DOI: https://doi.org/10.30898/1684-1719.2024.6.7

УДК: 621.372

СИНТЕЗ МОДАЛЬНЫХ И ПОГОННЫХ ПАРАМЕТРОВ НЕСИММЕТРИЧНЫХ СВЯЗАННЫХ ЛИНИЙ С НЕОДНОРОДНЫМ ДИЭЛЕКТРИКОМ

А.Н. Сычев

Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники
634050, г. Томск, пр. Ленина, 40

Статья поступила в редакцию 21 марта 2024 г.

Аннотация. Предложена методика синтеза несимметричных связанных линий передачи в неоднородном диэлектрике, заключающаяся в выборе рабочих физически обоснованных модальных параметров, по которым рассчитываются первичные параметры – погонные емкости и индуктивности. За основу берутся три импедансных параметра (характеристический импеданс, коэффициенты трансформации и связи), одно из модальных напряжений и пара модальных диэлектрических проницаемостей. Все исходные данные, выбранные для синтеза, имеют известные области допустимых значений и ясный физический смысл. Исследованы ранее малоизученные особенности и взаимозависимости параметров, включая импедансные и фазовые. Для демонстрации возможностей методики представлены синтезированные численные значения модальных и погонных параметров оригинальных 3-дБ мостов. Результаты могут быть полезны при разработке новых конструкций связанных линий и создании на их основе СВЧ-устройств с уникальными характеристиками.

Ключевые слова: связанные линии, модальные напряжения, модальные параметры, погонные емкости, погонные индуктивности, коэффициент трансформации, коэффициент связи, характеристический импеданс.

Финансирование: Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации FEWM-2022-0005.

Автор для переписки: Сычев Александр Николаевич, ans@main.tusur.ru

Введение

Связанные линии передачи (СЛ) находят широкое применение в технике СВЧ. Они используются как самостоятельные компоненты в виде мостов, направленных ответвителей, делителей мощности, кроссоверов, импеданс-трансформирующих и симметрирующих устройств, а также как строительные блоки в составе сложных модулей таких как диаграммо-образующие устройства антенных решеток, фильтры, фазовращатели отражательного и проходного типов, аттенюаторы, смесители, балансные усилители и т.п. [1]-[7]. Отсюда, весьма важно иметь общую методику проектирования СЛ (рис.1), в которой по заданным рабочим параметрам синтезируются первичные (погонные) параметры. В настоящее время существуют достаточно много методик общего анализа СЛ [7]-[17], однако методики синтеза (реконструкции, восстановления) разработаны лишь для ряда частных случаев СЛ – симметричных [18], с однородным диэлектриком [19], [20] с двойным экраном [21], в частотной и временной областях [22]. При этом универсального подхода к синтезу модальных и погонных параметров произвольных несимметричных СЛ с неоднородным диэлектриком, позволяющих на их основе создавать новые устройства, включая направленные ответвители и мосты с заданным типом направленности (прямой, обратной, поперечной) в литературе автором не обнаружено.

1. Синтез физически реализуемых модальных параметров несимметричных СЛ с неоднородным диэлектриком

Известно, что в электрических расчетах параметры одиночной линии передачи без потерь представляются парой рабочих модальных параметров, которые при синтезе позволяют определить ее физическое воплощение (конструкцию и свойства поперечного сечения). Этими параметрами являются: волновое сопротивление, задающее сопротивление поглощающей резистивной нагрузки, и постоянная распространения, характеризующая фазовое замедление волны. На следующем этапе синтеза из модальных рассчитываются первичные параметры – погонные емкость и индуктивность, а затем осуществляется физическая реализация и самой линии передачи (хотя в простых случаях с однородным диэлектриком расчет первичных параметров не требуется).

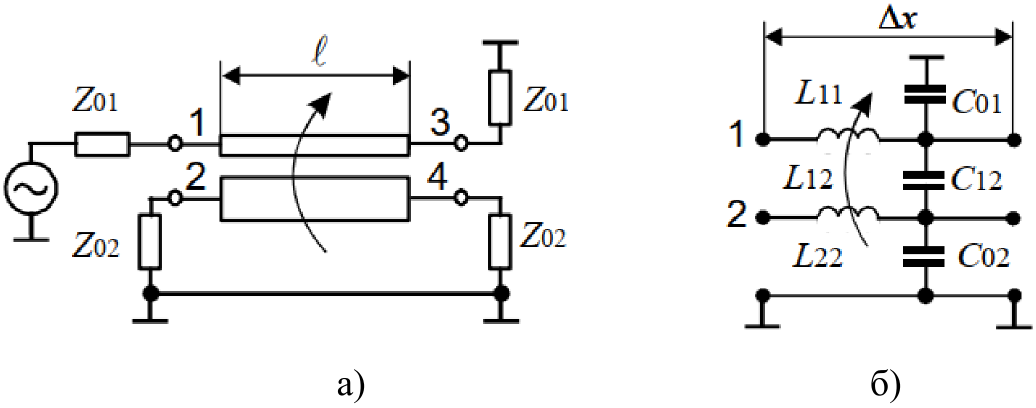


Рис. 1. Схема нагруженного отрезка СЛ длиной ℓ (а); эквивалентная схема бесконечно короткого отрезка СЛ Δx, составленная из частичных емкостей и индуктивностей (б).

По аналогии для СЛ (рис. 1), полный набор модальных параметров (без учета потерь), выросший до шести, включает: три импедансных параметра, например Z_0, n и k, характеризующих средний импеданс линий, межлинейную трансформацию и связь; два фазовых параметра, например ε_{rc} и $\varepsilon_{r\pi}$, определяющих замедление двух нормальных волн; а также одно из модальных напряжений, например синфазной волны R_c, характеризующее особенности структуры СЛ. Требования к некоторым из этих параметров обычно известны в самом начале проектирования, однако из-за взаимозависимости бывает непросто обеспечить их совместимость и физическую реализуемость. Например, максимально достижимое отношение скоростей нормальных волн $m_{\max}$ находится в сложно-функциональной зависимости от исходных данных. Для решения этой нетривиальной задачи – синтеза физически реализуемых модальных, а на их основе и погонных параметров СЛ – предлагается нижеследующая методика.

Синтез несимметричных СЛ с неоднородным диэлектриком, состоит в физически обоснованном выборе шести проектных модальных параметров, таких как: 1) характеристический импеданс Z_0; 2) коэффициент трансформации n; 3) коэффициент связи k; 4) синфазное модальное напряжение R_c; 5) диэлектрическая проницаемость структуры при синфазном возбуждении ε_{rc}; 6) отношение скоростей нормальных волн m. Последовательность синтеза следующая:

1) Задаем требуемый характеристический импеданс связанных линий $Z_0 > 0$.
2) Задаем коэффициент трансформации напряжения $n > 0$, основываясь на известном соотношении $n = u_2/u_1 = \sqrt{Z_{22}/Z_{11}}$, где u_1, u_2, Z_{11}, Z_{22} – входные и выходные напряжения и импедансы СЛ соответственно. Для общности синтеза он принимает значения как м**е**ньшие, так и б**о**льшие единицы, что соответствует понижающему и повышающему трансформаторам напряжения. При этом, если нумерация линий начинается с наиболее удаленной от земли линии, то имеем случай понижающего трансформатора $0 < n \leq 1$, который проще рассматривать на последующих этапах синтеза. Если СЛ обладают структурной симметрией ($n = 1$), то число независимых параметров сокращается с шести до четырех, например Z_0, k, ε_{re}, m или Z_{0e}, Z_{0o}, ε_{re}, ε_{ro}, что существенно упрощает расчеты.
3) Задаем коэффициент импедансной связи k, лежащий в диапазоне $0 \leq k \leq \min(n^{\pm 1})$. Заметим, что в случае импедансной симметрии, т.е. отсутствии трансформации импеданса $n = 1$, достижима любая величина коэффициента связи k в диапазоне 0…1. В случае полной асимметрии

(двойного экранирования), когда первая (наиболее удаленная от внешнего экрана) линия полностью окружена второй, коэффициенты трансформации и связи становятся равными друг другу $0 < (n = k) < 1$. Большая трансформация из-за асимметрии, достигается снижением уровня связи, и при отсутствии связи $k = 0$ возможна любая трансформация импеданса $n = [0\ldots\infty)$. С другой стороны, «чем сильнее связь, тем строже симметрия», и в случае полной связи $k = 1$ никакой трансформации импеданса невозможно $n = 1$. Область допустимых значений для коэффициентов трансформации n и связи k СЛ показана на рис. 2.

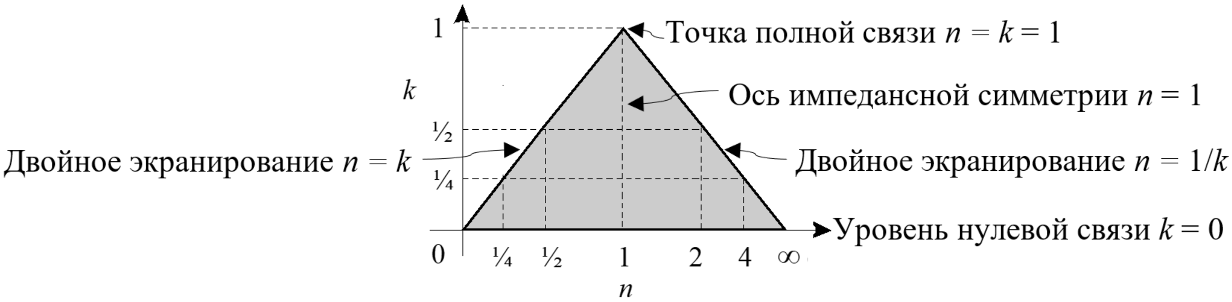


Рис. 2. Область допустимых значений коэффициентов трансформации n и связи k СЛ

4) Задаем синфазное модальное напряжение, соблюдая условие $R_c > nk$, с использованием которого вычисляется противофазное модальное напряжение

$$R_\pi = \frac{R_c nk - n^2}{R_c - nk} = \frac{R_c k - n}{R_c / n - k}. \quad (1)$$

При этом автоматически выполняется двойное неравенство $R_\pi < nk < R_c$. Еще заметим, что модальные напряжения R_c и R_π нормированы и безразмерны, так как являются отношениями напряжения на втором проводнике к напряжению на первом при синфазном и противофазном возбуждениях соответственно. Если СЛ симметричны ($n = 1$), то $R_c = 1$, $R_\pi = -1$.

5) Задаем значение меньшей из двух модальных диэлектрических проницаемостей, например синфазной ε_{rc}. При этом соблюдаем условие

$\varepsilon_{rc} > 1$, чтобы скорость соответствующей быстрой синфазной волны $v_c = c/\varepsilon_{rc}^{1/2}$ не превышала скорости света c.

6) Вычисляем максимально достижимое отношение скоростей нормальных волн $m_{\max} = m_{\max}(R_c, k, n) > 1$ в СЛ, зависящее от модального напряжения R_c и двух коэффициентов – трансформации n и связи k – по следующим формулам

$$m_0 = \frac{Z_{c1}}{Z_{\pi 1}} = \frac{Z_{c2}}{Z_{\pi 2}} = \frac{1 - nk/R_\pi}{1 - nk/R_c}\Bigg|_{L_{12}=0}^{C_{12}=0} = \frac{1-k^2}{1+k^2 - k\left(n/R_c + R_c/n\right)}; \tag{2}$$

$$m_1 = \frac{1-R_\pi}{1-R_c} \cdot \frac{1}{m_0}\Bigg|_{L_{02}=0}^{C_{01}=0}; m_2 = \frac{1-R_\pi^{-1}}{1-R_c^{-1}} \cdot \frac{1}{m_0}\Bigg|_{L_{01}=0}^{C_{02}=0}; \tag{3}$$

$$m_i^+ = \begin{cases} \max\left(m_i^{\pm 1}\right), \ m_i > 0; \\ \infty, \qquad m_i < 0; \end{cases} \quad \left(i = 0,1,2\right); \tag{4}$$

$$m_{\max} = \min\left(m_0^+, m_1^+, m_2^+\right), \tag{5}$$

где $m_{(0,1,2)}$ и $m^+_{(0,1,2)}$ – относительные импедансные параметры, зависящие от n, k, R_c; позволяют вычислить максимально достижимое значение $m_{\max}$, которое нужно для задания физически реализуемого отношения модальных скоростей $m = v_c/v_\pi$. Для иллюстративного примера на рис. 3 приведем графики параметров m_0, m_1, m_2, $m_{\max} = m_{\max}(R_c, k, n)$ в зависимости от модального напряжения R_c. Из графиков (см. рис. 3) видно, что один из параметров m_0 имеет полюсы на нижней границе аргумента $R_c = nk$ и в точке $R_c = n/k$, а два других – m_1 и m_2 имеют полюсы при единичном аргументе $R_c = 1$. Вместе с тем параметр m_1 обнуляется, когда $R_c = n/k$, а m_2 обнуляется, когда $R_c = nk$, при этом всегда $m_{\max} > 1$. В часто встречаемом на практике случае конгруэнтной импедансной симметрии, когда $R_c = 1$ и $n = 1$, все формулы (2)-(5) упрощаются и сводятся к одной $m_{\max} = m_0 = Z_{0e}/Z_{0o} = (1+k)/(1-k)$.

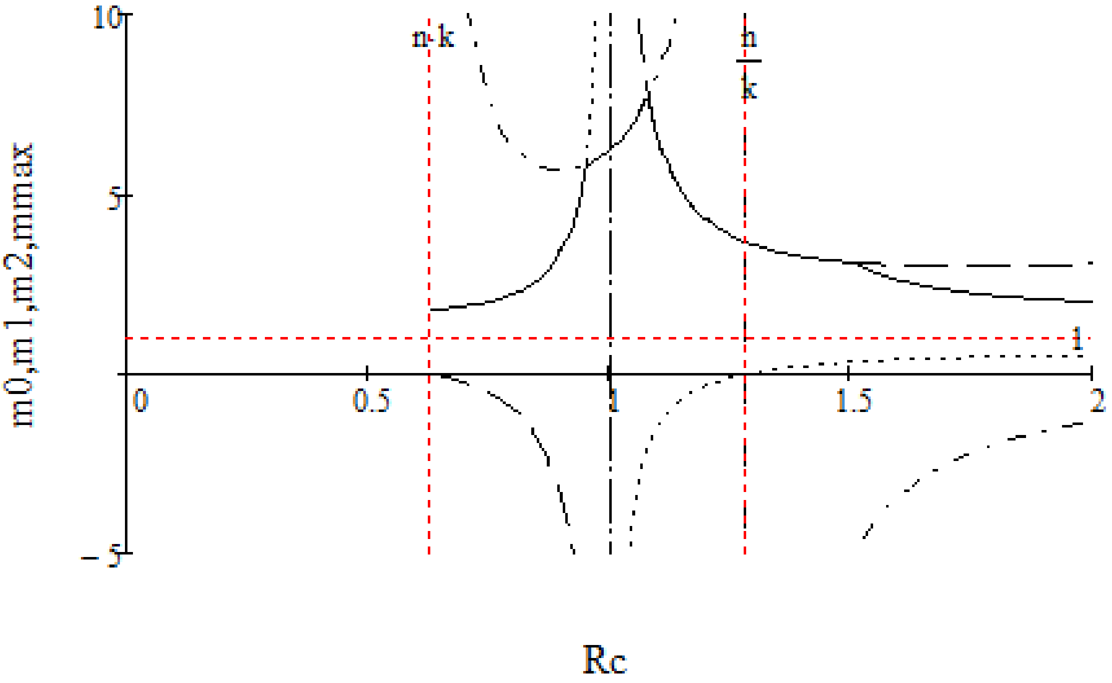
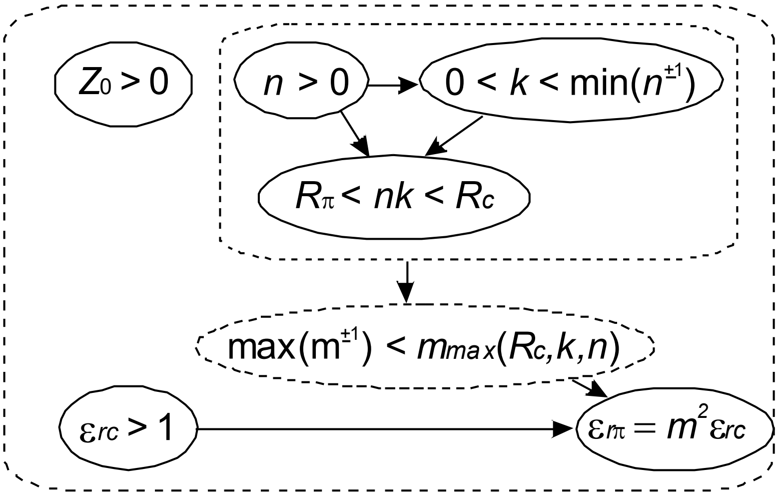


Рис. 3. Относительные импедансные параметры m_0 (штрих-пунктирная), $m1$ (пунктирная), m_2 (штриховая) и определяемое ими максимально достижимое отношение скоростей нормальных волн m_{max} (сплошная линия) в СЛ при $n = 0{,}9$ $k = 0{,}7$ в зависимости от модального напряжения R_c.

7) Задаем требуемое отношение скоростей нормальных волн $m = v_c / v_\pi$, соблюдая условие $\max\left(m^{\pm 1}\right) < m_{\max}$ (если оно невыполнимо, то или снижаем требование к различию скоростей m, или увеличиваем m_{max}, моделируя с новыми исходными данными) и рассчитав соответствующее отношение модальных диэлектрических проницаемостей $m^2 = \varepsilon_{r\pi} / \varepsilon_{rc}$, вычисляем значение большей диэлектрической проницаемости, в данном случае противофазной $\varepsilon_{r\pi} = m^2 \varepsilon_{rc}$. На структурах с сильным диэлектрическим контрастом, имеющим 9-кратное отношение диэлектрических проницаемостей ($m^2 = 9^{\pm 1}$) и, соответственно, троекратное отношение модальных скоростей ($m = 3^{\pm 1}$), можно создавать оригинальные транснаправленные мосты, т.е. ответвители с поперечной направленностью [1], [21], еще по Фельдштейну называемые ответвителями 3-го типа направленности [19]. С другой стороны, структуры с диэлектрическим заполнением близким к однородному и обеспечивающие некоторое равенство модальных скоростей ($m = 1$), т.е. синхронизм

нормальных волн [7], позволяют конструировать лишь традиционные противонаправленные ответвители разнообразных конструкций [3]-[7].

Предложенный выше алгоритм параметрического синтеза, изображен в виде схемы взаимосвязи и выбора основных модальных (импедансных и фазовых) параметров СЛ, показанной на рис. 4.



$$\max\left(m^{\pm 1}\right) < m_{\max}\,;\ \max\left(m^{\pm 2}\right) < m_{\max}^{2}\,.$$

Рис. 4. Схема взаимосвязи и алгоритм выбора основных модальных параметров СЛ с учетом области их допустимых значений (физической реализуемости).

В итоге, полные наборы из шести физически реализуемых модальных параметров СЛ можно представить следующими основными (и не только) вариантами:

$$\begin{bmatrix} Z_0 & R_c & \varepsilon_{rc} \\ k & n & m \end{bmatrix};\begin{bmatrix} Z_0 & R_c & \varepsilon_{rc} \\ k & R_\pi & \varepsilon_{r\pi} \end{bmatrix}. \tag{6}$$

При этом вектор модальных диэлектрических проницаемостей $\boldsymbol{\varepsilon}_{rm}$ и матрица модальных напряжений $\mathbf{U}_m$, нормированная по первой линии-строке, как у В.К. Трипази (V.K.Tripathi) [10] и Н.Д. Малютина [11], а также матрицы модальных токов $\mathbf{I}_m$, характеристических сопротивлений $\mathbf{Z}$ и проводимостей $\mathbf{Y}$ [9] записываются так

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{rm} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{rc} \\ \varepsilon_{r\pi} \end{pmatrix};\ \mathbf{U}_m = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ R_c & R_\pi \end{bmatrix};\ \mathbf{I}_m = \mathbf{Y}\mathbf{U}_m; \tag{7}$$

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} = \frac{Z_0}{\sqrt{1-k^2}} \begin{bmatrix} 1/n & k \\ k & n \end{bmatrix}; \tag{8}$$

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} = \mathbf{Z}^{-1} = \frac{1}{Z_0\sqrt{1-k^2}} \begin{bmatrix} n & -k \\ -k & 1/n \end{bmatrix}. \tag{9}$$

Далее рассмотрим взаимосвязи и интересные особенности основных модальных параметров, включая импедансные, а в итоге синтез погонных параметров СЛ. Результаты могут быть полезны при создании оригинальных конструкций СЛ с уникальными свойствами.

2. Взаимозависимость четырех модальных параметров – коэффициентов трансформации и связи, синфазного и противофазного модальных напряжений

Из вышеприведенных соотношений для СЛ можно получить единое уравнение, связывающее четверку (квартет) модальных параметров n, k, R_c, R_π

$$n^2 - \left(R_c + R_\pi\right)nk + R_c R_\pi = 0. \tag{10}$$

Из него можно, задавшись тремя любыми параметрами, найти четвертый неизвестный. Также видно, что произведение ($R_c\,R_\pi$) и сумма ($R_c + R_\pi$) модальных напряжений из матрицы $\mathbf{U}_m$ могут быть представлены как новые переменные – функция и аргумент соответственно, которые математически соотносятся между собой прямо пропорционально через коэффициенты трансформации напряжения n и импедансной связи k

$$R_c R_\pi = nk\left(R_c + R_\pi\right) - n^2. \tag{11}$$

Эта линейно-функциональная зависимость (11) показана на рис. 5, и в ней можно выделить пять особых точек: A) отрицательная бесконечность и функции ($R_c\,R_\pi$), и аргумента ($R_c + R_\pi$); B) отрицательное значение функции ($R_c\,R_\pi$) = $-n^2$ при нулевом аргументе ($R_c + R_\pi$) = 0; C) нулевое значение функции ($R_c\,R_\pi$) = 0 при аргументе ($R_c + R_\pi$) = n/k; D) положительное значение функции ($R_c\,R_\pi$) = n^2

при аргументе (R_c + R_π) = $2n/k$; E) положительная бесконечность и функции (R_c R_π), и аргумента (R_c + R_π).

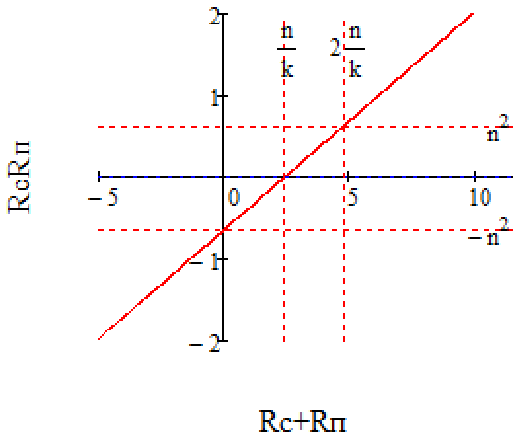


Рис. 5. Линейная зависимость произведения модальных напряжений (R_cR_π) от их суммы (R_c + R_π), где n = 0,8; k = 0,333.

Из (10), можно вновь вывести ранее представленную универсальную формулу (1) для модальных напряжений применимую как для R_c, так и для R_π

$$R_{\pi,c} = \frac{R_{c,\pi}nk - n^2}{R_{c,\pi} - nk} = \frac{R_{c,\pi}k - n}{R_{c,\pi}/n - k}, \tag{12}$$

Кроме того, уравнение (10) одновременно является и квадратным по коэффициенту трансформации n, и линейным по коэффициенту связи k, решив которые можно возвратиться к изначально заданным коэффициентам трансформации n и связи k

$$n = \frac{(R_c + R_\pi)k}{2} \pm \sqrt{\left[\frac{(R_c + R_\pi)k}{2}\right]^2 - R_cR_\pi}\,; \tag{14}$$

$$k = \frac{n + R_cR_\pi/n}{R_c + R_\pi}. \tag{15}$$

Однако, при таком обратном вычислении коэффициента трансформации n по формуле (14) получается два решения, из которых приходится выбирать подходящее физически обоснованное. При этом, оба решения могут оказаться физически нереализуемыми, если модальные напряжения выбраны произвольно и являются несовместимыми. Также следует отметить, что в случае противоположных модальных напряжений $R_c = -R_\pi = n$ вычисления по формуле (15) дают нулевые значения как в числителе, так и знаменателе дроби, следовательно, величина коэффициента связи k становится неопределенной. Еще отметим, что в симметричных линиях $n = 1$ при отсутствии связи $k = 0$ произведение модальных напряжений всегда равно минус единице $R_c R_\pi = -1$.

Учитывая следующие импедансные соотношения:

$$nk = \frac{Z_{12}}{Z_{11}};\; n^2 = \frac{Z_{22}}{Z_{11}};\; \frac{n}{k} = \frac{Z_{22}}{Z_{12}}, \tag{16}$$

формулу (11) можно переписать еще и так

$$R_c R_\pi = \frac{Z_{12}\left(R_c + R_\pi\right) - Z_{22}}{Z_{11}} = -\frac{Z_{c2}}{Z_{c1}} = -\frac{Z_{\pi 2}}{Z_{\pi 1}}. \tag{17}$$

Z_{c1}, $Z_{\pi 1}$, Z_{c2}, $Z_{\pi 2}$ – модальные импедансы, предложенные Трипази [10], которые будут подробно описаны двумя разделами ниже.

3. Взаимозависимость синфазного и противофазного модальных напряжений

Взаимообратные зависимости синфазного R_c и противофазного R_π модальных напряжений, в которых параметрами являются коэффициенты трансформации n и связи k, полученные из уравнения (12), показаны на рис. 6.

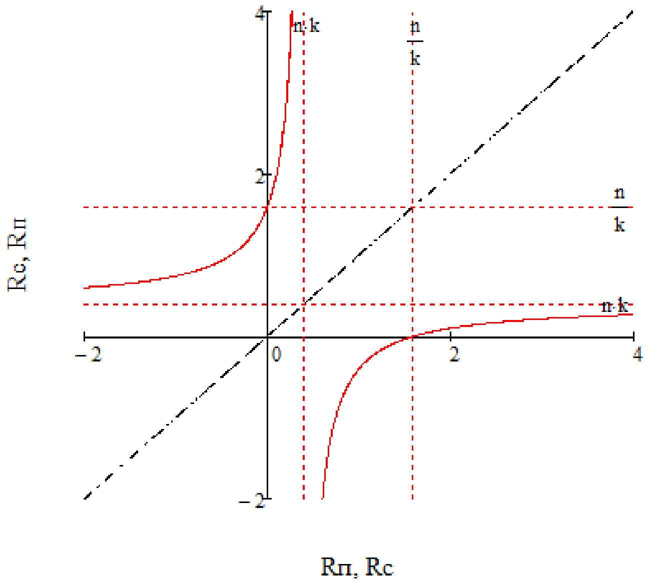


Рис. 6. Симметричные взаимообратные зависимости синфазного R_c и противофазного R_π модальных напряжений. Здесь $n = 0{,}8$; $k = 0{,}5$.

Из графиков функций модальных напряжений видно, что первый из них $R_c(R_\pi)$ в основном располагается во 2-м квадранте, а второй $R_\pi(R_c)$ – в четвертом. Графики не соприкасаются, а граничат между собой при аргументе равном nk, т.к. всегда выполняется двойное неравенство $R_\pi < nk < R_c$. Взаимообратные зависимости симметричны относительно биссектрисы 1-го и 3-го квадрантов (см. рис. 5), откуда следует, что в общем случае достаточно исследовать лишь одну из них, например $R_\pi(R_c)$, со всегда положительным аргументом $R_c > nk$, показанную на рис. 7.

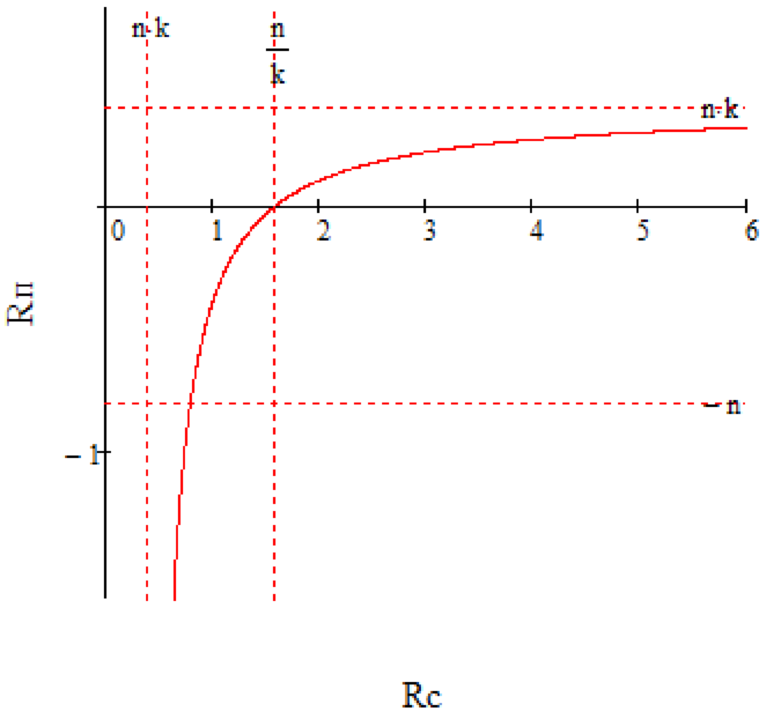


Рис. 7. Противофазное модальное напряжение R_π в зависимости от синфазного R_c и их особые значения (точки), определяемые коэффициентами трансформации n и связи k (n = 0,8; k = 0,5).

4. Пять особых значений модальных напряжений и их комбинаций

Рассматривая графическую зависимость $R_\pi(R_c)$, показанную на рис. 6, выделяем на ней пять характерных особых точек (вариантов, значений) модальных напряжений R_c и R_π и их комбинаций:

А) Минимальные модальные напряжения R_c и R_π принимают значения

$$\begin{pmatrix} R_c & R_\pi \end{pmatrix}_A = \begin{pmatrix} nk & -\infty \end{pmatrix}. \tag{18}$$

В) Противоположные модальные напряжения имеют значения $R_{c,\pi} = \pm n$,

$$\begin{pmatrix} R_c & R_\pi \end{pmatrix}_B = \begin{pmatrix} n & -n \end{pmatrix}; \tag{19}$$

а их произведение равно $R_c R_\pi = -n^2$.

C) Нулевое противофазное напряжение $R_\pi = 0$ устанавливается, когда $R_c = n/k$

$$\begin{pmatrix} R_c & R_\pi \end{pmatrix}_C = \begin{pmatrix} n/k & 0 \end{pmatrix}. \tag{20}$$

D) Если синфазное и противофазное модальные напряжения принимают такие положительные значения $R_{c,\pi} = n\left(1 \pm \sqrt{1-k^2}\right)\Big/k = nk\Big/\left(1 \mp \sqrt{1-k^2}\right)$, то их произведение становится равным квадрату коэффициента трансформации $R_c R_\pi = n^2$, а в линиях возможно достижение уравновешенности емкостной и индуктивной связи $k_L = k_C$ даже при неоднородном диэлектрическом заполнении. На эту, удивительную так называемую «критическую» точку, первым обратил внимание К. Саксе (K. Sachse) [13]

$$\begin{pmatrix} R_c & R_\pi \end{pmatrix}_D = \begin{bmatrix} \frac{n}{k}\left(1+\sqrt{1-k^2}\right) & \frac{n}{k}\left(1-\sqrt{1-k^2}\right) \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{nk}{1-\sqrt{1-k^2}} & \frac{nk}{1+\sqrt{1-k^2}} \end{pmatrix}. \tag{21}$$

E) Максимальные модальные напряжения имеют следующие значения

$$\begin{pmatrix} R_c & R_\pi \end{pmatrix}_E = \begin{pmatrix} \infty & nk \end{pmatrix}. \tag{22}$$

Все выше представленные значения модальных напряжений в СЛ, а также их комбинации – суммы и произведения – в пяти особых точках приводятся в табл. 1

Таблица 1. Модальные напряжения и их комбинации в пяти особых точках.

Точка (вариант)	Модальные напряжения в СЛ и их комбинации			
	R_c	R_π	$R_c + R_\pi$	$R_c R_\pi$
A	nk	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$
B	n	$-n$	0	$-n^2$
C	n/k	0	n/k	0
D	$\frac{n}{k}\left(1+\sqrt{1-k^2}\right)$	$\frac{n}{k}\left(1-\sqrt{1-k^2}\right)$	$2n/k$	n^2
E	∞	nk	∞	∞

5. Условия конгруэнтности, симметрии и двойного экранирования СЛ

Рассмотренные выше значения модальных напряжений R_c и R_π в пяти особых точках *A, B, C, D, E,* вычисляемые через коэффициенты трансформации n и связи k, уточним при следующих дополнительных условиях: 1) конгруэнтности $R_c = 1$; 2) импедансной симметрии $n = 1$ и 3) двойного экранирования $n = k^{\pm 1}$.

1) Условие конгруэнтности (соразмерности) СЛ, которое впервые предложил и исследовал Р.А. Специале (R.A. Speciale) [12], является фундаментальным, хотя и весьма простым, так как здесь синфазное модальное напряжение однозначно фиксируется $R_c = 1$ (все особые точки сливаются в одну), а противофазное вычисляется следующим образом

$$R_\pi = \frac{k-n}{1/n-k} = -\frac{n-k}{n^{-1}-k} = -\frac{n^2-nk}{1-nk}. \qquad (23)$$

Модальные напряжения и их комбинации при условии конгруэнтности сведем в табл. 2.

Таблица 2. Модальные напряжения и их комбинации при условии конгруэнтности.

Вариант (точка)	Модальные напряжения в СЛ и их комбинации			
	R_c	R_π	$R_c + R_\pi$	$R_c R_\pi$
Конгруэнтный	1	$-\frac{n-k}{n^{-1}-k}$	$\frac{1-n^2}{1-nk}$	$-\frac{n-k}{n^{-1}-k}$

При конгруэнтности возможны как симметрия ($n = 1$), так и предельная асимметрия СЛ, доходящая до двойного экранирования, реализуемая в двух вариантах ($n = k^{\pm 1}$)

$$\begin{pmatrix} R_c & R_\pi \end{pmatrix}_{R_c=1} = \begin{cases} \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}; n = k; \\ \begin{pmatrix} 1 & -1 \end{pmatrix}; n = 1; \\ \begin{pmatrix} 1 & -\infty \end{pmatrix}; n = 1/k. \end{cases} \qquad (24)$$

Кроме того, здесь в СЛ становится возможным достижение наибольшего отношения скоростей нормальных волн m.

2) Импедансная симметрия (ИС), когда $n = 1$, как правило реализуется в конгруэнтной физически симметричной конструкции СЛ, где $\left(R_c \quad R_\pi\right)_{n=1} = \left(1 \quad -1\right)_B$. Из того, что в симметричном случае противофазное модальное напряжение выражается через синфазное так

$$R_\pi = \frac{R_c k - 1}{R_c - k}, \tag{25}$$

следует, что неконгруэнтная ИС возможна также и в структурах с межлинейной асимметрией конструкции, когда модальные напряжения (R_c R_π) принимают иные допустимые значения, включая особые точки A, B, C, D, E

$$\left(R_c \quad R_\pi\right)_{n=1} = \left[\left(k \quad -\infty\right)_A ; \left(1 \quad -1\right)_B ; \left(\frac{1}{k} \quad 0\right)_C ; \left(\frac{1+\sqrt{1-k^2}}{k} \quad \frac{1-\sqrt{1-k^2}}{k}\right)_D ; \left(\infty \quad k\right)_E\right] \tag{26}$$

Для иллюстрации рассматриваемого случая ИС изобразим график зависимости противофазного модального напряжения R_π от синфазного R_c в импедансно-симметричных СЛ ($n = 1$) с коэффициентом связи $k = 0{,}5$ (рис. 8). На изображенной кривой лежат все вышеупомянутые характерные точки A, B, C, D, включая конгруэнтную B ($R_c = 1$), но исключая точку E, лежащую в бесконечности. При этом другие промежуточные точки, лежащие на данной кривой, также допустимы, физически реализуемы и соответствуют другим промежуточным значениям модальных напряжений.

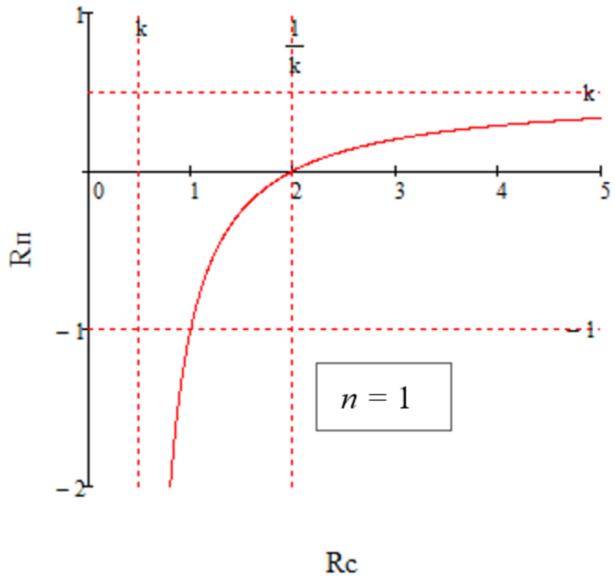


Рис. 8. Зависимость $R_\pi(R_c, n, k)$ в импедансно-симметричных СЛ (n = 1; k = 0,5).

3) Двойное экранирование (ДЭ) реализуется в структурах с конструкцией вложенных линий [21] и имеет два варианта $n = k^{\pm 1}$, отличающихся порядком нумерации линий: а) $n = k$, когда 1-я внутренняя линия экранируется 2-й внешней; б) $n = 1/k$, когда 2-я внутренняя линия экранируется 1-й внешней. При этом противофазное модальное напряжение вычисляется из синфазного по формулам

$$R_\pi = \begin{cases} \dfrac{R_c - 1}{R_c/k^2 - 1}, & n = k; \\ \dfrac{R_c - 1/k^2}{R_c - 1}, & n = 1/k. \end{cases} \tag{27}$$

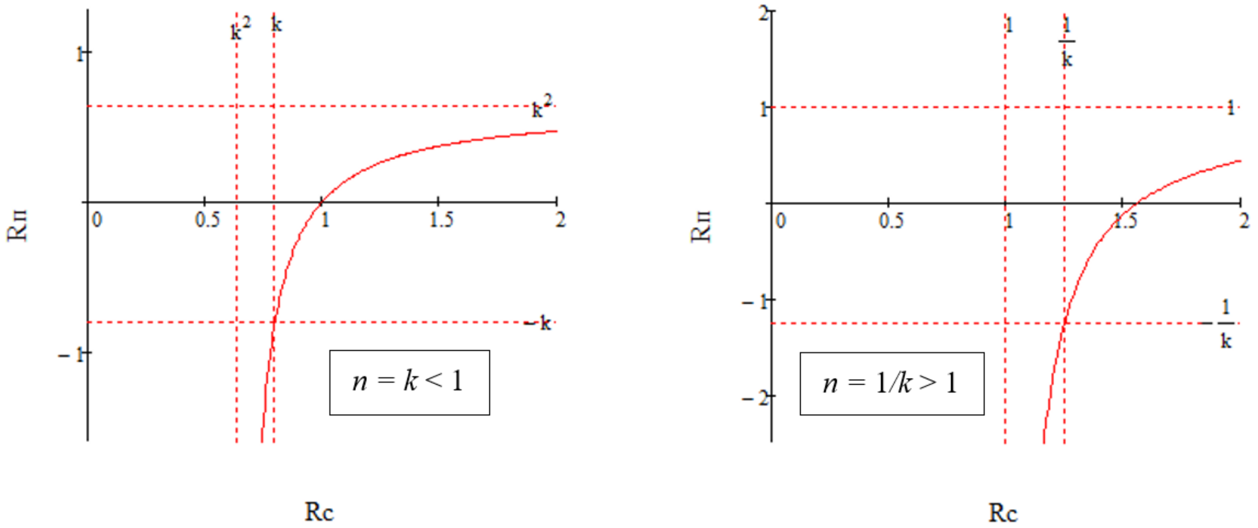
Обычно реализуется в базовом конгруэнтном исполнении $R_c = 1$, при котором достижимо любое отношение скоростей нормальных волн m в двух вариантах

$$\begin{pmatrix} R_c & R_\pi \end{pmatrix} = \begin{cases} \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}_C, & n = k; \\ \begin{pmatrix} 1 & -\infty \end{pmatrix}_A, & n = 1/k. \end{cases} \tag{28}$$

Реализация СЛ с двойным экраном также возможна и в неконгруэнтных исполнениях $R_c \neq 1$, включая особые точки A, B, C, D, E

$$\begin{pmatrix} R_c & R_\pi \end{pmatrix} = \begin{cases} \left[\begin{pmatrix} k^2 & -\infty \end{pmatrix}_A ; \begin{pmatrix} k & -k \end{pmatrix}_B ; \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}_C ; \begin{pmatrix} 1+\sqrt{1-k^2} & 1-\sqrt{1-k^2} \end{pmatrix}_D ; \begin{pmatrix} \infty & k^2 \end{pmatrix}_E \right], & n = k; \\ \left[\begin{pmatrix} 1 & -\infty \end{pmatrix}_A ; \begin{pmatrix} \dfrac{1}{k} & -\dfrac{1}{k} \end{pmatrix}_B ; \begin{pmatrix} \dfrac{1}{k^2} & 0 \end{pmatrix}_C ; \begin{pmatrix} \dfrac{1+\sqrt{1-k^2}}{k^2} & \dfrac{1-\sqrt{1-k^2}}{k^2} \end{pmatrix}_D ; \begin{pmatrix} \infty & 1 \end{pmatrix}_E \right], & n = 1/k. \end{cases} \tag{29}$$

Для иллюстрации этой пары вариантов ДЭ $n = k^{\pm 1}$ построим графики противофазного модального напряжения R_π в зависимости от синфазного R_c для СЛ с коэффициентом связи k = 0,8 (рис. 9). На изображенных кривых (см. рис. 8 а, б) лежат все вышеупомянутые характерные точки *A, B, C, D, E*, включая конгруэнтную *B* (R_c =1), но исключая точку *E*, лежащую в бесконечности.



а) б)

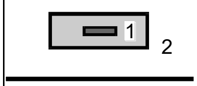
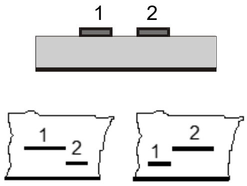
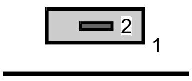
Рис. 9. Зависимость $R_\pi(R_c, n, k)$ для СЛ с двойным экраном (k = 0,8), в двух вариантах, когда экранируется: а) первая линия второй $n = k$; б) вторая линия первой $n = 1/k$.

Итак, два крайних случая – импедансной симметрии (n = 1) и двойного экранирования ($n = k^{\pm 1}$) СЛ – различаются лишь величиной коэффициента трансформации. Однако, существует еще ряд вариантов, различающихся значениями модальных напряжений R_c и R_π, из которых можно выделить пять особых – *A, B, C, D, E*, включая конгруэнтный (R_c = 1). Основные варианты матриц модальных напряжений $\mathbf{U}_m$ для вышеупомянутых импедансно-симметричных (n = 1) и СЛ с двойным экраном ($n = k^{\pm 1}$) приводятся в табл. 3.

Из записи матрицы $\mathbf{U}_m$ (см. табл. 3) для СЛ с двойным экраном, а также импедансно-симметричных, очевидно, что только в конгруэнтном случае (R_c = 1) элементы матрицы модальных напряжений $\mathbf{U}_m$ не зависят от коэффициента связи k, а в остальных неконгруэнтных случаях ($R_c \neq 1$) напряжения $\mathbf{U}_m$ зависят от коэффициента связи k.

Теперь, подробнее рассмотрим часто встречающиеся на практике конструкции связанных линий с импедансной симметрией (СЛИС), режимы их возбуждения, структуры квазистатических полей (карты эквипотенциальных линий) в поперечном сечении и варианты модальных напряжений (табл. 4).

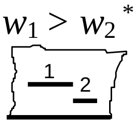
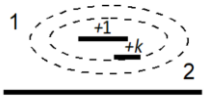
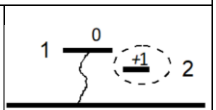
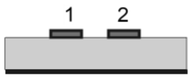
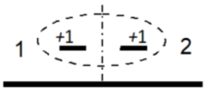
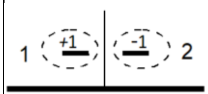
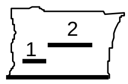
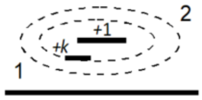
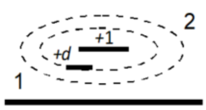
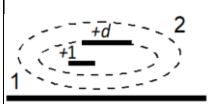
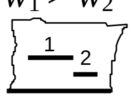
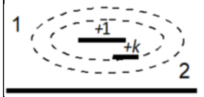
Таблица 3. Элементы матриц модальных напряжений СЛ в зависимости от синфазного модального напряжения, коэффициентов трансформации и связи.

Вариант (точка)	Синфазное модальное напряжение R_c	Матрица модальных напряжений $\mathbf{U}_m$	Коэффициент трансформации СЛ ($k \le n \le 1/k$)		
			СЛ с двойным экраном 1 	Импедансно-симметричные СЛ  $\frac{w_1}{h_1} = \frac{w_2}{h_2}$ *	СЛ с двойным экраном 2 
			$n = k < 1$	$n = 1$	$n = 1/k > 1$
Конгру-энтный	1	$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -\frac{n-k}{1/n-k} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -\infty \end{bmatrix}$
A	nk	$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ nk & -\infty \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ k^2 & -\infty \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ k & -\infty \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -\infty \end{bmatrix}$
B	n	$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ n & -n \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ k & -k \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1/k & -1/k \end{bmatrix}$
C	n/k	$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ n/k & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1/k & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1/k^2 & 0 \end{bmatrix}$
D	$n(1+k')/k$, где $k' = \sqrt{1-k^2}$	$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ R_c & R_\pi \end{bmatrix}$	$R_{c,\pi} = 1 \pm k'$	$R_{c,\pi} = (1 \pm k')/k$	$R_{c,\pi} = (1 \pm k')/k^2$
E	∞	$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \infty & nk \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \infty & k^2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \infty & k \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \infty & 1 \end{bmatrix}$

* Здесь w_1, w_2, h_1, h_2 – ширины и высоты над землей 1-й и 2-й линий соответственно в СЛ с однородным диэлектриком.

Заметим, что столбцы матрицы модальных напряжений $\mathbf{U}_m$ являются собственными векторами, найденными с точностью до произвольного постоянного множителя с начальной стандартной нормировкой по первой строке (в которой стоят единицы) [10], [11], однако их иногда желательно ренормировать с целью приведения всех элементов в границы диапазона $[-1...+1]$.

Таблица 4. Конструкции СЛ с импедансной симметрией (n = 1) и режимы их возбуждения, матрицы модальных напряжений и структуры полей.

Вариант возбуждения (тип симметрии)	Матрицы модальных напряжений $\mathbf{U}_m$			Режимы возбуждения со структурами полей импедансно-симметричных СЛ (n = 1)			
	Нормированные по 1-й строке $\mathbf{U}_m$	Ренормированные матрицы $\mathbf{U}_m$ и типы конструкций СЛ $\frac{w_1}{h_1}=\frac{w_2}{h_2}$ *		Синфазный (c)		Противофазный (π)	
A	$\begin{bmatrix}1 & 1\\ k & -\infty\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}1 & 0\\ k & 1\end{bmatrix}$	$w_1 > w_2$ * 	$\begin{pmatrix}1\\ k\end{pmatrix}$		$\begin{pmatrix}0\\ 1\end{pmatrix}$	
B	$\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & -1\end{bmatrix}$	$w_1 = w_2$ * 		$\begin{pmatrix}1\\ 1\end{pmatrix}$		$\begin{pmatrix}1\\ -1\end{pmatrix}$	
C	$\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1/k & 0\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}k & 1\\ 1 & 0\end{bmatrix}$	$w_1 < w_2$ * 	$\begin{pmatrix}k\\ 1\end{pmatrix}$		$\begin{pmatrix}1\\ 0\end{pmatrix}$	
D	$\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1/d & d\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}d & 1\\ 1 & d\end{bmatrix}$		$\begin{pmatrix}d\\ 1\end{pmatrix}$		$\begin{pmatrix}1\\ d\end{pmatrix}$	
E	$\begin{bmatrix}1 & 1\\ \infty & k\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}0 & 1\\ 1 & k\end{bmatrix}$	$w_1 > w_2$ * 	$\begin{pmatrix}0\\ 1\end{pmatrix}$		$\begin{pmatrix}1\\ k\end{pmatrix}$	

* Здесь w_1, w_2, h_1, h_2 – ширины и высоты над землей 1-й и 2-й линий соответственно в СЛ с однородным диэлектриком; $d=\left(1-\sqrt{1-k^2}\right)/k$; $1/d=\left(1+\sqrt{1-k^2}\right)/k$.

Для численной оценки элементов матрицы $\mathbf{U}_m$ модальных напряжений ($R_c\ R_\pi$) в импедансно-симметричных СЛ (n = 1) приведем численные значения этих напряжений в зависимости от коэффициента связи k в пяти особых точках (табл. 5).

Таблица 5. Численные значения модальных напряжений в зависимости от коэффициента связи в импедансно-симметричных конструкциях СЛ (n = 1).

Коэффициент связи k	Значения модальных напряжений (R_c R_π) в пяти особых точках				
	A	B	C	D	E
0,1	$(0{,}1 \quad -\infty)$	$(1 \quad -1)$	$(10 \quad 0)$	$(19{,}9 \quad 0{,}05)$	$(\infty \quad 0{,}1)$
1/3	$(1/3 \quad -\infty)$	$(1 \quad -1)$	$(3 \quad 0)$	$(5{,}83 \quad 0{,}17)$	$(\infty \quad 1/3)$
0,5	$(0{,}5 \quad -\infty)$	$(1 \quad -1)$	$(2 \quad 0)$	$(3{,}73 \quad 0{,}27)$	$(\infty \quad 0{,}5)$
0,73	$(0{,}73 \quad -\infty)$	$(1 \quad -1)$	$(1{,}37 \quad 0)$	$(2{,}31 \quad 0{,}43)$	$(\infty \quad 0{,}73)$
0,8	$(0{,}8 \quad -\infty)$	$(1 \quad -1)$	$(1{,}25 \quad 0)$	$(2 \quad 0{,}5)$	$(\infty \quad 0{,}8)$

Из анализа матрицы $\mathbf{U}_m$ (см. табл. 4 и 5) для СЛИС (n = 1) с произвольным диэлектриком следует, что если СЛ имеют межлинейную симметрию конструкции (здесь конгруэнтны $R_c = 1$), то модальные напряжения $\mathbf{U}_m$ не зависят от коэффициента связи k. С другой стороны, для СЛИС даже с однородным диэлектриком в случае межлинейной асимметрии конструкции, напряжения $\mathbf{U}_m$ зависят от коэффициента связи k.

6. Модальные импедансы СЛ

Рассмотрим соотношения для синтеза модальных импедансов СЛ Z_{c1}, $Z_{\pi1}$, Z_{c2}, $Z_{\pi2}$ предложенных В.К. Трипази (V.K.Tripathi) [10], которые могут принимать даже отрицательные значения [13] вследствие зависимости от модальных напряжений R_c и R_π. Задавшись значениями исходных параметров Z_0, R_c, R_π, m_0, ставим задачу синтезировать четыре собственных модальных импеданса Z_{c1}, $Z_{\pi1}$, Z_{c2}, $Z_{\pi2}$, для чего запишем исходные, содержащие межлинейные и межмодальные импедансные соотношения, а также выражения для характеристического импеданса [10]

$$\begin{cases} \dfrac{Z_{c2}}{Z_{c1}} = \dfrac{Z_{\pi 2}}{Z_{\pi 1}} = -R_c R_\pi; \\ \dfrac{Z_{c1}}{Z_{\pi 1}} = \dfrac{Z_{c2}}{Z_{\pi 2}} = m_0; \\ Z_{c1} Z_{\pi 2} = Z_{c2} Z_{\pi 1} = Z_0^2. \end{cases} \tag{30}$$

Из этой системы сформируем систему из двух уравнений с двумя неизвестными Z_{c1} и $Z_{\pi1}$

$$\begin{cases} Z_{c1} Z_{\pi 1} = Z_0^2 \big/ \left(-R_c R_\pi\right); \\ Z_{c1} \big/ Z_{\pi 1} = m_0, \end{cases} \tag{31}$$

из которой находим решение вначале для Z_{c1} и $Z_{\pi1}$, а потом и для оставшихся Z_{c2} и $Z_{\pi2}$

$$\begin{cases} Z_{c1} = \mathrm{sign}(m_0) Z_0 \sqrt{m_0 \big/ \left(-R_c R_\pi\right)}; \\ Z_{\pi 1} = Z_{c1} \big/ m_0; \end{cases} \quad \begin{cases} Z_{c2} = -R_c R_\pi Z_{c1}; \\ Z_{\pi 2} = -R_c R_\pi Z_{\pi 1}. \end{cases} \tag{32}$$

В развернутом виде полное решение (32) можно переписать так

$$\begin{cases} Z_{c1} = \mathrm{sign}(m_0) Z_0 \sqrt{\dfrac{m_0}{-R_c R_\pi}}; \\ Z_{\pi 1} = \dfrac{\mathrm{sign}(m_0) Z_0}{\sqrt{m_0 \left(-R_c R_\pi\right)}}; \end{cases} \quad \begin{cases} Z_{c2} = \mathrm{sign}\left(m_0\right) Z_0 \sqrt{m_0 \left(-R_c R_\pi\right)}; \\ Z_{\pi 2} = \mathrm{sign}\left(m_0\right) Z_0 \sqrt{\dfrac{-R_c R_\pi}{m_0}}, \end{cases} \tag{33}$$

где $\left(-R_c R_\pi\right) = \dfrac{k R_c - n}{k R_c^{-1} - n^{-1}}$; $m_0 = \dfrac{1 - k^2}{1 + k^2 - k\left(n/R_c + R_c/n\right)}$.

Итак, задача нахождения четырех собственных модальных импедансов Z_{c1}, $Z_{\pi1}$, Z_{c2}, $Z_{\pi2}$ из четырех модальных параметров Z_0, R_c, R_π, m_0, здесь полностью решена (33). Учитывая, что найденные импедансы взаимозависимы, а независимых там только три, то для их поиска достаточно знать лишь три исходных параметра Z_0, $(-R_cR_\pi)$ и m_0, при этом два последних в свою очередь зависят от базовых исходных n, k, R_c.

Дополнительно введем в рассмотрение еще два новых ранее неисследованных взаимных модальных импеданса $Z_{\pi12}$, Z_{cm}, характеризующих межлинейную связь. Учитывая (30) и формулу произведения $Z_0^2 = Z_{cm} Z_{\pi 12}$, определим взаимные противофазный $Z_{\pi 12}$ и синфазный Z_{cm} импедансы, соответственно, следующим образом

$$Z_{\pi 12} = \frac{Z_0^2 - Z_{\pi 1} Z_{\pi 2}}{Z_{\pi 1} + Z_{\pi 2}} = Z_0 \frac{\operatorname{sign}(m_0)\left(m_0^{1/2} - m_0^{-1/2}\right)}{\left(-R_c R_\pi\right)^{1/2} + \left(-R_c R_\pi\right)^{-1/2}}; \tag{34}$$

$$Z_{cm} = \frac{Z_0^2}{Z_{\pi 12}} = Z_0 \frac{\left(-R_c R_\pi\right)^{1/2} + \left(-R_c R_\pi\right)^{-1/2}}{\operatorname{sign}(m_0)\left(m_0^{1/2} - m_0^{-1/2}\right)}. \tag{35}$$

Они дополняют набор известных модальных параметров, характеризующих СЛ. Общая схема соотношений модально-импедансных параметров СЛ показана на рис. 10.

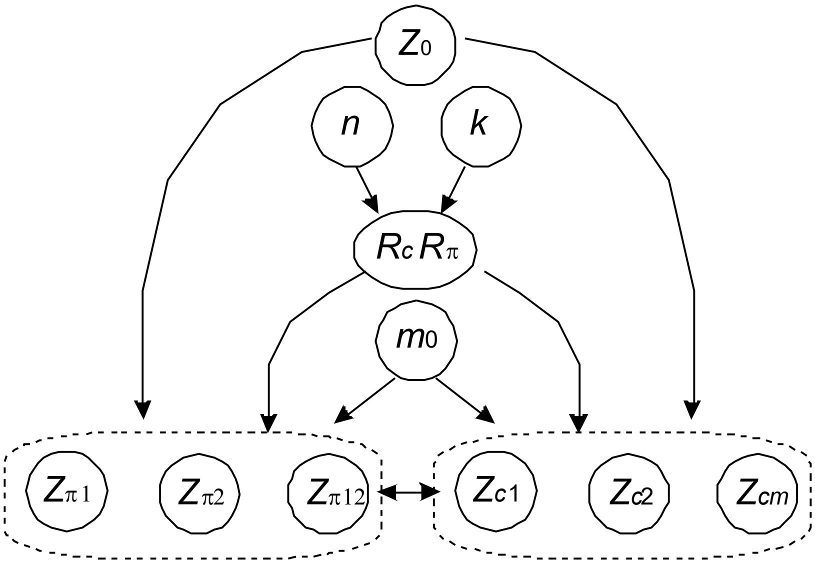


Рис. 10. Общая схема синтеза модальных импедансов СЛ.

Запишем еще соотношения, позволяющие вернуться обратно к коэффициентам трансформации n и связи k, а также к их произведению и отношению при известных модальных напряжениях R_c, R_π и межмодальном импедансном отношении $m_0 = Z_{c2} / \left(-R_c R_\pi Z_{\pi 1}\right)$

$$\begin{cases} n = \sqrt{\dfrac{R_\pi - m_0 R_c}{R_\pi^{-1} - m_0 R_c^{-1}}}; \\ k = \dfrac{\left|1 - m_0\right|}{\sqrt{1 + m_0^2 - m_0\left(R_\pi / R_c + R_c / R_\pi\right)}}. \end{cases} \tag{36}$$

$$nk = \frac{1 - m_0}{R_\pi^{-1} - m_0 R_c^{-1}}; \quad \frac{n}{k} = \frac{R_\pi - m_0 R_c}{1 - m_0}. \tag{37}$$

Важно отметить, что модальные импедансы зависят как от характеристического импеданса Z_0, коэффициентов трансформации n и связи k, так и от модальных напряжений ($R_c\,R_\pi$); а превышение синфазным напряжением уровня $R_c > n/k$ ведет к отрицательным значениям двух из четырех модальных импедансов [13].

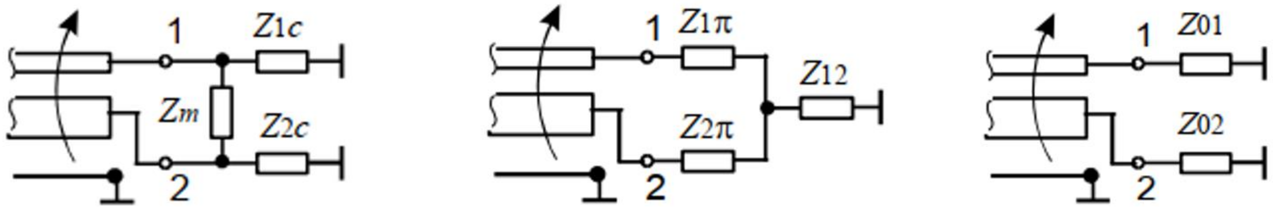
7. Терминальные (оконечные) импедансы СЛ

Выше было отмечено, что некоторые модальные импедансы согласно Трипази [10] в ряде случаев могут принимать отрицательные значения, что затрудняет толкование их физического смысла. Однако в особом конгруэнтном случае ($R_c = 1$), предложенном Специале [12], когда все модальные импедансы только с положительными знаками, им можно дать однозначную физическую интерпретацию в качестве терминальных (оконечных) импедансов, как у Маркса [9]. Для выделения такого отличия, введем модификацию обозначений, заключающуюся прежде всего в обратном порядке следования буквенно-цифровых индексов. Итак, собственные Z_{c1}, Z_{c2}, $Z_{\pi1}$, $Z_{\pi2}$ и взаимные Z_{cm}, $Z_{\pi m}$ модальные импедансы в конгруэнтном случае ($R_c = 1$) «превращаются» в следующие терминальные импедансы [17]: Z_{1c}, Z_{2c}, $Z_{1\pi}$, $Z_{2\pi}$, Z_m, Z_{12}

$$\begin{cases} Z_{1c} = Z_{c1}\big|_{R_c=1}; \\ Z_{2c} = Z_{c2}\big|_{R_c=1}; \\ Z_m = Z_{cm}\big|_{R_c=1}; \end{cases} \begin{cases} Z_{1\pi} = Z_{\pi1}\big|_{R_c=1}; \\ Z_{2\pi} = Z_{\pi2}\big|_{R_c=1}; \\ Z_{12} = Z_{\pi m}\big|_{R_c=1}. \end{cases} \tag{38}$$

Равенство модальных и терминальных импедансов (конгруэнтность) СЛ – $Z_{c1} = Z_{1c}$; $Z_{\pi1} = Z_{1\pi}$; $Z_{c2} = Z_{2c}$; $Z_{\pi2} = Z_{2\pi}$ – характеризует соразмерность составляющих как нормальных волн (электрической и магнитной), так и распределенных параметров линий передачи (емкостных и индуктивных).

Элементы с номиналами терминальных импедансов образуют две физически реализуемые П- и Т-образные резистивные цепи, которые эквивалентны полубесконечному отрезку связанных линий и функционируют в качестве оконечных согласованных поглощающих нагрузок СЛ (рис. 11, а, б) [9], [17].



а) б) в)

Рис. 11. Полубесконечный отрезок несимметричных СЛ, нагруженный на свои эквивалентные схемы в виде П-образной (а) и Т-образной (б) резистивных цепей, а также – на пару раздельных резисторов (в).

Кроме того, значения элементов Т- и П-образной эквивалентных схем (см. рис. 11) согласно Марксу [9] определяются значениями элементов матриц характеристических сопротивлений **Z** и проводимостей **Y** СЛ, которые здесь выражаются через характеристический импеданс Z_0, коэффициенты трансформации n и связи k

$$\begin{cases} Z_{1c} = (Y_{11} + Y_{12})^{-1} = Z_0\sqrt{1-k^2} \Big/ \left(n-k\right); \\ Z_{2c} = (Y_{22} + Y_{12})^{-1} = Z_0\sqrt{1-k^2} \Big/ \left(n^{-1}-k\right); \\ Z_m = -Y_{12}^{-1} = Z_0\sqrt{1-k^2} \Big/ k. \end{cases} \tag{39}$$

$$\begin{cases} Z_{1\pi} = Z_{11} - Z_{12} = Z_0\left(n^{-1}-k\right) \Big/ \sqrt{1-k^2}; \\ Z_{2\pi} = Z_{22} - Z_{12} = Z_0\left(n-k\right) \Big/ \sqrt{1-k^2}; \\ Z_{12} = Z_0 k \Big/ \sqrt{1-k^2}; \end{cases} \tag{40}$$

При этом особую важность для практики имеет схема замещения в виде пары раздельных нагрузочных резисторов (см. рис. 11, в), номиналы которых рассчитываются по следующим формулам: $Z_{01} = Z_0/n$; $Z_{02} = Z_0 n$. Она идеально нагружает и согласует СЛ с синхронными волнами на центральной частоте рабочего диапазона.

Общая схема взаимосвязи троек терминальных и других импедансных параметров СЛ показана на рис. 12.

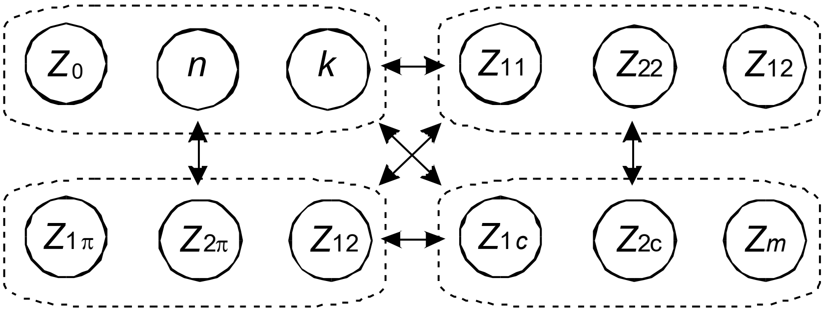


Рис. 12. Общая схема взаимосвязи импедансных параметров СЛ: характеристический импеданс с коэффициентами трансформации и связи; элементы импедансной матрицы **Z**; терминальные импедансы Т- и П- образных схем соответственно.

Дополнительные соотношения между терминальными импедансами [9], [12] можно записать так

$$\begin{cases} R_z = \dfrac{Z_{2c}}{Z_{1c}} = \dfrac{Z_{2\pi}}{Z_{1\pi}} = \dfrac{n-k}{n^{-1}-k}; \\ \dfrac{Z_{1c}}{Z_{1\pi}} = \dfrac{Z_{2c}}{Z_{2\pi}} = \dfrac{1-k^2}{(n-k)(n^{-1}-k)} = \dfrac{1-k^2}{1+k^2-k(n+n^{-1})}; \\ Z_0^2 = Z_{1c}Z_{2\pi} = Z_{2c}Z_{1\pi} = Z_{12}Z_m = Z_c Z_\pi, \end{cases} \tag{41}$$

в которых первая формула определяет коэффициент импедансной асимметрии R_z. Кроме того, здесь также выполняются известные импедансные соотношения

$$\begin{cases} Z_c = Z_0\sqrt{(1+k)/(1-k)}; \\ Z_\pi = Z_0\sqrt{(1-k)/(1+k)}. \end{cases} \tag{42}$$

Итак, только в конгруэнтном случае (R_c = 1) модальные импедансы, определяемые по Трипази [10], численно совпадают с соответствующими терминальными импедансами, определяемыми по Марксу [9]. При этом терминальные импедансы не зависят от синфазного модального напряжения R_c, а зависят только от характеристического импеданса Z_0, коэффициентов трансформации n и связи k; их значения всегда положительные.

8. Влияние синфазного модального напряжения на модальные импедансы, коэффициенты емкостной и индуктивной связи СЛ

Если конструкции СЛ имеют однородное или специально подобранное неоднородное диэлектрическое заполнение, в которых нормальные (синфазная и противофазная) волны имеют равные скорости и являются синхронными [7], то это влечет полную уравновешенность индуктивной, емкостной и импедансной связи $k_L = k_C = k$. С другой стороны, существует уникальные структуры СЛ с неоднородным диэлектриком, где скорости асинхронных нормальных волн не равны друг другу, но при этом достигается уравновешенность индуктивной и емкостной связи $k_L = k_C$ [13]. Такие структуры по импедансу могут быть как симметричными, так и несимметричными, а по конструктивному исполнению – только неконгруэнтными, т.е. с особым синфазным модальным напряжением не равным единице $R_c \neq 1$.

Теперь рассмотрим пять особых значений синфазного модального напряжения R_c и его общее влияние на соответствующие модальные импедансы и коэффициенты емкостной и индуктивной связи СЛ.

А) Если синфазное модальное напряжение принимает минимальное значение $R_c = nk$, то все модальные импедансы положительны, а два из них $Z_{\pi 1}$, Z_{c2} стремятся – один к нулевому $Z_{\pi 1} \to 0$, другой к бесконечному $Z_{c2} \to \infty$ пределам, но их среднее геометрическое остается неизменным и равным характеристическому импедансу $Z_0 = \sqrt{Z_{\pi 1} Z_{c2}}$. Межлинейные импедансные отношения равны отрицательному произведению модальных напряжений ($-R_c R_\pi$), в котором $R_\pi \to -\infty$

$$\frac{Z_{c2}}{Z_{c1}} = \frac{Z_{\pi 2}}{Z_{\pi 1}} = \frac{Z_{(c,\pi)2}}{Z_{(c,\pi)1}} = -R_c R_\pi \to \infty. \tag{43}$$

Коэффициенты индуктивной и емкостной связи выражаются так

$$\begin{pmatrix} k_L & k_C \end{pmatrix}_A = \left\{ \left[1 + \left(k^{-2} - 1\right) m\right]^{-1/2} \quad \left[1 + \left(k^{-2} - 1\right) m^{-1}\right]^{-1/2} \right\}. \tag{44}$$

B) Если $R_c = n$, то все модальные импедансы положительны, межлинейное импедансное отношение равно квадрату коэффициента трансформации

$$\frac{Z_{c2}}{Z_{c1}} = \frac{Z_{\pi 2}}{Z_{\pi 1}} = \frac{Z_{(c,\pi)2}}{Z_{(c,\pi)1}} = -R_c R_\pi = n^2, \tag{45}$$

а межмодальное импедансное отношение зависит только от коэффициента связи

$$m_0\Big|_{R_c=n} = \frac{Z_{c1}}{Z_{\pi 1}} = \frac{Z_{c2}}{Z_{\pi 2}} = \frac{Z_{c(1,2)}}{Z_{\pi(1,2)}} = \frac{Z_c}{Z_\pi} = \frac{1+k}{1-k}, \tag{46}$$

и в случае симметрии $n = 1$ становится равным максимально достижимому отношению скоростей нормальных волн

$$m_{\max} = m_0\Big|_{R_c=n=1}. \tag{47}$$

При этом коэффициенты индуктивной и емкостной связи записываются

$$\begin{pmatrix} k_L & k_C \end{pmatrix}_B = \begin{pmatrix} \dfrac{m_0 - m}{m_0 + m} & \dfrac{m_0 - m^{-1}}{m_0 + m^{-1}} \end{pmatrix}. \tag{48}$$

C) Если $R_c = n/k$, то все модальные импедансы положительны, при этом два из них Z_{c1}, $Z_{\pi 2}$ стремятся – один к бесконечному $Z_{c1} \to \infty$, другой к нулевому $Z_{\pi 2} \to 0$ пределам, а их среднее геометрическое остается неизменным и равным характеристическому импедансу $Z_0 = \sqrt{Z_{c1} Z_{\pi 2}}$. Межлинейные импедансные отношения, равные произведению модальных напряжений ($-R_c R_\pi$), при нулевом сомножителе $R_\pi = 0$ обнуляются

$$\frac{Z_{c2}}{Z_{c1}} = \frac{Z_{\pi 2}}{Z_{\pi 1}} = \frac{Z_{(c,\pi)2}}{Z_{(c,\pi)1}} = -R_c R_\pi = 0. \tag{49}$$

Коэффициенты индуктивной и емкостной связи такие же как в точке *A*

$$\begin{pmatrix} k_L & k_C \end{pmatrix}_C = \begin{pmatrix} k_L & k_C \end{pmatrix}_A = \left\{ \left[1 + \left(k^{-2} - 1\right) m\right]^{-1/2} \quad \left[1 + \left(k^{-2} - 1\right) m^{-1}\right]^{-1/2} \right\}. \tag{50}$$

D) Если синфазное и противофазное модальные напряжения принимают такие положительные значения $R_{c,\pi} = n\left(1 \pm \sqrt{1-k^2}\right)\Big/k = nk\Big/\left(1 \mp \sqrt{1-k^2}\right)$, то два модальных импеданса $Z_{\pi1}$, Z_{c2} положительны, а два других Z_{c1}, $Z_{\pi2}$ отрицательны, при этом межмодальные импедансные отношения для каждой из линий равны минус единице

$$m_0 = \frac{Z_{c1}}{Z_{\pi1}} = \frac{Z_{c2}}{Z_{\pi2}} = \frac{Z_{c(1,2)}}{Z_{\pi(1,2)}} = -1. \tag{51}$$

Кроме того, и межлинейные отношения одно- и разно-модальных импедансов равны квадрату коэффициента трансформации со знаком минус и плюс соответственно

$$\frac{Z_{c2}}{Z_{c1}} = \frac{Z_{\pi2}}{Z_{\pi1}} = \frac{Z_{(c,\pi)2}}{Z_{(c,\pi)1}} = -R_c R_\pi = -n^2; \tag{52}$$

$$\frac{Z_{\pi2}}{Z_{c1}} = \frac{Z_{c2}}{Z_{\pi1}} = \frac{Z_{(c,\pi)2}}{Z_{(\pi,c)1}} = R_c R_\pi = n^2. \tag{53}$$

При этом выполняется еще одно равенство $n^2 = Z_2/Z_1$, где $Z_1 = \sqrt{L_{11}/C_{11}}$ и $Z_2 = \sqrt{L_{22}/C_{22}}$. Коэффициенты индуктивной и емкостной связи становятся равными между собой $k_L = k_C$ и записываются следующим образом

$$\begin{pmatrix} k_L & k_C \end{pmatrix}_D = \left\{ \left[1 + \frac{4\left(k^{-2}-1\right)m}{\left(1+m\right)^2} \right]^{-1/2} \quad \left[1 + \frac{4\left(k^{-2}-1\right)m^{-1}}{\left(1+m^{-1}\right)^2} \right]^{-1/2} \right\}. \tag{54}$$

Их равенство говорит об уравновешенности индуктивной и емкостной связи даже при различии скоростей нормальных волн в неоднородном диэлектрике. На это свойство, весьма важное при создании противонаправленных ответвителей с высокой развязкой, впервые обратил внимание К. Саксе (K. Sachse) [13].

E) Если синфазное модальное напряжение стремится к бесконечности $R_c \to \infty$, то два модальных импеданса $Z_{\pi1}$, Z_{c2} положительны, а два других Z_{c1}, $Z_{\pi2}$ отрицательны и стремятся – один к минус нулевому $Z_{c1} \to -0$, другой к минус бесконечному $Z_{\pi2} \to -\infty$ пределам, а их среднее геометрическое остается неизменным и равным характеристическому импедансу

$Z_0 = \sqrt{Z_{c1} Z_{\pi 2}}$. Отсюда, межлинейные импедансные отношения, равные отрицательному произведению модальных напряжений, стремятся к минус бесконечности

$$\frac{Z_{c2}}{Z_{c1}} = \frac{Z_{\pi 2}}{Z_{\pi 1}} = \frac{Z_{(c,\pi)2}}{Z_{(c,\pi)1}} = -R_c R_\pi \to -\infty . \qquad (55)$$

При этом коэффициенты индуктивной и емкостной связи меняются местами в сравнении с точкой A и записываются так

$$\begin{pmatrix} k_L & k_C \end{pmatrix}_E = \begin{pmatrix} k_C & k_L \end{pmatrix}_A = \left\{ \left[1+\left(k^{-2}-1\right)m^{-1}\right]^{-1/2} \quad \left[1+\left(k^{-2}-1\right)m\right]^{-1/2} \right\}. \qquad (56)$$

Знаки при величинах модальных импедансов, а также формулы для коэффициентов емкостной и индуктивной связи СЛ в зависимости от синфазного модального напряжения R_c в пяти особых точках приводятся в табл. 6

Таблица 6. Модальные импедансы, коэффициенты индуктивной и емкостной связи СЛ в пяти особых точках.

Точка	Синфазное модальное напряжение R_c	Знаки и предельные значения модальных импедансов				Коэффициенты индуктивной и емкостной связи СЛ	
		sign(Z_{c1})	sign(Z_{c2})	sign($Z_{\pi1}$)	sign($Z_{\pi2}$)	k_L	k_C
A	nk	+	$+\infty$	0	+	$\left[1+\left(k^{-2}-1\right)m\right]^{-1/2}$	$\left[1+\left(k^{-2}-1\right)m^{-1}\right]^{-1/2}$
B	n	+	+	+	+	$\dfrac{m_0-m}{m_0+m}$	$\dfrac{m_0-m^{-1}}{m_0+m^{-1}}$
C	n/k	$+\infty$	+	+	0	$\left[1+\left(k^{-2}-1\right)m\right]^{-1/2}$	$\left[1+\left(k^{-2}-1\right)m^{-1}\right]^{-1/2}$
D	$\dfrac{n}{k}\left(1+\sqrt{1-k^2}\right)$	–	+	+	–	$\left[1+\dfrac{4\left(k^{-2}-1\right)m^{\pm1}}{\left(1+m^{\pm1}\right)^2}\right]^{-1/2}$	
E	∞	0	+	+	$-\infty$	$\left[1+\left(k^{-2}-1\right)m^{-1}\right]^{-1/2}$	$\left[1+\left(k^{-2}-1\right)m\right]^{-1/2}$

Здесь $m_0 = (1+k)/(1-k)$; $m = v_c/v_\pi$.

Для иллюстрации представленных соотношений, графики четырех модальных импедансов СЛ Z_{c1}, $Z_{\pi1}$, Z_{c2}, $Z_{\pi2}$ при параметрах Z_0 = 50 Ом; n = 0,8; k = 0,7 в зависимости от синфазного напряжения R_c с отмеченными особыми уровнями в точках A, B, C, D (R_{ca}, R_{cb} R_{cc}, R_{cd}) приводятся на рис. 13.

Здесь синфазное напряжение R_c в точке E устремляется в бесконечность $R_{ce}\to\infty$, а сама точка E уходит вправо за пределы графического поля, поэтому не видна.

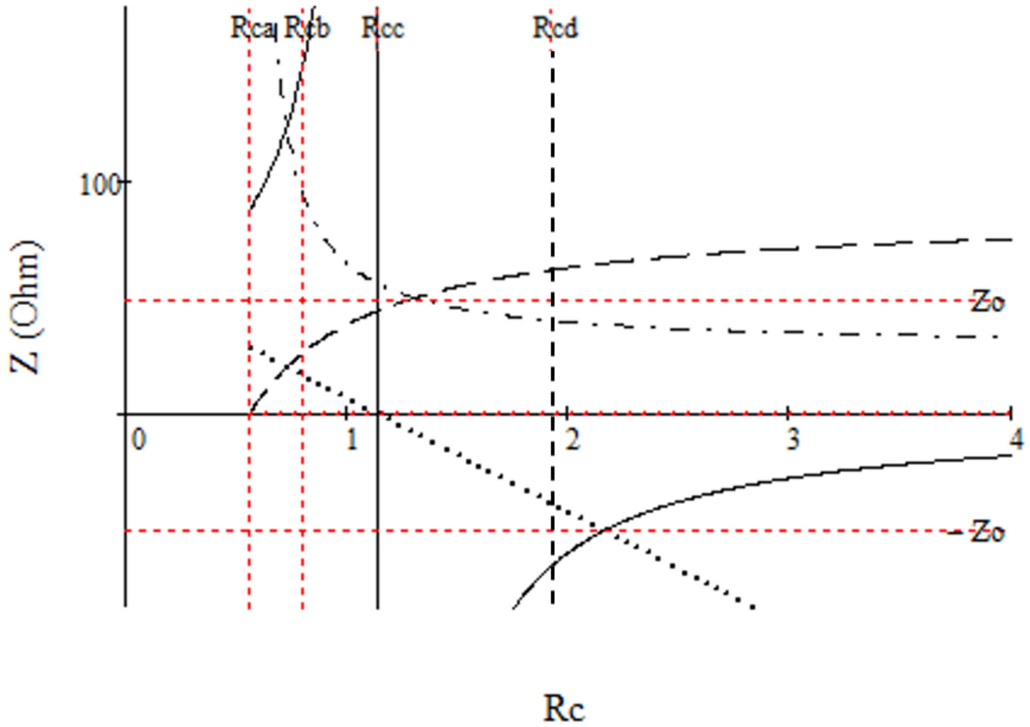


Рис. 13. Четыре модальных импеданса Z_{c1} (сплошная); $Z_{\pi1}$ (штриховая); Z_{c2} (штрих-пунктирная); $Z_{\pi2}$ (пунктирная) в зависимости от синфазного модального напряжения R_c (Z_0 = 50 Ом; n = 0,8; k = 0,7) с обозначением его уровней в точках A, B, C, D; точка E находится справа за пределами поля.

Из приведенных соотношений для коэффициентов емкостной и индуктивной связи (см. табл. 6) следует, что они зависят от следующих параметров: коэффициента импедансной связи k, отношения скоростей нормальных волн m (ограниченного в том числе коэффициентом трансформации n) и синфазного напряжения R_c. Иллюстративные графики коэффициентов емкостной и индуктивной связи СЛ с параметрами n = 0,96; k = 0,7; m = 2 в зависимости от синфазного модального напряжения R_c приводятся на рис. 14.

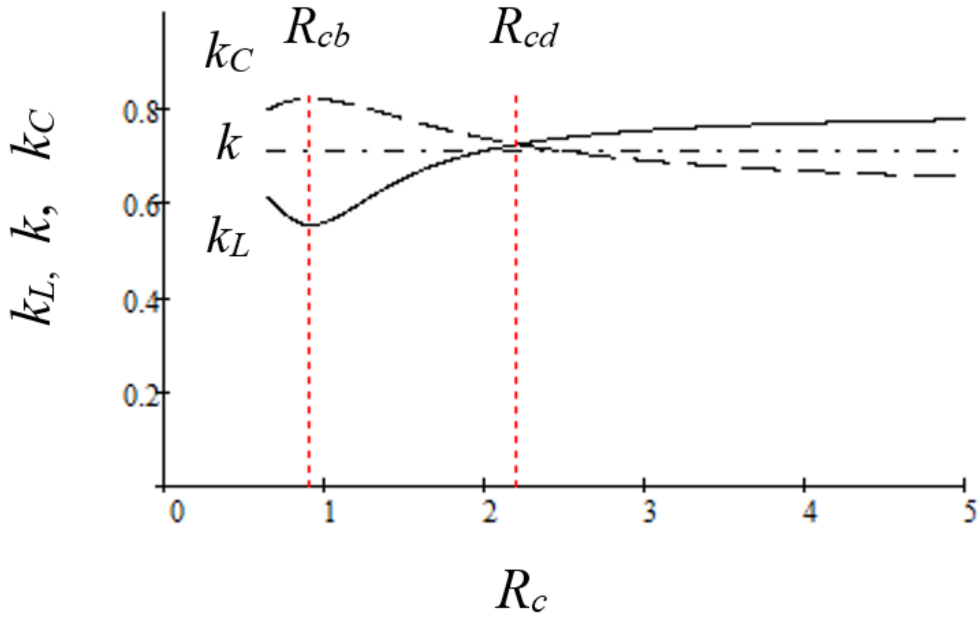


Рис. 14. Коэффициенты емкостной k_C и индуктивной связи k_L СЛ в зависимости от синфазного напряжения R_c (n = 0,96; k = 0,7; m = 2).

Из этих графиков (см. рис.14) видно, что величина импедансной связи k не зависит от модального напряжения R_c и есть среднее между индуктивной и емкостной связями $\min(k_L, k_C) < k < \max(k_L, k_C)$. При этом в точке B кривые связи имеют экстремумы и максимально расходятся. С другой стороны, в точке D кривые, сблизившись, пересекаются, а индуктивная и емкостная связи уравновешиваются $k_L = k_C$, даже при различных скоростях нормальных волн в неоднородном диэлектрике $v_c \neq v_\pi$ как в симметричных, так и в несимметричных СЛ. В малой окрестности точки D индуктивно-емкостные связи немного превышают импедансную $(k_L \approx k_C) > k$. Такая необычная уравновешенность (в точке D) индуктивно-емкостной связи в СЛ с неоднородным диэлектриком позволяет при идеальном согласовании получать уникальную неквадратурную разность фаз в выходных портах противонаправленного ответвителя.

В качестве примера приведем синтезированные модальные и погонные параметры необычных СЛ с характеристическим импедансом Z_0 = 50 Ом и связью k = 0,707, которые структурно неодинаковы ($L_{11} \neq L_{22}$, $C_{11} \neq C_{22}$), но по импедансу симметричны ($Z_{11} = Z_{22}$; n = 1), имеют асинхронность с двукратным отношением скоростей нормальных волн ($m = v_c/v_\pi$ = 2) и, в то же время, уравновешенные индуктивную и емкостную связи ($k_L = k_C$ = 0,727)

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} 70,7 & 50 \\ 50 & 70,7 \end{bmatrix} \text{Ом}; \ \mathbf{U}_m = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2,41 & 0,413 \end{bmatrix}; \ \boldsymbol{\varepsilon}_{rm} = \begin{pmatrix} 2 \\ 8 \end{pmatrix};$$

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} 0,6179 & 0,3533 \\ 0,3533 & 0,3821 \end{bmatrix} \text{мкГн/м}; \ \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 247,4 & -141,6 \\ -141,6 & 153 \end{bmatrix} \text{пФ/м}.$$

Этот согласованный с 50-омными нагрузками отрезок СЛ длиной 14 мм на частоте 2,5 ГГц обеспечивает межлинейную связь 3 дБ (т.е. это мост), но разность фаз в выходных диагональных портах этого мостового противонаправленного ответвителя составляет 120 град. (т.е. не 90 град., не квадратура). Можно предположить, что для его реализации потребуется еще и магнитное заполнение. Такой 120-град. мост может быть интересен при трехточечном возбуждении микрополоскового излучателя антенны круговой поляризации.

9. Случаи импедансной псевдо-симметрии и псевдо-несвязанности линий. Значения модальных напряжений и других параметров

Проанализируем дополнительные интересные случаи импедансной «псевдо-симметрии» и «псевдо-несвязанности» СЛ в зависимости от значений модальных напряжений, определяемых коэффициентами трансформации и связи. Первая пара случаев характеризуется тем, что даже при отсутствии симметрии в одинаковых режимах возбуждения СЛ имеют равные по модулю импедансы 1-й и 2-й линий. Вторая пара случаев характеризуется тем, что даже при наличии связи соответствующие линии имеют равные синфазный и противофазный импедансы.

1) Вначале рассмотрим пару случаев несимметричных структур ($n \neq 1$), обладающих свойством межлинейной импедансной «псевдо-симметрии», в которых произведение модальных напряжений равно $R_c R_\pi = \pm 1$. В первом случае отрицательного произведения $R_c R_\pi = -1$, синфазное и противофазное модальные напряжения принимают значения

$$R_{cbb}=\frac{n-n^{-1}}{2k}+\sqrt{\left(\frac{n-n^{-1}}{2k}\right)^2+1};\ R_{\pi bb}=-1/R_{cbb}, \tag{57}$$

характеризующие «псевдо-симметрию», при которой одномодальные импедансы первой и второй линий равны между собой $Z_{c1}=Z_{c2}$; $Z_{\pi1}=Z_{\pi2}$, т.е. межлинейные импедансные отношения при любом типе возбуждения равны единице $\frac{Z_{c2}}{Z_{c1}}=\frac{Z_{\pi2}}{Z_{\pi1}}=1$, и тем не менее структура все равно несимметрична, так как $n\neq1$. Однако, если обеспечить реальную симметрию $n=1$, то модальные напряжения достигнут противоположных значений $R_{c,\pi}=\pm n=\pm1$, произведение которых равно отрицательному квадрату коэффициента трансформации $R_cR_\pi=-n^2=-1$ (это особое значение R_c в точке B; см. выше). При этом сохраняется равенство межлинейных импедансных отношений

$$\frac{Z_{c2}}{Z_{c1}}=\frac{Z_{\pi2}}{Z_{\pi1}}=n^2=1. \tag{58}$$

2) Во втором случае положительного произведения $R_cR_\pi=1$ предполагается, что одномодальные импедансы первой и второй линий противоположны $Z_{c1}=-Z_{c2}$; $Z_{\pi1}=-Z_{\pi2}$, т.е. межлинейные импедансные отношения равны минус единице $\frac{Z_{c2}}{Z_{c1}}=\frac{Z_{\pi2}}{Z_{\pi1}}=-1$, и этому условию «противоположной псевдо-симметрии» удовлетворяют следующие положительные значения модальных напряжений

$$R_{cdd}=\frac{n+n^{-1}}{2k}+\sqrt{\left(\frac{n+n^{-1}}{2k}\right)^2-1};\ R_{\pi dd}=1/R_{cdd}, \tag{59}$$

однако структура при этом опять остается несимметричной, так как $n\neq1$. Но если ее довести до реальной симметрии $n=1$, то возникнут такие модальные напряжения $R_{c,\pi}=(n/k)\left(1\pm\sqrt{1-k^2}\right)=\left(1\pm\sqrt{1-k^2}\right)/k$, произведение которых станет равно квадрату коэффициента трансформации $R_{cdd}R_{\pi dd}=n^2=1$ (это особое значение R_c в точке D;

см. выше). При этом выполнятся следующие равенства для межмодальных, межлинейных и модально-линейных импедансных отношений

$$\frac{Z_{c1}}{Z_{\pi 1}}=\frac{Z_{c2}}{Z_{\pi 2}}=m_0=-1;\ \frac{Z_{c2}}{Z_{c1}}=\frac{Z_{\pi 2}}{Z_{\pi 1}}=-n^2=-1;\ \frac{Z_{\pi 2}}{Z_{c1}}=\frac{Z_{c2}}{Z_{\pi 1}}=n^2=1, \tag{60}$$

а также в следствие этого

$$Z_{\pi 1}=-Z_{\pi 2}=Z_{c2}=-Z_{c1}=Z_1=Z_2=\sqrt{L_{11}/C_{11}}=\sqrt{L_{22}/C_{22}}\,.$$

3) Теперь, рассмотрим еще пару случаев «псевдо-несвязанных» линий, когда синфазный и противофазный импедансы линий равны друг другу (что является признаком несвязанности линий, если они симметричны), а произведение модальных напряжений таково $R_cR_\pi = -m_0^{\pm 1}$. В первом случае $R_{cn}R_{\pi n} = -Z_{c1}/Z_{\pi 1} = -m_0$, когда два импеданса – синфазный первой и противофазный второй линий – равны отрицательному характеристическому импедансу $Z_{c1} = Z_{\pi 2} = -Z_0$, тогда синфазное и противофазное модальные напряжения принимают следующие значения

$$\begin{pmatrix} R_c & R_\pi \end{pmatrix}_n=\begin{pmatrix} \dfrac{n+\sqrt{1-k^2}}{k} & \dfrac{k}{n^{-1}+\sqrt{1-k^2}} \end{pmatrix}. \tag{61}$$

Если при этом обеспечить реальную симметрию $n=1$, то их произведение станет равным единице $R_{cn}R_{\pi n} = n^2 = 1$ (что совпадает с особым значением R_c в точке D; см. выше).

4) Во втором случае $R_{cp}R_{\pi p} = -Z_{\pi 1}/Z_{c1} = -1/m_0$, когда два импеданса – синфазный 2-й и противофазный 1-й линий – равны положительному характеристическому импедансу $Z_{c2} = Z_{\pi 1} = Z_0$, тогда синфазное и противофазное модальные напряжения вычисляются следующим образом

$$\begin{pmatrix} R_c & R_\pi \end{pmatrix}_p=\begin{cases} \begin{pmatrix} \dfrac{k}{n^{-1}-\sqrt{1-k^2}} & \dfrac{n-\sqrt{1-k^2}}{k} \end{pmatrix}, & n^{-2}+k^2>1; \\ \begin{pmatrix} +\infty & 1 \end{pmatrix}, & \text{иначе.} \end{cases} \tag{62}$$

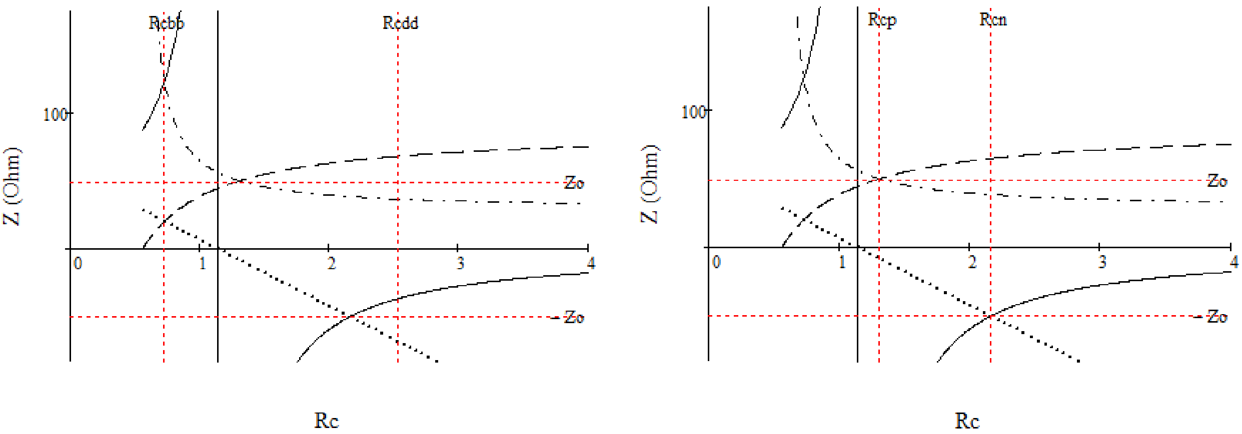
Если при этом обеспечить реальную симметрию $n=1$, то их произведение опять станет равным единице $R_{cp}R_{\pi p} = n^2 = 1$ (что совпадает с особым значением R_c в точке D; см. выше), что также эквивалентно предыдущему случаю.

Таким образом, если в структуре СЛ обеспечить реальную симметрию n =1, то три последних случая «псевдо-симметрии/несвязанности» по значениям модальных напряжений совпадут и между собой, и с особым случаем в точке D

$$R_{c,\pi}\Big|_{n=1} = \left(\frac{1\pm\sqrt{1-k^2}}{k}\right)_{dd} = \left(\frac{1+\sqrt{1-k^2}}{k}\right)_{n}^{\pm 1} = \left(\frac{k}{1-\sqrt{1-k^2}}\right)_{p}^{\pm 1} =$$

$$= \left(\frac{1\pm\sqrt{1-k^2}}{k}\right)_{D} = \left(\frac{k}{1\mp\sqrt{1-k^2}}\right)_{D}. \qquad (63)$$

Для наглядной иллюстрации представленных формул, графики четырех модальных импедансов СЛ – Z_{c1}, $Z_{\pi 1}$, Z_{c2}, $Z_{\pi 2}$ в зависимости от синфазного напряжения R_c показаны на рис. 15, на которых отмечены особые значения R_c в случаях «псевдо-симметрии» (R_{cbb}, R_{cdd}) и «псевдо-несвязанности» линий (R_{cp}, R_{cn}).



а) б)

Рис. 15. Зависимости четырех модальных импедансов Z_{c1} (сплошная); $Z_{\pi 1}$ (штриховая); Z_{c2} (штрих-пунктирная); $Z_{\pi 2}$ (пунктирная) от синфазного модального напряжения R_c (Z_0 = 50 Ом; n = 0,8; k = 0,7), которые попарно равны или противоположны при особых значениях напряжения R_c, соответствующих: а) «псевдо-симметрии» (R_{cbb}, R_{cdd}); б) «псевдо-несвязанности» линий (R_{cp}, R_{cn}).

Рассмотренные случаи «псевдо-симметрии» и «псевдо-несвязанности» линий в терминах модальных импедансов могут быть полезны при синтезе новых конструкций СЛ с особыми свойствами.

10. Синтез погонных параметров СЛ

Для поиска первичных параметров СЛ [9], [10] – матриц погонных индуктивностей **L** и емкостей **C** – возьмем известные матричные соотношения [9], [10], учитывая (7)-(9)

$$\mathbf{L} = \mathbf{U}_m \operatorname{diag}(1/v)\mathbf{I}_m^{-1} = \mathbf{U}_m \operatorname{diag}\left(\sqrt{\varepsilon_r}/c\right)\mathbf{U}_m^{-1}\mathbf{Z}; \tag{64}$$

$$\mathbf{C} = \mathbf{I}_m \operatorname{diag}(1/v)\mathbf{U}_m^{-1} = \mathbf{Y}\mathbf{U}_m \operatorname{diag}\left(\sqrt{\varepsilon_r}/c\right)\mathbf{U}_m^{-1}, \tag{65}$$

и, выполнив поэлементное умножение, получим следующие формулы для матриц искомых погонных параметров **L** и **C**, выраженных через заданные модальные Z_0, n, k, R_c, R_π, ε_{rc}, $\varepsilon_{r\pi}$:

$$\mathbf{L} = \begin{pmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{pmatrix} = \frac{Z_0}{c}\begin{pmatrix} \dfrac{b}{R_c}\sqrt{\varepsilon_{rc}} - \dfrac{a}{R_\pi}\sqrt{\varepsilon_{r\pi}} & b\sqrt{\varepsilon_{rc}} - a\sqrt{\varepsilon_{r\pi}} \\ b\sqrt{\varepsilon_{rc}} - a\sqrt{\varepsilon_{r\pi}} & bR_c\sqrt{\varepsilon_{rc}} - aR_\pi\sqrt{\varepsilon_{r\pi}} \end{pmatrix}; \tag{66}$$

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} C_{11} & -C_{12} \\ -C_{21} & C_{22} \end{pmatrix} = \frac{1}{cZ_0}\begin{pmatrix} -aR_\pi\sqrt{\varepsilon_{rc}} + bR_c\sqrt{\varepsilon_{r\pi}} & a\sqrt{\varepsilon_{rc}} - b\sqrt{\varepsilon_{r\pi}} \\ a\sqrt{\varepsilon_{rc}} - b\sqrt{\varepsilon_{r\pi}} & -\dfrac{a}{R_\pi}\sqrt{\varepsilon_{rc}} + \dfrac{b}{R_c}\sqrt{\varepsilon_{r\pi}} \end{pmatrix}, \tag{67}$$

где $a = \dfrac{n - kR_c}{d}$; $b = \dfrac{n - kR_\pi}{d}$; $d = \sqrt{1-k^2}\left(R_c - R_\pi\right)$; c – скорость света в вакууме.

Отсюда формируются коэффициенты индуктивной и емкостной связи [19]

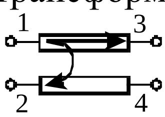
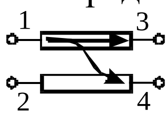
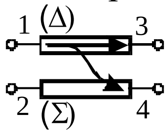
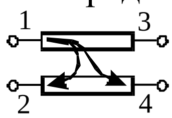
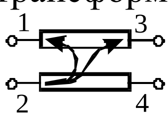
$$\begin{pmatrix} k_L & k_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dfrac{L_{12}}{\sqrt{L_{11}L_{22}}} & \dfrac{|C_{12}|}{\sqrt{C_{11}C_{22}}} \end{pmatrix}. \tag{68}$$

Если исходные модальные параметры СЛ заданы правильно с учетом ограничений (1)-(5), то и вычисленные погонные параметры (66)-(67) будут находиться в области допустимых значений, т.е. все частичные емкости и индуктивности, как собственные, так и взаимные (см. рис. 1, б) будут иметь положительные значения.

Для демонстрации возможностей методики представим численные значения модальных и погонных параметров СЛ с 3-дБ связью, реализующих функции мостов различных типов направленности – сонаправленного (СоН), противо-направленного (ПрН), поперечно-направленного (ПоН); различных фазовых соотношений в выходных портах – квадратурный (90 град.), синфазно-противофазный (0/180 град.); а при асимметрии обладающих еще и свойством трансформации импеданса (табл. 7).

Заметим, что «поперечно-направленный» ответвитель в отечественной литературе изначально обозначался термином «транснаправленный» [1], в котором первая часть слова является калькой с английского – «transdirectional», однако сейчас более понятным и удачным видится предлагаемый обновленный термин – «поперечно-направленный».

Таблица 7. Численные значения модальных и погонных параметров СЛ с 3-дБ связью (мостов).

Модальные, погонные параметры. Импедансы нагрузок	Тип моста на СЛ				
	ПрН 90 град. с трансформ. 	СоН 90 град. 	СоН 0/180 град. 	ПоН 90 град. 	ПоН 90 град.с трансформ. 
Z_0, Ом	25	70,7	50	50	38,4
n k	0,74 0,71	1 0,333	0,578 0,566	1 0,72	0,848 0,79
R_c R_π	1 –0,05	1 –1	1 –0,01	1 –1	1 –0,15
ε_{rc} $\varepsilon_{r\pi}$	3,2 3,2	2 4,5	9,9 1,1	1,1 9,9	1,1 9,9
m	1	3/2	1/3	3	3
Z_{c2}, Ом $Z_{\pi 1}$, Ом	27 23	100 50	35,4 70,7	124 20	61 24
L_{11}, мкГн/м L_{22}, мкГн/м L_{12}, мкГн/м	0,2861 0,1566 0,1503	0,4124 0,4124 0,0589	0,612 0,367 0,365	0,3224 0,3224 0,1108	0,406 0,189 0,151
C_{11}, пФ/м C_{22}, пФ/м C_{12}, пФ/м	251 458 240	94,3 94,3 47,1	49 342 46	274 274 246	376 425 367
Z_{01}, Ом Z_{02}, Ом	34 19	50 50	50 50	50 50	25 50

После синтеза погонных параметров осуществляется их физическая реализация в виде технологически доступной конструкции СЛ (полосковая плата, гибридно-пленочная или полупроводниковая монолитная интегральная схема), а далее – их поверочный анализ и расчет S-параметров в диапазоне рабочих частот.

Заключение

Даны основы теории и предложена методика синтеза произвольных несимметричных СЛ с неоднородным диэлектриком, базирующаяся на выборе физически реализуемых модальных параметров, по которым рассчитываются погонные. За основу берутся три импедансных параметра – характеристический импеданс, коэффициенты трансформации и связи (или один взаимный и два собственных импеданса), одно из модальных напряжений (например, синфазное) и пара модальных диэлектрических проницаемостей (или одна из них и их отношение и т.п.). Все исходные параметры, выбранные для синтеза, имеют известные области допустимых значений и ясный физический смысл, что позволяет сразу избавиться от физически нереализуемых решений. Рассмотрены взаимосвязи и интересные особенности основных модальных параметров, включая импедансные и фазовые; для иллюстрации приводятся их графические зависимости и численные примеры. После синтеза погонных параметров предполагается их физическая реализация в виде технологически доступной конструкции СЛ. Результаты могут быть полезны при поиске новых решений СЛ и создании устройств на их основе с уникальными свойствами.

Финансирование: Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации FEWM-2022-0005.

Литература

1. Sychev A. N., Struchkov S. M., Rudyi N. Y. A transdirectional coupled-line coupler with a vertical insert //25th Int. Crimean Conf. Microwave & Telecommunication Technology” (CriMiCo’2015). – 2015. – P. 6-12.
2. Sytchev A. N. A novel loaded switched line phase shifter based on 3-D structure with meander-line //Proc. APMC. – 1998. – V. 2. – P. 489-492. http://dx.doi.org/10.13140/RG.2.1.3539.0809
3. Jensen T. et al. Coupled transmission lines as impedance transformer // IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques. – 2007. – V. 55. – №. 12. – P. 2957-2965. http://doi:10.1109/TMTT.2007.909617
4. Abbasi M., Zirath H., Angelov I. Q-, V-, and W-band power amplifiers utilizing coupled lines for impedance matching //2008 IEEE MTT-S Int. Microwave Symp. Digest. – IEEE, 2008. – P. 863-866. http://doi:10.1109/MWSYM.2008.4632969
5. Wincza K., Gruszczynski S., Kuta S. Approach to the design of asymmetric coupled-line directional couplers with the maximum achievable impedance-transformation ratio //IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques. – 2012.– V. 60. – № 5. – P. 1218-1225. http://doi:10.1109/TMTT.2012.2187065
6. Piekarz I. et al. Low-cost fully additively manufactured passive microwave components exploiting available 3D flexibility //Scientific Reports. – 2023. – V. 13. – № 1. – P. 2886. https://doi.org/10.1038/s41598-023-30163-4
7. Cristal E. G. Coupled-transmission-line directional couplers with coupled lines of unequal characteristic impedances //IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques. – 1966. – V. 14. – №. 7. – P. 337-346. http://doi:10.1109/TMTT.1966.1126266
8. Krage M. K., Haddad G. I. Characteristics of coupled microstrip transmission lines-I: Coupled-mode formulation of inhomogeneous lines //IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques. – 1970. – V. 18. – №. 4. – P. 217-222. http://doi:10.1109/TMTT.1970.1127192

9. Marx K.D. Propagation modes, equivalent circuits, and characteristic termination for multiconductor transmission lines with inhomogeneous dielectrics // IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques. – 1973. – V.21. – № 7. – P. 450–457. http://doi:10.1109/TMTT.1973.1128032
10. Tripathi V.K. Asymmetric coupled transmission lines in an inhomogeneous medium // IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques., 1975. – V. 23. – № 9. – P. 734–739. http://doi:10.1109/TMTT.1975.1128665
11. Малютин Н. Д. Матричные параметры неодинаковых связанных полосковых линий с неоднородным диэлектриком //Радиотехника и электроника. – 1976. – Т. 21. – №. 12. – С. 2473-2478.
12. Speciale R.A. Even- and odd-mode for nonsymmetrical coupled lines in nonhomogeneous media // IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques. – 1975. – V. 23. – № 11. – P. 897–908. http://10.1109/TMTT.1975.1128709
13. Sachse K. The scattering parameters and directional coupler analysis of characteristically terminated asymmetric coupled transmission lines in an inhomogeneous medium // IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques. – 1990. – V. 38. – №. 4. – P. 417-425. http://doi:10.1109/22.52583
14. Tsai C.M., Gupta K.C. A generalized model for coupled lines and its applications to two-layer planar circuits //IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques. – 1992. – V. 40. – №. 12. – P. 2190-2199. https://doi:10.1109/22.179880
15. Mongia R., Bahl I. J., Bhartia P. RF and microwave coupled-line circuits. – 1999. – 520 p.
16. Сычев А.Н., Стручков С.М. Системы параметров одинаковых связанных линий с неуравновешенной электромагнитной связью // Доклады ТУСУР. – 2014. – № 1 (31). –С. 39–50.
17. Сычев А.Н., Рудый Н.Ю. Параметры несимметричных связанных линий с неоднородным диэлектриком // Доклады ТУСУР. – 2018. – Т. 21, № 4-1. – С. 7–15.

18. Сычев А.Н., Стручков С.М., Рудый Н.Ю. Синтез идеального фазового отношения для ответвителей на связанных линиях по заданному типу направленности // Доклады ТУСУР. – 2017. – Т. 20, № 2. – С. 15–18.
19. Фельдштейн А.Л., Явич Л.Р. Синтез четырехполюсников и восьмиполюсников на СВЧ. – Изд. 2-е. – М.: Связь, 1971. – 388 с.
20. Сычев А.Н. Анализ и синтез несимметричных связанных линий в однородной диэлектрической среде // Доклады ТУСУР. – 2019. – Т. 22, № 1. – С. 11–19.
21. Sychev A. N. et al. Theory of Doubly-Shielded Coupled Lines for Directional Couplers of Various Directivity Types with Impedance Transformation // IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques. – 2023. – V. 71. – № 5. – P. 2104-2117. http://doi:10.1109/TMTT.2022.3227310
22. Mao J. F., Wing O., Chang F. Y. Synthesis of coupled transmission lines //IEEE Trans. on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications. – 1997. – V. 44. – № 4. – P. 327-337. http://doi:10.1109/81.563622

Для цитирования:

Сычев А.Н. Синтез модальных и погонных параметров несимметричных связанных линий с неоднородным диэлектриком // Журнал радиоэлектроники. – 2024. – №. 6. https://doi.org/10.30898/1684-1719.2024.6.7