



DOI: <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2025.6.7>

УДК: 621.391.26

АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ ГАУССОВСКОГО ОБНАРУЖИТЕЛЯ СИГНАЛА СО СЛУЧАЙНОЙ ФАЗОЙ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ НЕГАУССОВСКИХ ПОМЕХ

В.М. Артюшенко¹, В.И. Воловач^{2,3,4}

¹ Технологический университет имени дважды Героя Советского Союза,
летчика-космонавта А.А. Леонова,
141070, г. Королев Московской обл., ул. Гагарина, 42

² Поволжский государственный университет сервиса,
445017, г. Тольятти, ул. Гагарина, 4

³ Воронежский государственный университет,
394018, г. Воронеж, Университетская пл., 1

⁴ МИРЭА – Российский технологический университет,
119454, г. Москва, просп. Вернадского, 78

Статья поступила в редакцию 11 марта 2025 г.

Аннотация. Рассмотрены и проанализированы вопросы, связанные со сравнительным анализом эффективности работы дискриминаторов следящих измерителей информационных параметров сигнала в условиях воздействия негауссовских широкополосных помех и помех с полосовым спектром. Проанализированы характеристики гауссовского обнаружителя сигналов со случайной фазой при воздействии помех с негауссовским характером распределения. Показано, что в гауссовском обнаружителе величина порогового сигнала при воздействии помех с негауссовским распределением зависит от коэффициента эксцесса помехи. При положительном коэффициенте эксцесса происходит проигрыш в обнаружении в сравнении со случаем гауссовской помехи, а отрицательный коэффициент эксцесса ведет к выигрышу в обнаружении.

Ключевые слова: плотность распределения вероятности, широкополосная негауссовская помеха, негауссовская помеха с полосовым спектром, гауссовский обнаружитель, коэффициент эксцесса, величина порогового сигнала.

Финансирование: Работа выполнена за счет средств Государственного задания №FSFZ-2024-0006.

Автор для переписки: Воловач Владимир Иванович, volovach.vi@mail.ru

Введение

Важнейшим элементом любого следящего измерителя является дискриминатор, который практически всегда имеет нелинейную характеристику. Синтезу и анализу дискриминаторов посвящено большое число работ [1-4 и др.]. Однако в этих работах учитывалось в основном лишь форма сигнала и практически никогда не учитывались плотность распределения вероятности (ПРВ) воздействующих помех $W_n(n)$ и погрешностей рассогласования $W(\varepsilon)$.

Целью работы является анализ известных результатов по построению дискриминаторов следящих измерителей в условиях воздействия негауссовских широкополосных помех и помех с полосовым спектром с учетом конечной величины погрешностей рассогласования, а также исследование характеристик обнаружения гауссовского приемника сигналов со случайной фазы при воздействии негауссовских помех при положительном и отрицательном коэффициенте эксцесса.

1. Сравнительный анализ оценки эффективности работы дискриминаторов в условиях широкополосных помех и помех с полосовым спектром

Пусть действующая на вход приемника помеха описывается соотношением

$$n_{\xi,h} = n_n(\lambda_{n,h}, t_h) + n_{u,h};$$

где $n_n(\lambda_n, t) = U_n \cos\left(\omega_0 t + \int_0^t \lambda_n(t) dt\right)$ – частотно-модулированная помеха с фиксированной амплитудой U_n и информативным параметром $\lambda_n(t)$; $n_{u,h} \in N(0, \sigma_u^2)$ – аддитивный гауссовский шум.

Для проведения анализа эффективности обработки в широкополосном и узкополосном трактах необходимо определить ПРВ амплитуды (ПРВА) $W_U(U_\xi)$ помехи n_ξ , а также ПРВ мгновенных значений $W_n(n_\xi)$.

Как известно [2, 5], огибающая U_ξ смеси n_ξ распределена по закону Райса, ПРВ которой для нормированной переменной $U_n = U_\xi / U_n$ имеет вид:

$$W(U_n) = 2U_n q_\xi \exp\left\{-q_\xi(U_n^2 + 1)\right\} I_0(2U_n q_\xi),$$

где $q_\xi = U_n^2 / (\sigma_u^2)$ – характеризует отношение мощности составляющей $n_n(\lambda_{n,h}, t_h)$ к мощности гауссовского шума.

ПРВ $W_n(n_\xi)$ мгновенных значений помехи n_ξ для нормированной переменной может быть определена, исходя из соотношения [6]

$$W_n(n_\xi) = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{q_\xi}{\pi}} \int_0^\pi \exp\left\{-q_\xi(n_\xi - \cos \varphi)^2\right\} d\varphi.$$

Структурные схемы дискриминаторов, соответствующие такому описанию помех, приведены на рис. 1.

Ограничимся рассмотрением предельного случая, когда погрешности рассогласования отсутствуют. При этом характеристики блока нелинейного

преобразования (БНП), входящие в рассматриваемые дискриминаторы, будут иметь следующий вид.

Для дискриминатора, представленного на рис. 1, а характеристика БНП будет описываться соотношением [1]

$$\begin{aligned} z(n_{\Sigma,h}) &= -\frac{d}{dn_{\Sigma,h}} \ln W_n \left[y_h - s(\lambda_{\Sigma,h}, t_h) \right] = -\frac{d}{dn_{\Sigma,h}} \ln W_n \left[s(\lambda_{\Sigma,h}, t_h) + n_{\Sigma,h} s'(\lambda_{\Sigma,h}, t_h) \right] = \\ &= -\frac{d}{dn_{\Sigma,h}} \ln W_n (n_{\Sigma,h}) = -\frac{d}{dn_{\Sigma,h}} \ln W_n (n_{\Sigma,h}), \end{aligned}$$

где $n_{\Sigma,h} = s(\lambda_h, t_h) - s(\lambda_h, t_h)$ – рассогласование между принимаемым и опорным значением сигналов, которое может быть как детерминированным, так и случайным; $B''_{\lambda,h}$ – производная $B'_{\lambda,h}$ по информационному параметру λ .

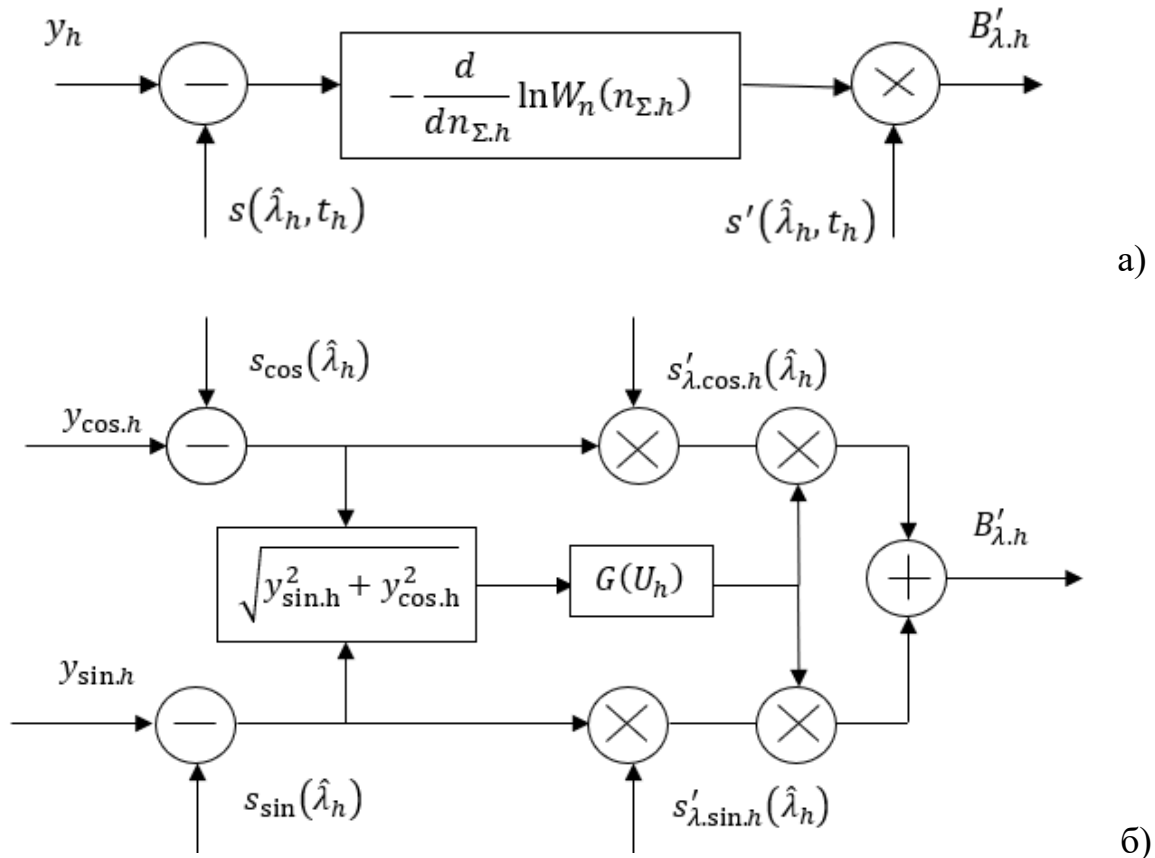


Рис. 1. Структурная схема дискриминатора следящего измерителя, работающего в условиях воздействия негауссовских помех:
а – широкополосных; б – с полосовым спектром.

В этом случае нелинейная обработка производится на видеочастоте, а амплитудная характеристика $G(U)$ определяется ПРВА $W(U_h)$

$$G(U_n) = \frac{d}{dU_n} \left\{ -q_\xi (U_n^2 + 1) + \ln I_0(2q_\xi U_n) \right\} = -2q_\xi U_n + \frac{I_1(2q_\xi U_n)}{I_0(2q_\xi U_n)}.$$

Поскольку основные количественные характеристики дискриминаторов определяются количеством информации по Фишеру [7, 8], оценим количество информации по Фишеру относительно широкополосной помехи $I_{\phi.n}$ и количество информации по Фишеру относительно ПРВА огибающей полосовой помехи $I_{\phi.a.n}$.

Опуская промежуточные выкладки, представим искомый результат в виде кривых $I_{\phi.n} = (q_\xi)$ и $I_{\phi.a.n} = (q_\xi)$, приведенных на рис. 2.

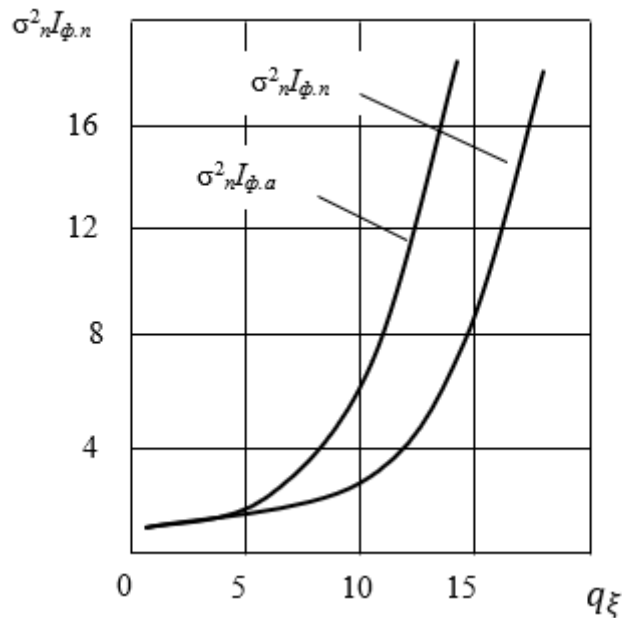


Рис. 2. Зависимости информации по Фишеру $I_{\phi.n}$ и $I_{\phi.a.n}$ от q_ξ .

Из представленных зависимостей видно, что $I_{\phi.n} < I_{\phi.a.n}$. Что касается эффективности нелинейной обработки, то она возрастает с увеличением q_ξ , то есть, когда подавление сосредоточенных помех особенно актуально.

2. Аппроксимация распределений помех и погрешностей рассогласования

Для описания ПРВ суммарной погрешности рассогласования n_ε и помех в канале наблюдений $W_n(n)$ удобно пользоваться аппроксимацией реальной ПРВ $W_n(n_\Sigma)$ в виде смеси двух распределений [1]:

$$W_{n,\Sigma} = (1-p)W_\varepsilon(n) + pW_n(n).$$

Так как при работе измерителя в режиме слежения погрешности демодуляции малы ($\sigma_\varepsilon^2 \ll \sigma_n^2$, причем $p \ll 1$, что аналогично хорошему качеству измерителя), то $W_\varepsilon(n)$ характеризует «центральную» часть ПРВ $W_n(n)$, а $W_n(n_\Sigma)$ описывает ее поведение на краях. Это особенно хорошо видно на примере характеристики БНП $z(n_{\Sigma,h})$, когда ПРВ негауссовской помехи имеет бимодальный характер

$$n_n \in \sum_{i=1}^2 p_i N(m_i, \sigma_{n,i}^2), \quad i=1, 2,$$

где p_i , m_i , $\sigma_{n,i}^2$ – соответственно, коэффициент нормировки; математическое ожидание; дисперсия i -ой моды бимодального распределения, а погрешности рассогласования описываются гауссовской ПРВ $n_{\varepsilon,h} \in N(0, \sigma_\varepsilon^2)$.

ПРВ суммарной погрешности хорошо описывается бимодальным распределением:

$$W_n(n_{\Sigma,h}) = \sum_{i=1}^2 p_i N(m_i, \sigma_{2n}^2 + \sigma_\varepsilon^2),$$

откуда характеристика БНП дискриминатора описывается соотношением

$$z(n_{\Sigma,h}) = -\frac{W'_n(n_{\Sigma,h})}{W_n(n_{\Sigma,h})} = \frac{\sum_{i=1}^2 p_i \frac{(n_{\Sigma,h} - m_i)}{\sigma_{2n}^2 + \sigma_\varepsilon^2} N(m_i, \sigma_{2n}^2 + \sigma_\varepsilon^2)}{\sum_{i=1}^2 p_i N(m_i, \sigma_{2n}^2 + \sigma_\varepsilon^2)}.$$

Характеристики $z(n_{\Sigma,h})$, представленные на рис. 3, показывают, что по мере возрастания погрешностей рассогласования возрастает протяженность линейного участка.

Как правило, предполагается, что в процессе работы вид ПРВ $W_n(n)$ и $W_n(n_\Sigma)$ не изменяется, однако характеристики ПРВ $W_n(n_\varepsilon)$ могут непрерывно изменяться, так как параметры n_h , в частности текущая дисперсия апостериорной погрешности $\sigma_{\varepsilon,h}^2$ изменяется со временем.

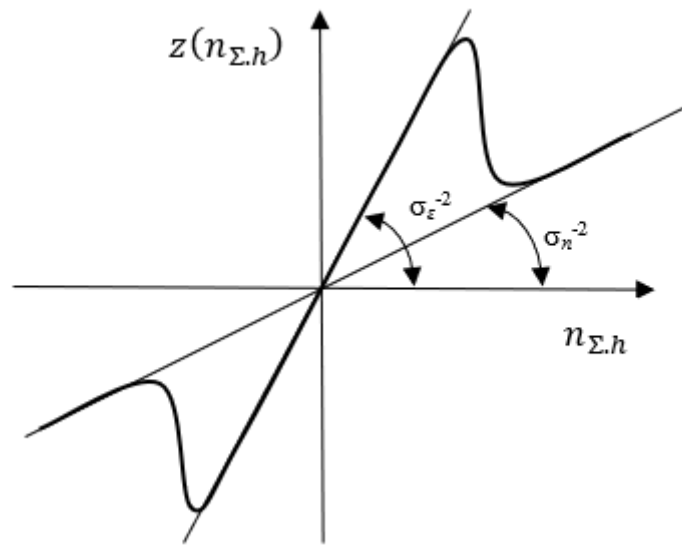


Рис. 3. Характеристика блока нелинейного преобразования дискриминатора.

В результате нелинейное преобразование на текущем h -м шаге будет определяться как:

$$z(n_h) = -\frac{d}{dn_h} \ln W_{n,\Sigma} \left(n_h, \sigma_{n,h}^2 \right) = \frac{d}{dn_h} \ln \left\{ (1-p) W_\varepsilon \left(n_h, \sigma_{\varepsilon,h}^2 \right) + p W_n \left(n_h, \sigma_{n,h}^2 \right) \right\},$$

где $\sigma_{\varepsilon,h}^2$ – для задач фильтрации определяется при высокой точности демодуляции из решения уравнения для оценки, отвечающего критерию максимума апостериорной вероятности [1]:

$$\lambda_h = \lambda_{\varepsilon,h} + \sigma_{\varepsilon,h}^2 \left[\lambda_{\varepsilon,h}, y_h - s(\lambda_{\varepsilon,h}) \right] B'_{\lambda,h};$$

$$\sigma_{\varepsilon,h}^2 \left[\lambda_{\varepsilon,h}, y_h - s(\lambda_{\varepsilon,h}) \right] = \left\{ \frac{\partial^2}{\partial \lambda_h^2} \ln \ln W(\lambda_h | \lambda^{h-1}) - B_{\lambda,h}'' \right\}^{-1} \Big|_{\lambda_h = \lambda_{\varepsilon,h}},$$

где $\sigma_{\varepsilon,h}^2 \left[\lambda_{\varepsilon,h}, y_h - s(\lambda_{\varepsilon,h}) \right]$ – дисперсия апостериорного распределения оценки;

$\lambda_{\varepsilon,h}$ – экстраполированное значение оценки на h -м шаге; $B_{\lambda,h}' = s_{\lambda}'(\lambda_{\varepsilon,h}) z(n_{\Sigma,h})$

– выходной эффект дискриминатора; $s_{\lambda}'(\lambda_{\varepsilon,h})$ – производная сигнала по измеряемому параметру λ ; $z(n_{\Sigma,h})$ – характеристика БНП, зависящая от вида ПРВ помехи $W_n(n)$ и погрешности рассогласования $W(\varepsilon)$;

$$\begin{aligned} z(n_{\Sigma,h}) &= -\frac{d}{dn_{\Sigma,h}} \ln W_n \left[y_h - s(\lambda_{\varepsilon,h}, t_h) \right] = -\frac{d}{dn_{\Sigma,h}} \ln W_n \left[s(\lambda_{\varepsilon,h}, t_h) + n_{\varepsilon,h} s(\lambda_{\varepsilon,h}, t_h) \right] = \\ &= -\frac{d}{dn_{\Sigma,h}} \ln W_n(n_{\varepsilon,h} + n_h) = -\frac{d}{dn_{\Sigma,h}} \ln W_n(n_{\Sigma,h}) \end{aligned},$$

$n_{\varepsilon,h} = s(\lambda_h, t_h) - s(\lambda_{\varepsilon,h}, t_h)$ – рассогласование между принимаемым и опорным значением сигналов, которое может быть как детерминированным, так и случайным.

Конкретизируем вид характеристики БНП.

Пусть, например, ПРВ погрешности демодуляции является гауссовской:

$$W_{n,\Sigma} \left(n_h, \sigma_{n,h}^2 \right) = \left(2\pi\sigma_{n,h}^2 \right)^{-0.5} \exp \left\{ -n_h^2 \left(2\sigma_{\varepsilon,h}^2 \right)^{-1} \right\},$$

а ПРВ помехи задано в классе обобщенно-гауссовских распределений (в случае параметра $\nu = 1$)

$$W_n(n_h) = \left(2\pi\sigma_{n,h}^2 \right)^{-0.5} \exp \left\{ -|n_h| \left(2\sigma_{n,h}^{-2} \right)^{0.5} \right\}.$$

Подставляя выражения для $W_{\varepsilon} \left(n_h, \sigma_{\varepsilon,h}^2 \right)$ и $W_n(n_h)$ в выражение для

$z(n_h)$, найдем:

$$z(n_h) = [\sigma_{\varepsilon,h} G(n_h)]^{-1} \left\{ \frac{1-p}{2} n_h \exp\left(-\frac{n_h^2}{2\sigma_{\varepsilon,h}^2}\right) + p \cdot \operatorname{sgn} \frac{n_h}{\sigma_{\varepsilon,h}} \left(2\pi\sigma_{\varepsilon,h}^4 \sigma_{n,h}^{-4}\right)^{0.5} \times \right. \\ \left. \times \exp\left\{-\left|\frac{n_h}{\sigma_{\varepsilon,h}}\right| \left(2\sigma_{\varepsilon,h}^2 \sigma_{n,h}^{-2}\right)^{0.5}\right\} \right\}$$

$$\text{где } G(n_h) = (1-p) \exp \cdot \exp\left(-0,5 n_h^2 \sigma_{\varepsilon,h}^2\right) + \frac{p}{\sigma_{n,h}} \sigma_{\varepsilon,h} \sqrt{\pi} \exp\left\{-\left|\frac{n_h}{\sigma_{\varepsilon,h}}\right| \left(2\sigma_{\varepsilon,h}^2 \sigma_{n,h}^{-2}\right)^{0.5}\right\};$$

$\operatorname{sgn}(\cdot)$ – кусочно-постоянная функция.

Заметим, что в отличие от обычного приводимых в литературе характеристик БНП для подобных распределений в полученное соотношение входит $\sigma_{\varepsilon,h}^2$. Это указывает на то, что в зависимости от текущей погрешности демодуляции характеристика БНП, входящего в состав следящего измерителя, должна непрерывно изменяться.

На рис. 4 приведены зависимости $z(n_h)$, $n > 0$, для различных значений p и $\sigma_{\varepsilon,h}^2$.

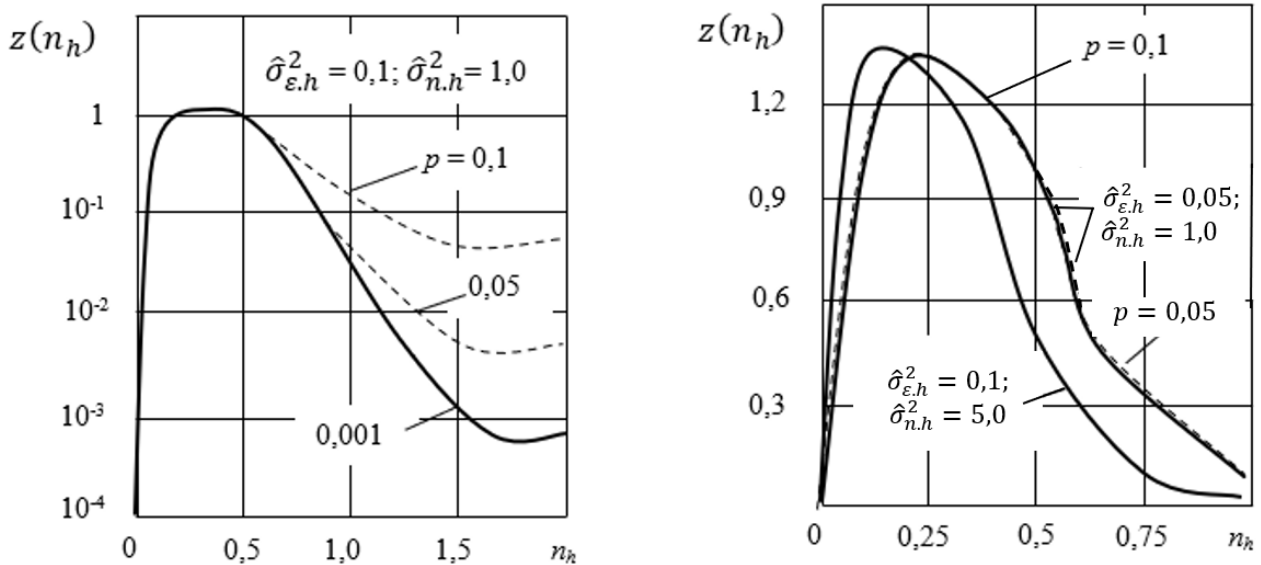


Рис. 4. Зависимости $z(n_h)$ при: $a - \sigma_{\varepsilon,h}^2, \sigma_{n,h}^2 = \text{const}, p = \text{var}$;
 $b - p = \text{const}, \sigma_{\varepsilon,h}^2, \sigma_{n,h}^2 = \text{var}$

Рассмотрим в качестве примера характеристики и аналитические зависимости БНП часто используемых моделей распределений.

Пусть суммарная погрешность на выходе вычитающего устройства (рис. 1, б) описывается аномально засоренным распределением [6]:

$$W_{n.\Sigma}(n_h) = (1 - p_{ан})W_{n.н}(n_{н.н}) + p_{ан}W_{n.ан}(n_{э.н})$$

где $W_{n.н}(n_{н.н}) = N(0, \sigma_1^2)$, а $W_{n.ан}(n_{э.н}) = N(0, \sigma_2^2)$, причем $\sigma_2^2 \gg \sigma_1^2$.

В этом случае характеристика БНП имеет вид:

$$z(n_h) = n_h \frac{(1 - p_{ан})\sigma_2^2 N(0, \sigma_1^2) + p_{ан}\sigma_1^2 N(0, \sigma_2^2)}{\sigma_1^2 \sigma_2^2 \left[(1 - p_{ан})N(0, \sigma_1^2) + p_{ан}N(0, \sigma_2^2) \right]}.$$

На рис. 5 приведены характеристики БНП полученной зависимости для различных значений $p_{ан}$, σ_1^2 и σ_2^2 .

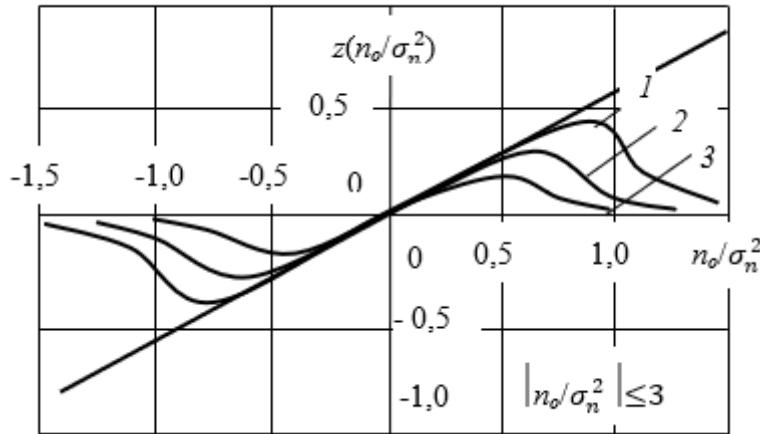


Рис. 5. Зависимости $z(n_{э.н} / \sigma_{н.н})$ от отношения $n_{э.н} / \sigma_{н.н}$, где: 1 – $p_{ан} = 0,1$; 2 – $p_{ан} = 0,5$; 3 – $p_{ан} = 0,001$

Часто для фазовых систем встречается случай, когда $W_{n.н}(n_{н.н}) = N(0, \sigma_1^2)$, а

$$W_{n.ан}(n_{э.н}) = \begin{cases} \text{Ш}_s^{-1}, & |n_{э.н}| \leq 0,5 \text{Ш}_s; \\ 0, & |n_{э.н}| > 0,5 \text{Ш}_s, \end{cases}$$

где $\text{Ш}_s \approx 6\sigma_{н.н}$ – шкала сигнала; $\sigma_{н.н} \gg \sigma_1$.

В этом случае характеристика БНП описывается соотношением

$$z(n_h) = \begin{cases} \frac{\frac{n}{\sigma_1} \exp\left\{-\frac{n^2}{2q_1^2\sigma_n^2}\right\}}{\exp\left\{-\frac{n^2}{2q_1^2\sigma_n^2}\right\} - \frac{p_{ан}\sqrt{2\pi}q_1}{6(1-p_{ан})}}, & \left|\frac{n}{\sigma_n}\right| \leq 3; \\ 0, & \left|\frac{n}{\sigma_n}\right| > 3, \end{cases}$$

где $q_1^2 = \sigma_1^2 / \sigma_n^2$. Внешний вид характеристики подобен приведенным характеристикам на рис. 5.

Заметим, что во всех рассмотренных случаях в характеристике БНП можно выделить три участка: линейный участок, обусловленный гауссовским характером ПРВ погрешностей демодуляции $W_\varepsilon(n_{\varepsilon,h})$, пологий участок, обусловленный негауссовским характером распределения, и, наконец, область сопряжения линейного и полого участков.

Крутизна линейного участка и его протяженность определяются дисперсией погрешностей рассогласования σ_ε^2 и коэффициентом взвешивания p .

При уменьшении σ_ε^2 крутизна возрастает, и может вообще вырождаться в знаковую функцию.

Крутизна пологого участка характеристики определяется дисперсией помехи σ_n^2 и коэффициентом взвешивания p . Это особенно хорошо видно на рис. 4.

Подставляя полученные соотношения для характеристик БНП в выражения для K_d (где K_d – определяет крутизну дискриминационной характеристикой (ДХ) дискриминатора) и σ_ε^2 (σ_ε^2 – определяет флуктуационную характеристику (ФХ) дискриминатора) можно конкретизировать характеристики дискриминаторов.

При воздействии на дискриминатор узкополосных помех эффективность нелинейной обработки выше в полосовом тракте и возрастает с увеличением отношения сигнал/помеха (ОСП).

В характеристике дискриминатора может быть выделено три участка. В случае, когда погрешность рассогласования описывается гауссовской ПРВ, средний участок ДХ линеен. Крутизна и протяженность этого участка определяется дисперсией погрешности рассогласования и изменяется в процессе работы демодулятора. Характер крайних участков ДХ определяется видом и параметрами ПРВ аддитивных помех, а крутизна этих участков определяется дисперсией помехи.

3. Исследование характеристик обнаружения гауссовского приемника сигналов со случайной фазой при воздействии негауссовских помех с разнополярными значениями коэффициента эксцесса

Как известно, оптимальный обнаружитель сигнала со случайной фазой при воздействии гауссовских коррелированных помех, представляет собой последовательное соединение обесцвечивающего фильтра (ОФ), согласованного фильтра (СФ), детектора (Д) и порогового устройства (ПУ) [9, 10].

Для определения выигрыша, достигаемого включением оптимального БНП, возникает необходимость в оценке эффективности гауссовского, не содержащего БНП, обнаружителя при воздействии негауссовских помех.

Обычно такая оценка проводится сравнением соответствующего отношения сигнал/шум (ОСШ) на выходе гауссовского и негауссовского приемников [11]. Однако при относительно невысоких значениях вероятности ложных тревог ($10^{-3} \dots 10^{-6}$) существенную роль в обнаружении играет поведение «хвостов» выходного распределения, зависящее не только от вторых кумулянтов распределения, но и кумулянтов более высокого порядка.

Рассмотрим и исследуем характеристики обнаружения гауссовского приемника сигналов со случайной фазой при воздействии негауссовских помех с положительным и отрицательным значениями коэффициента эксцесса.

Приведем в качестве примера экспоненциальную и гармоническую модели воздействующей помехи.

При кумулянтном анализе обнаружителя воспользуемся моделью выходного распределения, основанной на разложении его в ряд Эджворта, которая является справедливой при достаточно большом объеме накапливаемой выборки [12].

Полагаем, что в ОФ осуществляется полное обеление помехи, то есть ее выборочные значения на выходе ОФ статистически независимы.

Учитывая, что для слабых, пороговых сигналов характеристика детектора, следующая из усреднения функционала правдоподобия, аппроксимируется квадратичной зависимостью, будем полагать, что на выходе СФ осуществляется квадратическое детектирование. В [13] сделано такое допущение, поскольку анализ при этом значительно упрощается, а результаты мало отличаются от случая линейного детектора.

Предположим, что на вход СФ воздействует смесь сигнала S и некоррелированной помехи. Учитывая, что при достаточно большом объеме накапливаемой статистики:

$$W_y(z) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-z^2/2\right\} \left[1 + \frac{\gamma_2^x}{24dN} (z^4 - 6z^2 + 3)\right],$$

где $z = \frac{y - dN\mathcal{K}_1^x}{\sqrt{dN\mathcal{K}_2^x}}$; $\mathcal{K}_1^x = s$; γ_2^x – коэффициент эксцесса входного

симметричного распределения помехи; $\mathcal{K}_2^x$ – второй кумулянт, дисперсии, помехи на входе СФ, запишем выражение для одномерного закона распределения процесса на выходе квадратичного детектора [14]:

$$W(\rho) = \frac{\exp\left\{\left(-\rho + m^2\right)/2D\right\}}{\sqrt{2\pi D\rho}} \left\{ \operatorname{ch}\left(\frac{m\sqrt{\rho}}{d}\right) \times \left[1 + A\left[\frac{\rho^2 + 6m^2\rho + m^4}{D^2} - 6\frac{\rho + m^2}{D} + 3\right] - \right. \right. \\ \left. \left. - 4A\frac{m\sqrt{\rho}}{D} \operatorname{sh}\left(\frac{m\sqrt{\rho}}{D}\right) \left(\frac{\rho}{D} + \frac{m^2}{D} - 3\right)\right] \right\} \quad (1)$$

где $m = dN \mathcal{N}_1^x$; $D = dN \mathcal{N}_2^x$; $A = \frac{\gamma_2^x}{24dN}$.

Обозначив $v = m^2 / D$ и $t = \sqrt{\rho / D}$, перепишем (1) в более компактной форме:

$$W(t) = A \frac{d^4}{dt^4} W_{\Gamma}(t - \sqrt{v}) + A \frac{d^4}{dt^4} W_{\Gamma}(t + \sqrt{v}) + W_{\Gamma}(t - \sqrt{v}) + W_{\Gamma}(t + \sqrt{v}), \quad (2)$$

где $W_{\Gamma}(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\{-t^2 / 2\}$.

Используя (2), можно найти выражение для вероятностей правильного $P_{\text{обн}}$ и ложного $F_{\text{лож}}$ обнаружений:

$$P_{\text{обн}}(\sqrt{v}) = 2 - \Phi(t_0 - \sqrt{v}) - \Phi(t_0 + \sqrt{v}) + A W_{\Gamma}(t_0 - \sqrt{v}) \times \\ \times \left[(t_0 - \sqrt{v})^3 - 3(t_0 - \sqrt{v}) \right] + A W_{\Gamma}(t_0 + \sqrt{v}) \left[(t_0 + \sqrt{v})^3 - 3(t_0 + \sqrt{v}) \right], \quad (3)$$

где величина нормированного порога обнаружения t_0 находится с соответствием с правилом Неймана – Пирсона из выражения

$$F_{\text{лож}} = 2 \left[1 - \Phi(t_0) + W_{\Gamma}(t_0) (t_0^3 - 3t_0) \right]. \quad (4)$$

Из анализа (3) и (4) следует, что характеристики обнаружения гауссовского приемника при воздействии негауссовских помех зависят от значений 2- и 4-го кумулянтов распределения помехи на входе СФ.

При увеличении положительного эксцесса ($A > 0$) $F_{\text{лож}}$ возрастает, что в соответствии с правилом Неймана – Пирсона требует увеличения как порога обнаружения, так и порогового сигнала. При возрастании отрицательного эксцесса ($A < 0$) $F_{\text{лож}}$ снижается, что приводит к снижению порога и соответствующему уменьшению порогового сигнала на входе.

Понижение порога обнаружения при $A < 0$ по сравнению с гауссовским случаем ($A < 0$) объясняется более низким расположением «хвостов» распределения с отрицательным эксцессом.

Взяв в качестве примера экспоненциальное распределение помехи с $A > 0$, для которого закон распределения модуля характеризуется выражением

$$W_{\rho}(\rho) = \lambda^2 \rho \cdot \exp\{-\lambda \rho\},$$

а куммулянты $\chi_2^x = 3/\lambda^2$; $\chi_4^x = 18/\lambda^4$ и $\gamma_2^x = 2$, приведем для него вычисленные из (4) значения нормированного порога, представленного в табл.1.

Таблица 1. Значениях нормированного порога обнаружения t_0 , для различных вариантов распределения помехи при различных $F_{\text{лож}}$.

$F_{\text{лож}}$	$t_{0,\text{гаус}}$	$t_{0,\text{эсп}}$ для dN			$t_{0,\text{гарм}}$ для dN		
		10	50	100	10	50	100
10^{-3}	3,31	3,48	3,33	3,31	3,14	3,27	3,29
10^{-4}	3,91	4,16	3,96	3,93	3,6	3,84	3,88
10^{-5}	4,42	4,75	4,52	4,47	3,76	4,33	4,38
10^{-6}	4,92	5,31	5,07	4,97	3,77	4,74	4,83

В табл. 1 даны значения порога для гауссовского случая ($A=0$) и для примера распределения помехи с $A < 0$ (гармоническая модель [7])

$$W_{\text{гарм}}(x) = 1 / \left(\pi \rho_0 \sqrt{1 - (x / \rho_0)^2} \right) \text{ при } |x| < \rho_0.$$

Куммулянты последнего распределения $\chi_2^x = \rho_0^2 / 2$; $\chi_4^x = -\frac{3}{8\rho_0^4}$; $\gamma_2^x = -1,5$.

Из табл. 1 следует, что при любом конечном объеме выборки $M = dN$ имеет место соотношение

$$t_{0,\text{гарм}} < t_{0,\text{гаусс}} < t_{0,\text{эсп}}.$$

Однако, с увеличением M в силу более эффективной нормализации процесса на выходе приемника различия между значениями порогов уменьшаются, а сами значения порогов стремятся к гауссовскому.

При рассмотрении (3) несложно заметить, что при $\sqrt{v} \geq 2,5$ выражение для вероятности правильного обнаружения можно упростить:

$$P_{\text{обн}}(\sqrt{v}) \approx P_{\text{обн.г}}(\sqrt{v}) + AW_{\Gamma}(t_0 - \sqrt{v}) \left[(t_0 + \sqrt{v})^3 - 3(t_0 + \sqrt{v}) \right], \quad (5)$$

поскольку при этом

$$W_{\Gamma}(t_0 - \sqrt{v}) \left[(t_0 + \sqrt{v})^3 - 3(t_0 + \sqrt{v}) \right] \gg W_{\Gamma}(t_0 + \sqrt{v}) \left[(t_0 + \sqrt{v})^3 - 3(t_0 + \sqrt{v}) \right].$$

Из (5) следует, что при $t_0 = \sqrt{v}$

$$P_{\text{обн}}(\sqrt{v}) = P_{\text{обн.г}}(\sqrt{v}) = 0,5,$$

где $P_{\text{обн.г}}(\sqrt{v}) = 1 - \Phi(t_0 - \sqrt{v})$.

Поэтому значение $(t_0)_{\text{пор}} = \sqrt{dN} \frac{S}{\sqrt{\chi_2^x}}$ является пороговым и по нему

можно оценивать эффективность гауссовского обнаружителя при воздействии негауссовских помех.

На рис. 6 даны вычисления по выражению (5) зависимости потерь (Π , дБ) в пороговом сигнале от логарифма вероятности ложных тревог при экспоненциальном помеховом воздействии и при различных значениях dN .

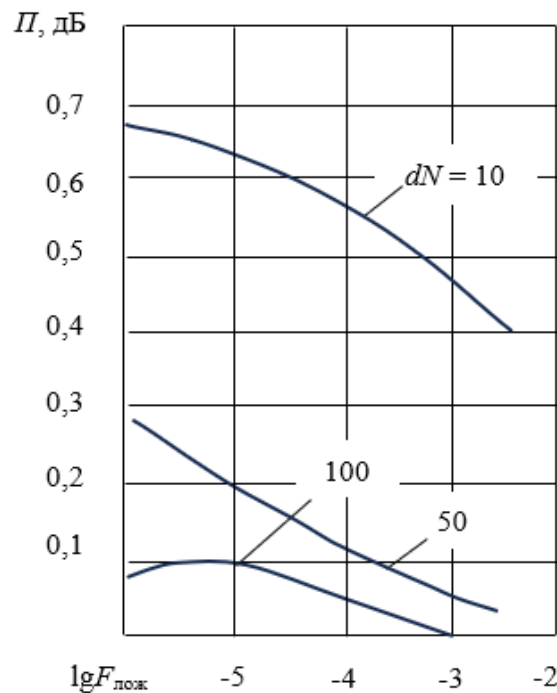


Рис. 6. Зависимости потерь в пороговом сигнале от логарифма вероятности ложных тревог при экспоненциальном помеховом воздействии, при различных значениях dN .

Потери на рис. 6 оцениваются в сравнении со случаем гауссовского помехового воздействия.

На рис. 7 приведены аналогичные зависимости выигрышей (B , дБ) в обнаружении сигнала в условиях воздействия гармонической помехи по сравнению с гауссовской.

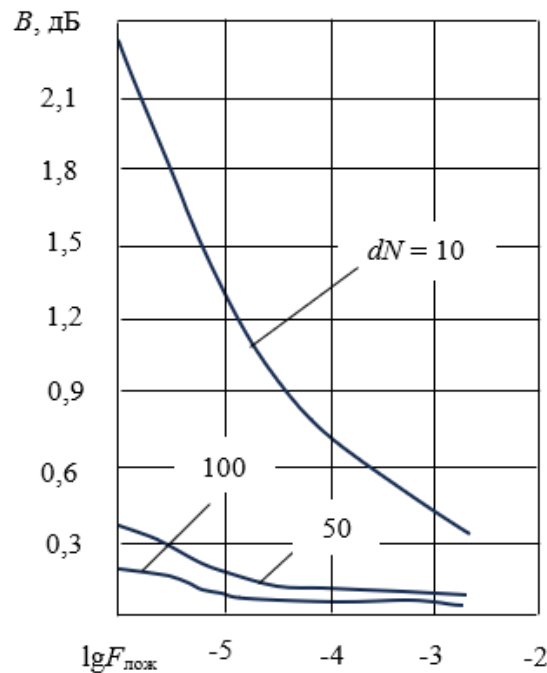


Рис. 7. Зависимости потерь в пороговом сигнале от логарифма вероятности ложных тревог при воздействии гармонической помехи, при различных значениях dN .

Из представленных на рис. 6 и 7 зависимостей следует, что при воздействии на гауссовский обнаружитель помех с положительным значением эксцесса имеет место проигрыш в обнаружении сигнала по сравнению со случаями гауссовской помехи и помехи с отрицательным значением эксцесса.

При увеличении объема выборки распределение процесса на выходе приемника стремится к гауссовскому, и величина проигрыша в экспоненциальном и выигрыша в гармоническом случаях убывают.

При $dN=10$ и $F_{\text{лож}}=10^{-6}$ выигрыш в пороговом сигнале при гармоническом характере помехи достигает 2,31 дБ. При экспоненциальном распределении помехи величина проигрыша при тех же условиях составляет 0,66 дБ.

Заключение

Рассмотрены и проанализированы вопросы, связанные со сравнительным анализом эффективности работы дискриминаторов следящих измерителей информационных параметров сигнала в условиях воздействия негауссовских широкополосных помех и помех с полосовым спектром. Получены характеристики дискриминаторов следящих измерителей.

Показано, что при воздействии на дискриминатор узкополосных помех эффективность нелинейной обработки выше в полосовом тракте и возрастает с увеличением отношения сигнал/помеха.

В характеристике дискриминатора может быть выделено три участка. В случае, когда погрешность рассогласования описывается гауссовской ПРВ, средний участок дискриминационной характеристики линеен. Крутизна и протяженность этого участка определяется дисперсией погрешности рассогласования и изменяется в процессе работы демодулятора. Характер крайних участков дискриминационной характеристики определяется видом и параметрами ПРВ аддитивных помех, а крутизна этих участков определяется дисперсией помехи.

Рассмотрены и проанализированы характеристики гауссовского обнаружителя сигналов со случайной фазой при воздействии помех с негауссовским характером распределения. Показано, что в гауссовском обнаружителе величина порогового сигнала при воздействии помех с негауссовским распределением зависит от коэффициента эксцесса помехи. При положительном коэффициенте эксцесса имеет место проигрыш, при отрицательном – выигрыш в обнаружении по сравнению со случаем гауссовского помехового воздействия.

Финансирование: Работа выполнена за счет средств Государственного задания №FSFZ -2024-0006.

Литература

1. Артющенко В.М. Обработка информационных параметров сигнала в условиях аддитивно-мультипликативных негауссовских помех. – М.: ФГБОУ ВПО ФТА, Изд-во «Канцлер», 2014. – 298 с.
2. Бакут П.А. Вопросы статистической теории радиолокации / П.А. Бакут, И.А. Большаков, Б.М. Герасимов и др.; Под ред. Г.П. Тартаковского. – М.: Сов. радио, 1964. – 1080 с.
3. Артющенко В.М., Воловач В.И. Анализ информационных потерь блока нелинейного преобразования дискриминатора при негауссовском характере воздействующей помехи // Радиотехника. – 2017. – № 7. – С. 152-158.
4. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. – М.: Сов. радио, 1989. – 656 с.
5. Артющенко В.М., Воловач В.И. Алгоритмы адаптивной нелинейной обработки сигналов блоками нелинейного преобразования дискриминаторов с прямой и обратной связью // Журнал радиоэлектроники. – 2018. – № 3. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2018.3.3>
6. Новоселов О.Н., Фомин А.Ф. Основы теории и расчета информационно-измерительных систем. – М.: Машиностроение, 1991. – 333 с.
7. Тихонов В.И., Кульман Н.К. Нелинейная фильтрация и квазиоптимальный прием сигналов. – М.: Сов. радио, 1975. – 704 с.
8. Тихонов В.И., Харисов В.Н. Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем. – М.: Радио и связь, 1991. – 608 с.
9. Гуткин Л.С. Теория оптимальных методов радиоприема при флуктуационных помехах. – М., Л.: Энергоиздат, 1972. – 236 с.
10. Валеев В.Г., Гонопольский В.Б. Метод амплитудного подавления негауссовских помех // Радиотехника и электроника. – 1981. – Т. 26. – № 11. – С. 2301.
11. Валеев В.Г. Обнаружение сигналов в негауссовских помехах // В кн.: Теория обнаружения сигналов; Под ред. П.А. Бакута. – М.: Радио и связь. 1984. – С. 266-325.

12. Малахов А.Н. Кумулятивный анализ случайных негауссовских процессов и их преобразований. – М.: Сов. радио, 1978. – 376 с.
13. Справочник по радиолокации / Под ред М. Сколника, Т. 1. – М.: Сов. радио, 1979. – 527 с.
14. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника. – М.: Сов. радио, 1982. – 624 с.

Для цитирования:

Артюшенко В.М., Воловач В.И. Анализ эффективности гауссовского обнаружителя сигналов со случайной фазой при воздействии негауссовских помех // Журнал радиоэлектроники. – 2025. – №. 6. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2025.6.7>