DOI: https://doi.org/10.30898/1684-1719.2025.6.9

УДК: 621.391

ПАРАЛЛЕЛЬНАЯ ПЕРЕДАЧА ДВОИЧНЫХ СООБЩЕНИЙ НА ОСНОВЕ МАТРИЧНОЙ ОРТОГОНАЛИЗАЦИИ УЗКОПОЛОСНЫХ СИГНАЛОВ

В.А. Вершинин

Статья поступила в редакцию 2 февраля 2025 г.

Аннотация. Частотная эффективность, помехоустойчивость и сложность реализации являются важнейшими параметрами передачи двоичных сообщений. Одним из направлений повышения частотной эффективности является параллельная передача узкополосными сигналами. В статье анализируется передача двоичных сообщений сигналами, полученными путем ортогонализации линейно независимых узкополосных сигналов. Используется матричная ортогонализация на основе сингулярного разложения матрицы. Рассмотрено формирование передаваемого сигнала и обработка принимаемого сигнала. Произведена оценка помехоустойчивости передачи с использованием моделирования. Рассматриваемый способ передачи двоичных сообщений обеспечивает хорошую частотную эффективность передаваемого сигнала и сравнительно небольшой пик-фактор при высокой помехоустойчивости.

Ключевые слова: узкополосные сигналы, комплексная огибающая, ортогонализация, частотная эффективность, пик-фактор, помехоустойчивость.

Автор для переписки: Вершинин Владимир Александрович

vershinin-vladimir@yandex.ru

Введение

В последнее время уделяется внимание параллельной передаче информации на основе технологии OFDM (orthogonal frequency division multiplexing) [1]. Технология используется в различных стандартах связи. Метод параллельной передачи данных с помощью OFDM заключается в использовании ортогональных синусоидальных сигналов, передача которых ведется одновременно. Прием осуществляется на основе ортогонального разделения сигналов. Необходимо отметить, что основы теории линейного (в том числе ортогонального) уплотнения и разделения сигналов разработаны советским ученым Д.В. Агеевым.

В классическом варианте сигнал OFDM при параллельной передаче L канальных сигналов на интервале $(m+1)T > t \geq mT$, $m = 0, 1, 2, \ldots$ можно представить в виде:

$$y_m(t) = \sum_{l=0}^{L-1} \left[A a_{m,l} c_l(t - mT) + A b_{m,l} s_l(t - mT) \right],$$

где $c_l(t) = \cos[2\pi(l+K)(t/T - 0.5)]$; $s_l(t) = \sin[2\pi(l+K)(t/T - 0.5)]$; A – постоянный коэффициент; $a_{m,l}$ и $b_{m,l}$ принимают значения 1 или -1 в зависимости от значений 1 или 0 на m-ом интервале l-го элемента сообщения; K – целое положительное число, определяющее расположение полосы частот, занимаемой сигналом. Сигналы $c_l(t)$ и $s_l(t)$ определены на интервале $T > t \geq 0$ и равны нулю вне его.

Комплексная огибающая передаваемого сигнала на интервале $(m+1)T > t \geq mT$ равна сумме комплексных огибающих канальных сигналов:

$$y_m^c(t) = \sum_{l=0}^{L-1} \left[A(b_{m,l} + i a_{m,l}) g_l(t - mT) \right],$$

где $g_l(t) = -ie^{i2\pi(l - L/2)(t/T - 0.5)}$ – сигнальная функция, определенная на интервале $T > t \geq 0$ и равная нулю вне интервала; i – мнимая единица. Передаваемый сигнал с использованием комплексной огибающей может быть получен следующим образом: $y_m(t) = \mathrm{Re}\left[y_m^c(t) r^*(t) \right]$, где $r(t) = e^{-i2\pi(K+L/2)t/T}$.

Будем считать амплитуду сигнала $y_m(t)$ равной максимальному значению суммы огибающих канальных сигналов: $y_{\max} = A\sqrt{2}L$. Энергия сигнала $y_m(t)$ равна $E = LA^2T$; средняя мощность $P = LA^2$; пик-фактор равен $\frac{y_{\max}}{\sqrt{P}} = \sqrt{2L}$. При $L = 32$ и $L = 64$ пик-фактор равен 8 и 11.3.

Спектральная плотность мощности комплексной огибающей $y_m^c(t)$ [2] $Y(f) = \frac{A^2}{T}\sum_{l=0}^{L-1}\left|G_l(f)\right|^2$, где $G_l(f) = \int_0^T g_l(t) e^{-i2\pi ft} dt$. Средняя мощность передаваемого сигнала $P = \int_{-\infty}^{\infty} Y(f) df$.

Удельные затраты полосы F_{99}/R, где F_{99} – полоса частот, в которой сосредоточено 99 % мощности сигнала; $R = 2L/T$ – скорость передачи элементов двоичного сообщения (бит/с). При $L = 32$ и $L = 64$ полоса равна $35/T$ и $64/T$; удельные затраты полосы 0.547 и 0.5.

Удельные затраты полосы F_{30}/R, где F_{30} – полоса частот по уровню 30 дБ. При $L = 32$ и $L = 64$ полоса равна $120/T$ и $176/T$; удельные затраты полосы 3.75 и 2.75. На рис. 1 показана зависимость $Y_{дБ}(f) = 10\lg\left[Y(f)/Y_{\max}\right]$, где $Y_{\max}$ – максимальное значение $Y(f)$.

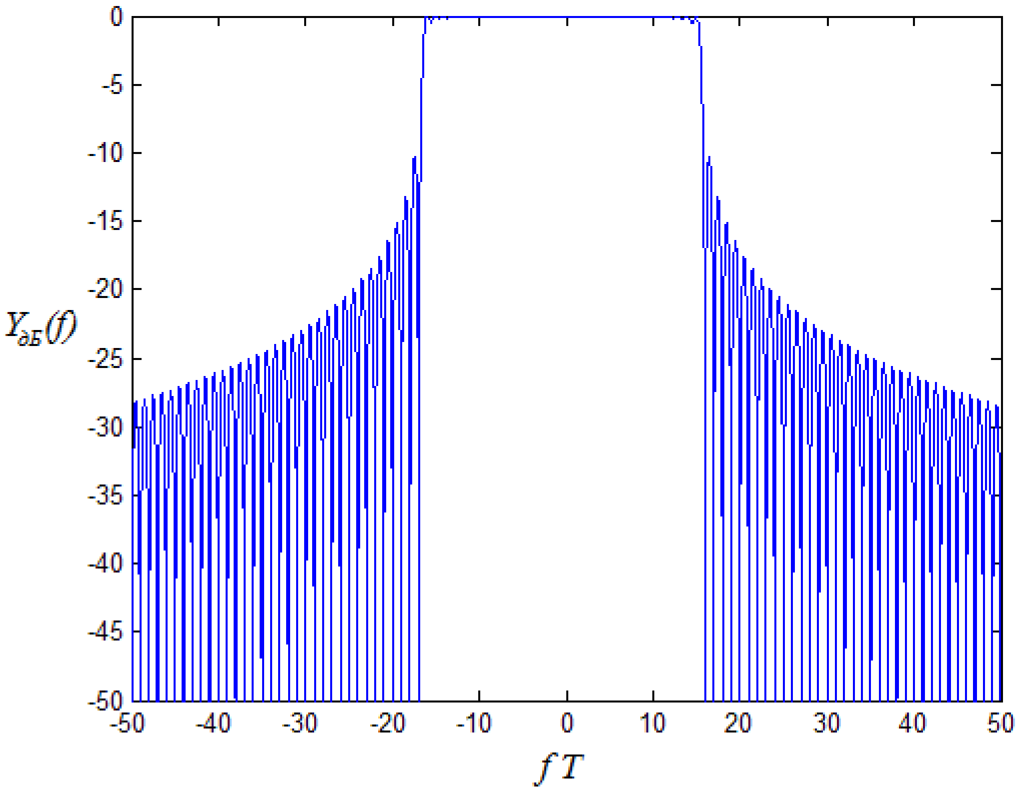

Рис. 1. Зависимость $Y_{\partial Б}(f)$.

Сигнал при параллельной передаче на интервале $(m+1)T > t \geq mT$, $m = 0, 1, 2, \ldots$ можно сформировать с использованием линейно независимых узкополосных сигналов:

$$y_m(t) = \sum_{l=0}^{L-1} \left[a_{m,l} A c_l(t - mT) + b_{m,l} A s_l(t - mT) \right], \tag{1}$$

где $c_l(t) = \cos[2\pi(K+l)(t/T - 0.5)] + \cos[2\pi(K+l+1)(t/T - 0.5)]$;

$s_l(t) = \sin[2\pi(K+l)(t/T - 0.5)] + \sin[2\pi(K+l+1)(t/T - 0.5)]$. Сигналы $c_l(t)$ и $s_l(t)$ определены на интервале $T > t \geq 0$ и равны нулю вне его. На рис. 2 показан сигнал $c_0(t)$, а на рис. 3 – сигнал $s_0(t)$ при $K = 5$.

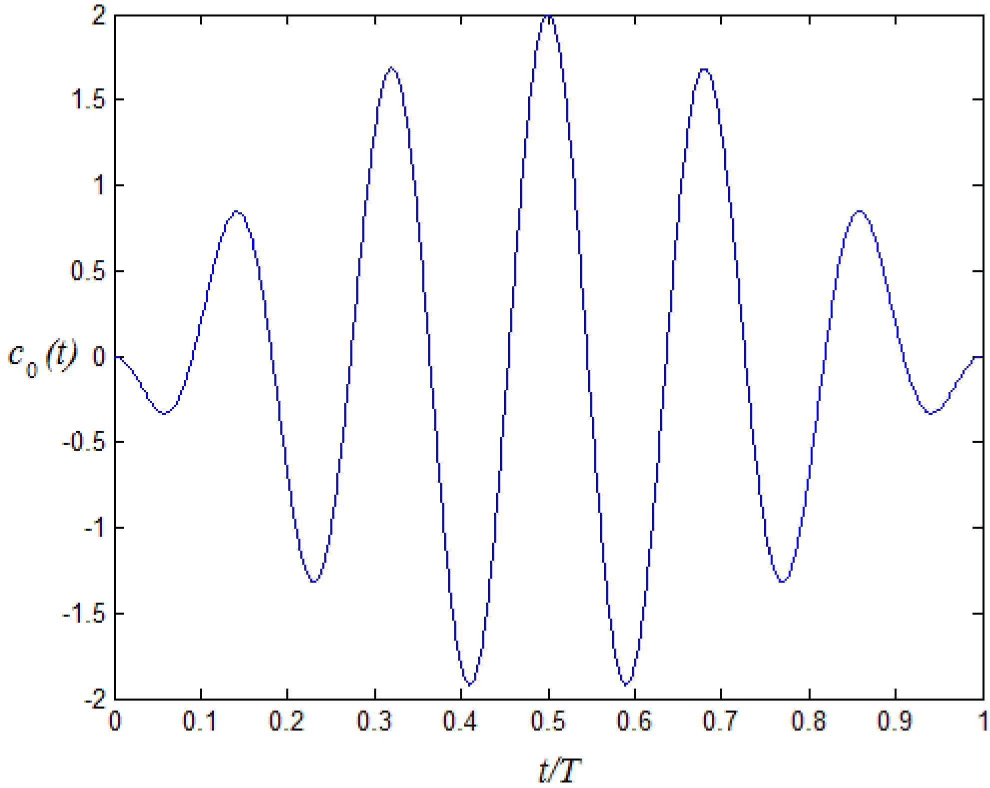

Рис. 2. Сигнал $c_0(t)$.

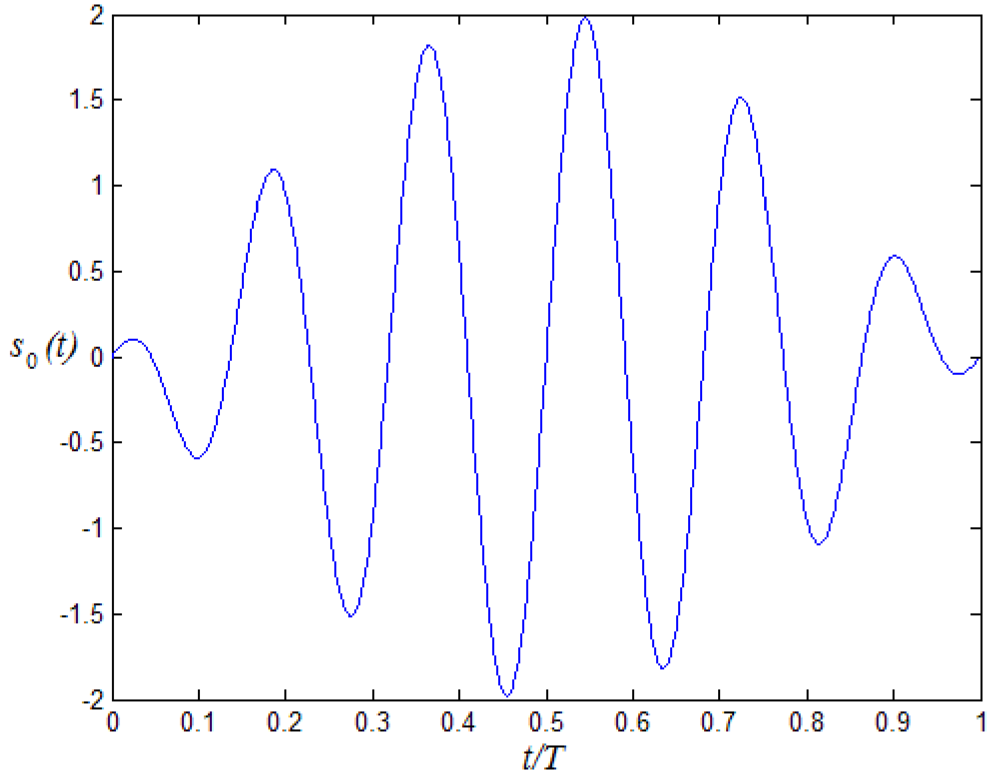

Рис. 3. Сигнал $s_0(t)$.

Комплексная огибающая передаваемого сигнала на интервале $(m+1)T > t \geq mT$:

$$y_m^c(t) = \sum_{l=0}^{L-1}\left[A\left(b_{m,l} + ia_{m,l}\right)g_l(t - mT)\right], \tag{2}$$

где $g_l(t) = -i\left(e^{i2\pi(l-L/2)(t/T-0.5)} + e^{i2\pi(l-L/2+1)(t/T-0.5)}\right)$ – сигнальная функция, определенная на интервале $T > t \geq 0$ и равная нулю вне интервала.

Передаваемый сигнал $y_m(t) = \mathrm{Re}\left[y_m^c(t)r^*(t)\right]$, где $r(t) = e^{-i2\pi(K+L/2)t/T}$. Прием сигналов вида (1) осуществляется с использованием взаимного базиса [3]. Использование при параллельной передаче линейно независимых сигналов ухудшает помехоустойчивость по сравнению с использованием ортогональных сигналов.

В [4] предлагалось использование для параллельной передачи множества ортогональных сигналов, полученных из входящих в (1) сигналов $c_l(t)$ и $s_l(t)$ с помощью процедуры Грамма – Шмидта. При $L = 32$ и $L = 64$ пик-фактор равен 8.08 и 11.4; удельные затраты полосы F_{99}/R равны 0.513 и 0.504; удельные затраты полосы F_{30}/R равны 0,875 и 0,75..

1. Матричная ортогонализация

Для матричной ортогонализации зададим на интервале $(m+1)T > t \geq mT$ дискретные моменты времени $t_d = dT_0$, где $d = 0, 1, \ldots, D-1$; T_0 – период дискретизации; $D = T/T_0$ – число дискретных моментов времени на интервале. Используя входящую в (2) сигнальную функцию $g_l(t)$ образуем базисную матрицу с элементами $G_{d,l} = g_l(t_d)$. Столбцы матрицы – линейно независимые векторы. С помощью алгоритма, реализованного в функции orth среды Matlab, определяем матрицу с элементами $V_{d,l}$, столбцы которой ортонормированные векторы. Этот алгоритм основан на вычислении собственных векторов, использует сингулярное разложение матрицы.

На интервале $(m+1)T > t \geq mT$ дискретная комплексная огибающая передаваемого сигнала

$$y_m^c(t_d) = \sum_{l=0}^{L-1} \left[A(b_{m,l} + ia_{m,l}) v_l(t_d) \right], \tag{3}$$

где $v_l(t_d)$ – дискретная сигнальная функция, причем $v_l(t_d) = V_{d,l}$. На рис. 3, 4 и 5 показаны зависимости $|v_l(t_d)|$ при $l = 0$, $l = 1$ и $l = 31$. Заметим, что огибающая канального сигнала равна $A\sqrt{2}|v_l(t_d)|$.

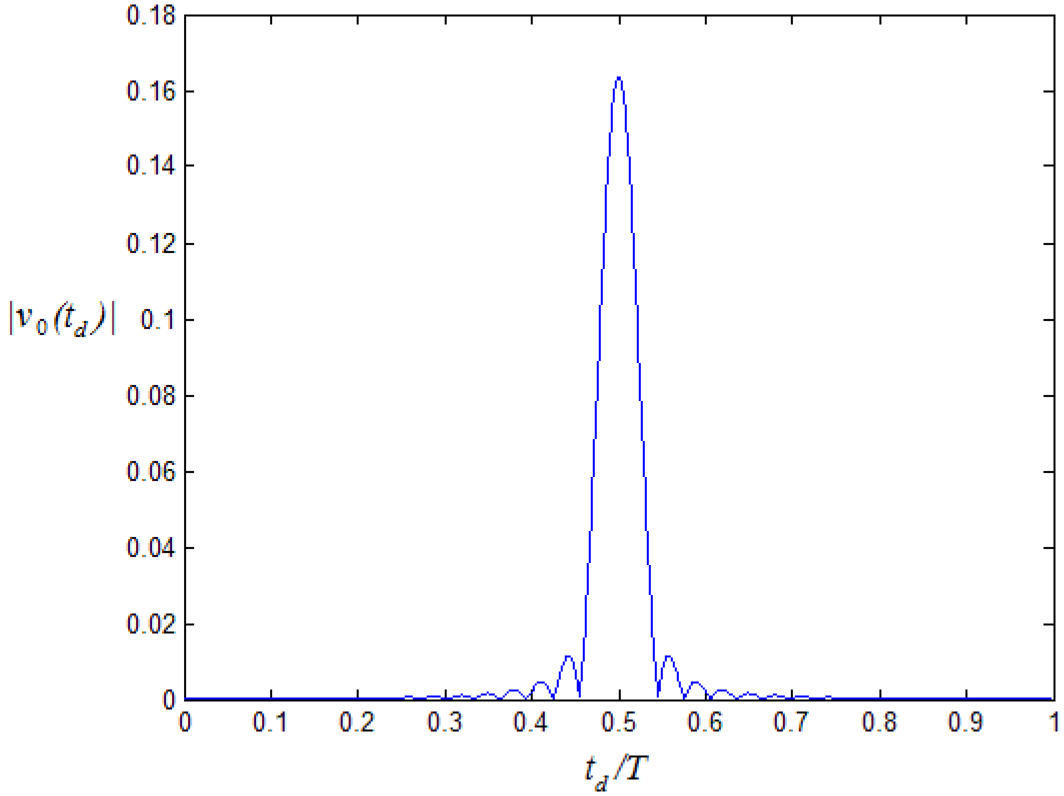

Рис. 3. Модуль сигнальной функции при $l = 0$.

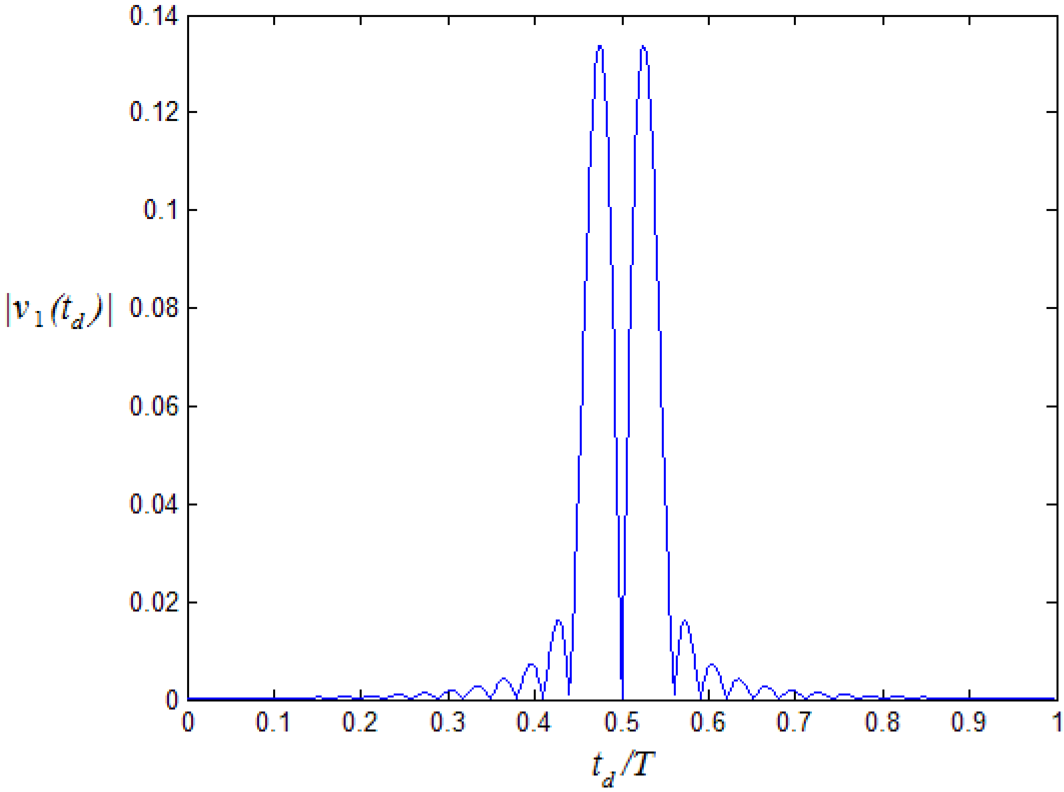

Рис. 4. Модуль сигнальной функции при $l = 1$.

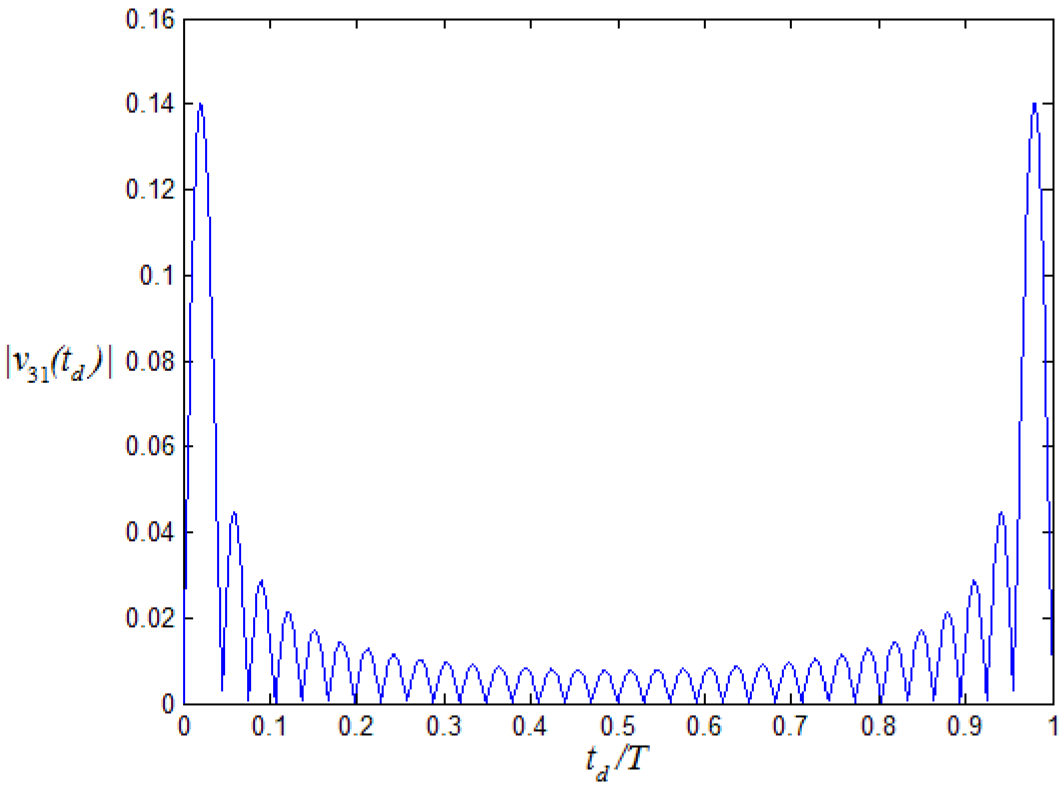

Рис. 5. Модуль сигнальной функции при $l = 31$.

Для формирования передаваемого сигнала из дискретной комплексной огибающей (3) формируется непрерывная комплексная огибающая $y_m^c(t) = \sum_d y_m^c(t_d)\delta(t - dT_0)$, где $\delta(t) = \begin{cases} 1, T_0 > t \geq 0 \\ 0, t < 0, t \geq T \end{cases}$. Передаваемый сигнал

$$y_m(t) = \mathrm{Re}\left\lfloor y_m^c(t) r^*(t) \right\rfloor. \tag{4}$$

Энергия сигнала $y_m(t)$ равна $E = LA^2T_0$; средняя мощность $P = \dfrac{LA^2}{D}$; энергия, приходящаяся на элемент передаваемого сообщения, $W = \dfrac{E}{2L} = 0.5A^2T_0$. На рис. 6 изображена возможная реализация передаваемого сигнала при $K = 5$ и $m = 0$. Заметим, что K определяет расположение полосы частот, занимаемой сигналом $y_m(t)$.

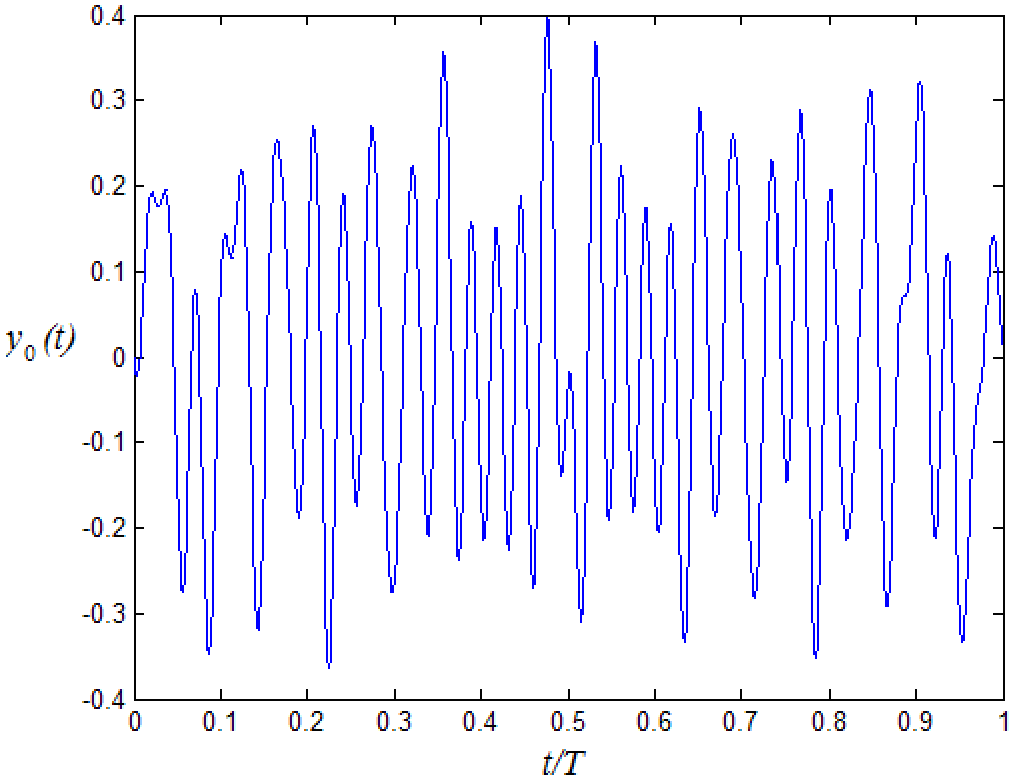

Рис. 6. Реализация передаваемого сигнала при $K = 5$.

Будем считать амплитуду сигнала (4) равной максимальному значению суммы огибающих канальных сигналов: $y_{\max} = A\sqrt{2}\left\{\sum_{l=0}^{L-1}\left|v_l\left(t_d\right)\right|\right\}_{\max}$. Пик-фактор равен $\frac{y_{\max}}{\sqrt{P}}$. При $L=32$ и $L=64$ пик-фактор равен 2.23 и 2.61.

Спектральная плотность мощности комплексной огибающей $y_m^c(t)$ [2]

$$Y(f)=\frac{A^2}{T}\sum_{l=0}^{L-1}\left|Y_l(f)\right|^2,$$

где

$$Y_l(f)=\int_0^T\left[\sum_{d=0}^{D-1}v_l\left(t_d\right)\delta\left(t-t_d\right)\right]e^{-i2\pi ft}dt=$$

$$=\sum_{d=0}^{D-1}\left[\int_0^T v_l\left(t_d\right)\delta\left(t-t_d\right)e^{-i2\pi ft}dt\right]=\sum_{d=0}^{D-1}v_l\left(t_d\right)\left[\int_0^T\delta\left(t-t_d\right)e^{-i2\pi ft}dt\right]=$$

$$=\sum_{d=0}^{D-1}v_l\left(t_d\right)\left[\int_{dT_0}^{(d+1)T_0}e^{-i2\pi ft}dt\right]=\sum_{d=0}^{D-1}v_l\left(t_d\right)\left[-\frac{1}{i2\pi f}e^{-i2\pi ft}\right]_{dT_0}^{(d+1)T_0}=$$

$$\sum_{d=0}^{D-1}v_l\left(t_d\right)\left[-\frac{e^{-i2\pi fdT_0}}{i2\pi f}\left(e^{-i2\pi fT_0}-1\right)\right]=\frac{1-e^{-i2\pi fT_0}}{i2\pi f}\sum_{d=0}^{D-1}v_l\left(t_d\right)e^{-i2\pi fdT_0}=$$

$$=\frac{1-e^{-i2\pi fT_0}}{i2\pi f}\sum_{d=0}^{D-1}v_l\left(t_d\right)e^{-i2\pi ft_d}.$$

На рис. 7 показана зависимость $Y_{дБ}(f)$.

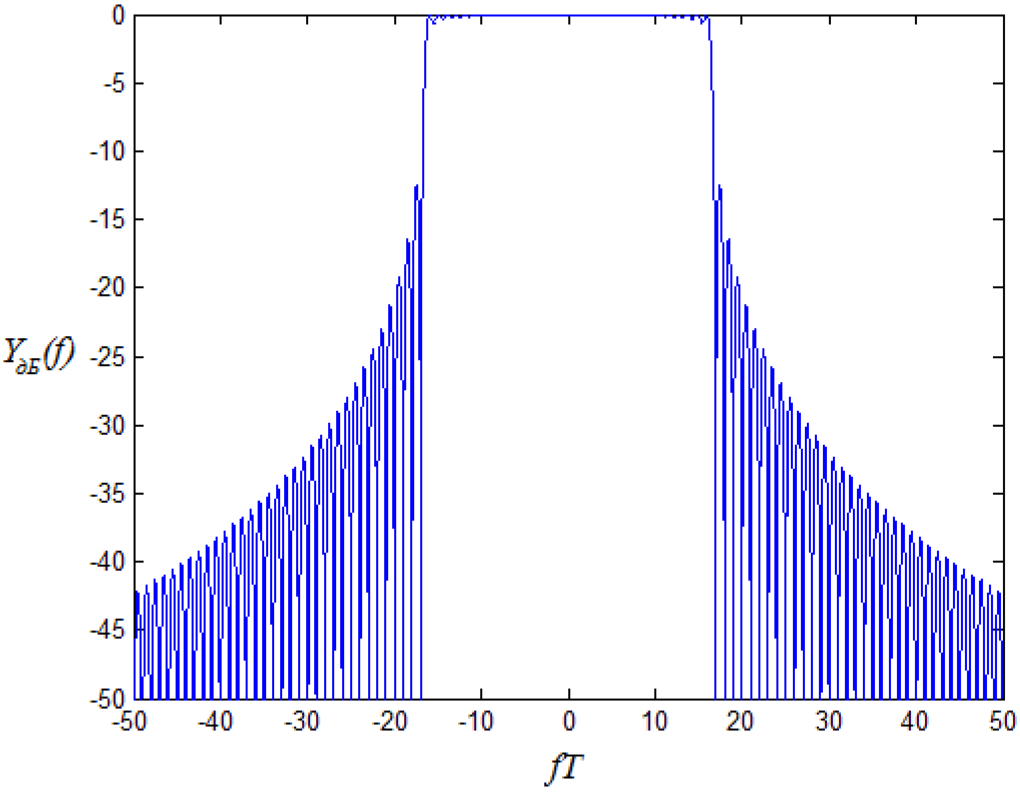

Рис. 7. Зависимость $Y_{\partial Б}(fT)$.

При $D=1000$, $L=32$ и $L=64$ удельные затраты полосы F_{99}/R равны 0.513 и 0.504; удельные затраты полосы F_{30}/R равны 0,875 и 0,75. Значение D является принципиально важным при использовании матричной ортогонализации, поскольку от него зависят удельные затраты полосы. Для определенного значения L выбирается достаточно большое значение D, при котором получаются требуемые удельные затраты полосы.

2. Обработка сигнала

Пусть на входе приемника на интервале $(m+1)T > t \geq mT$ имеет место сигнал

$$z_m(t) = y_m(t) + n_m(t), \tag{5}$$

где $y_m(t)$ – передаваемый сигнал (4); $n_m(t)$ – помеха с односторонней спектральной плотностью мощности N в диапазоне частот передаваемого сигнала. Значения помехи имеют нормальное распределение.

Сначала определяется комплексная огибающая сигнала (5) $z_m^c(t) = y_m^c(t) + n_m^c(t)$, где $n_m^c(t)$ – комплексная огибающая, соответствующая помехе $n_m(t)$. Представим $n_m^c(t) = n_m^1(t) + jn_m^2(t)$. Случайные процессы $n_m^1(t)$ и $n_m^2(t)$ независимы [2].

Далее осуществляется дискретизация комплексной огибающей $z_c(t)$, период дискретизации T_0. Будем считать, что $n_m^1(t)$ и $n_m^2(t)$ имеют одностороннюю спектральную плотность мощности N в диапазоне частот от нуля до частоты Найквиста $f_1 = \dfrac{1}{2T_0}$. Дискретная комплексная огибающая $z_m^c(t_d) = y_m^c(t_d) + n_c^1(t_d) + n_c^2(t_d)$. Значения $n_c^1(t_d)$ как и $n_c^2(t_d)$ независимые случайные величины. Дисперсия этих величин $\sigma^2 = 2f_1 N = \dfrac{N}{T_0} = \dfrac{A^2 T_0}{2T_0 h^2} = \dfrac{A^2}{2h^2}$, где $h^2 = W/N$.

Для обработки $z_m^c(t_d)$ используются дискретные сигнальные функции $v_m(t_d)$, поскольку $\sum\limits_d y_c(t_d) v_l(t_d) = A(b_{m,l} + ia_{m,l})$. С учетом этого свойства, результат обработки $a_{m,l}^1 = \begin{cases} 1, \textit{если} \operatorname{Im}(c_{m,l}) > 0 \\ 0, \textit{если} \operatorname{Im}(c_{m,l}) \le 0 \end{cases}$, $b_{m,l}^1 = \begin{cases} 1, \textit{если} \operatorname{Re}(c_{m,l}) > 0 \\ 0, \textit{если} \operatorname{Re}(c_{m,l}) \le 0 \end{cases}$, где $c_{m,l} = \sum\limits_d z_m^c(t_d) v_l(t_d)$.

Ниже приведена программа моделирования. Входные параметры программы: L; h^2 (в программе h2). В программе также задаются A, T и D.

```
function er = gr_ort3_c(L, h2, U)
% gr_ort3_c — модель передачи сигнала с ортогональными векторами
% Входные параметры:
%   L  — длина сигнала (должно быть чётное число)
%   h2 — параметр, связанный с шумом
%   U  — число прогонов моделирования
%
% Возвращает:
%   er — массив [суммарное количество ошибок, 0]

    rng('default');                 % Инициализация генератора случайных
чисел
    A = 1;                         % Амплитуда
    T = 1;                         % Период
    D = 1000;                      % Количество отсчётов
    T0 = T / D;                    % Шаг по времени
    td = 0:T0:T - T0;              % Временной вектор

    g = zeros(L, D);               % Инициализация базисной матрицы
    for n = 1:L
        g(n, :) = -1i * ( ...
            exp(1i * 2 * pi * (n - L / 2 - 1) * (td / T - 0.5)) + ...
            exp(1i * 2 * pi * (n - L / 2)     * (td / T - 0.5)) );
    end

    sigma = A * sqrt(1 / (2 * h2)); % Стандартное отклонение шума
    v = orth(g.');                  % Ортонормированный базис

    er = [0, 0];                    % Счётчик ошибок

    for u = 1:U
        a = 2 * randi([0 1], 1, L) - 1;
        b = 2 * randi([0 1], 1, L) - 1;

        yc = A * (b + 1i * a) * v.';
        nc = normrnd(0, sigma, 1, D) + 1i * normrnd(0, sigma, 1, D);
        zc = yc + nc;

        c = zc * v.';

        b1 = 2 * (real(c) > 0) - 1;
        a1 = 2 * (imag(c) > 0) - 1;

        er1 = sum(ne(a, a1)) + sum(ne(b, b1));
        er(1) = er(1) + er1;
    end
end
```

Результаты моделирования с помощью приведенной выше программы приведены в таблице 2. Моделирование производилось при $L=32$ и различных значениях h^2, U. Число ошибочно принятых элементов сообщения обозначено N_e (в программе er). Число переданных элементов двоичного сообщения $2LU$. Определена оценка вероятности ошибки $p_e = N_e/(2LU)$. Значения p в таблице получены по формуле: $p = 1 - F\left(\sqrt{2h^2}\right)$, где $F(x) = \left(1/\sqrt{2\pi}\right)\int_{-\infty}^{x}\exp\left(-y^2/2\right)dy$ – функция ошибок. Эта формула определяет вероятность ошибки при рассмотренной выше параллельной передаче с использованием OFDM или непрерывной ортогонализации Грамма – Шмидта.

Таблица 2. Результаты моделирования.

h^2	5	10	15
U	10^5	10^7	10^8
$2LU$	64×10^5	64×10^7	64×10^8
N_e	5020	2524	139
p_e	7.84×10^{-4}	3.94×10^{-6}	2.17×10^{-8}
p	7.83×10^{-4}	3.87×10^{-6}	2.16×10^{-8}

Заключение

Передача на основе матричной ортогонализации позволяет существенно уменьшить пик-фактор передаваемого сигнала по сравнению с OFDM и с передачей с использованием для ортогонализации процедуры Грамма – Шмидта.

Передача на основе матричной ортогонализации позволяет увеличить скорость спада боковых лепестков спектральной плотности мощности по сравнению с OFDM.

Частотная эффективность и помехоустойчивость при передаче на основе матричной ортогонализации практически не отличаются от передачи с использованием для ортогонализации процедуры Грамма – Шмидта.

Литература

1. Назаров Л.Е., Зудилин А.С. Алгоритмы формирования и приема OFDM сигналов на основе манипуляции с минимальным сдвигом частоты // Журнал радиоэлектроники. – 2016. – №. 8.
2. Прокис Джон. Цифровая связь. Пер. с англ./ Под ред. Д.Д. Кловского. – М.: Радио и связь. 2000.– 800 с.
3. Дядюнов Н.Г., Сенин А.И. Ортогональные и квазиортогональные сигналы; под ред. А.М. Тарасенко. – М.: Связь, 1977.– 224 с.
4. Vershinin V.A. The transmission of binary messages special biorthogonal signals // Eastern European Scientific Journal. – 2015. – №. 4.

Для цитирования:

Вершинин В.А. Параллельная передача двоичных сообщений на основе матричной ортогонализации узкополосных сигналов // Журнал радиоэлектроники. – 2025. – №. 6. https://doi.org/10.30898/1684-1719.2025.6.9