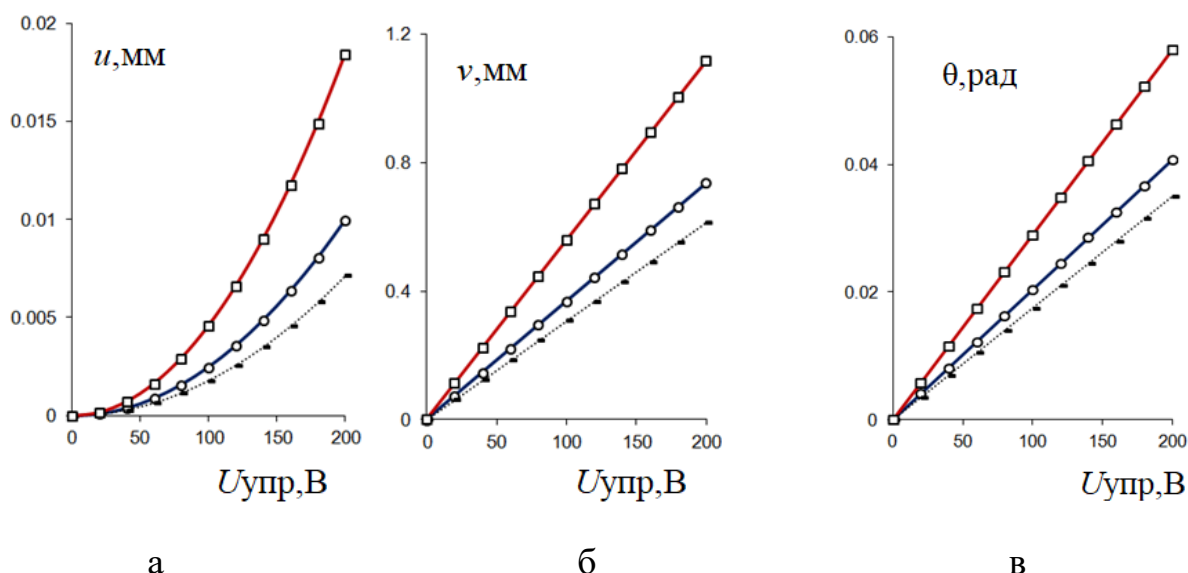


Рис. 3. Компоненты перемещения u , v (а, б) и угол поворота θ (в) торца изогнутой консоли биморфа в зависимости от управляющего электрического напряжения при силе $P/P_1 = 0$ (-), 0.2 (\circ), 0.8 (\square)

Таблица 1. Коэффициенты усиления κ_v , κ_θ характеристик консоли биморфа

P/P_1	$P, Н$	κ_v	κ_θ
0	0	1	1
0.2	4.97	1.21	1.16
0.6	14.91	1.62	1.49
0.8	19.87	1.82	1.66

$$\kappa_v \equiv \frac{v}{v_0} = 1 + \chi_v P, \quad \kappa_\theta \equiv \frac{\theta}{\theta_0} = 1 + \chi_\theta P, \quad (21)$$

для различных относительных значений силы P/P_1 , где v_0 , θ_0 – соответствующие значения перемещения и угла поворота торцевого сечения при $P = 0$ (5), константы χ_v , χ_θ – характеристики биморфа. Для рассматриваемого случая имеем численные значения констант $\chi_v = 0.0414$ 1/Н, $\chi_\theta = 0.0331$ 1/Н.

Для шарнирно закрепленного биморфа (рис. 1б) на рис. 4 даны результаты расчета результирующих значений прогиба v в середине балки биморфа (рис. 1б)

в зависимости от управляющего электрического напряжения $U_{упр}$ при различных величинах продольной силы $P' < P'_1$.

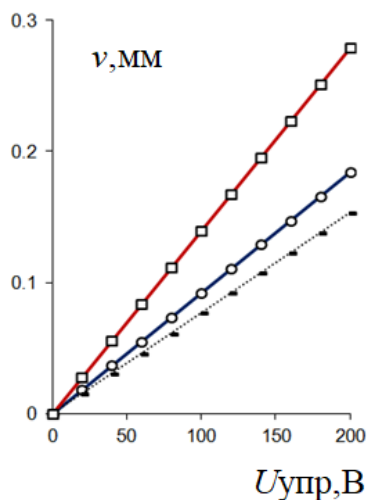


Рис. 4. Прогиб v в середине шарнирно закрепленного биморфа в зависимости от управляющего электрического напряжения $U_{упр}$ при силе $P'/P'_1 = 0$ (-), 0.2 (\circ), 0.8 (\square)

Аналогично (19) имеем практически пропорциональную зависимость результирующих значений прогиба (рис. 1б):

$$v \approx k'_v(P')U_{упр}, \quad (22)$$

от величины приложенного к биморфу управляющего электрического напряжения $U_{упр}$, где результирующие изгибные пьезомодули биморфа имеют аналогичный (20) вид:

$$k'_v \approx (1 + \chi'_v P')k_v^{(0)}, \quad (23)$$

начальные значения коэффициентов $k_v^{(0)} = 0.766$ мкм/В при $P' = 0$.

Результирующий «коэффициент усиления» биморфа:

$$k'_v \equiv \frac{v}{U_{упр}} = 1 + \chi'_v P' \quad (24)$$

аналогичен (21) и зависит от величины приложенной к биморфу силы P' , где v_0 – соответствующее значение прогиба (13) при $P' = 0$, константа χ'_v – характеристика биморфа с учетом шарнирного закрепления. Для рассматриваемого случая численное значение константы $\chi'_v = 0.0103$ 1/Н, результирующего «коэффициента усиления» биморфа $k'_v = 1.21, 1.62, 1.82$ при относительной величине силы $P'/P'_1 = 0.2, 0.6, 0.8$ соответственно. Выявлено

равенство коэффициентов $\kappa'_v \approx \kappa_v$ (табл. 1) при равных относительных значениях сил $P'/P'_1 = P/P_1$ для различных условий закрепления биморфа (рис. 1) и, как следствие, выполняется равенство $\chi'_v P'_1 = \chi_v P_1$. Для рассмотренных численных примеров имеем $\chi_v / \chi'_v = P'_1 / P_1 = 4$.

Для случая действия блокирующего усилия F_a в контрольной точке консоли или балки (рис. 2) имеем линейную зависимость значения прогиба v_a в этой точке от усилия F_a , например, для консоли биморфа (рис. 2а) относительные значения

$$v_a / U_{\text{упр}} = k - s F_a / U_{\text{упр}}$$

с учетом (15) – (20) (рис. 5, рис. 6), где $k = k(P)$, $v_a = v_a(P)$, $F_a = F_a(P)$. На рис. 6 даны в сравнении графики зависимостей v_a от F_a для консоли (рис. 2а) и балки (рис. 2б) при одинаковых абсолютных значениях продольных сил $P' = P = 0$ (-), 4.97 Н (○), 19.87 Н (□), что соответствует относительным значениям $P'/P_1 = P/P_1 = 0, 0.2, 0.8$.

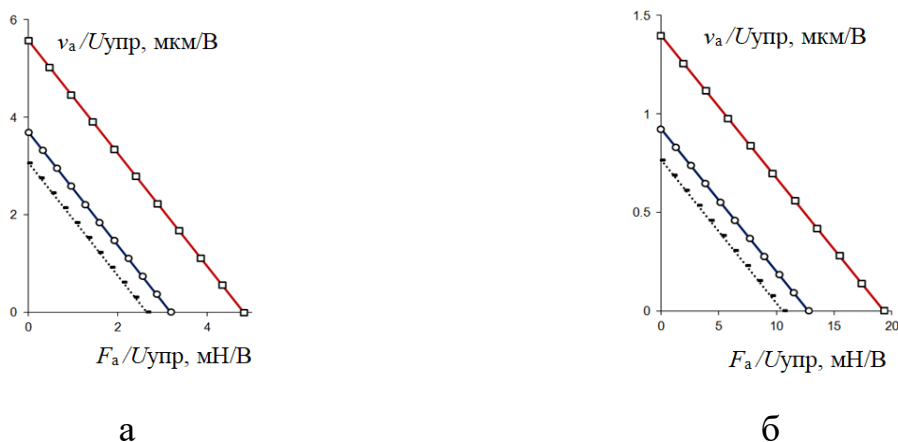


Рис. 5. Зависимость прогиба v_a от блокирующего усилия (поперечной силы) F_a на конце консоли (а) или в середине балки (б) биморфа при продольной сжимающей силе $P/P_1 = P'/P'_1 = 0$ (-), 0.2 (○), 0.8 (□)

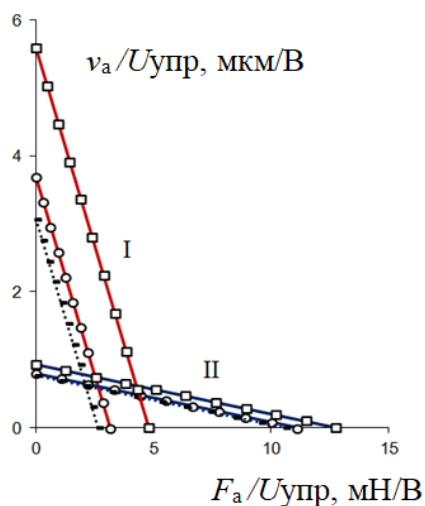


Рис. 6. Зависимости прогиба v_a от блокирующего усилия F_a для консоли (I) и балки (II) при одинаковых значениях продольных сил $P' = P$, когда $P/P_1 = 0$ (-), 0.2 (\circ), 0.8 (\square)

Заключение

Выявлен и изучен эффект увеличения изгибных деформационных v_a , κ_v , κ_θ (см. таблицу) и силовых (блокирующих) F_a характеристик актюаторов – биморфов консольного и мембранного типов при действии начального сжимающего продольного усилия P . Величина начального усилия P не превышает значения силы потери устойчивости биморфа, что обуславливает возвращение биморфа из результирующего изогнутого (например, для случая $U_{упр} > 0$) в начальное прямолинейное состояние при $U_{упр} = 0$; при смене знака управляющего электрического напряжения ($U_{упр} < 0$) направления прогиба v_a и усилия F_a изменяются на противоположные с сохранением эффекта усиления. В результате, эффект усиления характеристик биморфов проявляется как при знакопостоянных, так и при знакопеременных значениях управляющих электрических напряжениях $U_{упр}$ на электродах биморфов. Результаты численного моделирования получены для биморфа из пластин пьезокерамики ЦТС, эффективные деформационные характеристики которого: модуль Юнга E_a^* и коэффициент k_M биморфа были определены из решения обратной задачи по результатам работы [25] (18). Рассмотрены случаи консольного и шарнирного закреплений концов биморфа. Показано, что величина блокирующего усилия F_a

для биморфа в виде шарнирной балки значительно превосходит такую для биморфа в виде консоли (рис. 6), при этом действие продольной сжимающей силы P линейно увеличивает величину прогиба v_a и блокирующего усилия F_a актюатора.

Финансирование: Результаты получены при выполнении государственного задания Министерства науки и высшего образования Российской Федерации на выполнение фундаментальных научных исследований (проект № FSNM-2023-0006).

Литература

1. Tzou H.S. *Piezoelectric shells (Distributed sensing and control of continua)*. Kluwer Academic Publishers. 1993. 320 p
2. Rubio W.M., Vatanabe S.L., Paulino G.H., Silva E.C.N. *Functionally graded piezoelectric material systems - a multiphysics perspective*. In book *Advanced computational materials modeling: from classical to multi-scale techniques*. Edited by Miguel Vaz J'uniор, Eduardo A. de Souza Neto, Pablo A. Munoz-Rojas. Weinheim, WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA. 2011. 414 p. P.301-339. <http://dx.doi.org/10.1002/9783527632312>
3. Ebrahimi F. *Piezoelectric materials and devices - practice and applications*. IntechOpen. 2013. 176 p. <http://dx.doi.org/10.5772/45936>
4. Уорден К. *Новые интеллектуальные материалы и конструкции. Свойства и применение*. Москва, Техносфера. 2006. 224 с.
5. Берлинкур Д., Керран Д., Жаффе Г. *Пьезоэлектрические и пьезомагнитные материалы и их применение в преобразователях. Физическая акустика. Т.1: Методы и приборы ультразвуковых исследований. Часть А*. Москва, Мир. 1966. С.204-326.
6. Kolpakov A.G. Effect of inflation of initial stresses on the homogenized characteristics of composite. *Mechanics of materials*. 2005. V.37. №8. P.840-854. <https://doi.org/10.1016/j.mechmat.2004.08.002>

7. Каралюнас Р.И. Эффективные термопьезоэлектрические свойства слоистых композитов. *Механика композитных материалов*. 1990. №5. С.823-830.
8. Гетман И.П. О магнитоэлектрическом эффекте в пьезокомпозитах. *ДАН СССР*. 1991. Т.317. №2. С.1246-1259.
9. Коган Л.З., Мольков В.А. Магнитоэлектрические свойства волокнистых пьезокомпозитов. *Изв. РАН. Механика твердого тела*. 1996. №5. С.62-68.
10. Gorbachev V.I. Integral formulas in electromagnetic elasticity of heterogeneous bodies. application in the mechanics of composite materials. *Composites: Mechanics, Computations, Applications. An International J.* 2017. V.8. №2. P.147-170. <https://doi.org/10.1615/CompMechComputApplIntJ.v8.i2.40>
11. Васидзу К. *Вариационные методы в теории упругости и пластичности*. Москва, Мир. 1987. 542 с.
12. Гузь А.Н. Об определении приведенных упругих постоянных композитных слоистых материалов с начальными напряжениями. *Доклады АН УССР. Сер. А*. 1975. №3. С.216-219.
13. Гузь А.Н. *Упругие волны в телах с начальными напряжениями*. В 2-х т. Т.2. *Закономерности распространения*. Киев, Наукова думка. 1986. 536 с.
14. Алехин В.В., Аннин Б.Д., Колпаков А.Г. *Синтез слоистых материалов и конструкций*. Новосибирск, изд-во: Ин-т гидродинамики СО АН СССР. 1988. 128 с.
15. Akbarov S.D., Guliev M.S. Axisymmetric longitudinal wave propagation in a finite prestretched compound circular cylinder made of incompressible materials. *International Applied Mechanics*. 2009. V.45. №10. P.1141-1151. <https://doi.org/10.1007/s10778-010-0255-y>
16. Akbarov S.D. Recent investigations on dynamic problems for an elastic body with initial (residual) stresses. *International Applied Mechanics*. 2007. V.43. №12. P.1305-1324. <https://doi.org/10.1007/s10778-008-0003-8>
17. Гулиев М.С., Сейфулаев А.И., Абдуллаева Д.Н. Исследование распространения упругих волн в составном цилиндре с начальным кручением. *Строительная механика инженерных конструкций и*

- сооружений*. 2018. №5. С.404-413. <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2018-14-5-404-413>
- 18.Белянкова Т.И., Калинин В.В. Свойства преднапряженных изотропных материалов при учете упругих модулей высших порядков. *Наука Юга России*. 2017. №2. С.3-12. <https://doi.org/10.23885/2500-0640-2017-13-2-3-12>
- 19.Nedin R.D., Dudarev V.V., Vatulyan A.O. Vibrations of inhomogeneous piezoelectric bodies in conditions of residual stress-strain state. *Applied Mathematical Modelling*. 2018. V.63. P.219-242. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2018.06.038>
- 20.Vatulyan A.O., Dudarev V.V., Mnukhin R.M. Determination of the inhomogeneous preliminary stress-strain state in a piezoelectric disk. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*. 2018. V.59. №3. P.542-550. <https://doi.org/10.1134/S0021894418030197>
- 21.Dasdemir A. Forced vibrations of pre-stressed sandwich plate-strip with elastic layers and piezoelectric core. *International Applied Mechanics*. 2018. V.54. №4. P.480-493. <https://doi.org/10.1007/s10778-018-0901-3>
- 22.Guo X., Wei P. Dispersion relations of elastic waves in one-dimensional piezoelectric/piezomagnetic phononic crystal with initial stresses. *Ultrasonics*. 2016. V.66. P.72-85. <https://doi.org/10.1016/j.ultras.2015.11.008>
- 23.Han J.M., Adriaens T.A., Koning W.L., Banning R. Modelling Piezoelectric Actuators. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*. 2000. V.5. №4. P.331-341. <https://doi.org/10.1109/3516.891044>
- 24.Ivan I.A., Rakotondrabe M., Lutz P., Chaillet N. Quasistatic displacement self-sensing method for cantilevered piezoelectric actuators. *Review of Scientific Instruments. American Institute of Physics*. 2009. V.80. №6. P.065102-1/065102-8. <https://doi.org/10.1063/1.3142486>
- 25.Софронов А., Никифоров В., Климашин В. Биморфные пьезоэлектрические элементы: актюаторы и датчики. *Компоненты и технологии*. 2003. Т.30. №4. С.46-48.

26. Zhu D., Almusallam A., Beeby S.P., Tudor J., Harris N.R. A bimorph multi-layer piezoelectric vibration energy harvester. *PowerMEMS 2010 Proceedings*. Belgium, Leuven. 2010. P.1-4.
27. Bansevicius R., Navickaitė S., Jūrėnas V., Mažeika D., Lučinskis R., Navickas J. Investigation of novel design piezoelectric bending actuators. *Journal of Vibroengineering*. 2013. V.15. №2. P.1064-1068.
28. Ватульян А.О., Гетман И.П., Лапицкая Н.Б. Об изгибе пьезоэлектрической биморфной пластины. *Прикладная механика*. 1991. Т.27. №10. С.101-105.
29. Ватульян А.О., Рынкova А.А. Об одной модели изгибных колебаний пьезоэлектрических биморфов с разрезными электродами и ее приложениях. *Известия РАН МТТ*. 2007. №4. С.114-122.
<https://doi.org/10.3103/S0025654407040127>
30. Патент РФ №2099754. Йелстаун Корпорейшн Н.В. *Деформируемое зеркало на основе многослойной активной биморфной структуры*. Дата заявки: 17.10.1996. Дата публикации: 20.12.1997. 7 с. URL: https://www.fips.ru/registers-doc-view/fips_servlet
31. Антоняк Ю.Т., Вассергисер М.Е. Расчет характеристик изгибного пьезоэлектрического преобразователя мембранного типа. *Акустический журнал*. 1982. Т.28. №3. С.294-302.
32. Аронов Б.С. *Электромеханические преобразователи из пьезоэлектрической керамики*. Ленинград, Энергоатомиздат. 1990. 270 с.
33. Williams C.B., Yates R.B. Analysis of a microelectric generator for Microsystems. *Sensors and Actuators A: Physical*. 1996. V.52. №1-3. P.8-11.
34. Аббакумов К.Е., Коновалов Р.С., Цаплев В.М. Экспериментальное исследование дискового биморфного пьезоэлектрического генератора. *Известия СПбГЭТУ «ЛЭТИ»*. 2014. №9. С.59-63.
35. Liu H., Zhong J., Lee C., Lee S.-W., Lin L. A comprehensive review on piezoelectric energy harvesting technology: Materials, mechanisms, and applications. *Applied Physics Reviews*. 2018. V.5. №4. P.041306; <https://doi.org/10.1063/1.5074184>

36. Васильев В.А., Веремьев В.А., Тихонов А.И. Влияние частотных факторов и параметров на информативный сигнал пьезоэлектрических датчиков давления. *Датчики и системы*. 2003. №8. С.5-9.
37. Шарапов В.М., Мусиенко М.П., Шарапова Е.В. *Пьезоэлектрические датчики*. Москва, Техносфера. 2006. 632 с.
38. Mouhli M. *Analysis and shape modeling of thin piezoelectric actuators*. Virginia Commonwealth University Publ. 2005. 100 p.
<https://scholarscompass.vcu.edu/etd/1552>
39. Панич А.Е. *Пьезокерамические актюаторы*. Ростов на Дону, изд-во: РГУ. 2008. 159 с.
40. Yamada H., Sasaki M., Nam Y. Active vibration control of a micro-actuator for hard disk drives using self-sensing actuator. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*. 2008. V.19. №1. P.113-123.
<https://doi.org/10.1177/1045389X07083693>
41. El-Sayed A.M., Abo-Ismael A., El-Melegy M.T., Hamzaid N.A., Osman N.A.A. Development of a micro-gripper using piezoelectric bimorphs. *Sensors*. 2013. V.13. P.5826-5840. <https://doi.org/10.3390/s130505826>
42. Бардин В.А., Васильев В.А., Чернов П.С. Современное состояние и разработки актюаторов нано- и микроперемещений. *Труды международного симпозиума "Надежность и качество"*. 2014. Т.2. С.123-127.
43. Бардин В.А., Васильев В.А. Актюаторы нано- и микроперемещений для систем управления, контроля и безопасности. *Современная техника и технологии*. 2014. №2. С.1-5. [Электронный ресурс].
<https://technology.snauka.ru/2014/02/3057>.
44. Zhou J., Dong L., Yang W. A Double-Acting Piezoelectric actuator for helicopter active rotor. *Actuators*. 2021. V.10. №10(247). P.1-15. <https://doi.org/10.3390/act10100247>
45. Abedian B., Cundari M. Resonant frequency of a polyvinylidene fluoride piezoelectric bimorph: the effect of surrounding fluid. *Proceedings Smart*

Structures and Materials 1993. V.1916: *Smart Materials*. 23 July 1993.

<https://doi.org/10.1117/12.148486>

46. Патент РФ №2723567. Паньков А.А., Аношкин А.Н., Писарев П.В. *Лопасть воздушного винта с управляемой геометрией профиля*. Дата заявки: 18.11.2019. Дата публикации: 16.06.2020. 5 с. URL: https://www.fips.ru/registers-doc-view/fips_servlet

47. Патент RU №2636255. Паньков А.А. *Пьезоактюатор изгибного типа*. Дата заявки: 14.04.2016. Дата публикации: 21.11.2017. 8 с. URL: https://www.fips.ru/registers-doc-view/fips_servlet

48. Патент RU №2778161. Паньков А.А. *Способ увеличения пьезочувствительности биморфа изгибного типа*. Дата заявки: 27.01.2022. Дата публикации: 15.08.2022. 7 с. URL: https://www.fips.ru/registers-doc-view/fips_servlet

49. Patent US №5632841. Hellbaum R.F., Bryant R.G., Fox R.L. *Thin layer composite unimorph ferroelectric driver and sensor*. Application Date: 24.01.1997. Publication Date: 27.05.1997. 12 p. URL: <https://patents.google.com/patent/US20010043027/fi>

Для цитирования:

Паньков А.А. Эффект увеличения пьезомодулей начально сжатого гибкого биморфа. *Журнал радиоэлектроники* [электронный журнал]. 2023. №6. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2023.6.2>