

DOI: <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2026.6.2>

УДК: 621.391.1

ИССЛЕДОВАНИЕ ЦИКЛИЧЕСКИХ КОРРЕЛЯЦИОННЫХ СВОЙСТВ РАЗЛИЧНЫХ АНСАМБЛЕЙ СИГНАЛОВ

В.Б. Манелис¹, Д.А. Моисеев^{1,2}, А.Б. Токарев^{1,2}

¹ АО «ИРКОС», 129085, Москва, Звездный бульвар, д.21, с.1

² Воронежский государственный технический университет,
394006, Воронеж, ул. 20-летия Октября, 84

Статья поступила в редакцию 5 мая 2026 г.

Аннотация. Проведено исследование циклических автокорреляционных и взаимокорреляционных свойств ансамблей последовательностей Задова-Чу, Голда, Касами и Гордона-Миллса-Велча, приведенных к длине равной степени двойки для использования в модуляции на основе циклического сдвига. Показано, что наименьший уровень боковых лепестков циклической автокорреляционной функции обеспечивают приведенные последовательности Задова-Чу (–60.21 дБ для длины 1024), а среди бинарных последовательностей наилучший результат продемонстрировали последовательности Гордона-Миллса-Велча (–54.19 дБ для длины 1024). Установлено, что по уровню взаимных помех наилучший результат обеспечивают последовательности Задова-Чу (–25.12 дБ для длины 1024), а среди бинарных последовательностей – малое множество Касами (–21.72 дБ для длины 1024). Обоснована потенциальная возможность использования рассмотренных классов последовательностей в модуляциях на основе циклического сдвига.

Ключевые слова: последовательности Задова-Чу, последовательности Голда, малое множество Касами, последовательности Гордона-Миллса-Велча,

автокорреляционная функция, взаимокорреляционная функция, уровень боковых лепестков, циклический сдвиг.

Автор для переписки: Моисеев Дмитрий Алексеевич, dimonmoiseev48@mail.ru

Введение

В настоящее время широкое распространение получили сигналы на основе LoRa-модуляции, которые используются, в частности, в системах Интернета вещей и других приложениях [1, 2]. LoRa-модуляция обладает высокой помехоустойчивостью и реализуется посредством циклического сдвига линейно-частотно-модулированных (ЛЧМ) символов. Длина одного LoRa-символа составляет 2^{SF} , где SF – целое число, определяющее количество бит, передаваемых в одном символе.

В рамках данной концепции актуальной представляется задача поиска новых ансамблей сигналов, пригодных для построения модуляции на основе циклического сдвига. В качестве таких ансамблей-кандидатов естественно рассматривать классы последовательностей с хорошими корреляционными свойствами: полифазные последовательности Задова-Чу, бинарные последовательности Голда, Касами, а также Гордона-Миллса-Велча (ГМВ). Данные сигналы известны благодаря своим уникальным свойствам, при этом их классическая длина, как правило, является нечетной. Для последовательностей Задова-Чу длина N_{zc} должна быть нечетным числом, а для бинарных последовательностей (М-последовательностей, Голда, ГМВ) длина составляет $N = 2^k - 1$.

При создании модуляции, аналогичной LoRa-модуляции, возникает жесткое требование к длине используемых последовательностей: она должна быть равна степени двойки $N = 2^k$. Это необходимо для того, чтобы на один символ приходилось целое количество передаваемых бит информации (k бит на символ). Поэтому требуется адаптация классических последовательностей нечетной длины до ближайшей степени двойки.

Пусть для рассматриваемого класса сигналов классическая последовательность $p[n]$ определена на интервале $n = 0, 1, \dots, N_{ref} - 1$, где N_{ref} – ее естественная длина (например, $2^k + 1$ для последовательностей Задова-Чу или $2^k - 1$ для бинарных последовательностей Голда и ГМВ).

Формирование последовательности длиной $N_{rx} = 2^k$ будем осуществлять посредством циклического повторения (или усечения) исходной последовательности в соответствии с выражением:

$$r[n] = p[n \bmod N_{ref}], n = 0 \dots N_{rx} - 1. \quad (1)$$

При $N_{ref} = 2^k + 1$ формула (1) задает усечение исходной последовательности до первых $N_{rx} = 2^k$ отсчетов, а при $N_{ref} = 2^k - 1$ ее циклическое дополнение.

Для количественной оценки влияния процедуры приведения к $N_{rx} = 2^k$ на циклические (периодические) корреляционные свойства введем функцию $R(\tau)$, которую в контексте данной работы будем называть циклической автокорреляционной функцией (ЦАКФ), вычисление которой производится следующим образом

$$R(\tau) = \sum_{n=0}^{N_{rx}-1} r[n] p^*[(n - \tau) \bmod N_{ref}]. \quad (2)$$

ЦАКФ показывает, насколько адаптированная последовательность сохраняет циклические автокорреляционные свойства исходного ансамбля.

Целью настоящей работы является исследование циклической автокорреляционной функции (ЦАКФ) и циклической взаимокорреляционной функции ансамблей Задова-Чу, Голда, Кассами, ГМВ, адаптированных к длине 2^k . В работе проводится сравнительный анализ уровня боковых лепестков (PSL), возникающих вследствие такой адаптации, для оценки принципиальной возможности использования данных ансамблей в качестве основы для новых видов модуляции.

2. Последовательности Задова-Чу

Полифазные ЛЧМ-подобные последовательности, предложенные в [3], представляют класс последовательностей с постоянной амплитудой, определяемых для нечетной длины N_{zc} . В общем виде элемент последовательности Задова-Чу $x_u[n]$ с корневым индексом u (взаимно простым с N_{zc}) задается выражением:

$$x_u[n] = \exp\left(-j \frac{\pi u n(n+1)}{N_{zc}}\right), n = 0 \dots N_{zc} - 1. \quad (3)$$

Ключевой особенностью данного класса последовательностей является идеальная ЦАКФ. Рассмотрим последовательность $x_u^q[n]$, полученную путем применения циклического сдвига исходной последовательности (3) на величину q ($0 \leq q < N_{zc}$):

$$x_u^q[n] = x_u[(n - q) \bmod N_{zc}].$$

При вычислении ЦАКФ между сдвинутой последовательностью $x_u^q[n]$ и опорной $x_u[n]$, сдвинутой на величину τ , результат описывается символом Кронекера $\delta[\tau - m]$:

$$|R(\tau)| = \left| \sum_{n=0}^{N_{zc}-1} x_u^q[n] x_u^*[n - \tau] \right| = N_{zc} \delta[\tau - q]. \quad (4)$$

С физической точки зрения выражение (4) означает, что энергия сигнала концентрируется в единственном отсчете $\tau = q$, а боковые лепестки отсутствуют во всей области определения.

Как было отмечено ранее, классическое определение (3) требует нечетной длины N_{zc} . Для исследования корреляционных свойств усеченной последовательности Задова-Чу длиной $N = 2^k$ формируется ЦАКФ в соответствии с (1).

На рисунке 1 представлен график ЦАКФ для усеченной последовательности Задова-Чу длины $N_{rx}=1024(k=10)$, с циклическим сдвигом 512.

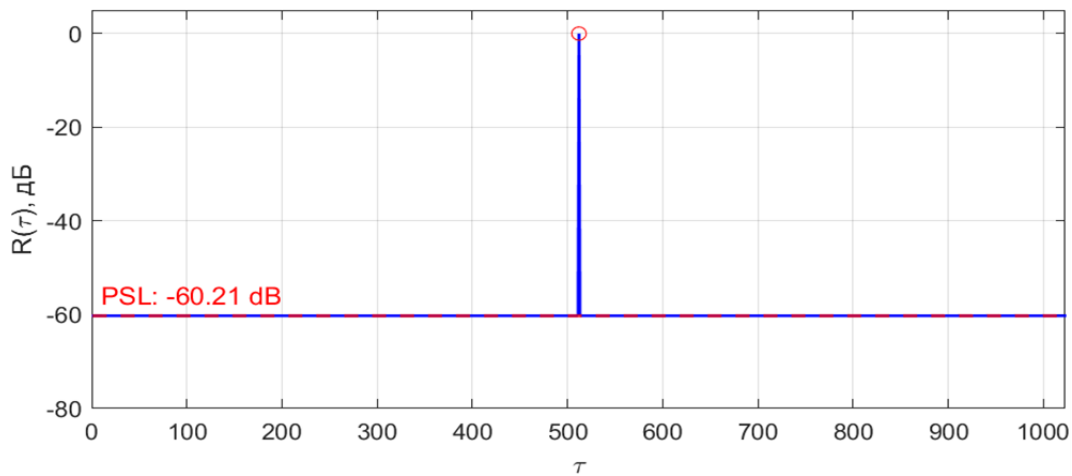


Рис. 1. ПАКФ последовательности Задова-Чу ($N_{rx}=1024$, $q=512$).

В таблице 1 приведены результаты измерения пикового уровня боковых лепестков (PSL) для различных длин последовательностей.

Таблица 1. Уровень боковых лепестков последовательности Задова-Чу длины 2^k .

$N_{zc}=2^k+1$	$N_{rx}=2^k$	PSL (дБ)
65	64	-36.12
129	128	-42.14
257	256	-48.16
1025	1024	-60.21
2049	2048	-66.23

Полученные значения демонстрируют низкий уровень боковых лепестков ЦАКФ. Кроме того, видно, что при удвоении длины последовательности этот уровень уменьшается приблизительно на величину 6 дБ.

Наряду с автокорреляционными свойствами, важным параметром для многопользовательских систем является уровень взаимной корреляции. Для оценки межансамблевых помех введем циклическую взаимокорреляционную функцию (ЦВКФ).

Пусть $r_1[n]$ и $r_2[n]$ – две приведенные последовательности Задова-Чу длины $N_{rx}=2^k$, сформированные на основе классических последовательностей

с различными корневыми индексами u_1 и u_2 соответственно. Вычисление ЦВКФ осуществляется по формуле

$$R_{1,2}(\tau) = \sum_{n=0}^{N_{rx}-1} r_1[n] r_2^*[(n-\tau) \bmod N_{rx}]. \quad (5)$$

На рис. 2 представлен график ЦВКФ двух приведенных последовательностей Задова-Чу длины $N_{rx}=2048$, с корневыми индексами $u_1=2$ и $u_2=31$ соответственно.

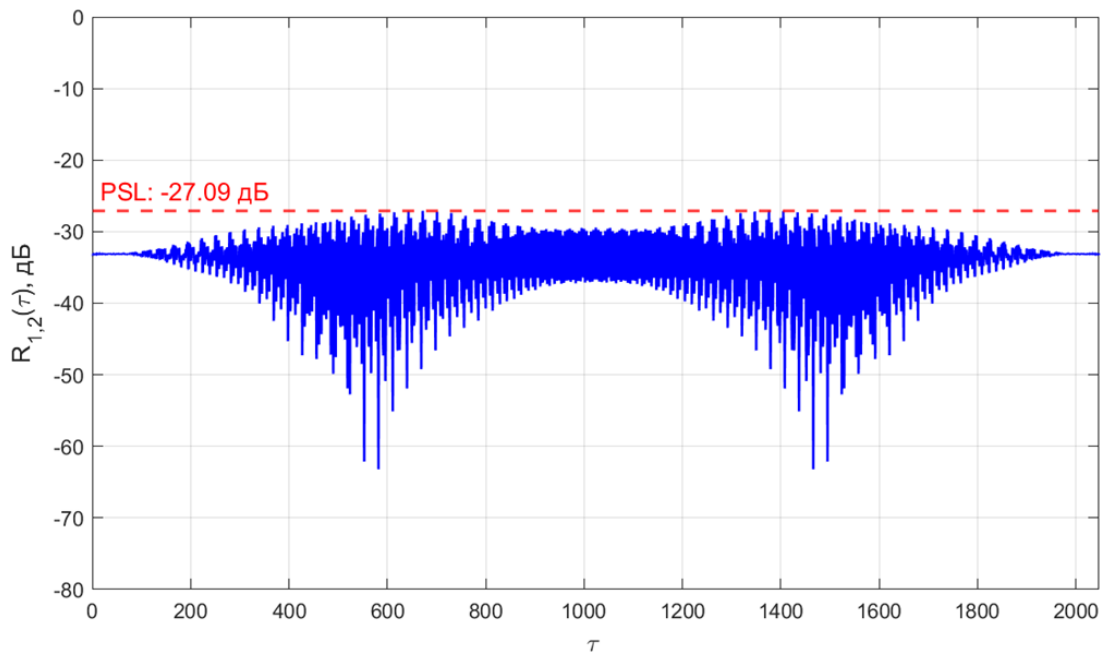


Рис. 2. ЦВКФ приведенных последовательностей Задова-Чу длины $N_{rx}=2048$ с корневыми индексами $u_1=2$, $u_2=31$.

Для количественной оценки уровня взаимных помех, возникающих при многопользовательском доступе, в таблице 2 представлены значения пикового уровня выбросов ЦВКФ (PSL).

Таблица 2. Уровень взаимных помех (максимальных выбросов ЦВКФ) приведенных последовательностей Задова-Чу ($u_1=2$, $u_2=31$).

$N_{rx} = 2^k$	PSL (дБ)
64	-12.84
128	-15.96
256	-17.71
1024	-25.12
2048	-27.09

Анализ полученных результатов показывает, что с увеличением длины приведенной последовательности уровень взаимных помех (PSL) предсказуемо снижается. Однако абсолютные значения максимальных выбросов ЦВКФ оказываются существенно выше уровня боковых лепестков автокорреляционной функции для аналогичных длин. Кроме того, в отличие от ЦАКФ, где удвоение длины сигнала приводит к снижению уровня боковых лепестков приблизительно на 6 дБ, затухание межансамблевой интерференции происходит значительно медленнее – в среднем на 2–3 дБ при двукратном увеличении длины.

3. Последовательности Голда

Коды Голда являются одним из наиболее известных классов бинарных последовательностей, широко используемых, например, в системах связи с кодовым разделением каналов [4]. Их ансамбли формируются на основе линейных рекуррентных последовательностей максимальной длины (М-последовательностей) [5]. Для генерации ансамбля Голда используется пара так называемых «предпочтительных» М-последовательностей u и v длиной $N_{ref} = 2^k - 1$, обеспечивающих необходимый уровень циклической взаимно корреляционной функции, k – степень порождающего полинома. Алгоритм формирования сводится к посимвольному сложению по модулю 2 первой последовательности u с циклически сдвинутыми версиями второй последовательности v [5].

Полный ансамбль содержит $M = 2^k + 1$ последовательностей длины $N = 2^k - 1$, включая две образующие М-последовательности u, v , а также $2^k - 1$ последовательности вида:

$$u \oplus T^k v, \quad (6)$$

где T^k – оператор циклического сдвига на k позиций ($0 \leq k < N$), а $\oplus$ – оператор сложения по модулю 2.

Ключевым свойством ансамблей Голда, построенных на «предпочтительных» парах, является ограниченный уровень ЦАКФ.

Для любой последовательности из ансамбля Голда ЦАКФ принимает лишь три возможных значения [4, 5]. Так, в случае нечетного k эти значения принадлежат множеству $\left\{-1, -1 - 2^{\frac{k+1}{2}}, 2^{\frac{k+1}{2}} - 1\right\}$, а в случае четного $k \equiv 2 \pmod{4}$ – множеству $\left\{-1, -1 - 2^{\frac{k+2}{2}}, 2^{\frac{k+2}{2}} - 1\right\}$.

Обозначим произвольную последовательность из ансамбля Голда, как вектор $\mathbf{g} = (g[0], g[1], \dots, g[N_{ref}-1])$ с элементами $g[n] \in \{-1, +1\}$. Для приведения к длине $N_{rx} = 2^k$ применяется процедура циклического дополнения: к последовательности $\mathbf{g}$ приписывается ее первый элемент $g[0]$. Таким образом, исследуемая последовательность $\mathbf{r}$ длины $N_{rx} = 2^k$ равна $\mathbf{r} = (\mathbf{g}, g[0])$.

Вычисление ЦАКФ последовательности $\mathbf{r}$ производится по формуле (2), в которой $p[n] = g[n]$ ($0 \leq n < N_{ref}$).

На рис. 3 представлена ЦАКФ последовательности Голда, полученная описанным способом для параметров $k=10$ ($N_{ref}=1023, N_{rx}=1024$), циклический сдвиг равен 500.

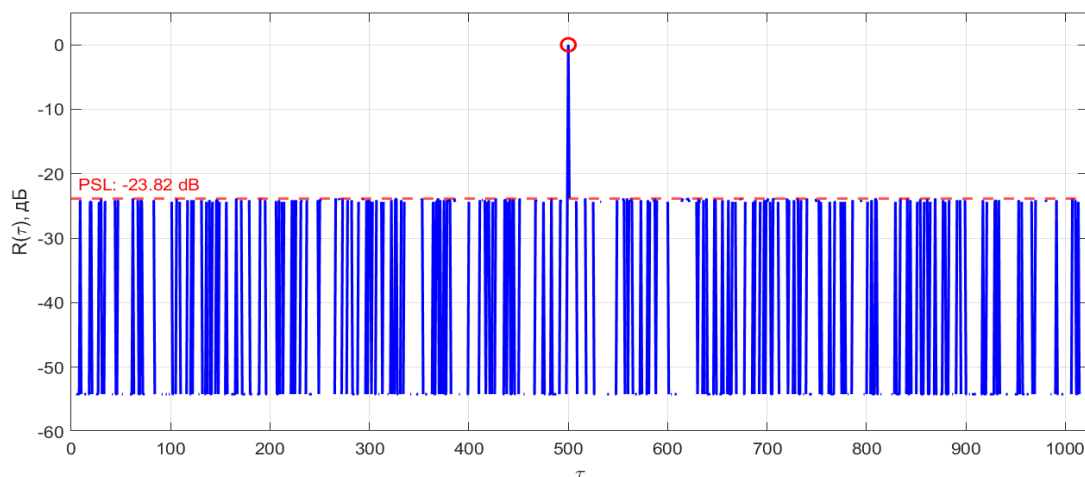


Рис 3. ПАКФ дополненной последовательности Голда параметров $k=10$ ($N_{rx}=1024, q=500$).

В таблице 3 приведены результаты измерения пикового уровня боковых лепестков (PSL) последовательностей Голда для различных длин последовательностей.

Таблица 3. Уровень боковых лепестков дополненной последовательности Голда длины 2^k .

$N_{ref} = 2^k - 1$	$N_{rx} = 2^k$	PSL (дБ)
63	64	-10.74
127	128	-16.90
511	512	-23.56
1023	1024	-23.82
2047	2048	-29.83

Для сравнения в таблице 4 приведем теоретические значения максимального уровня боковых лепестков классических последовательностей Голда длиной $2^k - 1$.

Таблица 4. Уровень боковых лепестков классической последовательности Голда длины $2^k - 1$.

$N_{ref} = 2^k - 1$	PSL (дБ)
63	-11.38
127	-17.47
511	-23.80
1023	-23.94
2047	-29.96

Из приведенных таблиц видно, что дополнение последовательности Голда до степени двойки приводит к весьма незначительной деградации корреляционных свойств (потери составляют менее 1 дБ). При этом по уровню боковых лепестков последовательности Голда уступают последовательностям Задова-Чу.

Пусть $r_1[n]$ и $r_2[n]$ – две различные бинарные последовательности Голда из одного ансамбля, приведенные к длине $N_{rx} = 2^k$. Вычисление ЦВКФ между ними производится по формуле (5). Для наглядной демонстрации структуры

межансамблевых помех на рисунке 4 представлен график ЦВКФ двух различных дополненных последовательностей Голда длины $N_{rx}=1024$.

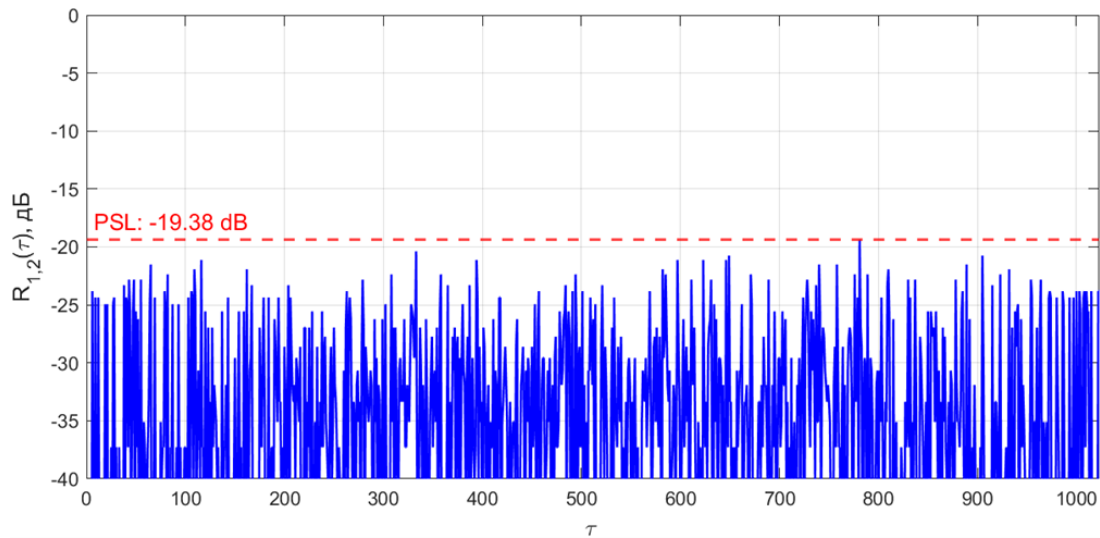


Рис. 4. ЦВКФ приведенных последовательностей Голда ($N_{rx}=1024$).

С целью количественной оценки уровня взаимных помех в таблице 5 представлены значения пикового уровня выбросов ЦВКФ (PSL) для пар дополненных последовательностей Голда.

Таблица 5. Уровень взаимных помех (максимальных выбросов ЦВКФ) приведенных последовательностей Голда.

$N_{rx}=2^k$	PSL (дБ)
64	-9.28
128	-13.84
512	-17.79
1024	-19.38

Анализ полученных данных показывает, что процедура циклического дополнения кодов Голда до степени двойки оказывает существенно более выраженное влияние на их взаимокорреляционные свойства по сравнению с автокорреляционными. Если потери в уровне боковых лепестков ЦАКФ составляли менее 1 дБ, то максимальные выбросы ЦВКФ возрастают в среднем на 2–4.5 дБ по сравнению с теоретическими значениями для классических последовательностей Голда. Кроме того, по уровню межансамблевых помех (взаимной корреляции) дополненные последовательности Голда

так же уступают усеченным последовательностям Задова-Чу сопоставимой длины.

4. Последовательности Гордона-Миллса-Велча

Двоичные последовательности Гордона-Миллса-Велча (ГМВ) относятся к классу циклических сигналов с составным периодом и, подобно М-последовательностям, обладают двухуровневой ЦАКФ [6]. Их принципиальное отличие от классических М-последовательностей заключается в более высокой структурной скрытности, количественно характеризуемой эквивалентной линейной сложностью (ЭЛС). ЭЛС определяет длину кратчайшего линейного регистра сдвига, необходимого для полного математического воссоздания структуры сигнала. Благодаря этому свойству ГМВ-последовательности представляют интерес для систем связи с повышенными требованиями к конфиденциальности [7, 8].

ГМВ-последовательности строятся над конечными полями с двойным расширением вида $GF\left[\left(2^m\right)^n\right]$. Период таких последовательностей равен $N_{ref} = 2^{mn} - 1$ и, следовательно, является составным числом. Элемент ГМВ-последовательности d_j ($j = 0 \dots N_{ref} - 1$) формируется на основе композиций операторов следа [6,7]:

$$d_j = tr_{m,1} \left(\left[tr_{mn,m} \left(\alpha^j \right) \right]^r \right), 1 \leq r < 2^m - 1, \gcd(2^m - 1, r) = 1, \quad (7)$$

где α – примитивный элемент поля $GF\left[\left(2^m\right)^n\right]$; $tr_{mn,m}$ – относительный след элемента из поля $GF\left[\left(2^m\right)^n\right]$ в подполе $GF(2^m)$; $tr_{m,1}$ – след элемента из подполя $GF(2^m)$ в простое поле $GF(2)$. Параметр r определяет конкретный вариант ГМВ-последовательности в рамках ансамбля. Изменяя значение r в заданных пределах с соблюдением условия взаимной простоты $\gcd(2^m - 1, r) = 1$, можно

сформировать ансамбль ГМВ-последовательностей на основе одной базисной структуры.

Благодаря двухуровневой ЦАКФ ГМВ-последовательности обеспечивают те же потенциальные возможности по обнаружению и различению циклических сдвигов, что и классические М-последовательности, но при существенно большей ЭЛС (выигрыш может достигать 3–6 дБ [7]). На рисунке 5 приведена ЦАКФ классической двоичной последовательности ГМВ длиной $N_{ref}=255$ с параметрами ($m=4, n=2, r=2$) и циклическим сдвигом 125.

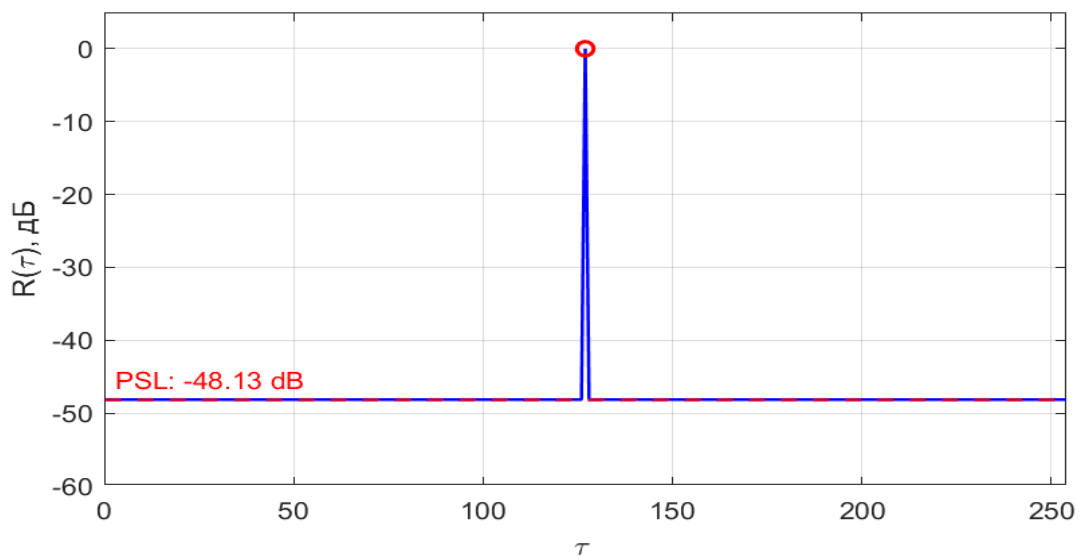


Рис. 5. Периодическая автокорреляционная функция двоичной последовательности ГМВ длины $N_{ref}=255$ ($m=4, n=2, r=2$).

В таблице 6 приведены значения уровня боковых лепестков PSL классических последовательностей ГМВ.

Таблица 6. Уровень боковых лепестков классической последовательности ГМВ длины $2^{mn}-1$.

$N_{ref}=2^{mn}-1$	PSL (дБ)
63	-35.99
255	-48.13
511	-54.17
1023	-60.20

Дополнение классической последовательности Гордона-Миллса-Велча до длины $N_{rx}=2^{mn}$ происходит аналогичным образом последовательностям

Голда. На рисунке 6 представлена ЦАКФ двоичной последовательности ГМВ длиной $N_{rx}=256$.

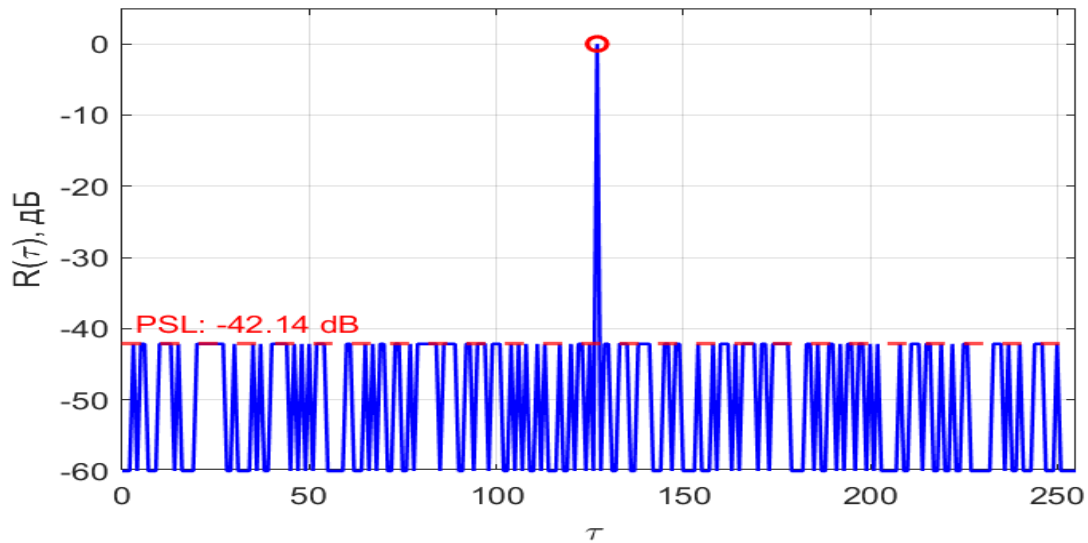


Рис. 6. Периодическая автокорреляционная функция двоичной последовательности Гордона-Миллса-Велча длины $N_{ref}=256$ ($m=4, n=2, r=2$).

В таблице 7 приведены значения уровня боковых лепестков PSL дополненных ГМВ-последовательностей.

Таблица 7. Уровень боковых лепестков последовательности ГМВ длины 2^{mn} .

$N_{rx}=2^{mn}$	PSL (дБ)
64	-30.10
256	-42.14
512	-48.16
1024	-54.19

Из таблиц 6 и 7 видно, что уровень боковых лепестков ЦАКФ достаточно низкий. При этом из-за дополнения ГМВ-последовательности до степени двойки уровень боковых лепестков возрастает в среднем на 6 дБ.

5. Последовательности Касами

Наряду с бинарными последовательностями Голда и ГМВ рассмотрен еще один фундаментальный класс сигналов – последовательности Касами. Особый интерес представляет так называемое малое множество Касами. Выбор именно этого множества в рамках данного исследования обусловлен тем, что циклические взаимокорреляционные свойства последовательностей данного множества приближаются к нижней границе Велча [4,9].

В отличие от последовательностей Голда и ГМВ, классическое малое множество Касами определено исключительно для четных степеней порождающего полинома $m=2k$. Естественная длина таких последовательностей составляет $N_{ref}=2^m-1$.

В качестве основы формирования последовательностей малого ансамбля Касами выбирается базовая М-последовательность $u[n]$ длины N_{ref} , порождаемая примитивным полиномом степени m . Из базовой М-последовательности $u[n]$ формируется вспомогательная децимированная последовательность $w[n]$. Процедура децимации заключается в регулярной выборке каждого d -го элемента из $u[n]$, где шаг децимации $d=2^k+1$:

$$w[n]=u[(d \cdot n) \bmod N_{ref}], n=0 \dots N_{ref}-1.$$

Вследствие децимации период последовательности $w[n]$ равен 2^k-1 . Итоговое малое множество Касами формируется путем посимвольного сложения по модулю 2 исходной М-последовательности $u[n]$ с различными циклически сдвинутыми версиями децимированной последовательности $w[n]$ [9]:

$$c_i[n]=u[n] \oplus w[(n+i) \bmod (2^k-1)], n=0 \dots N_{ref}-1, \quad (8)$$

где $i=0,1,\dots,2^k-2$, величина циклического сдвига. В ансамбль также включается сама исходная базовая последовательность $u[n]$, что в итоге дает $M=2^k$ последовательностей длины N_{ref} .

Для любой пары различных классических последовательностей малого множества Касами спектр значений автокорреляционной (ЦАКФ) и взаимокорреляционной (ЦВКФ) функций принимает лишь три возможные величины: $\{-1, -1 - 2^k, -1 + 2^k\}$ [4,9].

В таблице 8 приведены теоретические значения пикового уровня боковых лепестков (PSL) классических последовательностей Касами.

Таблица 8. Уровень боковых лепестков последовательности Касами длины $N_{ref} = 2^m - 1$.

$N_{ref} = 2^m - 1$	PSL (дБ)
63	-16.90
255	-23.52
1023	-29.83
4095	-35.99

Процедура приведения классических последовательностей малого множества Касами к длине $N_{rx} = 2^m$ осуществляется посредством циклического дополнения, аналогично последовательностям Голда. На рисунке 6 представлен график ЦАКФ приведенной последовательности малого множества Касами длины $N_{rx} = 1024$, циклический сдвиг равен 512.

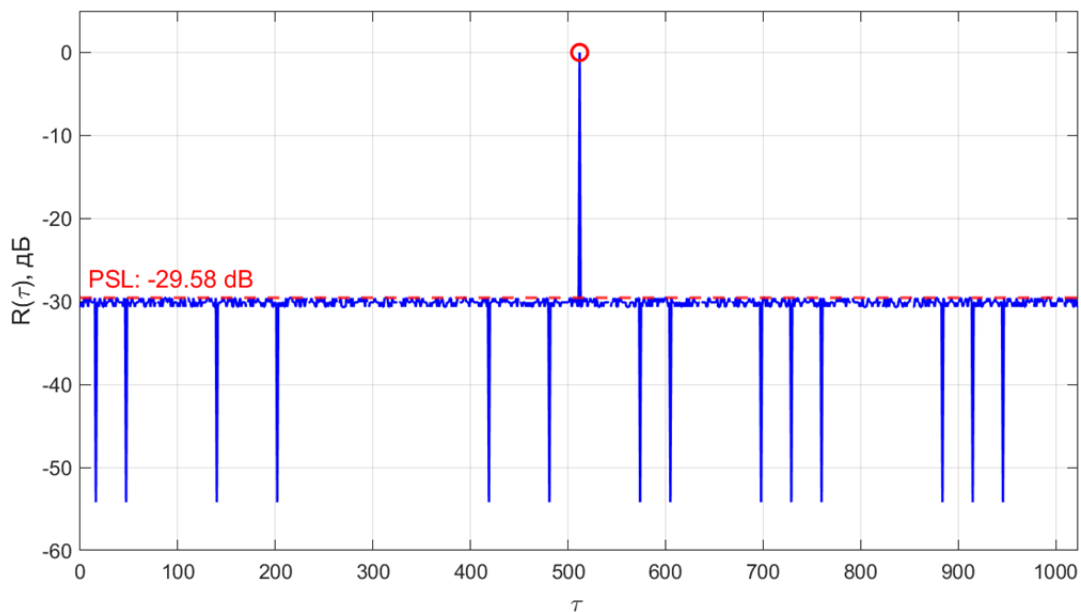


Рис. 7. ЦАКФ дополненной последовательности Касами длины $N_{rx} = 1024$ ($m=10, q=512$).

В таблице 9 представлены результаты измерения пикового уровня боковых лепестков (PSL) для приведенных последовательностей Касами различных длин.

Таблица 9. Уровень боковых лепестков дополненной последовательности Касами длины $N_{rx} = 2^m$.

$N_{rx} = 2^m$	PSL (дБ)
64	-16.12
256	-23.06
1024	-29.58
4096	-35.86

Анализ данных, представленных в таблицах 8 и 9, свидетельствует о том, что процедура приведения последовательностей малого множества Касами до длины $N_{rx} = 2^m$ приводит к весьма незначительной деградации их автокорреляционных свойств. Потери в пиковом уровне боковых лепестков (PSL) составляют менее 1 дБ по сравнению с теоретическими значениями для классических последовательностей.

Также отметим, что с точки зрения циклических автокорреляционных свойств последовательности малого множества Касами сохраняют преимущество перед аналогично дополненными последовательностями из ансамбля Голда. В частности, для длины $N_{rx} = 1024$ уровень боковых лепестков приведенной последовательности Касами составляет -29.58 дБ, что почти на 6 дБ превосходит показатель дополненного кода Голда сопоставимой длины (-23.82 дБ).

Вычисление ЦВКФ между двумя различными приведенными последовательностями малого ансамбля Касами $r_1[n]$ и $r_2[n]$ производится по формуле (5). На рис. 8 представлен график ЦВКФ двух различных приведенных последовательностей Касами длины $N_{rx} = 1024$.

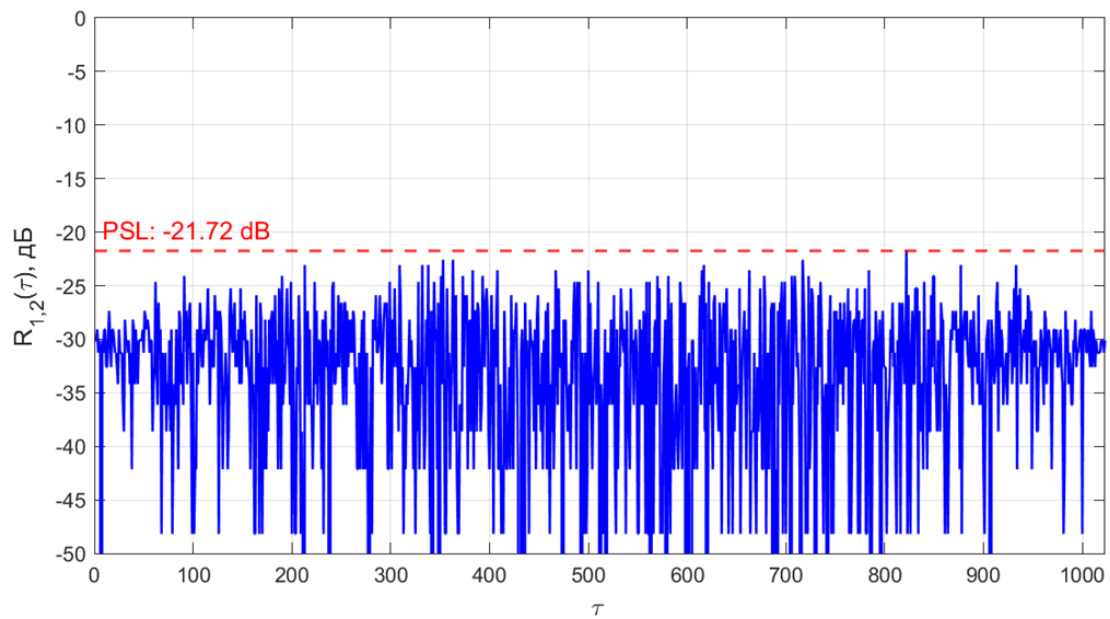


Рис. 8. ЦВКФ приведенных последовательностей Касами длины $N_{rx}=1024$.

С целью количественной оценки уровня межансамблевых помех в таблице 10 представлены значения пикового уровня выбросов PSL ЦВКФ для пар приведенных последовательностей Касами.

Таблица 10. Уровень взаимных помех (максимальных выбросов ЦВКФ) приведенных последовательностей Касами.

$N_{rx}=2^m$	PSL (дБ)
64	-13.20
256	-14.19
1024	-21.72
4096	-25.32

Анализ полученных значений показывает, что взаимные помехи для приведенных последовательностей малого ансамбля Касами имеют более низкий уровень, чем аналогично приведенные последовательности Голда. В частности, для длины $N_{rx}=1024$ максимальный выброс ЦВКФ у ансамбля Касами составляет -21.72 дБ, что более чем на 2 дБ лучше показателя кодов Голда (-19.38 дБ) сопоставимой длины. Подобное преимущество в подавлении межансамблевых помех сохраняется и на других исследованных длинах.

Заключение

В данной работе выполнено исследование циклических автокорреляционных и взаимокорреляционных свойств ансамблей последовательностей Задова-Чу, Голда, Касами и Гордона-Миллса-Велча, приведенных к длине равной степени двойки для использования в модуляции на основе циклического сдвига.

Сравнительный анализ показал, что наименьший уровень боковых лепестков ЦАКФ демонстрируют усеченные полифазные последовательности Задова-Чу. Например, для длины $N_{rx}=1024$ их пиковый выброс (PSL) составляет -60.21 дБ. Среди бинарных сигналов наилучшие автокорреляционные свойства после адаптации сохраняют последовательности ГМВ (-54.19 дБ для $N_{rx}=1024$) и малое множество Касами (-29.58 дБ). При оценке уровня взаимных помех (ЦВКФ) полифазные последовательности Задова-Чу демонстрируют выбросы на уровне -25.12 дБ (для $N_{rx}=1024$), а среди бинарных ансамблей наилучшие результаты продемонстрировало малое множество Касами (-21.72 дБ для $N_{rx}=1024$).

Таким образом, с точки зрения обеспечения наименьшего уровня боковых лепестков как для ЦАКФ, так и для ЦВКФ, наиболее предпочтительными для построения модуляции на основе циклического сдвига оказываются приведенные полифазные последовательности Задова-Чу. Тем не менее и рассмотренные бинарные ансамбли (Голда, Касами и Гордона-Миллса-Велча) также продемонстрировали приемлемые характеристики.

Литература

1. Леушин А.В. LORA как новый вид модуляции. Принцип работы, основные параметры, помехоустойчивость // Техника радиосвязи. – 2022. – Т. 2. – №. 53. – С. 28-42.

2. Манелис В.Б. и др. Обнаружение и идентификация источников сигналов сетей LoRaWAN // Системы управления, связи и безопасности. – 2025. – №. 2. – С. 64-86. <https://doi.org/10.24412/2410-9916-2025-2-064-086>
3. Chu D. Polyphase codes with good periodic correlation properties (corresp.) // IEEE Transactions on Information Theory. – 1972. – Т. 18. – № 4. – С. 531–532. <https://doi.org/10.1109/TIT.1972.1054840>
4. Ипатов В.П. Широкополосные системы и кодовое разделение сигналов. Принципы и приложения. – Москва: Техносфера. 2007. 488 с.
5. Кузнецов В.С. и др. Генерация ансамблей кодов Голда для систем прямого расширения спектра // Труды МАИ. – 2017. – №. 96. – С. 17.
6. Стародубцев В.Г., Бородько Д.Н., Попов А.М. Формирование двоичных последовательностей Гордона-Миллса-Велча // Научные технологии в космических исследованиях Земли. – 2017. – Т. 9. – № 2. – С. 24–31.
7. Стародубцев В.Г., Попов А.М. Последовательности Гордона-Миллс-Велча с периодом $N = 1023$ // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. – 2017. – Т. 60. – №. 4. – С. 318-330. <https://doi.org/10.17586/0021-3454-2017-60-4-318-330>
8. Стародубцев В.Г., Кузнецова В.М. Формирование последовательностей Гордона-Миллса-Велча с периодом $n=511$ // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. – 2018. – Т. 61. – №. 3. – С. 240-248. <https://doi.org/10.17586/0021-3454-2018-61-3-240-248>
9. Dileep Reddy M., Sreenivasulu G. Correlation Comparison of Kasami Sequences with Gold Codes and Novel Method of Generating Balanced Sequences from Kasami Codes // International Journal of Engineering Trends and Technology. – 2025. – Т. 73. – № 2. – Р. 135–140. <https://doi.org/10.14445/22315381/IJETT-V73I2P111>

Для цитирования:

Манелис В.Б., Моисеев Д.А., Токарев А.Б. Исследование циклических корреляционных свойств различных ансамблей сигналов // Журнал радиоэлектроники. – 2026. – №. 6. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2026.6.2>

