

DOI: <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2024.6.7>

УДК: 621.372

СИНТЕЗ МОДАЛЬНЫХ И ПОГОННЫХ ПАРАМЕТРОВ НЕСИММЕТРИЧНЫХ СВЯЗАННЫХ ЛИНИЙ С НЕОДНОРОДНЫМ ДИЭЛЕКТРИКОМ

А.Н. Сычев

Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники
634050, г. Томск, пр. Ленина, 40

Статья поступила в редакцию 21 марта 2024 г.

Аннотация. Предложена методика синтеза несимметричных связанных линий передачи в неоднородном диэлектрике, заключающаяся в выборе рабочих физически обоснованных модальных параметров, по которым рассчитываются первичные параметры – погонные емкости и индуктивности. За основу берутся три импедансных параметра (характеристический импеданс, коэффициенты трансформации и связи), одно из модальных напряжений и пара модальных диэлектрических проницаемостей. Все исходные данные, выбранные для синтеза, имеют известные области допустимых значений и ясный физический смысл. Исследованы ранее малоизученные особенности и взаимозависимости параметров, включая импедансные и фазовые. Для демонстрации возможностей методики представлены синтезированные численные значения модальных и погонных параметров оригинальных 3-дБ мостов. Результаты могут быть полезны при разработке новых конструкций связанных линий и создании на их основе СВЧ-устройств с уникальными характеристиками.

Ключевые слова: связанные линии, модальные напряжения, модальные параметры, погонные емкости, погонные индуктивности, коэффициент трансформации, коэффициент связи, характеристический импеданс.

Финансирование: Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации FEWM-2022-0005.

Автор для переписки: Сычев Александр Николаевич, ans@main.tusur.ru

Введение

Связанные линии передачи (СЛ) находят широкое применение в технике СВЧ. Они используются как самостоятельные компоненты в виде мостов, направленных ответвителей, делителей мощности, кроссоверов, импеданс-трансформирующих и симметрирующих устройств, а также как строительные блоки в составе сложных модулей таких как диаграммо-образующие устройства антенных решеток, фильтры, фазовращатели отражательного и проходного типов, аттенюаторы, смесители, балансные усилители и т.п. [1]-[7]. Отсюда, весьма важно иметь общую методику проектирования СЛ (рис.1), в которой по заданным рабочим параметрам синтезируются первичные (погонные) параметры. В настоящее время существуют достаточно много методик общего анализа СЛ [7]-[17], однако методики синтеза (реконструкции, восстановления) разработаны лишь для ряда частных случаев СЛ – симметричных [18], с однородным диэлектриком [19], [20] с двойным экраном [21], в частотной и временной областях [22]. При этом универсального подхода к синтезу модальных и погонных параметров произвольных несимметричных СЛ с неоднородным диэлектриком, позволяющих на их основе создавать новые устройства, включая направленные ответвители и мосты с заданным типом направленности (прямой, обратной, поперечной) в литературе автором не обнаружено.

1. Синтез физически реализуемых модальных параметров несимметричных СЛ с неоднородным диэлектриком

Известно, что в электрических расчетах параметры одиночной линии передачи без потерь представляются парой рабочих модальных параметров, которые при синтезе позволяют определить ее физическое воплощение (конструкцию и свойства поперечного сечения). Этими параметрами являются: волновое сопротивление, задающее сопротивление поглощающей резистивной нагрузки, и постоянная распространения, характеризующая фазовое замедление волны. На следующем этапе синтеза из модальных рассчитываются первичные параметры – погонные емкость и индуктивность, а затем осуществляется физическая реализация и самой линии передачи (хотя в простых случаях с однородным диэлектриком расчет первичных параметров не требуется).

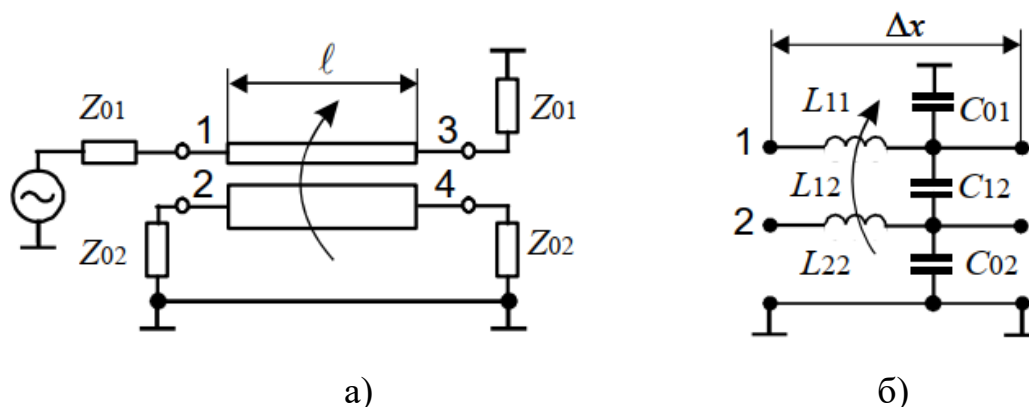


Рис. 1. Схема нагруженного отрезка СЛ длиной l (а); эквивалентная схема бесконечно короткого отрезка СЛ Δx , составленная из частичных емкостей и индуктивностей (б).

По аналогии для СЛ (рис. 1), полный набор модальных параметров (без учета потерь), выросший до шести, включает: три импедансных параметра, например Z_0 , n и k , характеризующих средний импеданс линий, межлинейную трансформацию и связь; два фазовых параметра, например ϵ_{rc} и $\epsilon_{r\pi}$, определяющих замедление двух нормальных волн; а также одно из модальных напряжений, например синфазной волны R_c , характеризующее особенности структуры СЛ. Требования к некоторым из этих параметров обычно известны в самом начале проектирования, однако из-за взаимозависимости бывает непросто

обеспечить их совместимость и физическую реализуемость. Например, максимально достижимое отношение скоростей нормальных волн m_{\max} находится в сложно-функциональной зависимости от исходных данных. Для решения этой нетривиальной задачи – синтеза физически реализуемых модальных, а на их основе и погонных параметров СЛ – предлагается нижеследующая методика.

Синтез несимметричных СЛ с неоднородным диэлектриком, состоит в физически обоснованном выборе шести проектных модальных параметров, таких как: 1) характеристический импеданс Z_0 ; 2) коэффициент трансформации n ; 3) коэффициент связи k ; 4) синфазное модальное напряжение R_c ; 5) диэлектрическая проницаемость структуры при синфазном возбуждении ε_{rc} ; 6) отношение скоростей нормальных волн m . Последовательность синтеза следующая:

- 1) Задаем требуемый характеристический импеданс связанных линий $Z_0 > 0$.
- 2) Задаем коэффициент трансформации напряжения $n > 0$, основываясь на известном соотношении $n = u_2/u_1 = \sqrt{Z_{22}/Z_{11}}$, где u_1, u_2, Z_{11}, Z_{22} – входные и выходные напряжения и импедансы СЛ соответственно. Для общности синтеза он принимает значения как меньшие, так и большие единицы, что соответствует понижающему и повышающему трансформаторам напряжения. При этом, если нумерация линий начинается с наиболее удаленной от земли линии, то имеем случай понижающего трансформатора $0 < n \leq 1$, который проще рассматривать на последующих этапах синтеза. Если СЛ обладают структурной симметрией ($n = 1$), то число независимых параметров сокращается с шести до четырех, например $Z_0, k, \varepsilon_{re}, m$ или $Z_{0e}, Z_{0o}, \varepsilon_{re}, \varepsilon_{ro}$, что существенно упрощает расчеты.
- 3) Задаем коэффициент импедансной связи k , лежащий в диапазоне $0 \leq k \leq \min(n^{\pm 1})$. Заметим, что в случае импедансной симметрии, т.е. отсутствии трансформации импеданса $n = 1$, достижима любая величина коэффициента связи k в диапазоне $0 \dots 1$. В случае полной асимметрии

(двойного экранирования), когда первая (наиболее удаленная от внешнего экрана) линия полностью окружена второй, коэффициенты трансформации и связи становятся равными друг другу $0 < (n = k) < 1$. Большая трансформация из-за асимметрии, достигается снижением уровня связи, и при отсутствии связи $k = 0$ возможна любая трансформация импеданса $n = [0 \dots \infty)$. С другой стороны, «чем сильнее связь, тем строже симметрия», и в случае полной связи $k = 1$ никакой трансформации импеданса невозможно $n = 1$. Область допустимых значений для коэффициентов трансформации n и связи k СЛ показана на рис. 2.

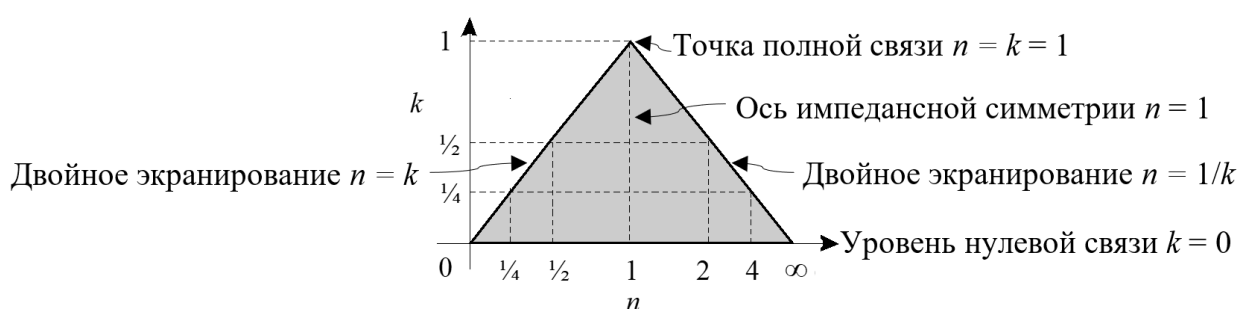


Рис. 2. Область допустимых значений коэффициентов трансформации n и связи k СЛ

- 4) Задаем синфазное модальное напряжение, соблюдая условие $R_c > nk$, с использованием которого вычисляется противофазное модальное напряжение

$$R_\pi = \frac{R_c nk - n^2}{R_c - nk} = \frac{R_c k - n}{R_c/n - k}. \quad (1)$$

При этом автоматически выполняется двойное неравенство $R_\pi < nk < R_c$. Еще заметим, что модальные напряжения R_c и R_π нормированы и безразмерны, так как являются отношениями напряжения на втором проводнике к напряжению на первом при синфазном и противофазном возбуждениях соответственно. Если СЛ симметричны ($n = 1$), то $R_c = 1$, $R_\pi = -1$.

- 5) Задаем значение меньшей из двух модальных диэлектрических проницаемостей, например синфазной ϵ_{rc} . При этом соблюдаем условие

$\varepsilon_{rc} > 1$, чтобы скорость соответствующей быстрой синфазной волны $v_c = c/\varepsilon_{rc}^{1/2}$ не превышала скорости света c .

- б) Вычисляем максимально достижимое отношение скоростей нормальных волн $m_{\max} = m_{\max}(R_c, k, n) > 1$ в СЛ, зависящее от модального напряжения R_c и двух коэффициентов – трансформации n и связи k – по следующим формулам

$$m_0 = \frac{Z_{c1}}{Z_{\pi 1}} = \frac{Z_{c2}}{Z_{\pi 2}} = \frac{1 - nk/R_\pi}{1 - nk/R_c} \Bigg|_{L_{12}=0}^{C_{12}=0} = \frac{1 - k^2}{1 + k^2 - k(n/R_c + R_c/n)}; \quad (2)$$

$$m_1 = \frac{1 - R_\pi}{1 - R_c} \cdot \frac{1}{m_0} \Bigg|_{L_{02}=0}^{C_{01}=0}; m_2 = \frac{1 - R_\pi^{-1}}{1 - R_c^{-1}} \cdot \frac{1}{m_0} \Bigg|_{L_{01}=0}^{C_{02}=0}; \quad (3)$$

$$m_i^+ = \begin{cases} \max(m_i^{\pm 1}), & m_i > 0; \\ \infty, & m_i < 0; \end{cases} \quad (i=0,1,2); \quad (4)$$

$$m_{\max} = \min(m_0^+, m_1^+, m_2^+), \quad (5)$$

где $m_{(0,1,2)}$ и $m_{(0,1,2)}^+$ – относительные импедансные параметры, зависящие от n , k , R_c ; позволяют вычислить максимально достижимое значение m_{\max} , которое нужно для задания физически реализуемого отношения модальных скоростей $m = v_c/v_\pi$. Для иллюстративного примера на рис. 3 приведем графики параметров m_0 , m_1 , m_2 , $m_{\max} = m_{\max}(R_c, k, n)$ в зависимости от модального напряжения R_c . Из графиков (см. рис. 3) видно, что один из параметров m_0 имеет полюсы на нижней границе аргумента $R_c = nk$ и в точке $R_c = n/k$, а два других – m_1 и m_2 имеют полюсы при единичном аргументе $R_c = 1$. Вместе с тем параметр m_1 обнуляется, когда $R_c = n/k$, а m_2 обнуляется, когда $R_c = nk$, при этом всегда $m_{\max} > 1$. В часто встречаемом на практике случае конгруэнтной импедансной симметрии, когда $R_c = 1$ и $n = 1$, все формулы (2)-(5) упрощаются и сводятся к одной $m_{\max} = m_0 = Z_{0e}/Z_{0o} = (1+k)/(1-k)$.

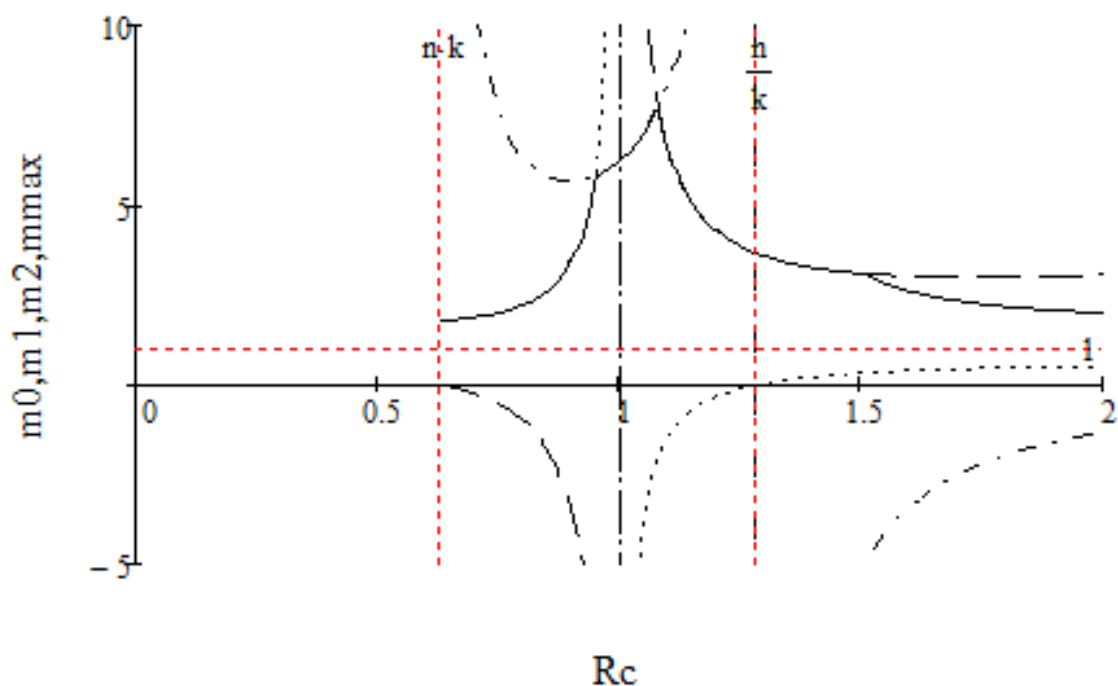


Рис. 3. Относительные импедансные параметры m_0 (штрих-пунктирная), m_1 (пунктирная), m_2 (штриховая) и определяемое ими максимально достижимое отношение скоростей нормальных волн m_{\max} (сплошная линия) в СЛ при $n = 0,9$ $k = 0,7$ в зависимости от модального напряжения R_c .

- 7) Задаем требуемое отношение скоростей нормальных волн $m = v_c/v_\pi$, соблюдая условие $\max(m^{\pm 1}) < m_{\max}$ (если оно невыполнимо, то или снижаем требование к различию скоростей m , или увеличиваем m_{\max} , моделируя с новыми исходными данными) и рассчитав соответствующее отношение модальных диэлектрических проницаемостей $m^2 = \varepsilon_{r\pi}/\varepsilon_{rc}$, вычисляем значение большей диэлектрической проницаемости, в данном случае противофазной $\varepsilon_{r\pi} = m^2\varepsilon_{rc}$. На структурах с сильным диэлектрическим контрастом, имеющим 9-кратное отношение диэлектрических проницаемостей ($m^2 = 9^{\pm 1}$) и, соответственно, троекратное отношение модальных скоростей ($m = 3^{\pm 1}$), можно создавать оригинальные транснаправленные мосты, т.е. ответвители с поперечной направленностью [1], [21], еще по Фельдштейну называемые ответвителями 3-го типа направленности [19]. С другой стороны, структуры с диэлектрическим заполнением близким к однородному и обеспечивающие некоторое равенство модальных скоростей ($m = 1$), т.е. синхронизм

нормальных волн [7], позволяют конструировать лишь традиционные противонаправленные ответвители разнообразных конструкций [3]-[7].

Предложенный выше алгоритм параметрического синтеза, изображен в виде схемы взаимосвязи и выбора основных модальных (импедансных и фазовых) параметров СЛ, показанной на рис. 4.

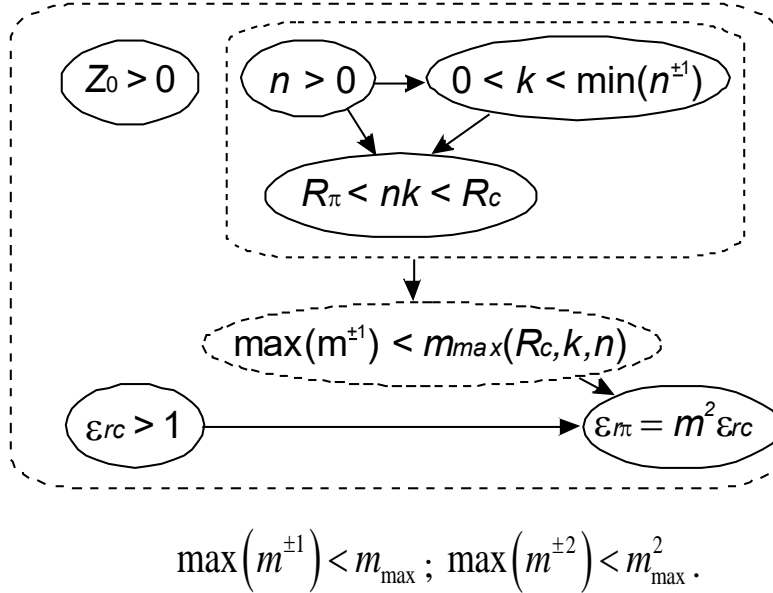


Рис. 4. Схема взаимосвязи и алгоритм выбора основных модальных параметров СЛ с учетом области их допустимых значений (физической реализуемости).

В итоге, полные наборы из шести физически реализуемых модальных параметров СЛ можно представить следующими основными (и не только) вариантами:

$$\begin{bmatrix} Z_0 & R_c & \varepsilon_{rc} \\ k & n & m \end{bmatrix} ; \begin{bmatrix} Z_0 & R_c & \varepsilon_{rc} \\ k & R_\pi & \varepsilon_{r\pi} \end{bmatrix} . \quad (6)$$

При этом вектор модальных диэлектрических проницаемостей ε_{rm} и матрица модальных напряжений \mathbf{U}_m , нормированная по первой линии-строке, как у В.К. Трипази (V.K.Tripathi) [10] и Н.Д. Малютина [11], а также матрицы модальных токов \mathbf{I}_m , характеристических сопротивлений \mathbf{Z} и проводимостей \mathbf{Y} [9] записываются так

$$\varepsilon_{rm} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{rc} \\ \varepsilon_{r\pi} \end{pmatrix} ; \mathbf{U}_m = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ R_c & R_\pi \end{bmatrix} ; \mathbf{I}_m = \mathbf{YU}_m ; \quad (7)$$

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} = \frac{Z_0}{\sqrt{1-k^2}} \begin{bmatrix} 1/n & k \\ k & n \end{bmatrix}; \quad (8)$$

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} = \mathbf{Z}^{-1} = \frac{1}{Z_0 \sqrt{1-k^2}} \begin{bmatrix} n & -k \\ -k & 1/n \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Далее рассмотрим взаимосвязи и интересные особенности основных модальных параметров, включая импедансные, а в итоге синтез погонных параметров СЛ. Результаты могут быть полезны при создании оригинальных конструкций СЛ с уникальными свойствами.

2. Взаимозависимость четырех модальных параметров – коэффициентов трансформации и связи, синфазного и противофазного модальных напряжений

Из вышеприведенных соотношений для СЛ можно получить единое уравнение, связывающее четверку (квартет) модальных параметров n, k, R_c, R_π

$$n^2 - (R_c + R_\pi)nk + R_c R_\pi = 0. \quad (10)$$

Из него можно, задавшись тремя любыми параметрами, найти четвертый неизвестный. Также видно, что произведение $(R_c R_\pi)$ и сумма $(R_c + R_\pi)$ модальных напряжений из матрицы \mathbf{U}_m могут быть представлены как новые переменные – функция и аргумент соответственно, которые математически соотносятся между собой прямо пропорционально через коэффициенты трансформации напряжения n и импедансной связи k

$$R_c R_\pi = nk(R_c + R_\pi) - n^2. \quad (11)$$

Эта линейно-функциональная зависимость (11) показана на рис. 5, и в ней можно выделить пять особых точек: *A*) отрицательная бесконечность и функции $(R_c R_\pi)$, и аргумента $(R_c + R_\pi)$; *B*) отрицательное значение функции $(R_c R_\pi) = -n^2$ при нулевом аргументе $(R_c + R_\pi) = 0$; *C*) нулевое значение функции $(R_c R_\pi) = 0$ при аргументе $(R_c + R_\pi) = n/k$; *D*) положительное значение функции $(R_c R_\pi) = n^2$

при аргументе $(R_c + R_\pi) = 2n/k$; E) положительная бесконечность и функции $(R_c R_\pi)$, и аргумента $(R_c + R_\pi)$.

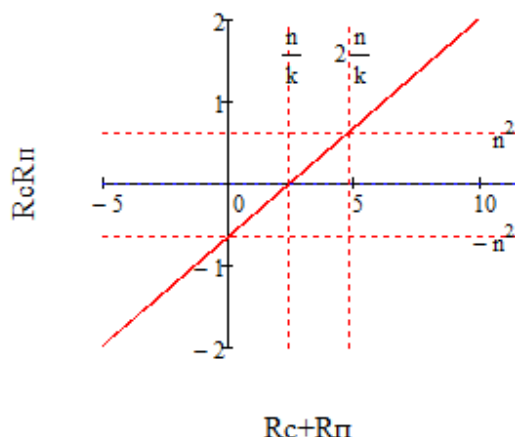


Рис. 5. Линейная зависимость произведения модальных напряжений $(R_c R_\pi)$ от их суммы $(R_c + R_\pi)$, где $n = 0,8$; $k = 0,333$.

Из (10), можно вновь вывести ранее представленную универсальную формулу (1) для модальных напряжений применимую как для R_c , так и для R_π

$$R_{\pi,c} = \frac{R_{c,\pi}nk - n^2}{R_{c,\pi} - nk} = \frac{R_{c,\pi}k - n}{R_{c,\pi}/n - k}, \quad (12)$$

Кроме того, уравнение (10) одновременно является и квадратным по коэффициенту трансформации n , и линейным по коэффициенту связи k , решив которые можно возвратиться к изначально заданным коэффициентам трансформации n и связи k

$$n = \frac{(R_c + R_\pi)k}{2} \pm \sqrt{\left[\frac{(R_c + R_\pi)k}{2}\right]^2 - R_c R_\pi}; \quad (14)$$

$$k = \frac{n + R_c R_\pi/n}{R_c + R_\pi}. \quad (15)$$

Однако, при таком обратном вычислении коэффициента трансформации n по формуле (14) получается два решения, из которых приходится выбирать подходящее физически обоснованное. При этом, оба решения могут оказаться физически нереализуемыми, если модальные напряжения выбраны произвольно и являются несовместимыми. Также следует отметить, что в случае

противоположных модальных напряжений $R_c = -R_\pi = n$ вычисления по формуле (15) дают нулевые значения как в числителе, так и знаменателе дроби, следовательно, величина коэффициента связи k становится неопределенной. Еще отметим, что в симметричных линиях $n = 1$ при отсутствии связи $k = 0$ произведение модальных напряжений всегда равно минус единице $R_c R_\pi = -1$.

Учитывая следующие импедансные соотношения:

$$nk = \frac{Z_{12}}{Z_{11}}; n^2 = \frac{Z_{22}}{Z_{11}}; \frac{n}{k} = \frac{Z_{22}}{Z_{12}}, \quad (16)$$

формулу (11) можно переписать еще и так

$$R_c R_\pi = \frac{Z_{12}(R_c + R_\pi) - Z_{22}}{Z_{11}} = -\frac{Z_{c2}}{Z_{c1}} = -\frac{Z_{\pi2}}{Z_{\pi1}}. \quad (17)$$

$Z_{c1}, Z_{\pi1}, Z_{c2}, Z_{\pi2}$ – модальные импедансы, предложенные Трипази [10], которые будут подробно описаны двумя разделами ниже.

3. Взаимозависимость синфазного и противофазного модальных напряжений

Взаимобратные зависимости синфазного R_c и противофазного R_π модальных напряжений, в которых параметрами являются коэффициенты трансформации n и связи k , полученные из уравнения (12), показаны на рис. 6.

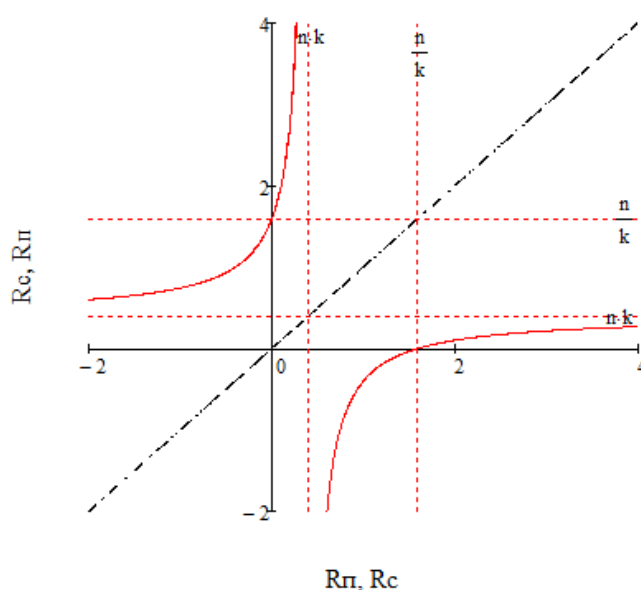


Рис. 6. Симметричные взаимобратные зависимости синфазного R_c и противофазного R_π модальных напряжений. Здесь $n = 0,8; k = 0,5$.

Из графиков функций модальных напряжений видно, что первый из них $R_c(R_\pi)$ в основном располагается во 2-м квадранте, а второй $R_\pi(R_c)$ – в четвертом. Графики не соприкасаются, а граничат между собой при аргументе равном nk , т.к. всегда выполняется двойное неравенство $R_\pi < nk < R_c$. Взаимобратные зависимости симметричны относительно биссектрисы 1-го и 3-го квадрантов (см. рис. 5), откуда следует, что в общем случае достаточно исследовать лишь одну из них, например $R_\pi(R_c)$, со всегда положительным аргументом $R_c > nk$, показанную на рис. 7.

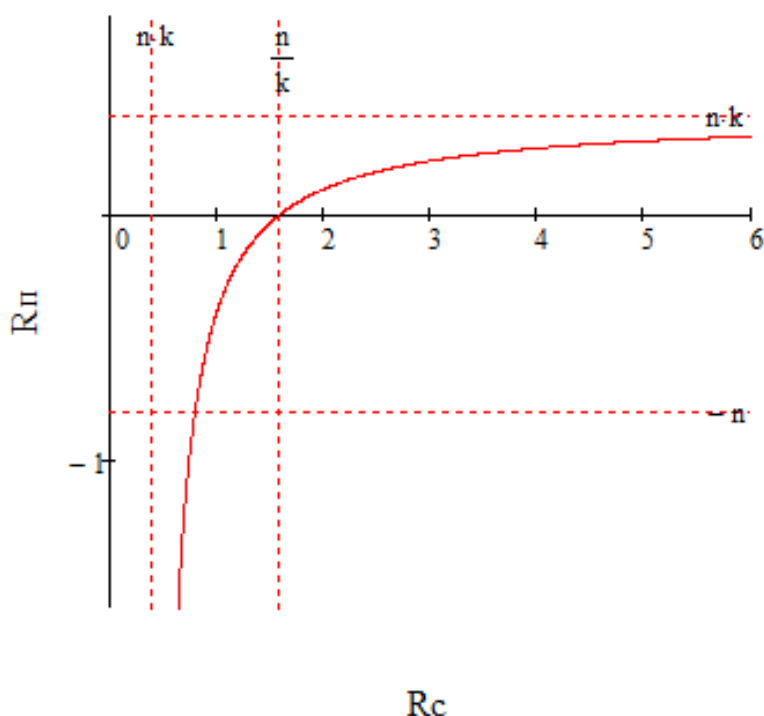


Рис. 7. Противофазное модальное напряжение R_π в зависимости от синфазного R_c и их особые значения (точки), определяемые коэффициентами трансформации n и связи k ($n = 0,8$; $k = 0,5$).

4. Пять особых значений модальных напряжений и их комбинаций

Рассматривая графическую зависимость $R_\pi(R_c)$, показанную на рис. 6, выделяем на ней пять характерных особых точек (вариантов, значений) модальных напряжений R_c и R_π и их комбинаций:

А) Минимальные модальные напряжения R_c и R_π принимают значения

$$(R_c \quad R_\pi)_A = (nk \quad -\infty). \quad (18)$$

В) Противоположные модальные напряжения имеют значения $R_{c,\pi} = \pm n$,

$$(R_c \ R_\pi)_B = (n \ -n); \tag{19}$$

а их произведение равно $R_c R_\pi = -n^2$.

С) Нулевое противофазное напряжение $R_\pi = 0$ устанавливается, когда $R_c = n/k$

$$(R_c \ R_\pi)_C = (n/k \ 0). \tag{20}$$

Д) Если синфазное и противофазное модальные напряжения принимают такие положительные значения $R_{c,\pi} = n(1 \pm \sqrt{1-k^2})/k = nk/(1 \mp \sqrt{1-k^2})$, то их произведение становится равным квадрату коэффициента трансформации $R_c R_\pi = n^2$, а в линиях возможно достижение уравновешенности емкостной и индуктивной связи $k_L = k_C$ даже при неоднородном диэлектрическом заполнении. На эту, удивительную так называемую «критическую» точку, первым обратил внимание К. Саксе (K. Sachse) [13]

$$(R_c \ R_\pi)_D = \left[\frac{n}{k}(1 + \sqrt{1-k^2}) \quad \frac{n}{k}(1 - \sqrt{1-k^2}) \right] = \left(\frac{nk}{1 - \sqrt{1-k^2}} \quad \frac{nk}{1 + \sqrt{1-k^2}} \right). \tag{21}$$

Е) Максимальные модальные напряжения имеют следующие значения

$$(R_c \ R_\pi)_E = (\infty \ nk). \tag{22}$$

Все выше представленные значения модальных напряжений в СЛ, а также их комбинации – суммы и произведения – в пяти особых точках приводятся в табл. 1

Таблица 1. Модальные напряжения и их комбинации в пяти особых точках.

Точка (вариант)	Модальные напряжения в СЛ и их комбинации			
	R_c	R_π	$R_c + R_\pi$	$R_c R_\pi$
A	nk	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$
B	n	$-n$	0	$-n^2$
C	n/k	0	n/k	0
D	$\frac{n}{k}(1 + \sqrt{1-k^2})$	$\frac{n}{k}(1 - \sqrt{1-k^2})$	$2n/k$	n^2
E	∞	nk	∞	∞

5. Условия конгруэнтности, симметрии и двойного экранирования СЛ

Рассмотренные выше значения модальных напряжений R_c и R_π в пяти особых точках A, B, C, D, E , вычисляемые через коэффициенты трансформации n и связи k , уточним при следующих дополнительных условиях: 1) конгруэнтности $R_c = 1$; 2) импедансной симметрии $n = 1$ и 3) двойного экранирования $n = k^{\pm 1}$.

1) Условие конгруэнтности (соразмерности) СЛ, которое впервые предложил и исследовал Р.А. Специале (R.A. Speciale) [12], является фундаментальным, хотя и весьма простым, так как здесь синфазное модальное напряжение однозначно фиксируется $R_c = 1$ (все особые точки сливаются в одну), а противofазное вычисляется следующим образом

$$R_\pi = \frac{k - n}{1/n - k} = -\frac{n - k}{n^{-1} - k} = -\frac{n^2 - nk}{1 - nk}. \quad (23)$$

Модальные напряжения и их комбинации при условии конгруэнтности сведем в табл. 2.

Таблица 2. Модальные напряжения и их комбинации при условии конгруэнтности.

Вариант (точка)	Модальные напряжения в СЛ и их комбинации			
	R_c	R_π	$R_c + R_\pi$	$R_c R_\pi$
Конгруэнтный	1	$-\frac{n - k}{n^{-1} - k}$	$\frac{1 - n^2}{1 - nk}$	$-\frac{n - k}{n^{-1} - k}$

При конгруэнтности возможны как симметрия ($n = 1$), так и предельная асимметрия СЛ, доходящая до двойного экранирования, реализуемая в двух вариантах ($n = k^{\pm 1}$)

$$(R_c \quad R_\pi)_{R_c=1} = \begin{cases} (1 \quad 0); n = k; \\ (1 \quad -1); n = 1; \\ (1 \quad -\infty); n = 1/k. \end{cases} \quad (24)$$

Кроме того, здесь в СЛ становится возможным достижение наибольшего отношения скоростей нормальных волн m .

2) Импедансная симметрия (ИС), когда $n = 1$, как правило реализуется в конгруэнтной физически симметричной конструкции СЛ, где $(R_c \ R_\pi)_{n=1} = (1 \ -1)_B$. Из того, что в симметричном случае противофазное модальное напряжение выражается через синфазное так

$$R_\pi = \frac{R_c k - 1}{R_c - k}, \quad (25)$$

следует, что неконгруэнтная ИС возможна также и в структурах с межлинейной асимметрией конструкции, когда модальные напряжения $(R_c \ R_\pi)$ принимают иные допустимые значения, включая особые точки A, B, C, D, E

$$(R_c \ R_\pi)_{n=1} = \left[(k \ -\infty)_A; (1 \ -1)_B; \left(\frac{1}{k} \ 0 \right)_C; \left(\frac{1 + \sqrt{1 - k^2}}{k} \ \frac{1 - \sqrt{1 - k^2}}{k} \right)_D; (\infty \ k)_E \right] \quad (26)$$

Для иллюстрации рассматриваемого случая ИС изобразим график зависимости противофазного модального напряжения R_π от синфазного R_c в импедансно-симметричных СЛ ($n = 1$) с коэффициентом связи $k = 0,5$ (рис. 8). На изображенной кривой лежат все вышеупомянутые характерные точки A, B, C, D , включая конгруэнтную B ($R_c = 1$), но исключая точку E , лежащую в бесконечности. При этом другие промежуточные точки, лежащие на данной кривой, также допустимы, физически реализуемы и соответствуют другим промежуточным значениям модальных напряжений.

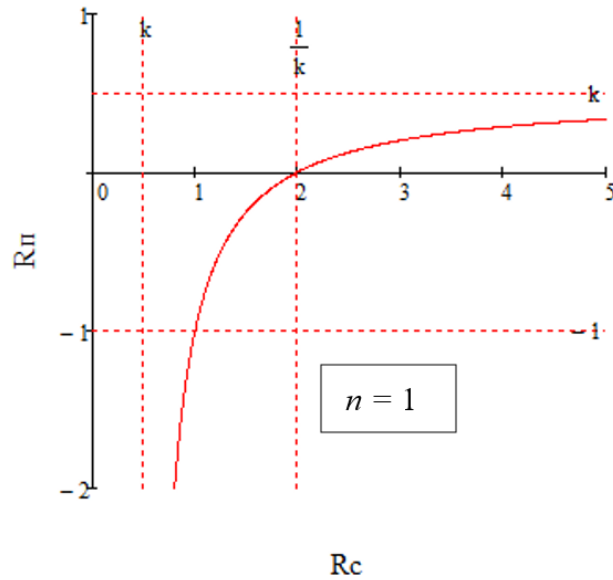


Рис. 8. Зависимость $R_{\pi}(R_c, n, k)$ в импедансно-симметричных СЛ ($n = 1; k = 0,5$).

3) Двойное экранирование (ДЭ) реализуется в структурах с конструкцией вложенных линий [21] и имеет два варианта $n = k^{\pm 1}$, отличающихся порядком нумерации линий: а) $n = k$, когда 1-я внутренняя линия экранируется 2-й внешней; б) $n = 1/k$, когда 2-я внутренняя линия экранируется 1-й внешней. При этом противофазное модальное напряжение вычисляется из синфазного по формулам

$$R_{\pi} = \begin{cases} \frac{R_c - 1}{R_c/k^2 - 1}, & n = k; \\ \frac{R_c - 1/k^2}{R_c - 1}, & n = 1/k. \end{cases} \quad (27)$$

Обычно реализуется в базовом конгруэнтном исполнении $R_c = 1$, при котором достижимо любое отношение скоростей нормальных волн m в двух вариантах

$$(R_c \quad R_{\pi}) = \begin{cases} (1 \quad 0)_C, & n = k; \\ (1 \quad -\infty)_A, & n = 1/k. \end{cases} \quad (28)$$

Реализация СЛ с двойным экраном также возможна и в неконгруэнтных исполнениях $R_c \neq 1$, включая особые точки A, B, C, D, E

$$(R_c \quad R_{\pi}) = \begin{cases} \left[(k^2 \quad -\infty)_A; (k \quad -k)_B; (1 \quad 0)_C; (1 + \sqrt{1-k^2} \quad 1 - \sqrt{1-k^2})_D; (\infty \quad k^2)_E \right], & n = k; \\ \left[(1 \quad -\infty)_A; \left(\frac{1}{k} \quad -\frac{1}{k}\right)_B; \left(\frac{1}{k^2} \quad 0\right)_C; \left(\frac{1 + \sqrt{1-k^2}}{k^2} \quad \frac{1 - \sqrt{1-k^2}}{k^2}\right)_D; (\infty \quad 1)_E \right], & n = 1/k. \end{cases} \quad (29)$$

Для иллюстрации этой пары вариантов ДЭ $n = k^{\pm 1}$ построим графики противофазного модального напряжения R_{π} в зависимости от синфазного R_c для СЛ с коэффициентом связи $k = 0,8$ (рис. 9). На изображенных кривых (см. рис. 8 а, б) лежат все вышеупомянутые характерные точки A, B, C, D, E , включая конгруэнтную $B (R_c = 1)$, но исключая точку E , лежащую в бесконечности.

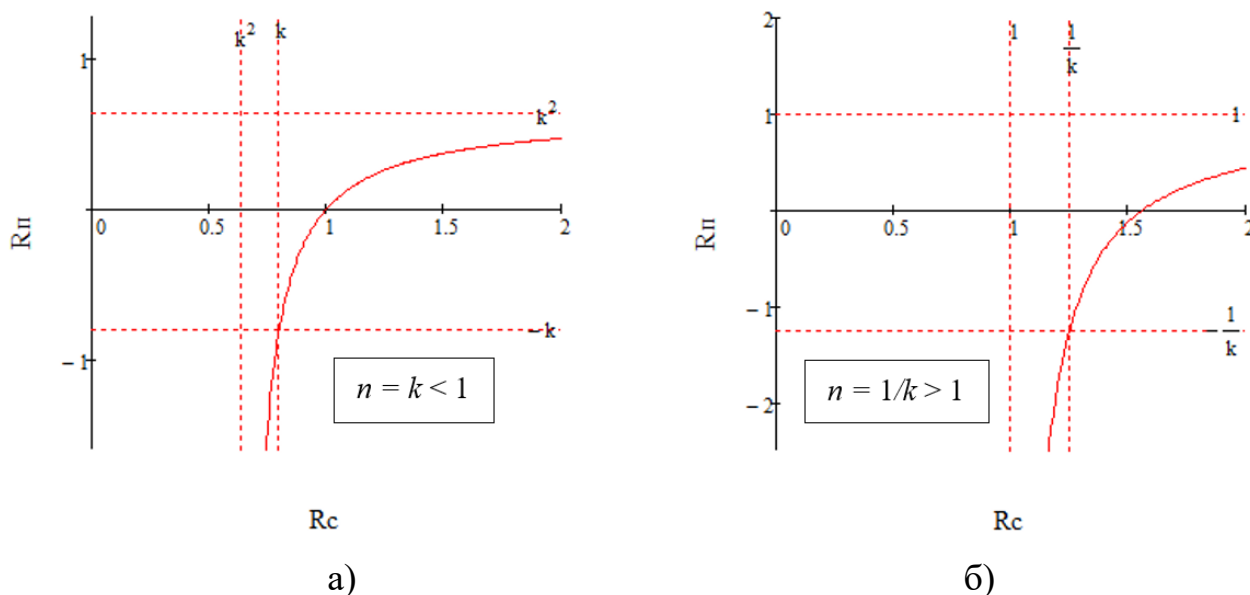


Рис. 9. Зависимость $R_{\pi}(R_c, n, k)$ для СЛ с двойным экраном ($k = 0,8$), в двух вариантах, когда экранируется: а) первая линия второй $n = k$; б) вторая линия первой $n = 1/k$.

Итак, два крайних случая – импедансной симметрии ($n = 1$) и двойного экранирования ($n = k^{\pm 1}$) СЛ – различаются лишь величиной коэффициента трансформации. Однако, существует еще ряд вариантов, различающихся значениями модальных напряжений R_c и R_{π} , из которых можно выделить пять особых – A, B, C, D, E , включая конгруэнтный ($R_c = 1$). Основные варианты матриц модальных напряжений U_m для вышеупомянутых импедансно-симметричных ($n = 1$) и СЛ с двойным экраном ($n = k^{\pm 1}$) приводятся в табл. 3.

Из записи матрицы U_m (см. табл. 3) для СЛ с двойным экраном, а также импедансно-симметричных, очевидно, что только в конгруэнтном случае ($R_c = 1$) элементы матрицы модальных напряжений U_m не зависят от коэффициента связи k , а в остальных неконгруэнтных случаях ($R_c \neq 1$) напряжения U_m зависят от коэффициента связи k .

Теперь, подробнее рассмотрим часто встречающиеся на практике конструкции связанных линий с импедансной симметрией (СЛИС), режимы их возбуждения, структуры квазистатических полей (карты эквипотенциальных линий) в поперечном сечении и варианты модальных напряжений (табл. 4).

Таблица 3. Элементы матриц модальных напряжений СЛ в зависимости от синфазного модального напряжения, коэффициентов трансформации и связи.

Вариант (точка)	Синфазное модальное напряжение R_c	Матрица модальных напряжений U_m	Коэффициент трансформации СЛ ($k \leq n \leq 1/k$)		
			СЛ с двойным экраном 1	Импедансно-симметричные СЛ	СЛ с двойным экраном 2
$n = k < 1$	$n = 1$	$n = 1/k > 1$			
Конгруэнтный	1	$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -\frac{n-k}{1/n-k} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -\infty \end{bmatrix}$
A	nk	$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ nk & -\infty \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ k^2 & -\infty \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ k & -\infty \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -\infty \end{bmatrix}$
B	n	$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ n & -n \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ k & -k \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1/k & -1/k \end{bmatrix}$
C	n/k	$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ n/k & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1/k & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1/k^2 & 0 \end{bmatrix}$
D	$\frac{n(1+k')}{k}$, где $k' = \sqrt{1-k^2}$	$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ R_c & R_\pi \end{bmatrix}$	$R_{c,\pi} = 1 \pm k'$	$R_{c,\pi} = (1 \pm k')/k$	$R_{c,\pi} = (1 \pm k')/k^2$
E	∞	$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \infty & nk \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \infty & k^2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \infty & k \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \infty & 1 \end{bmatrix}$

* Здесь w_1, w_2, h_1, h_2 – ширины и высоты над землей 1-й и 2-й линий соответственно в СЛ с однородным диэлектриком.

Заметим, что столбцы матрицы модальных напряжений U_m являются собственными векторами, найденными с точностью до произвольного постоянного множителя с начальной стандартной нормировкой по первой строке (в которой стоят единицы) [10], [11], однако их иногда желательно ренормировать с целью приведения всех элементов в границы диапазона $[-1...+1]$.

Таблица 4. Конструкции СЛ с импедансной симметрией ($n = 1$) и режимы их возбуждения, матрицы модальных напряжений и структуры полей.

Вариант возбуждения (тип симметрии)	Матрицы модальных напряжений U_m		Режимы возбуждения со структурами полей импедансно-симметричных СЛ ($n = 1$)				
	Нормированные по 1-й строке U_m	Ренормированные матрицы U_m и типы конструкций СЛ $\frac{w_1}{h_1} = \frac{w_2}{h_2}^*$	Синфазный (c)		Противофазный (π)		
<i>A</i>	$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ k & -\infty \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ k & 1 \end{bmatrix}$	$w_1 > w_2^*$ 	$\begin{pmatrix} 1 \\ k \end{pmatrix}$		$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$	
<i>B</i>	$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$	$w_1 = w_2^*$ 	$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$		$\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$		
<i>C</i>	$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1/k & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} k & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$	$w_1 < w_2^*$	$\begin{pmatrix} k \\ 1 \end{pmatrix}$		$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$	
<i>D</i>	$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1/d & d \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} d & 1 \\ 1 & d \end{bmatrix}$		$\begin{pmatrix} d \\ 1 \end{pmatrix}$		$\begin{pmatrix} 1 \\ d \end{pmatrix}$	
<i>E</i>	$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \infty & k \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & k \end{bmatrix}$	$w_1 > w_2^*$ 	$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$		$\begin{pmatrix} 1 \\ k \end{pmatrix}$	

* Здесь w_1, w_2, h_1, h_2 – ширины и высоты над землей 1-й и 2-й линий соответственно в СЛ с однородным диэлектриком; $d = (1 - \sqrt{1 - k^2})/k$; $1/d = (1 + \sqrt{1 - k^2})/k$.

Для численной оценки элементов матрицы U_m модальных напряжений ($R_c R_\pi$) в импедансно-симметричных СЛ ($n = 1$) приведем численные значения

этих напряжений в зависимости от коэффициента связи k в пяти особых точках (табл. 5).

Таблица 5. Численные значения модальных напряжений в зависимости от коэффициента связи в импедансно-симметричных конструкциях СЛ ($n = 1$).

Коэффициент связи k	Значения модальных напряжений ($R_c R_\pi$) в пяти особых точках				
	A	B	C	D	E
0,1	(0,1 $-\infty$)	(1 -1)	(10 0)	(19,9 0,05)	(∞ 0,1)
1/3	(1/3 $-\infty$)	(1 -1)	(3 0)	(5,83 0,17)	(∞ 1/3)
0,5	(0,5 $-\infty$)	(1 -1)	(2 0)	(3,73 0,27)	(∞ 0,5)
0,73	(0,73 $-\infty$)	(1 -1)	(1,37 0)	(2,31 0,43)	(∞ 0,73)
0,8	(0,8 $-\infty$)	(1 -1)	(1,25 0)	(2 0,5)	(∞ 0,8)

Из анализа матрицы \mathbf{U}_m (см. табл. 4 и 5) для СЛИС ($n = 1$) с произвольным диэлектриком следует, что если СЛ имеют межлинейную симметрию конструкции (здесь конгруэнтны $R_c = 1$), то модальные напряжения \mathbf{U}_m не зависят от коэффициента связи k . С другой стороны, для СЛИС даже с однородным диэлектриком в случае межлинейной асимметрии конструкции, напряжения \mathbf{U}_m зависят от коэффициента связи k .

6. Модальные импедансы СЛ

Рассмотрим соотношения для синтеза модальных импедансов СЛ Z_{c1} , $Z_{\pi1}$, Z_{c2} , $Z_{\pi2}$ предложенных В.К. Трипази (V.K.Tripathi) [10], которые могут принимать даже отрицательные значения [13] вследствие зависимости от модальных напряжений R_c и R_π . Задавшись значениями исходных параметров Z_0 , R_c , R_π , m_0 , ставим задачу синтезировать четыре собственных модальных импеданса Z_{c1} , $Z_{\pi1}$, Z_{c2} , $Z_{\pi2}$, для чего запишем исходные, содержащие межлинейные и межмодальные импедансные соотношения, а также выражения для характеристического импеданса [10]

$$\begin{cases} \frac{Z_{c2}}{Z_{c1}} = \frac{Z_{\pi2}}{Z_{\pi1}} = -R_c R_\pi; \\ \frac{Z_{c1}}{Z_{\pi1}} = \frac{Z_{c2}}{Z_{\pi2}} = m_0; \\ Z_{c1} Z_{\pi2} = Z_{c2} Z_{\pi1} = Z_0^2. \end{cases} \quad (30)$$

Из этой системы сформируем систему из двух уравнений с двумя неизвестными Z_{c1} и $Z_{\pi1}$

$$\begin{cases} Z_{c1} Z_{\pi1} = Z_0^2 / (-R_c R_\pi); \\ Z_{c1} / Z_{\pi1} = m_0, \end{cases} \quad (31)$$

из которой находим решение вначале для Z_{c1} и $Z_{\pi1}$, а потом и для оставшихся Z_{c2} и $Z_{\pi2}$

$$\begin{cases} Z_{c1} = \text{sign}(m_0) Z_0 \sqrt{m_0 / (-R_c R_\pi)}; \\ Z_{\pi1} = Z_{c1} / m_0; \end{cases} \quad \begin{cases} Z_{c2} = -R_c R_\pi Z_{c1}; \\ Z_{\pi2} = -R_c R_\pi Z_{\pi1}. \end{cases} \quad (32)$$

В развернутом виде полное решение (32) можно переписать так

$$\begin{cases} Z_{c1} = \text{sign}(m_0) Z_0 \sqrt{\frac{m_0}{-R_c R_\pi}}; \\ Z_{\pi1} = \frac{\text{sign}(m_0) Z_0}{\sqrt{m_0 (-R_c R_\pi)}}; \end{cases} \quad \begin{cases} Z_{c2} = \text{sign}(m_0) Z_0 \sqrt{m_0 (-R_c R_\pi)}; \\ Z_{\pi2} = \text{sign}(m_0) Z_0 \sqrt{\frac{-R_c R_\pi}{m_0}}, \end{cases} \quad (33)$$

$$\text{где } (-R_c R_\pi) = \frac{kR_c - n}{kR_c^{-1} - n^{-1}}; \quad m_0 = \frac{1 - k^2}{1 + k^2 - k(n/R_c + R_c/n)}.$$

Итак, задача нахождения четырех собственных модальных импедансов Z_{c1} , $Z_{\pi1}$, Z_{c2} , $Z_{\pi2}$ из четырех модальных параметров Z_0 , R_c , R_π , m_0 , здесь полностью решена (33). Учитывая, что найденные импедансы взаимозависимы, а независимых там только три, то для их поиска достаточно знать лишь три исходных параметра Z_0 , $(-R_c R_\pi)$ и m_0 , при этом два последних в свою очередь зависят от базовых исходных n , k , R_c .

Дополнительно введем в рассмотрение еще два новых ранее неисследованных взаимных модальных импеданса $Z_{\pi12}$, Z_{cm} , характеризующих межлинейную связь. Учитывая (30) и формулу произведения $Z_0^2 = Z_{cm} Z_{\pi12}$,

определим взаимные противофазный $Z_{\pi 12}$ и синфазный Z_{cm} импедансы, соответственно, следующим образом

$$Z_{\pi 12} = \frac{Z_0^2 - Z_{\pi 1} Z_{\pi 2}}{Z_{\pi 1} + Z_{\pi 2}} = Z_0 \frac{\text{sign}(m_0)(m_0^{1/2} - m_0^{-1/2})}{(-R_c R_\pi)^{1/2} + (-R_c R_\pi)^{-1/2}}; \quad (34)$$

$$Z_{cm} = \frac{Z_0^2}{Z_{\pi 12}} = Z_0 \frac{(-R_c R_\pi)^{1/2} + (-R_c R_\pi)^{-1/2}}{\text{sign}(m_0)(m_0^{1/2} - m_0^{-1/2})}. \quad (35)$$

Они дополняют набор известных модальных параметров, характеризующих СЛ. Общая схема соотношений модально-импедансных параметров СЛ показана на рис. 10.

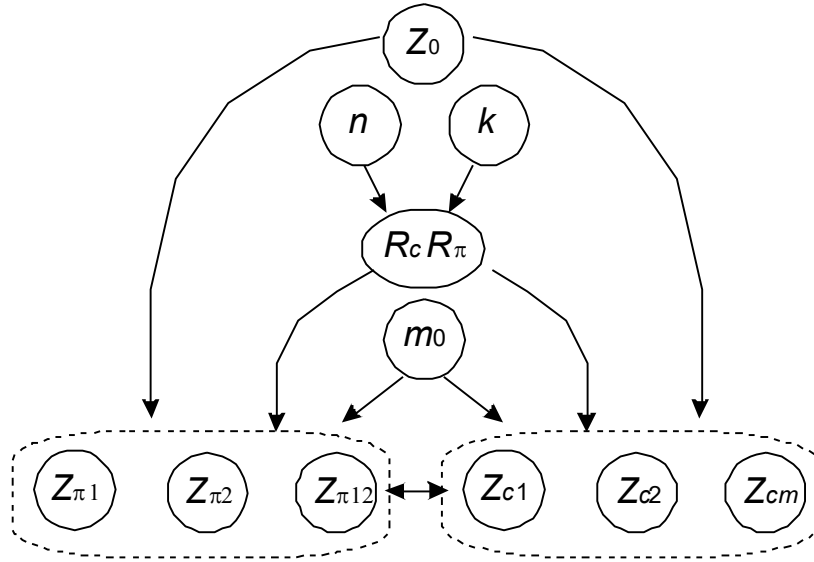


Рис. 10. Общая схема синтеза модальных импедансов СЛ.

Запишем еще соотношения, позволяющие вернуться обратно к коэффициентам трансформации n и связи k , а также к их произведению и отношению при известных модальных напряжениях R_c , R_π и межмодальном импедансном отношении $m_0 = Z_{c2}/(-R_c R_\pi Z_{\pi 1})$

$$\begin{cases} n = \sqrt{\frac{R_\pi - m_0 R_c}{R_\pi^{-1} - m_0 R_c^{-1}}}; \\ k = \frac{|1 - m_0|}{\sqrt{1 + m_0^2 - m_0 (R_\pi / R_c + R_c / R_\pi)}}. \end{cases} \quad (36)$$

$$nk = \frac{1 - m_0}{R_\pi^{-1} - m_0 R_c^{-1}}; \quad \frac{n}{k} = \frac{R_\pi - m_0 R_c}{1 - m_0}. \quad (37)$$

Важно отметить, что модальные импедансы зависят как от характеристического импеданса Z_0 , коэффициентов трансформации n и связи k , так и от модальных напряжений ($R_c R_\pi$); а превышение синфазным напряжением уровня $R_c > n/k$ ведет к отрицательным значениям двух из четырех модальных импедансов [13].

7. Терминальные (оконечные) импедансы СЛ

Выше было отмечено, что некоторые модальные импедансы согласно Трипази [10] в ряде случаев могут принимать отрицательные значения, что затрудняет толкование их физического смысла. Однако в особом конгруэнтном случае ($R_c = 1$), предложенном Специале [12], когда все модальные импедансы только с положительными знаками, им можно дать однозначную физическую интерпретацию в качестве терминальных (оконечных) импедансов, как у Маркса [9]. Для выделения такого отличия, введем модификацию обозначений, заключающуюся прежде всего в обратном порядке следования буквенно-цифровых индексов. Итак, собственные Z_{c1} , Z_{c2} , $Z_{\pi1}$, $Z_{\pi2}$ и взаимные Z_{cm} , $Z_{\pi m}$ модальные импедансы в конгруэнтном случае ($R_c = 1$) «превращаются» в следующие терминальные импедансы [17]: Z_{1c} , Z_{2c} , $Z_{1\pi}$, $Z_{2\pi}$, Z_m , Z_{12}

$$\begin{cases} Z_{1c} = Z_{c1}|_{R_c=1}; \\ Z_{2c} = Z_{c2}|_{R_c=1}; \\ Z_m = Z_{cm}|_{R_c=1}; \end{cases} \begin{cases} Z_{1\pi} = Z_{\pi1}|_{R_c=1}; \\ Z_{2\pi} = Z_{\pi2}|_{R_c=1}; \\ Z_{12} = Z_{\pi m}|_{R_c=1}. \end{cases} \quad (38)$$

Равенство модальных и терминальных импедансов (конгруэнтность) СЛ – $Z_{c1} = Z_{1c}$; $Z_{\pi1} = Z_{1\pi}$; $Z_{c2} = Z_{2c}$; $Z_{\pi2} = Z_{2\pi}$ – характеризует соразмерность составляющих как нормальных волн (электрической и магнитной), так и распределенных параметров линий передачи (емкостных и индуктивных).

Элементы с номиналами терминальных импедансов образуют две физически реализуемые П- и Т-образные резистивные цепи, которые эквивалентны полубесконечному отрезку связанных линий и функционируют

в качестве окончательных согласованных поглощающих нагрузок СЛ (рис. 11, а, б) [9], [17].

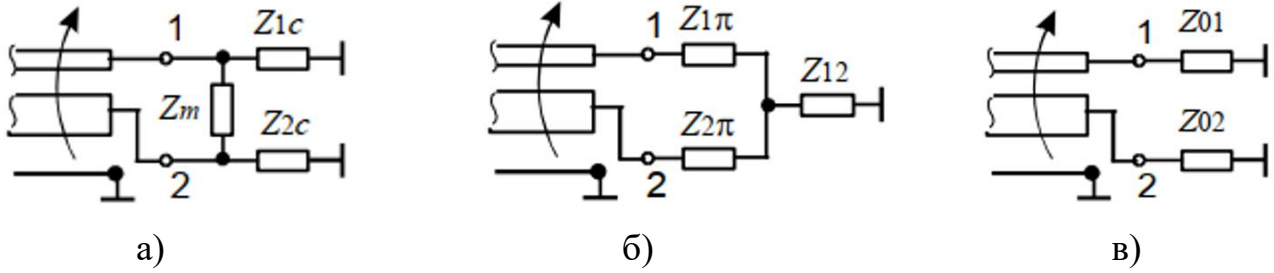


Рис. 11. Полубесконечный отрезок несимметричных СЛ, нагруженный на свои эквивалентные схемы в виде Π -образной (а) и T -образной (б) резистивных цепей, а также – на пару отдельных резисторов (в).

Кроме того, значения элементов T - и Π -образной эквивалентных схем (см. рис. 11) согласно Марксу [9] определяются значениями элементов матриц характеристических сопротивлений Z и проводимостей Y СЛ, которые здесь выражаются через характеристический импеданс Z_0 , коэффициенты трансформации n и связи k

$$\begin{cases} Z_{1c} = (Y_{11} + Y_{12})^{-1} = Z_0 \sqrt{1 - k^2} / (n - k); \\ Z_{2c} = (Y_{22} + Y_{12})^{-1} = Z_0 \sqrt{1 - k^2} / (n^{-1} - k); \\ Z_m = -Y_{12}^{-1} = Z_0 \sqrt{1 - k^2} / k. \end{cases} \quad (39)$$

$$\begin{cases} Z_{1\pi} = Z_{11} - Z_{12} = Z_0 (n^{-1} - k) / \sqrt{1 - k^2}; \\ Z_{2\pi} = Z_{22} - Z_{12} = Z_0 (n - k) / \sqrt{1 - k^2}; \\ Z_{12} = Z_0 k / \sqrt{1 - k^2}; \end{cases} \quad (40)$$

При этом особую важность для практики имеет схема замещения в виде пары отдельных нагрузочных резисторов (см. рис. 11, в), номиналы которых рассчитываются по следующим формулам: $Z_{01} = Z_0/n$; $Z_{02} = Z_0 n$. Она идеально нагружает и согласует СЛ с синхронными волнами на центральной частоте рабочего диапазона.

Общая схема взаимосвязи троек терминальных и других импедансных параметров СЛ показана на рис. 12.

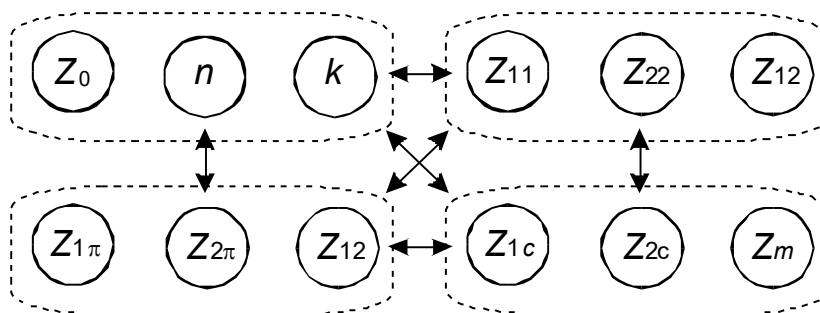


Рис. 12. Общая схема взаимосвязи импедансных параметров СЛ: характеристический импеданс с коэффициентами трансформации и связи; элементы импедансной матрицы Z ; терминальные импедансы Т- и П-образных схем соответственно.

Дополнительные соотношения между терминальными импедансами [9], [12] можно записать так

$$\begin{cases} R_z = \frac{Z_{2c}}{Z_{1c}} = \frac{Z_{2\pi}}{Z_{1\pi}} = \frac{n-k}{n^{-1}-k}; \\ \frac{Z_{1c}}{Z_{1\pi}} = \frac{Z_{2c}}{Z_{2\pi}} = \frac{1-k^2}{(n-k)(n^{-1}-k)} = \frac{1-k^2}{1+k^2-k(n+n^{-1})}; \\ Z_0^2 = Z_{1c}Z_{2\pi} = Z_{2c}Z_{1\pi} = Z_{12}Z_m = Z_cZ_\pi, \end{cases} \quad (41)$$

в которых первая формула определяет коэффициент импедансной асимметрии R_z . Кроме того, здесь также выполняются известные импедансные соотношения

$$\begin{cases} Z_c = Z_0 \sqrt{(1+k)/(1-k)}; \\ Z_\pi = Z_0 \sqrt{(1-k)/(1+k)}. \end{cases} \quad (42)$$

Итак, только в конгруэнтном случае ($R_c = 1$) модальные импедансы, определяемые по Трипази [10], численно совпадают с соответствующими терминальными импедансами, определяемыми по Марксу [9]. При этом терминальные импедансы не зависят от синфазного модального напряжения R_c , а зависят только от характеристического импеданса Z_0 , коэффициентов трансформации n и связи k ; их значения всегда положительные.

8. Влияние синфазного модального напряжения на модальные импедансы, коэффициенты емкостной и индуктивной связи СЛ

Если конструкции СЛ имеют однородное или специально подобранное неоднородное диэлектрическое заполнение, в которых нормальные (синфазная и противофазная) волны имеют равные скорости и являются синхронными [7], то это влечет полную уравновешенность индуктивной, емкостной и импедансной связи $k_L = k_C = k$. С другой стороны, существуют уникальные структуры СЛ с неоднородным диэлектриком, где скорости асинхронных нормальных волн не равны друг другу, но при этом достигается уравновешенность индуктивной и емкостной связи $k_L = k_C$ [13]. Такие структуры по импедансу могут быть как симметричными, так и несимметричными, а по конструктивному исполнению – только неконгруэнтными, т.е. с особым синфазным модальным напряжением не равным единице $R_c \neq 1$.

Теперь рассмотрим пять особых значений синфазного модального напряжения R_c и его общее влияние на соответствующие модальные импедансы и коэффициенты емкостной и индуктивной связи СЛ.

А) Если синфазное модальное напряжение принимает минимальное значение $R_c = nk$, то все модальные импедансы положительны, а два из них $Z_{\pi 1}$, Z_{c2} стремятся – один к нулевому $Z_{\pi 1} \rightarrow 0$, другой к бесконечному $Z_{c2} \rightarrow \infty$ пределам, но их среднее геометрическое остается неизменным и равным характеристическому импедансу $Z_0 = \sqrt{Z_{\pi 1} Z_{c2}}$. Межлинейные импедансные отношения равны отрицательному произведению модальных напряжений $(-R_c R_\pi)$, в котором $R_\pi \rightarrow -\infty$

$$\frac{Z_{c2}}{Z_{c1}} = \frac{Z_{\pi 2}}{Z_{\pi 1}} = \frac{Z_{(c,\pi)2}}{Z_{(c,\pi)1}} = -R_c R_\pi \rightarrow \infty. \quad (43)$$

Коэффициенты индуктивной и емкостной связи выражаются так

$$(k_L \quad k_C)_A = \left\{ \left[1 + (k^{-2} - 1)m \right]^{-1/2} \quad \left[1 + (k^{-2} - 1)m^{-1} \right]^{-1/2} \right\}. \quad (44)$$

В) Если $R_c = n$, то все модальные импедансы положительны, межлинейное импедансное отношение равно квадрату коэффициента трансформации

$$\frac{Z_{c2}}{Z_{c1}} = \frac{Z_{\pi2}}{Z_{\pi1}} = \frac{Z_{(c,\pi)2}}{Z_{(c,\pi)1}} = -R_c R_\pi = n^2, \quad (45)$$

а межмодальное импедансное отношение зависит только от коэффициента СВЯЗИ

$$m_0|_{R_c=n} = \frac{Z_{c1}}{Z_{\pi1}} = \frac{Z_{c2}}{Z_{\pi2}} = \frac{Z_{c(1,2)}}{Z_{\pi(1,2)}} = \frac{Z_c}{Z_\pi} = \frac{1+k}{1-k}, \quad (46)$$

и в случае симметрии $n = 1$ становится равным максимально достижимому отношению скоростей нормальных волн

$$m_{\max} = m_0|_{R_c=n=1}. \quad (47)$$

При этом коэффициенты индуктивной и емкостной связи записываются

$$(k_L \quad k_C)_B = \left(\frac{m_0 - m}{m_0 + m} \quad \frac{m_0 - m^{-1}}{m_0 + m^{-1}} \right). \quad (48)$$

С) Если $R_c = n/k$, то все модальные импедансы положительны, при этом два из них $Z_{c1}, Z_{\pi2}$ стремятся – один к бесконечному $Z_{c1} \rightarrow \infty$, другой к нулевому $Z_{\pi2} \rightarrow 0$ пределам, а их среднее геометрическое остается неизменным и равным характеристическому импедансу $Z_0 = \sqrt{Z_{c1} Z_{\pi2}}$. Межлинейные импедансные отношения, равные произведению модальных напряжений ($-R_c R_\pi$), при нулевом сомножителе $R_\pi = 0$ обнуляются

$$\frac{Z_{c2}}{Z_{c1}} = \frac{Z_{\pi2}}{Z_{\pi1}} = \frac{Z_{(c,\pi)2}}{Z_{(c,\pi)1}} = -R_c R_\pi = 0. \quad (49)$$

Коэффициенты индуктивной и емкостной связи такие же как в точке А

$$(k_L \quad k_C)_C = (k_L \quad k_C)_A = \left\{ \left[1 + (k^{-2} - 1)m \right]^{-1/2} \quad \left[1 + (k^{-2} - 1)m^{-1} \right]^{-1/2} \right\}. \quad (50)$$

Д) Если синфазное и противофазное модальные напряжения принимают такие положительные значения $R_{c,\pi} = n \left(1 \pm \sqrt{1 - k^2} \right) / k = nk / \left(1 \mp \sqrt{1 - k^2} \right)$, то два

модальных импеданса $Z_{\pi 1}$, $Z_{c 2}$ положительны, а два других $Z_{c 1}$, $Z_{\pi 2}$ отрицательны, при этом межмодальные импедансные отношения для каждой из линий равны минус единице

$$m_0 = \frac{Z_{c 1}}{Z_{\pi 1}} = \frac{Z_{c 2}}{Z_{\pi 2}} = \frac{Z_{c(1,2)}}{Z_{\pi(1,2)}} = -1. \quad (51)$$

Кроме того, и межлинейные отношения одно- и разно-модальных импедансов равны квадрату коэффициента трансформации со знаком минус и плюс соответственно

$$\frac{Z_{c 2}}{Z_{c 1}} = \frac{Z_{\pi 2}}{Z_{\pi 1}} = \frac{Z_{(c,\pi)2}}{Z_{(c,\pi)1}} = -R_c R_\pi = -n^2; \quad (52)$$

$$\frac{Z_{\pi 2}}{Z_{c 1}} = \frac{Z_{c 2}}{Z_{\pi 1}} = \frac{Z_{(c,\pi)2}}{Z_{(\pi,c)1}} = R_c R_\pi = n^2. \quad (53)$$

При этом выполняется еще одно равенство $n^2 = Z_2/Z_1$, где $Z_1 = \sqrt{L_{11}/C_{11}}$ и $Z_2 = \sqrt{L_{22}/C_{22}}$. Коэффициенты индуктивной и емкостной связи становятся равными между собой $k_L = k_C$ и записываются следующим образом

$$(k_L \quad k_C)_D = \left\{ \left[1 + \frac{4(k^{-2} - 1)m}{(1+m)^2} \right]^{-1/2} \quad \left[1 + \frac{4(k^{-2} - 1)m^{-1}}{(1+m^{-1})^2} \right]^{-1/2} \right\}. \quad (54)$$

Их равенство говорит об уравновешенности индуктивной и емкостной связи даже при различии скоростей нормальных волн в неоднородном диэлектрике. На это свойство, весьма важное при создании противонаправленных ответвителей с высокой развязкой, впервые обратил внимание К. Саксе (K. Sachse) [13].

Е) Если синфазное модальное напряжение стремится к бесконечности $R_c \rightarrow \infty$, то два модальных импеданса $Z_{\pi 1}$, $Z_{c 2}$ положительны, а два других $Z_{c 1}$, $Z_{\pi 2}$ отрицательны и стремятся – один к минус нулевому $Z_{c 1} \rightarrow -0$, другой к минус бесконечному $Z_{\pi 2} \rightarrow -\infty$ пределам, а их среднее геометрическое остается неизменным и равным характеристическому импедансу

$Z_0 = \sqrt{Z_{c1}Z_{\pi2}}$. Отсюда, межлинейные импедансные отношения, равные отрицательному произведению модальных напряжений, стремятся к минус бесконечности

$$\frac{Z_{c2}}{Z_{c1}} = \frac{Z_{\pi2}}{Z_{\pi1}} = \frac{Z_{(c,\pi)2}}{Z_{(c,\pi)1}} = -R_c R_\pi \rightarrow -\infty. \quad (55)$$

При этом коэффициенты индуктивной и емкостной связи меняются местами в сравнении с точкой *A* и записываются так

$$(k_L \ k_C)_E = (k_C \ k_L)_A = \left\{ \left[1 + (k^{-2} - 1)m^{-1} \right]^{-1/2} \left[1 + (k^{-2} - 1)m \right]^{-1/2} \right\}. \quad (56)$$

Знаки при величинах модальных импедансов, а также формулы для коэффициентов емкостной и индуктивной связи СЛ в зависимости от синфазного модального напряжения R_c в пяти особых точках приводятся в табл. 6

Таблица 6. Модальные импедансы, коэффициенты индуктивной и емкостной связи СЛ в пяти особых точках.

Точка	Синфазное модальное напряжение R_c	Знаки и предельные значения модальных импедансов				Коэффициенты индуктивной и емкостной связи СЛ	
		sign(Z_{c1})	sign(Z_{c2})	sign($Z_{\pi1}$)	sign($Z_{\pi2}$)	k_L	k_C
<i>A</i>	nk	+	$+\infty$	0	+	$\left[1 + (k^{-2} - 1)m \right]^{-1/2}$	$\left[1 + (k^{-2} - 1)m^{-1} \right]^{-1/2}$
<i>B</i>	n	+	+	+	+	$\frac{m_0 - m}{m_0 + m}$	$\frac{m_0 - m^{-1}}{m_0 + m^{-1}}$
<i>C</i>	n/k	$+\infty$	+	+	0	$\left[1 + (k^{-2} - 1)m \right]^{-1/2}$	$\left[1 + (k^{-2} - 1)m^{-1} \right]^{-1/2}$
<i>D</i>	$\frac{n}{k} \left(1 + \sqrt{1 - k^2} \right)$	-	+	+	-	$\left[1 + \frac{4(k^{-2} - 1)m^{+1}}{(1 + m^{+1})^2} \right]^{-1/2}$	
<i>E</i>	∞	0	+	+	$-\infty$	$\left[1 + (k^{-2} - 1)m^{-1} \right]^{-1/2}$	$\left[1 + (k^{-2} - 1)m \right]^{-1/2}$

Здесь $m_0 = (1+k)/(1-k)$; $m = v_c/v_\pi$.

Для иллюстрации представленных соотношений, графики четырех модальных импедансов СЛ Z_{c1} , $Z_{\pi1}$, Z_{c2} , $Z_{\pi2}$ при параметрах $Z_0 = 50$ Ом; $n = 0,8$; $k = 0,7$ в зависимости от синфазного напряжения R_c с отмеченными особыми уровнями в точках *A*, *B*, *C*, *D* (R_{ca} , R_{cb} , R_{cc} , R_{cd}) приводятся на рис. 13.

Здесь синфазное напряжение R_c в точке E устремляется в бесконечность $R_{ce} \rightarrow \infty$, а сама точка E уходит вправо за пределы графического поля, поэтому не видна.

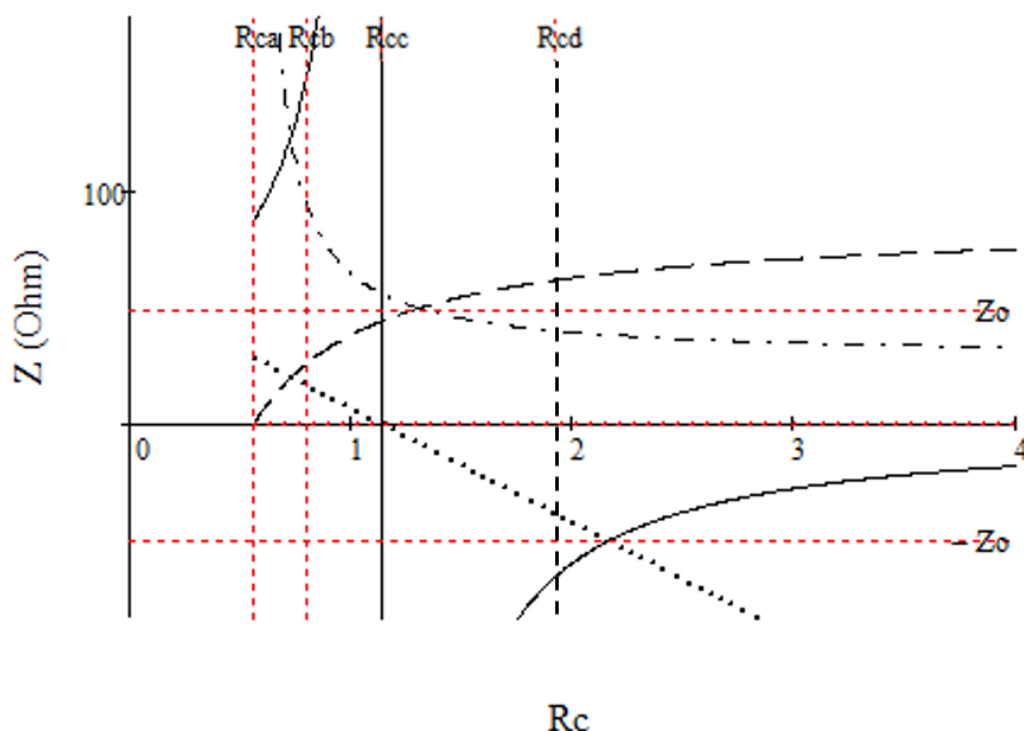


Рис. 13. Четыре модальных импеданса Z_{c1} (сплошная); $Z_{\pi 1}$ (штриховая); Z_{c2} (штрих-пунктирная); $Z_{\pi 2}$ (пунктирная) в зависимости от синфазного модального напряжения R_c ($Z_0 = 50$ Ом; $n = 0,8$; $k = 0,7$) с обозначением его уровней в точках A, B, C, D ; точка E находится справа за пределами поля.

Из приведенных соотношений для коэффициентов емкостной и индуктивной связи (см. табл. 6) следует, что они зависят от следующих параметров: коэффициента импедансной связи k , отношения скоростей нормальных волн m (ограниченного в том числе коэффициентом трансформации n) и синфазного напряжения R_c . Иллюстративные графики коэффициентов емкостной и индуктивной связи СЛ с параметрами $n = 0,96$; $k = 0,7$; $m = 2$ в зависимости от синфазного модального напряжения R_c приводятся на рис. 14.

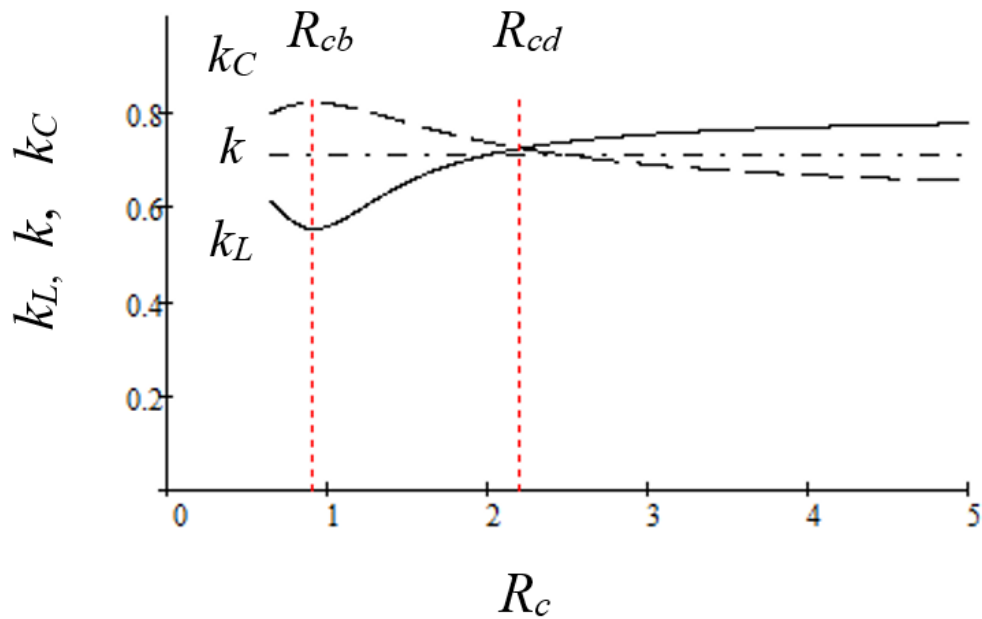


Рис. 14. Коэффициенты емкостной k_C и индуктивной связи k_L СЛ в зависимости от синфазного напряжения R_c ($n = 0,96$; $k = 0,7$; $m = 2$).

Из этих графиков (см. рис.14) видно, что величина импедансной связи k не зависит от модального напряжения R_c и есть среднее между индуктивной и емкостной связями $\min(k_L, k_C) < k < \max(k_L, k_C)$. При этом в точке B кривые связи имеют экстремумы и максимально расходятся. С другой стороны, в точке D кривые, сблизившись, пересекаются, а индуктивная и емкостная связи уравниваются $k_L = k_C$, даже при различных скоростях нормальных волн в неоднородном диэлектрике $v_c \neq v_\pi$ как в симметричных, так и в несимметричных СЛ. В малой окрестности точки D индуктивно-емкостные связи немного превышают импедансную ($k_L \approx k_C$) $> k$. Такая необычная уравнишенность (в точке D) индуктивно-емкостной связи в СЛ с неоднородным диэлектриком позволяет при идеальном согласовании получать уникальную неквадратурную разность фаз в выходных портах противонаправленного ответвителя.

В качестве примера приведем синтезированные модальные и погонные параметры необычных СЛ с характеристическим импедансом $Z_0 = 50$ Ом и связью $k = 0,707$, которые структурно неодинаковы ($L_{11} \neq L_{22}$, $C_{11} \neq C_{22}$), но по импедансу симметричны ($Z_{11} = Z_{22}$; $n = 1$), имеют асинхронность с двукратным отношением скоростей нормальных волн ($m = v_c/v_\pi = 2$) и, в то же время, уравнишенные индуктивную и емкостную связи ($k_L = k_C = 0,727$)

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} 70,7 & 50 \\ 50 & 70,7 \end{bmatrix} \text{ Ом}; \mathbf{U}_m = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2,41 & 0,413 \end{bmatrix}; \boldsymbol{\varepsilon}_{rm} = \begin{pmatrix} 2 \\ 8 \end{pmatrix};$$

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} 0,6179 & 0,3533 \\ 0,3533 & 0,3821 \end{bmatrix} \text{ мкГн/м}; \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 247,4 & -141,6 \\ -141,6 & 153 \end{bmatrix} \text{ пФ/м}.$$

Этот согласованный с 50-омными нагрузками отрезок СЛ длиной 14 мм на частоте 2,5 ГГц обеспечивает межлинейную связь 3 дБ (т.е. это мост), но разность фаз в выходных диагональных портах этого мостового противонаправленного ответвителя составляет 120 град. (т.е. не 90 град., не квадратура). Можно предположить, что для его реализации потребуется еще и магнитное заполнение. Такой 120-град. мост может быть интересен при трехточечном возбуждении микрополоскового излучателя антенны круговой поляризации.

9. Случаи импедансной псевдо-симметрии и псевдо-несвязанности линий. Значения модальных напряжений и других параметров

Проанализируем дополнительные интересные случаи импедансной «псевдо-симметрии» и «псевдо-несвязанности» СЛ в зависимости от значений модальных напряжений, определяемых коэффициентами трансформации и связи. Первая пара случаев характеризуется тем, что даже при отсутствии симметрии в одинаковых режимах возбуждения СЛ имеют равные по модулю импедансы 1-й и 2-й линий. Вторая пара случаев характеризуется тем, что даже при наличии связи соответствующие линии имеют равные синфазный и противофазный импедансы.

- 1) Вначале рассмотрим пару случаев несимметричных структур ($n \neq 1$), обладающих свойством межлинейной импедансной «псевдо-симметрии», в которых произведение модальных напряжений равно $R_c R_\pi = \pm 1$. В первом случае отрицательного произведения $R_c R_\pi = -1$, синфазное и противофазное модальные напряжения принимают значения

$$R_{cbb} = \frac{n - n^{-1}}{2k} + \sqrt{\left(\frac{n - n^{-1}}{2k}\right)^2 + 1}; R_{\pi bb} = -1/R_{cbb}, \quad (57)$$

характеризующие «псевдо-симметрию», при которой одномодальные импедансы первой и второй линий равны между собой $Z_{c1} = Z_{c2}; Z_{\pi1} = Z_{\pi2}$, т.е. межлинейные импедансные отношения при любом типе возбуждения равны единице $\frac{Z_{c2}}{Z_{c1}} = \frac{Z_{\pi2}}{Z_{\pi1}} = 1$, и тем не менее структура все равно несимметрична, так как $n \neq 1$. Однако, если обеспечить реальную симметрию $n = 1$, то модальные напряжения достигнут противоположных значений $R_{c,\pi} = \pm n = \pm 1$, произведение которых равно отрицательному квадрату коэффициента трансформации $R_c R_\pi = -n^2 = -1$ (это особое значение R_c в точке В; см. выше). При этом сохраняется равенство межлинейных импедансных отношений

$$\frac{Z_{c2}}{Z_{c1}} = \frac{Z_{\pi2}}{Z_{\pi1}} = n^2 = 1. \quad (58)$$

- 2) Во втором случае положительного произведения $R_c R_\pi = 1$ предполагается, что одномодальные импедансы первой и второй линий противоположны $Z_{c1} = -Z_{c2}; Z_{\pi1} = -Z_{\pi2}$, т.е. межлинейные импедансные отношения равны минус единице $\frac{Z_{c2}}{Z_{c1}} = \frac{Z_{\pi2}}{Z_{\pi1}} = -1$, и этому условию «противоположной псевдо-симметрии» удовлетворяют следующие положительные значения модальных напряжений

$$R_{cdd} = \frac{n + n^{-1}}{2k} + \sqrt{\left(\frac{n + n^{-1}}{2k}\right)^2 - 1}; R_{\pi dd} = 1/R_{cdd}, \quad (59)$$

однако структура при этом опять остается несимметричной, так как $n \neq 1$. Но если ее довести до реальной симметрии $n = 1$, то возникнут такие модальные напряжения $R_{c,\pi} = (n/k)(1 \pm \sqrt{1 - k^2}) = (1 \pm \sqrt{1 - k^2})/k$, произведение которых станет равно квадрату коэффициента трансформации $R_{cdd} R_{\pi dd} = n^2 = 1$ (это особое значение R_c в точке D;

см. выше). При этом выполняются следующие равенства для межмодальных, межлинейных и модально-линейных импедансных отношений

$$\frac{Z_{c1}}{Z_{\pi1}} = \frac{Z_{c2}}{Z_{\pi2}} = m_0 = -1; \quad \frac{Z_{c2}}{Z_{c1}} = \frac{Z_{\pi2}}{Z_{\pi1}} = -n^2 = -1; \quad \frac{Z_{\pi2}}{Z_{c1}} = \frac{Z_{c2}}{Z_{\pi1}} = n^2 = 1, \quad (60)$$

а также в следствие этого

$$Z_{\pi1} = -Z_{\pi2} = Z_{c2} = -Z_{c1} = Z_1 = Z_2 = \sqrt{L_{11}/C_{11}} = \sqrt{L_{22}/C_{22}}.$$

- 3) Теперь, рассмотрим еще пару случаев «псевдо-несвязанных» линий, когда синфазный и противофазный импедансы линий равны друг другу (что является признаком несвязанности линий, если они симметричны), а произведение модальных напряжений таково $R_c R_\pi = -m_0^{\pm 1}$. В первом случае $R_{cn} R_{\pi n} = -Z_{c1}/Z_{\pi1} = -m_0$, когда два импеданса – синфазный первой и противофазный второй линий – равны отрицательному характеристическому импедансу $Z_{c1} = Z_{\pi2} = -Z_0$, тогда синфазное и противофазное модальные напряжения принимают следующие значения

$$(R_c \quad R_\pi)_n = \left(\begin{array}{cc} \frac{n + \sqrt{1-k^2}}{k} & \frac{k}{n^{-1} + \sqrt{1-k^2}} \end{array} \right). \quad (61)$$

Если при этом обеспечить реальную симметрию $n = 1$, то их произведение станет равным единице $R_{cn} R_{\pi n} = n^2 = 1$ (что совпадает с особым значением R_c в точке D; см. выше).

- 4) Во втором случае $R_{cp} R_{\pi p} = -Z_{\pi1}/Z_{c1} = -1/m_0$, когда два импеданса – синфазный 2-й и противофазный 1-й линий – равны положительному характеристическому импедансу $Z_{c2} = Z_{\pi1} = Z_0$, тогда синфазное и противофазное модальные напряжения вычисляются следующим образом

$$(R_c \quad R_\pi)_p = \begin{cases} \left(\begin{array}{cc} \frac{k}{n^{-1} - \sqrt{1-k^2}} & \frac{n - \sqrt{1-k^2}}{k} \end{array} \right), & n^{-2} + k^2 > 1; \\ (+\infty \quad 1), & \text{иначе.} \end{cases} \quad (62)$$

Если при этом обеспечить реальную симметрию $n = 1$, то их произведение опять станет равным единице $R_{cp} R_{\pi p} = n^2 = 1$ (что совпадает с особым

значением R_c в точке D; см. выше), что также эквивалентно предыдущему случаю.

Таким образом, если в структуре СЛ обеспечить реальную симметрию $n = 1$, то три последних случая «псевдо-симметрии/несвязанности» по значениям модальных напряжений совпадут и между собой, и с особым случаем в точке D

$$R_{c,\pi}|_{n=1} = \left(\frac{1 \pm \sqrt{1-k^2}}{k} \right)_{dd} = \left(\frac{1 + \sqrt{1-k^2}}{k} \right)_n^{\pm 1} = \left(\frac{k}{1 - \sqrt{1-k^2}} \right)_p^{\pm 1} = \left(\frac{1 \pm \sqrt{1-k^2}}{k} \right)_D = \left(\frac{k}{1 \mp \sqrt{1-k^2}} \right)_D. \quad (63)$$

Для наглядной иллюстрации представленных формул, графики четырех модальных импедансов СЛ – Z_{c1} , $Z_{\pi 1}$, Z_{c2} , $Z_{\pi 2}$ в зависимости от синфазного напряжения R_c показаны на рис. 15, на которых отмечены особые значения R_c в случаях «псевдо-симметрии» (R_{cbb} , R_{cdd}) и «псевдо-несвязанности» линий (R_{cp} , R_{cn}).

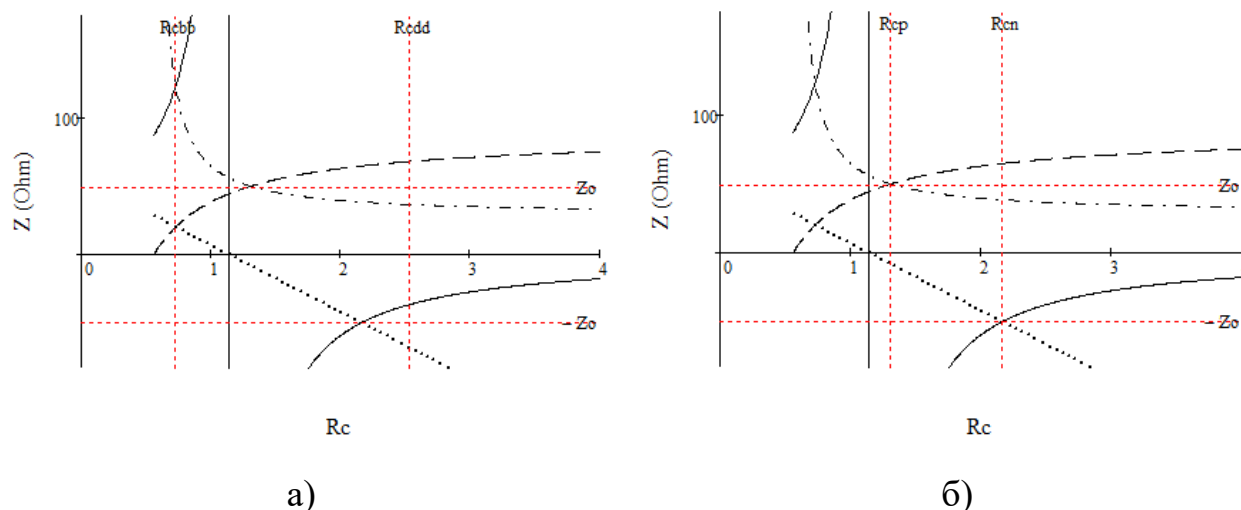


Рис. 15. Зависимости четырех модальных импедансов Z_{c1} (сплошная); $Z_{\pi 1}$ (штриховая); Z_{c2} (штрих-пунктирная); $Z_{\pi 2}$ (пунктирная) от синфазного модального напряжения R_c ($Z_0 = 50$ Ом; $n = 0,8$; $k = 0,7$), которые попарно равны или противоположны при особых значениях напряжения R_c , соответствующих: а) «псевдо-симметрии» (R_{cbb} , R_{cdd}); б) «псевдо-несвязанности» линий (R_{cp} , R_{cn}).

Рассмотренные случаи «псевдо-симметрии» и «псевдо-несвязанности» линий в терминах модальных импедансов могут быть полезны при синтезе новых конструкций СЛ с особыми свойствами.

10. Синтез погонных параметров СЛ

Для поиска первичных параметров СЛ [9], [10] – матриц погонных индуктивностей \mathbf{L} и емкостей \mathbf{C} – возьмем известные матричные соотношения [9], [10], учитывая (7)-(9)

$$\mathbf{L} = \mathbf{U}_m \text{diag}(1/\nu) \mathbf{I}_m^{-1} = \mathbf{U}_m \text{diag}\left(\sqrt{\varepsilon_r}/c\right) \mathbf{U}_m^{-1} \mathbf{Z}; \quad (64)$$

$$\mathbf{C} = \mathbf{I}_m \text{diag}(1/\nu) \mathbf{U}_m^{-1} = \mathbf{Y} \mathbf{U}_m \text{diag}\left(\sqrt{\varepsilon_r}/c\right) \mathbf{U}_m^{-1}, \quad (65)$$

и, выполнив поэлементное умножение, получим следующие формулы для матриц искомых погонных параметров \mathbf{L} и \mathbf{C} , выраженных через заданные модальные $Z_0, n, k, R_c, R_\pi, \varepsilon_{rc}, \varepsilon_{r\pi}$:

$$\mathbf{L} = \begin{pmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{pmatrix} = \frac{Z_0}{c} \begin{pmatrix} \frac{b}{R_c} \sqrt{\varepsilon_{rc}} - \frac{a}{R_\pi} \sqrt{\varepsilon_{r\pi}} & b\sqrt{\varepsilon_{rc}} - a\sqrt{\varepsilon_{r\pi}} \\ b\sqrt{\varepsilon_{rc}} - a\sqrt{\varepsilon_{r\pi}} & bR_c\sqrt{\varepsilon_{rc}} - aR_\pi\sqrt{\varepsilon_{r\pi}} \end{pmatrix}; \quad (66)$$

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} C_{11} & -C_{12} \\ -C_{21} & C_{22} \end{pmatrix} = \frac{1}{cZ_0} \begin{pmatrix} -aR_\pi\sqrt{\varepsilon_{rc}} + bR_c\sqrt{\varepsilon_{r\pi}} & a\sqrt{\varepsilon_{rc}} - b\sqrt{\varepsilon_{r\pi}} \\ a\sqrt{\varepsilon_{rc}} - b\sqrt{\varepsilon_{r\pi}} & -\frac{a}{R_\pi}\sqrt{\varepsilon_{rc}} + \frac{b}{R_c}\sqrt{\varepsilon_{r\pi}} \end{pmatrix}, \quad (67)$$

где $a = \frac{n - kR_c}{d}$; $b = \frac{n - kR_\pi}{d}$; $d = \sqrt{1 - k^2} (R_c - R_\pi)$; c – скорость света в вакууме.

Отсюда формируются коэффициенты индуктивной и емкостной связи [19]

$$(k_L \quad k_C) = \left(\frac{L_{12}}{\sqrt{L_{11}L_{22}}} \quad \frac{|C_{12}|}{\sqrt{C_{11}C_{22}}} \right). \quad (68)$$

Если исходные модальные параметры СЛ заданы правильно с учетом ограничений (1)-(5), то и вычисленные погонные параметры (66)-(67) будут находиться в области допустимых значений, т.е. все частичные емкости и индуктивности, как собственные, так и взаимные (см. рис. 1, б) будут иметь положительные значения.

Для демонстрации возможностей методики представим численные значения модальных и погонных параметров СЛ с 3-дБ связью, реализующих функции мостов различных типов направленности – сонаправленного (СоН),

противо-направленного (ПрН), поперечно-направленного (ПоН); различных фазовых соотношений в выходных портах – квадратурный (90 град.), синфазно-противофазный (0/180 град.); а при асимметрии обладающих еще и свойством трансформации импеданса (табл. 7).

Заметим, что «поперечно-направленный» ответвитель в отечественной литературе изначально обозначался термином «транснаправленный» [1], в котором первая часть слова является калькой с английского – «transdirectional», однако сейчас более понятным и удачным видится предлагаемый обновленный термин – «поперечно-направленный».

Таблица 7. Численные значения модальных и погонных параметров СЛ с 3-дБ связью (мостов).

Модальные, погонные параметры. Импедансы нагрузок	Тип моста на СЛ				
	ПрН 90 град. с трансформ.	СоН 90 град.	СоН 0/180 град.	ПоН 90 град.	ПоН 90 град.с трансформ.
Z_0 , Ом	25	70,7	50	50	38,4
n	0,74	1	0,578	1	0,848
k	0,71	0,333	0,566	0,72	0,79
R_c	1	1	1	1	1
R_π	-0,05	-1	-0,01	-1	-0,15
ϵ_{rc}	3,2	2	9,9	1,1	1,1
$\epsilon_{r\pi}$	3,2	4,5	1,1	9,9	9,9
m	1	3/2	1/3	3	3
Z_{c2} , Ом	27	100	35,4	124	61
$Z_{\pi1}$, Ом	23	50	70,7	20	24
L_{11} , мкГн/м	0,2861	0,4124	0,612	0,3224	0,406
L_{22} , мкГн/м	0,1566	0,4124	0,367	0,3224	0,189
L_{12} , мкГн/м	0,1503	0,0589	0,365	0,1108	0,151
C_{11} , пФ/м	251	94,3	49	274	376
C_{22} , пФ/м	458	94,3	342	274	425
C_{12} , пФ/м	240	47,1	46	246	367
Z_{01} , Ом	34	50	50	50	25
Z_{02} , Ом	19	50	50	50	50

После синтеза погонных параметров осуществляется их физическая реализация в виде технологически доступной конструкции СЛ (полосковая плата, гибридно-пленочная или полупроводниковая монолитная интегральная схема), а далее – их поверочный анализ и расчет S-параметров в диапазоне рабочих частот.

Заключение

Даны основы теории и предложена методика синтеза произвольных несимметричных СЛ с неоднородным диэлектриком, базирующаяся на выборе физически реализуемых модальных параметров, по которым рассчитываются погонные. За основу берутся три импедансных параметра – характеристический импеданс, коэффициенты трансформации и связи (или один взаимный и два собственных импеданса), одно из модальных напряжений (например, синфазное) и пара модальных диэлектрических проницаемостей (или одна из них и их отношение и т.п.). Все исходные параметры, выбранные для синтеза, имеют известные области допустимых значений и ясный физический смысл, что позволяет сразу избавиться от физически нереализуемых решений. Рассмотрены взаимосвязи и интересные особенности основных модальных параметров, включая импедансные и фазовые; для иллюстрации приводятся их графические зависимости и численные примеры. После синтеза погонных параметров предполагается их физическая реализация в виде технологически доступной конструкции СЛ. Результаты могут быть полезны при поиске новых решений СЛ и создании устройств на их основе с уникальными свойствами.

Финансирование: Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации FEWM-2022-0005.

Литература

1. Sychev A. N., Struchkov S. M., Rudyi N. Y. A transdirectional coupled-line coupler with a vertical insert //25th Int. Crimean Conf. Microwave & Telecommunication Technology” (CriMiCo’2015). – 2015. – P. 6-12.
2. Sytchev A. N. A novel loaded switched line phase shifter based on 3-D structure with meander-line //Proc. APMС. – 1998. – V. 2. – P. 489-492.
<http://dx.doi.org/10.13140/RG.2.1.3539.0809>
3. Jensen T. et al. Coupled transmission lines as impedance transformer // IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques. – 2007. – V. 55. – №. 12. – P. 2957-2965.
<http://doi:10.1109/TMTT.2007.909617>
4. Abbasi M., Zirath H., Angelov I. Q-, V-, and W-band power amplifiers utilizing coupled lines for impedance matching //2008 IEEE MTT-S Int. Microwave Symp. Digest. – IEEE, 2008. – P. 863-866. <http://doi:10.1109/MWSYM.2008.4632969>
5. Wincza K., Gruszczynski S., Kuta S. Approach to the design of asymmetric coupled-line directional couplers with the maximum achievable impedance-transformation ratio //IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques. – 2012.– V. 60. – № 5. – P. 1218-1225. <http://doi:10.1109/TMTT.2012.2187065>
6. Piekarz I. et al. Low-cost fully additively manufactured passive microwave components exploiting available 3D flexibility //Scientific Reports. – 2023. – V. 13. – № 1. – P. 2886. <https://doi.org/10.1038/s41598-023-30163-4>
7. Cristal E. G. Coupled-transmission-line directional couplers with coupled lines of unequal characteristic impedances //IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques. – 1966. – V. 14. – №. 7. – P. 337-346.
<http://doi:10.1109/TMTT.1966.1126266>
8. Krage M. K., Haddad G. I. Characteristics of coupled microstrip transmission lines-I: Coupled-mode formulation of inhomogeneous lines //IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques. – 1970. – V. 18. – №. 4. – P. 217-222.
<http://doi:10.1109/TMTT.1970.1127192>

9. Marx K.D. Propagation modes, equivalent circuits, and characteristic termination for multiconductor transmission lines with inhomogeneous dielectrics // IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques. – 1973. – V.21. – № 7. – P. 450–457. <http://doi:10.1109/TMTT.1973.1128032>
10. Tripathi V.K. Asymmetric coupled transmission lines in an inhomogeneous medium // IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques., 1975. – V. 23. – № 9. – P. 734–739. <http://doi:10.1109/TMTT.1975.1128665>
11. Малютин Н. Д. Матричные параметры неодинаковых связанных полосковых линий с неоднородным диэлектриком // Радиотехника и электроника. – 1976. – Т. 21. – №. 12. – С. 2473-2478.
12. Speciale R.A. Even- and odd-mode for nonsymmetrical coupled lines in nonhomogeneous media // IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques. – 1975. – V. 23. – № 11. – P. 897–908. <http://10.1109/TMTT.1975.1128709>
13. Sachse K. The scattering parameters and directional coupler analysis of characteristically terminated asymmetric coupled transmission lines in an inhomogeneous medium // IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques. – 1990. – V. 38. – №. 4. – P. 417-425. <http://doi:10.1109/22.52583>
14. Tsai C.M., Gupta K.C. A generalized model for coupled lines and its applications to two-layer planar circuits // IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques. – 1992. – V. 40. – №. 12. – P. 2190-2199. <https://doi:10.1109/22.179880>
15. Mongia R., Bahl I. J., Bhartia P. RF and microwave coupled-line circuits. – 1999. – 520 p.
16. Сычев А.Н., Стручков С.М. Системы параметров одинаковых связанных линий с неуравновешенной электромагнитной связью // Доклады ТУСУР. – 2014. – № 1 (31). –С. 39–50.
17. Сычев А.Н., Рудый Н.Ю. Параметры несимметричных связанных линий с неоднородным диэлектриком // Доклады ТУСУР. – 2018. – Т. 21, № 4-1. – С. 7–15.

18. Сычев А.Н., Стручков С.М., Рудый Н.Ю. Синтез идеального фазового отношения для ответвителей на связанных линиях по заданному типу направленности // Доклады ТУСУР. – 2017. – Т. 20, № 2. – С. 15–18.
19. Фельдштейн А.Л., Явич Л.Р. Синтез четырехполюсников и восьмиполюсников на СВЧ. – Изд. 2-е. – М.: Связь, 1971. – 388 с.
20. Сычев А.Н. Анализ и синтез несимметричных связанных линий в однородной диэлектрической среде // Доклады ТУСУР. – 2019. – Т. 22, № 1. – С. 11–19.
21. Sychev A. N. et al. Theory of Doubly-Shielded Coupled Lines for Directional Couplers of Various Directivity Types with Impedance Transformation // IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques. – 2023. – V. 71. – № 5. – P. 2104-2117. <http://doi:10.1109/TMTT.2022.3227310>
22. Mao J. F., Wing O., Chang F. Y. Synthesis of coupled transmission lines //IEEE Trans. on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications. – 1997. – V. 44. – № 4. – P. 327-337. <http://doi:10.1109/81.563622>

Для цитирования:

Сычев А.Н. Синтез модальных и погонных параметров несимметричных связанных линий с неоднородным диэлектриком // Журнал радиоэлектроники. – 2024. – №. 6. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2024.6.7>