

DOI: <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2026.6.5>

УДК: 621.396

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ОБРАТНОГО РАССЕЯНИЯ РАДИОВОЛН ОТ МОРСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ МЕТОДОМ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

В.В. Ахияров¹, Е.А. Ищенко², Ю.Г. Пастернак², Д.К. Проскурин²

¹ ОАО НПО дальней радиолокации имени академика А.Л. Минца,
127083, Москва, ул. 8 Марта 10, строение 5

² Воронежский государственный технический университет,
394006, Воронеж, ул. 20-летия Октября, д. 84

Статья поступила в редакцию 14 мая 2026 г.

Аннотация. В работе приведены краткие сведения о морском волнении и рассмотрены различные спектральные представления морской поверхности. Представлена модель колебаний границы раздела вода-воздух и алгоритм решения задачи дифракции радиоволн на морской поверхности методом интегральных уравнений. Получены спектры рассеянного морем сигнала УКВ диапазона при вертикальной и горизонтальной поляризации падающего поля. Показано, что при длине падающей электромагнитной волны 2 м и скорости ветра 3...5 м/с спектры рассеянного сигнала соответствуют теории резонансного (брэгговского) рассеяния, при увеличении морского волнения происходит постепенный переход от резонансного к нерезонансному рассеянию.

Ключевые слова: морская поверхность, спектр морского волнения, брэгговское рассеяние, метод интегральных уравнений, спектр рассеянного морем сигнала.

Финансирование: Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (проект № FZGM-2025-0002).

Автор для переписки: Ахияров Владимир Влорович, vakhiiarov@gmail.com

Введение

Хорошо известно, что при обратном рассеянии от морской поверхности в коротковолновом (КВ) диапазоне наблюдается интенсивное обратное рассеяние: в спектре принятого сигнала присутствуют два узких пика, смещенные в разные стороны относительно нулевой доплеровской частоты [1]. При слабом и умеренном волнении моря аналогичный эффект наблюдается в диапазоне ультракоротких (УКВ) радиоволн [2]. По спектрам рассеянного сигнала можно судить о степени морского волнения, скорости и направлении приповерхностного ветра, а также о радиальной скорости поверхностных течений [3, 4, 5].

В данной работе рассматривается задача моделирования спектров обратного рассеяния в УКВ диапазоне при различных скоростях ветра. Для ее решения требуется получить реализации морской поверхности в последовательные моменты времени; далее на каждом профиле границы раздела вода-воздух необходимо решить задачу дифракции для вычисления поля, рассеянного в обратном направлении, и выполнить преобразование Фурье полученной реализации поля.

1. Общие сведения о морском волнении

Возникновение и развитие морского волнения является сложным гидродинамическим процессом, который определяется целым комплексом геофизических параметров, включая силу Кориолиса и приливообразующие силы Луны [6]. Длина и период морских волн зависят от скорости ветра и его продолжительности, при этом волны могут распространяться на сотни километров от места их зарождения до области со слабым ветровым воздействием (волны зыби).

Большая часть энергии морского волнения приходится на ветровые волны, которые возникают при взаимодействии воздушного потока с морской поверхностью. Механизм эволюции волн определяется четырехволновым

резонансным процессом [7], при этом пространственный спектр волнового действия $N_{\mathbf{K}}(t)$ удовлетворяет кинетическому уравнению Хассельмана [7]:

$$\frac{\partial N_{\mathbf{K}}}{\partial t} + \nabla_{\mathbf{K}} \Omega(\mathbf{K}) \nabla_{\mathbf{r}} N_{\mathbf{K}} = S_{nl} + S_{in} + S_{diss}, \quad (1)$$

где $\nabla_{\mathbf{K}}$ и $\nabla_{\mathbf{r}}$ – градиенты в пространстве волновых векторов $\mathbf{K}$ и координат $\mathbf{r}$, а частоты $\Omega(\mathbf{K})$ определяются дисперсионным соотношением:

$$\Omega(\mathbf{K}) = \sqrt{g|\mathbf{K}|}, \quad (2)$$

где $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ – ускорение свободного падения.

Слагаемые в правой части (1) отвечают за четырехволновые взаимодействия, ветровую накачку и диссипацию волнового действия (S_{nl} , S_{in} и S_{diss} соответственно).

Состояние моря меняется в зависимости от скорости ветра и его продолжительности. Однако при любой скорости ветра возможно квазиравновесное состояние (полностью развитое волнение), в этом случае колебания морской поверхности можно считать стационарным случайным процессом. Считается, что в равновесном состоянии основной вклад в морское волнение дают четырехволновые взаимодействия, которым соответствуют решения стационарного уравнения $S_{nl} = 0$ [7].

Для того, чтобы образовалось полностью развитое волнение, ветер должен дуть продолжительное время над большой площадью морской поверхности, которая называется областью разгона. Если область разгона недостаточно велика, волны могут выйти за ее пределы прежде, чем ветру удастся завершить их развитие. Высота ветровых волн зависит от скорости ветра U , длины области разгона X и продолжительности действия ветра t . Среднее значение скорости ветра в Мировом океане на высоте 10 м над поверхностью моря $\langle U \rangle = 8 \text{ м/с}$ (в тропиках $\langle U \rangle = 6...7 \text{ м/с}$, в высоких широтах $\langle U \rangle = 10...11 \text{ м/с}$), средняя длина области разгона – от 30 км до 80 км, время разгона – от 7 ч до 10 ч [8]. Волновое число K , круговая частота Ω , а также фазовая V_{ϕ} и групповая V_{gp} скорости

морских волн определяются очевидным образом: $K = 2\pi/L$, $\Omega = 2\pi/T$, $V_\phi = L/T = \Omega/K$ и $V_{zp} = d\Omega/dK$, где L и T – длина и период морских волн. С учетом (2) получим $V_\phi = \sqrt{g/K}$ и $V_{zp} = \sqrt{g/K}/2$. Важным параметром ветровых волн является возраст волнения $\Xi = U/V_\phi$, в Мировом океане среднее значение $\langle \Xi \rangle = 1,2$ [8].

2. Спектральные представления морской поверхности

Основной экспериментально наблюдаемой характеристикой ветрового волнения является смещение границы раздела вода-воздух, которую следует рассматривать как случайную движущуюся поверхность $z = \xi(x, y, t)$. Преобразование Фурье от корреляционной функции $\langle \xi(x, y, t)\xi(x, y, t + \tau) \rangle$ позволяет получить энергетический спектр морского волнения в точке с координатами (x, y) :

$$S(\Omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \langle \xi(x, y, t)\xi(x, y, t + \tau) \rangle e^{-j\Omega\tau} d\tau. \quad (3)$$

Одна из первых моделей спектра ветровых волн для полностью развитого волнения $S_{ph}(\Omega) = \alpha g^2 / \Omega^5$ была предложена Филлипсом [9], далее появилась модель Пирсона и Московитца, которая ограничивает энергию ветровых волн в области малых значений Ω [10]:

$$S_{PM}(\Omega) = \frac{\alpha g^2}{\Omega^5} e^{-\beta_0 \left(\frac{\Omega_0}{\Omega} \right)^4}, \quad (4)$$

где $\alpha = 0,0081$, $\beta_0 = 0,74$, $\Omega_0 = g/U$, U – скорость ветра на высоте 19,5 м над морской поверхностью. Отметим, что скорость ветра на высоте 10 м связана со скоростью на высоте 19,5 м соотношением $U_{10} = 0,93U_{19,5}$.

Дальнейшим развитием (4) является модель JONSWAP, которая уточняет спектр Пирсона-Московитца в области максимальной энергии ветровых волн [11]:

$$S_J(\Omega) = S_{PM}(\Omega) \gamma^\Gamma = \frac{\alpha g^2}{\Omega^5} e^{-\beta_p \left(\frac{\Omega_p}{\Omega} \right)^4} \gamma^\Gamma, \quad (5)$$

где частота $\Omega_p = 0,877\Omega_0$ определяется из условия $dS_{PM}(\Omega)/d\Omega = 0$, что соответствует максимуму в спектре морского волнения по модели Пирсона-Московитца, $\beta_p = \beta_0/0,877^4 \cong 1,25$, $\gamma = 3,3$, а показатель степени

$$\Gamma = e^{-\frac{(\Omega - \Omega_p)^2}{2\sigma^2 \Omega_p^2}}, \quad (6)$$

где

$$\sigma = \begin{cases} 0,07, & \text{если } \Omega \leq \Omega_p \\ 0,09, & \text{если } \Omega > \Omega_p. \end{cases} \quad (7)$$

Как и в модели Филлипса, наклон спектров (4) и (5) подчиняется закону $S(\Omega) \sim \Omega^{-5}$, однако еще в шестидесятые годы прошлого века в результате решения уравнения стохастических колебаний гравитационных волн на поверхности жидкости советскими учеными была получена зависимость $S(\Omega) \sim \Omega^{-4}$ [12]. Такой результат был подтвержден экспериментально [13], позднее к аналогичному выводу пришел Филлипс [14]. С учетом этого Донеланом было предложено обобщение модели JONSWAP [15]:

$$S_D(\Omega) = \frac{\alpha g^2}{\Omega^4 \Omega_p} e^{-\left(\frac{\Omega_p}{\Omega} \right)^4} \gamma^\Gamma, \quad (8)$$

где α , γ и σ определяются возрастом волнения, для $\Xi = 1$ было получено: $\alpha = 0,006$, $\gamma = 1,7$ и $\sigma = 0,4$.

По современным представлениям наклон спектра $S(\Omega)$ зависит от возраста волнения [16]:

$$S(\Omega) \sim \begin{cases} \Omega^{-13/3}, & \text{если } \Xi \geq 2, \\ \Omega^{-4}, & \text{если } 1,2 < \Xi < 2, \\ \Omega^{-11/3}, & \text{если } \Xi \leq 1,2, \end{cases} \quad (9)$$

где условие $\Xi \geq 2$ соответствует начальной стадии развития волнения, $1,2 < \Xi < 2$ – промежуточной стадии и $\Xi \leq 1,2$ – полностью развитому волнению.

Для моделирования взволнованной морской поверхности нам понадобится изотропный спектр пространственных волновых чисел $S(K)$, который связан с частотным спектром $S(\Omega)$ соотношением:

$$S(\Omega) d\Omega = S(K) dK. \quad (10)$$

С учетом (2) и (10) для модели Пирсона-Московитца получим:

$$S_{PM}(K) = \frac{\alpha}{2K^3} e^{-\beta_0 \left(\frac{K_0}{K}\right)^2}, \quad K \geq 0 \quad (11)$$

где $K_0 = \frac{g}{U^2}$.

Аналогично для модели JONSWAP

$$S_J(K) = \frac{\alpha}{2K^3} e^{-\beta_p \left(\frac{K_p}{K}\right)^2} \gamma^\Gamma, \quad K \geq 0 \quad (12)$$

и модели Донелана:

$$S_D(K) = \frac{\alpha}{2K^{5/2} K_p^{1/2}} e^{-\left(\frac{K_p}{K}\right)^2} \gamma^\Gamma, \quad K \geq 0, \quad (13)$$

где $K_p = 0,702K_0$,

$$\Gamma = e^{-\frac{(\sqrt{K} - \sqrt{K_p})^2}{2\sigma^2 K_p}}. \quad (14)$$

Параметры α , β_0 , β_p , γ и σ в (11), (12) и (13) выбираются теми же самыми, что и для соответствующих моделей (4), (5) и (8).

Спектры $S(\Omega)$ и $S(K)$ являются изотропными (ненаправленными), угловое распределение морских волн учитывается с использованием эргодической теоремы, в соответствии с которой усреднение по пространству эквивалентно усреднению по времени.

Дисперсия высот неровностей морской поверхности в момент времени t_0 определяется выражением:

$$\left\langle \xi^2 \right\rangle_{space} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Psi(K_x, K_y) dx dy = \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} \Psi(K, \Theta) K dK d\Theta, \quad (15)$$

где $\Psi(K_x, K_y)$ и $\Psi(K, \Theta)$ – направленные спектры морского волнения в пространстве волновых чисел, $K_x = K \cos \Theta$ и $K_y = K \sin \Theta$ – проекции волнового вектора на оси декартовой системы координат.

Аналогичное усреднение по времени в точке с координатами (x, y) также приводит к определению дисперсии высот неровностей:

$$\left\langle \xi^2 \right\rangle_{time} = \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} \Psi(\Omega, \Theta) d\Omega d\Theta. \quad (16)$$

В соответствии с эргодической теоремой подынтегральные выражения в (15) и (16) должны быть равными:

$$\Psi(\Omega, \Theta) d\Omega = \Psi(K, \Theta) K dK. \quad (17)$$

В частотной области направленный спектр определяется произведением изотропного спектра и функции углового распределения

$$\Psi(\Omega, \Theta) = S(\Omega) \Phi(\Theta), \quad (18)$$

поэтому

$$\Psi(K, \Theta) = \frac{1}{K} S(\Omega) \frac{d\Omega}{dK} \Phi(\Theta) = \frac{1}{K} S(K) \Phi(\Theta). \quad (19)$$

Для дальнейших расчетов нам потребуются как положительные, так и отрицательные значения волновых чисел:

$$S_{\pm}(K) = \begin{cases} S(K)/2, & K \geq 0 \\ S(-K)/2, & K < 0. \end{cases} \quad (20)$$

С учетом этого окончательно получим:

$$\Psi(K, \Theta) = \frac{1}{K} S_{\pm}(K) \Phi(\Theta). \quad (21)$$

Таким образом, направленные спектры Пирсона-Московитца и JONSWAP определяются степенной зависимостью $\Psi(K, \Theta) \sim \Phi(\Theta) K^{-4}$, а для модели Донелана получим $\Psi(K, \Theta) \sim \Phi(\Theta) K^{-7/2}$.

Одна из первых моделей углового распределения $\Phi(\Theta)$ была предложена Лонге-Хиггисом [17]:

$$\Phi_{LH}(\Theta) = \frac{\Gamma(s+1)}{2\sqrt{\pi} \Gamma(s+0,5)} \cos^{2s} \left(\frac{\Theta - \Theta_U}{2} \right), \quad -\pi \leq \Theta \leq \pi \quad (22)$$

где углы Θ и Θ_U определяют направления волн и ветра, параметр s зависит от скорости ветра (с увеличением U параметр s также возрастает), нормировочный

множитель получен из условия $\int_{-\pi}^{\pi} \Phi_{LH}(\Theta) d\Theta = 1$. Видно, что при $\Theta - \Theta_U = \pm\pi$

в угловом распределении $\Phi(\Theta)$ отсутствуют спектральные составляющие, которые распространяются навстречу ветру. В действительности они существуют, поэтому модель (22) была модифицирована [18]:

$$\Phi_{LH}(\Theta) \sim A + (1-A) \cos^s \left(\frac{\Theta - \Theta_U}{2} \right), \quad -\pi \leq \theta \leq \pi \quad (23)$$

где параметр A определяет амплитуду гармоник, направленных противоположно ветровому воздействию, а для показателя степени выбрано обозначение « s » вместо « $2s$ ».

Далее была предложена модель Баннера [19, 20]:

$$\Phi_B(\Theta, K) = \text{sech}^2[b(K)(\Theta - \Theta_U)], \quad (24)$$

где

$$b(K) = \frac{2}{5} + 2,28 \left(\frac{K_p}{K} \right)^{0,65} \quad (25)$$

и модель Апеля [20]:

$$\Phi_A(\Theta, K) = e^{-\frac{(\Theta - \Theta_U)^2}{2\phi_s^2(K)}}, \quad (26)$$

где

$$2\phi_s^2(K) = \frac{1}{0,14 + 5(K_p/K)^{1,3}}. \quad (27)$$

Модели (24) и (26) позволяют установить связь скорости ветра U с угловым распределением гармоник в спектре морского волнения: с ростом U увеличивается длина морских волн и уменьшается их расходимость относительно направления ветрового воздействия, т.е. в области малых волновых чисел спектр становится более «направленным».

На рис. 1 представлены спектры морского волнения (21) при скоростях ветра $U = 5$ м/с и $U = 15$ м/с, полученные по моделям (12) и (24), а также по (13) и (26). Считается, что модель углового распределения Апеля (см. рис. 1.б) лучше соответствует результатам экспериментальных наблюдений [20].

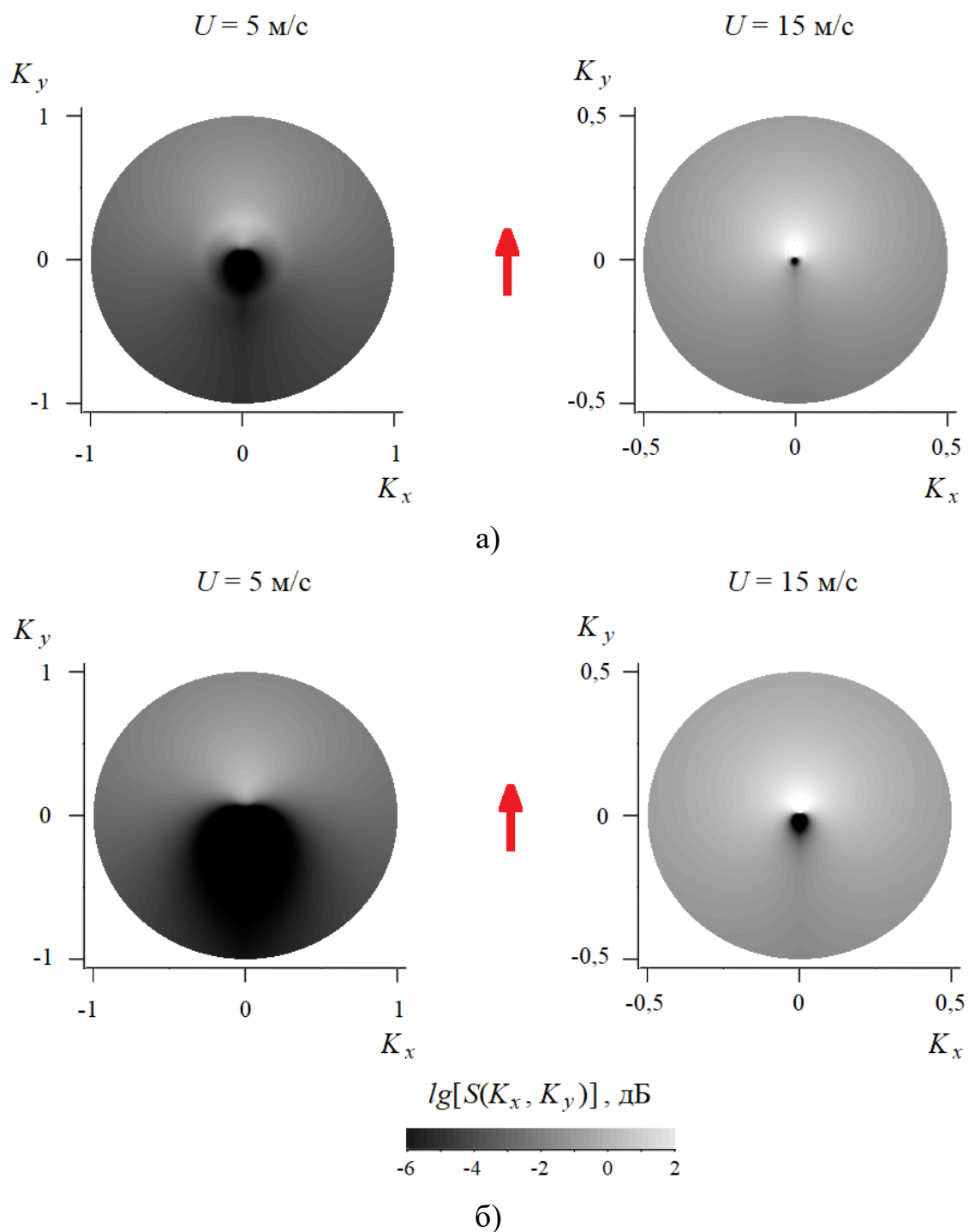


Рис. 1. Спектры морского волнения при скорости ветра $U = 5 \text{ м/с}$ и $U = 15 \text{ м/с}$ по моделям JONSWAP и Баннера (а), Донелана и Апеля (б), стрелкой показано направление ветра.

3. Моделирование морской поверхности

В общем случае положение границы раздела вода-воздух $z = \xi(x, y, t)$ определяется решением нелинейных уравнений, однако если считать, что морская поверхность изменяется только под действием силы тяжести, уравнения становятся линейными и могут быть решены достаточно просто. В рамках такого подхода $\xi(x, y, t)$ можно представить в виде суперпозиции монохроматических плоских волн, которые распространяются в разных направлениях с различными волновыми векторами $\mathbf{K}$:

$$\xi(x, y, t) = \left| \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{\xi}(\mathbf{K}, t) e^{j(K_x x + K_y y)} dK_x dK_y \right|, \quad (28)$$

где $\tilde{\xi}(\mathbf{K}, t)$ – пространственно-временной спектр морской поверхности, который удовлетворяет уравнению [21]:

$$\frac{\partial^2 \tilde{\xi}(\mathbf{K}, t)}{\partial t^2} + \Omega(\mathbf{K}) \tilde{\xi}(\mathbf{K}, t) = 0. \quad (29)$$

Решение (29) имеет вид:

$$\tilde{\xi}(\mathbf{K}, t) = \tilde{\xi}_0(\mathbf{K}) e^{j\Omega(\mathbf{K})t} + \tilde{\xi}_0^*(-\mathbf{K}) e^{-j\Omega(\mathbf{K})t}, \quad (30)$$

где символ «*» означает комплексное сопряжение, $\tilde{\xi}_0(\mathbf{K})$ – комплексная амплитуда гармоники энергетического спектра морского волнения.

Очевидной особенностью ветровых волн является их случайный характер, поэтому комплексная амплитуда определяется следующим образом [22]:

$$\tilde{\xi}_0(\mathbf{K}) = \frac{1}{\sqrt{2}} \eta e^{j\varphi} \sqrt{\Psi(\mathbf{K})}, \quad (31)$$

где η – случайная величина с гауссовым законом распределения на интервале $[0...1]$, φ – случайная величина с равномерным распределением на интервале $[0...2\pi]$, $\Psi(\mathbf{K}) = \Psi(K, \theta)$ – спектр морского волнения (21).

Моделирование случайной реализации взволнованной морской поверхности выполняется в следующей последовательности:

1) Формируются массивы $K_{n,m}$ и $\theta_{n,m}$ с разрешением Δx и Δy по соответствующей координате:

$$K_{n,m} = \sqrt{K_{xn}^2 + K_{ym}^2}, \quad (32)$$

$$\theta_{n,m} = \text{angle}(K_{xn}, K_{ym}) - \pi, \quad (33)$$

где $K_{xn} = \frac{2\pi n}{\Delta x N}$, $K_{ym} = \frac{2\pi m}{\Delta y M}$, $n = -\frac{N}{2}, \dots, \frac{N-1}{2}$, $m = -\frac{M}{2}, \dots, \frac{M-1}{2}$,

$\text{angle}(x, y)$ – угол между осью X и точкой с координатами (x, y) , N и M – количество узлов сетки по координатам x и y .

2) С использованием $K_{n,m}$ и $\theta_{n,m}$ для заданной скорости ветра U создается массив значений $\Psi_{n,m}$ и определяются амплитуды гармоник $\tilde{\xi}_{0n,m}$ и $\tilde{\xi}_{0N_x-n-1, N_y-m-1}^*$.

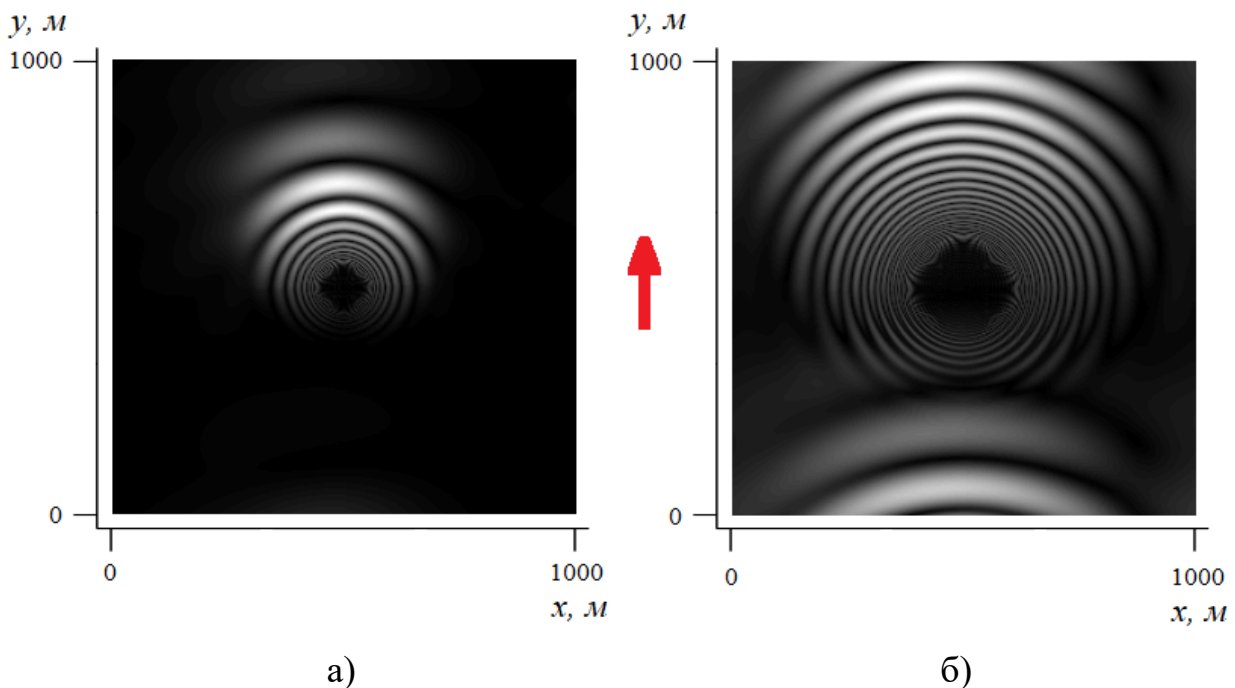
3) Вычисляются элементы массива $\tilde{\xi}(t)_{n,m}$ и выполняется его обратное двумерное преобразование Фурье. Полученный результат (по модулю) дает реализацию взволнованной морской поверхности в момент времени t . Сформированные массивы нормируются так, чтобы дисперсия высот была равна соответствующему значению для выбранной спектральной модели [23]:

$$\sigma_{\xi}^2 = \langle \xi^2 \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Psi(K_x, K_y) dK_x dK_y = \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} \Psi(K, \theta) K dK d\theta = \int_0^{\infty} S(K) dK. \quad (34)$$

Для того, чтобы продемонстрировать возможности рассмотренного алгоритма, сформируем морскую поверхность с использованием спектра Донелана (13) и углового распределения Апеля (26) при $\eta \equiv 1$ и $\varphi \equiv 0$ (в этом случае задача становится детерминированной). На рис. 2 показаны результаты моделирования в области $1000 \text{ м} \times 1000 \text{ м}$ при скорости ветра $U = 15 \text{ м/с}$ в моменты времени $t = 30 \text{ с}$, $t = 60 \text{ с}$, $t = 150 \text{ с}$ и $t = 1000 \text{ с}$ (направление ветра отмечено стрелкой). Представленные результаты были получены на сетке

$N \times M = 512 \times 512$ элементов с разрешением $\Delta x = \Delta y = 2$ м. Видно, что в момент времени $t = 30$ с моделируемая поверхность представляет собой волны, симметричные относительно вертикальной оси, которые распространяются в направлении ветрового воздействия. Далее при $t = 60$ с и $t = 150$ с наблюдается интерференция с аналогичными волнами, источники которых находятся за пределами рассматриваемой области, и в момент времени $t = 1000$ с получается реализация, обусловленная многократной интерференцией (наложением) волн.

На рис. 3 приведены два фрагмента морской поверхности, полученные с использованием двух ансамблей реализаций случайных величин η и φ , для тех же самых спектральных моделей (13) и (26), той же скорости ветра $U = 15$ м/с и момента времени $t = 1000$ с. В отличие от поверхности на рис. 2.г, представленные результаты можно рассматривать как возможные реализации некоторого случайного процесса, однако колебания морской поверхности уже не являются случайными, и это является ключевым моментом при численном моделировании спектров рассеянного морем сигнала [24, 25].



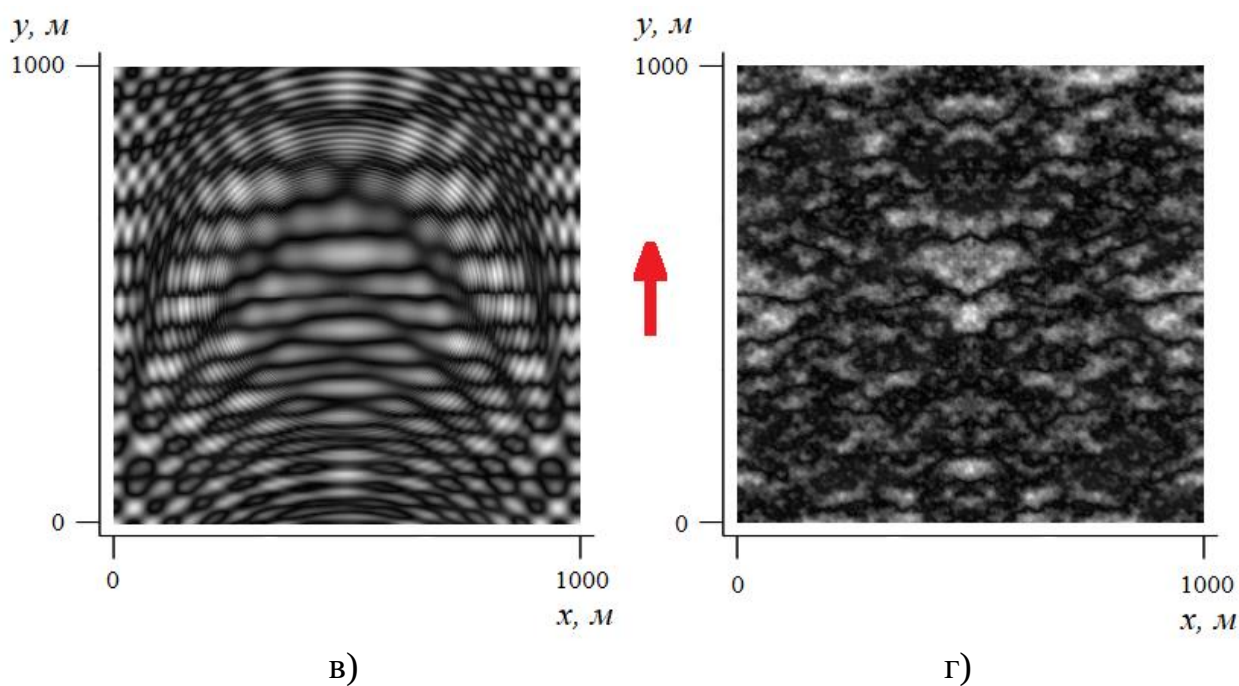


Рис. 2. Детерминированная модель морской поверхности при $U = 15 \text{ м/с}$ в последовательные моменты времени: $t = 30 \text{ с}$ (а), $t = 60 \text{ с}$ (б), $t = 150 \text{ с}$ (в) и $t = 1000 \text{ с}$ (г), стрелкой показано направление ветра.

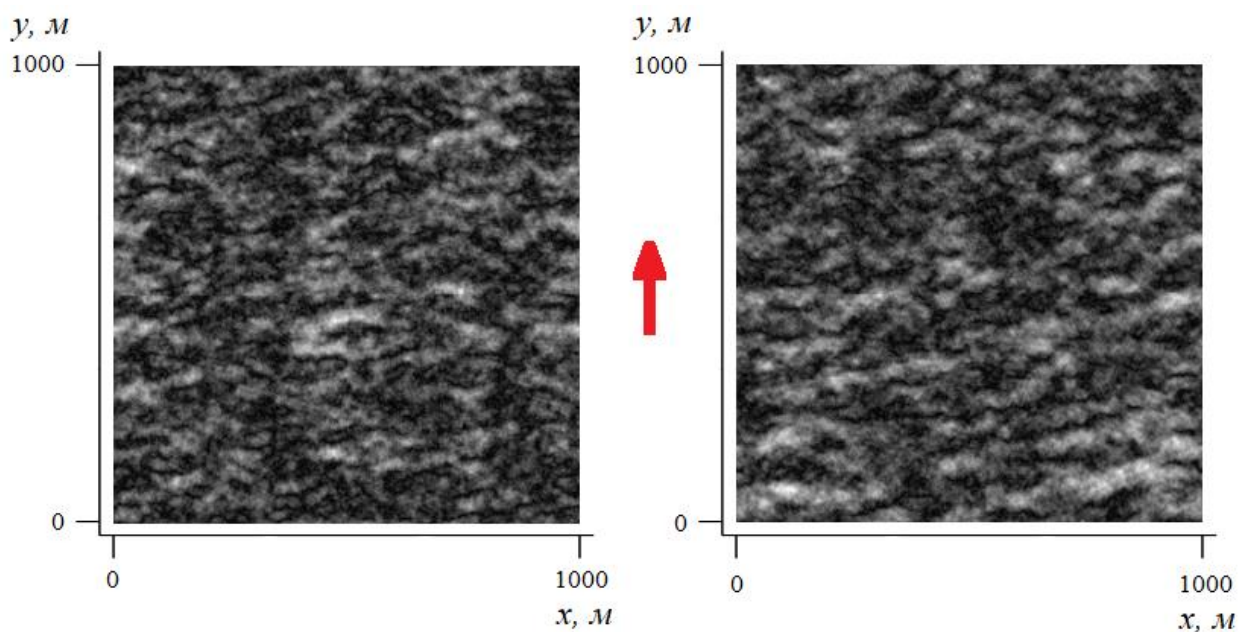


Рис. 3. Случайные реализации морской поверхности при $U = 15 \text{ м/с}$ и $t = 1000 \text{ с}$.

4. Теория брэгговского рассеяния

Если неровности морской поверхности являются малыми и пологими в масштабе длины волны, то в приближении метода малых возмущений можно считать, что при падении электромагнитной волны длиной λ на рассеивающую поверхность выполняется условие [21]:

$$\mathbf{K}_B = k(\boldsymbol{\beta}_\perp - \boldsymbol{\alpha}_\perp), \quad (35)$$

где $\mathbf{K}_B$ – волновой вектор, модуль которого соответствует условию резонансного (брэгговского) рассеяния, $k = 2\pi/\lambda$, $\boldsymbol{\alpha}_\perp$ и $\boldsymbol{\beta}_\perp$ – проекции на плоскость единичных векторов для падающего и рассеянного полей. В случае обратного рассеяния $\boldsymbol{\beta}_\perp = -\boldsymbol{\alpha}_\perp$, при этом $K_B = 2k \sin \theta_i$, где угол падения θ_i отсчитывается от вертикали. Таким образом, основной вклад в интенсивное обратное рассеяние дает гармоника морского волнения, длина которой L связана с длиной электромагнитной волны λ и углом падения θ_i следующим образом:

$$L = \frac{\lambda}{2 \sin \theta_i}, \quad (36)$$

а сдвиг частоты в спектре рассеянного сигнала определяется выражением:

$$F_B = \pm \sqrt{\frac{g}{\pi \lambda \sin \theta_i}}, \quad (37)$$

где знак «+» или «-» выбирается в зависимости от того, в какую сторону (по отношению к наблюдателю) перемещается морская волна, длина которой удовлетворяет условию (36). При скользящем падении $\theta_i \rightarrow \pi/2$ и в этом случае $L = \lambda/2$ и $F_B = \pm \sqrt{g/(\pi \lambda)}$.

Рассмотренный механизм получил название брэгговского или резонансного рассеяния первого порядка, а наблюдаемые максимумы в спектре принятого сигнала стали называть брэгговскими пиками. Реальный спектр является непрерывным, что можно объяснить рассеянием на гармониках морского волнения более высокого порядка, при этом рассмотренная теория пригодна для объяснения различных «порядков» рассеяния [4].

В качестве примера на рис. 4 представлены полученные экспериментально спектры рассеянного морем сигнала на частотах 25,4 МГц [26] и ~160 МГц [2] при скользящем падении и вертикальной поляризации. В соответствии с (37) при отсутствии поверхностных течений брэгговская частота резонансных пиков в КВ- и УКВ-диапазоне $F_B = \pm 0,51$ Гц и $F_B \sim \pm 1,29$ Гц, что примерно соответствует представленным на рис. 4 результатам. Также отметим, что основной вклад в морское волнение дают гравитационные волны длиной от единиц до десятков метров, поэтому в УКВ диапазоне резонансное рассеяние может наблюдаться только при слабой и умеренной скорости ветра.

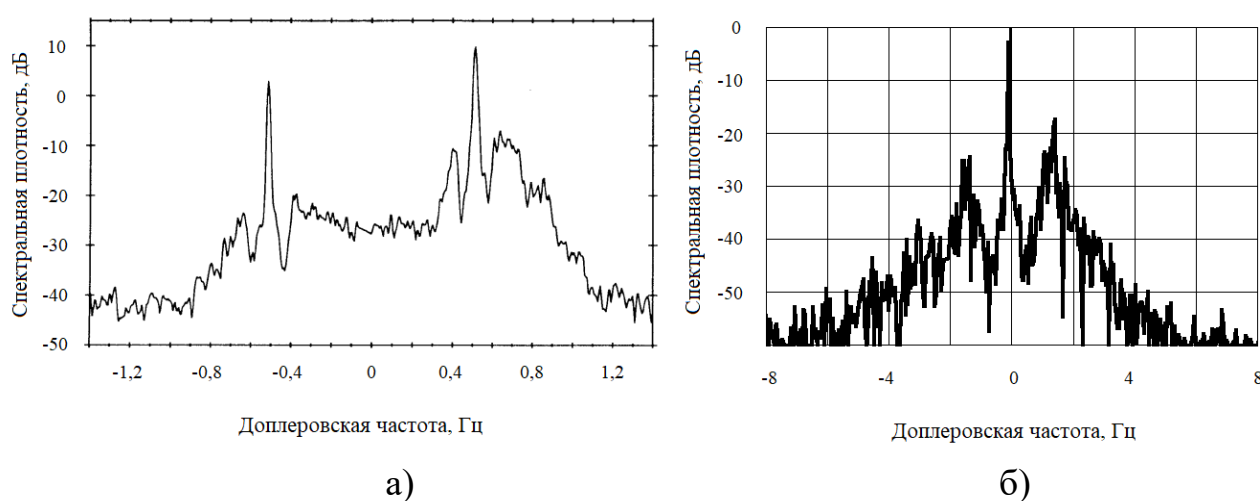


Рис. 4. Спектры обратного рассеяния в КВ- (а) и УКВ- (б) диапазоне.

5. Моделирование спектров рассеянного сигнала

При решении задачи рассеяния радиоволн на морской поверхности сделаем два допущения, которые позволяют существенно уменьшить математические трудности, возникающие при решении данной задачи:

- неровности поверхности считаются цилиндрическими;
- на рассеивающей поверхности выполняется краевое условие Дирихле.

Эти предположения позволяют использовать простые интегральные уравнения Фредгольма первого и второго рода [28, 29] при вычислении поля обратного рассеяния в последовательные моменты времени. На рис. 5 представлена геометрия рассматриваемой задачи, нас интересует случай обратного рассеяния ($\theta_s = \theta_i$, $\mathbf{k}_s = -\mathbf{k}_i$).

При вертикальной поляризации падающего поля задача дифракции на рассеивающей морской поверхности решается с использованием скалярного интегрального уравнения Фредгольма второго рода [28, 29]:

$$-H^i(x) = \frac{1}{2}J(x) + \frac{jk}{4} \int_{-D/2}^{D/2} J(x') H_1^{(2)} \left(k \sqrt{(x-x')^2 + (z(x)-z(x'))^2} \right) \cos \phi \sqrt{1 + \left(\frac{dz(x')}{dx'} \right)^2} dx', \quad (38)$$

где $J(x)$ – искомая плотность поверхностного тока, $H^i(x)$ – падающее поле на рассеивающей поверхности, $H_1^{(2)}(\dots)$ – функция Ганкеля второго рода первого порядка, x и x' – точки наблюдения и интегрирования, $\phi = \arctg(dz(x')/dx') + \arctg[(z(x)-z(x'))/(x-x')]$, поле падающей плоской волны определяется выражением:

$$H^i(x) = e^{-jk[x \sin \theta_i - z(x) \cos \theta_i]}. \quad (39)$$

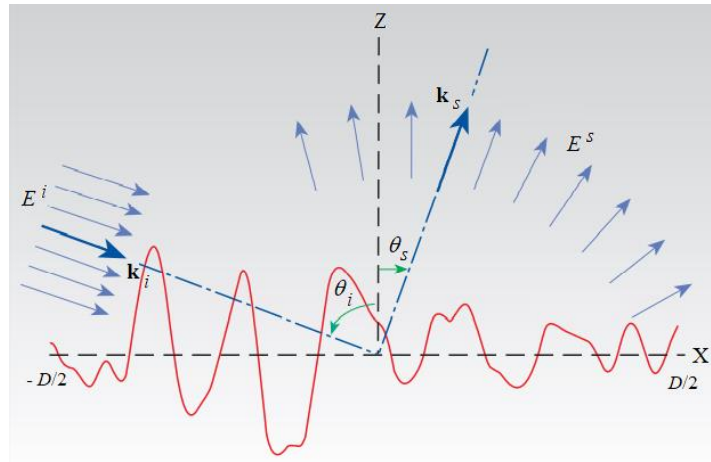


Рис. 5. Падение плоской волны на морскую поверхность [27].

Далее по найденному распределению плотности поверхностного тока вычисляется рассеянное поле в дальней зоне [28, 29]:

$$E^s(R, \theta_s) = Z_0 k \frac{e^{-j \left(kR + \frac{3\pi}{4} \right)}}{\sqrt{8\pi k R}} \times \int_{-D/2}^{D/2} J(x') \cos \phi e^{-jk[x' \sin \theta_s - z(x') \cos \theta_s]} \sqrt{1 + \left(\frac{dz(x')}{dx'} \right)^2} dx', \quad (40)$$

где $Z_0 = 120\pi$ – волновое сопротивление свободного пространства, θ_s – угол рассеяния, равный углу падения θ_i , $\phi = \theta_i + \arctg(dz(x')/dx')$. Отбрасывание в (40) множителя для поля цилиндрической волны дает решение, которое не зависит от расстояния R до точки наблюдения.

При горизонтальной поляризации рассматриваемая задача сводится к ИУ Фредгольма 1-го рода [28, 29]:

$$E^i(x) = \frac{Z_0 k}{4} \int_{-D/2}^{D/2} J(x') H_1^{(2)} \left(k \sqrt{(x-x')^2 + (z(x)-z(x'))^2} \right) \sqrt{1 + \left(\frac{dz(x')}{dx'} \right)^2} dx', \quad (41)$$

где падающее поле $E^i(x)$ определяется правой частью (39), а рассеянное поле в дальней зоне вычисляется следующим образом [28, 29]:

$$E^s(R, \theta_s) = Z_0 k \frac{e^{-j \left(kR + \frac{3\pi}{4} \right)}}{\sqrt{8\pi k R}} \times \int_{-D/2}^{D/2} J(x') e^{-jk[x' \sin \theta_s - z(x') \cos \theta_s]} \sqrt{1 + \left(\frac{dz(x')}{dx'} \right)^2} dx', \quad (42)$$

При решении ИУ (38) и (41) возникает очевидная проблема, связанная с ограничением области расчетов на интервале интегрирования $[-D/2, D/2]$. Если в качестве источника поля рассматривать плоскую волну и не предпринять дополнительных мер, то распределение токов на рассеивающей поверхности будет осциллировать вблизи конечных точек интервала. Однако эти осцилляции лишены физического смысла, поскольку в действительности речь идет о рассеянии на фрагменте морской поверхности, который не имеет резких границ.

Проще всего ограничивать плотность поверхностного тока на концах интервала с использованием весового окна [28, 29], при не слишком больших отклонениях угла падения от вертикали использование такого подхода вполне приемлемо. Однако, при значительных углах отклонения и особенно при скользящем падении радиоволн на морскую поверхность первичное поле следует представить в виде [30, 31, 32]:

$$H^i(x, z) = e^{T(x, z)} e^{-k[x \sin \theta_i - z(x) \cos \theta_i]}, \quad (43)$$

где

$$T(x, z) = -\frac{(x + z \tan \theta_i)^2}{g^2} - j \frac{k(x \sin \theta_i - z \cos \theta_i)}{(kg \cos \theta_i)^2} \left[\frac{2(x + z \tan \theta_i)^2}{g^2} - 1 \right], \quad (44)$$

а параметр g выбирается так, чтобы обеспечить эффективное подавление поля $H^i(x, z)$ или $E^i(x, z)$ на краях интервала интегрирования.

Для численного решения ИУ (38) и (41) следует представить в виде системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ):

$$[Q] = [Z][M], \quad (45)$$

где $[Q]$ определяется падающим полем, $[M]$ – искомая плотность поверхностного тока, а элементы матрицы $[Z]$ вычисляются по изложенной в [28, 29, 33, 34] методике.

С использованием рассмотренной теории были получены спектры обратного рассеяния от морской поверхности по моделям Донелана (13) и Апеля (26) в УКВ диапазоне при вертикальной и горизонтальной поляризации излучения для угла падения от вертикали $\theta_i = 80^\circ$ и зондировании навстречу ветру, что соответствует $\Theta - \Theta_U = \pi$ в (26). На рис. 6, рис. 7 и рис. 8 представлены результаты электродинамического моделирования при длине волны $\lambda = 2$ м и следующих исходных данных: интервал времени между последовательными реализациями (зондированиями) морской поверхности $\Delta t = 0,1$ с, количество (ансамбль) реализаций границы раздела вода-воздух $M = 512$, горизонтальная протяженность профиля морской поверхности $D = 100$ м с количеством точек на профиле $N = 500$, что соответствует интервалу дискретизации $\Delta x = \lambda/10$. Выбранное значение D можно рассматривать как протяженность элемента разрешения, которому соответствует длительность зондирующего импульса без внутриимпульсной модуляции $\tau = 2D/c \approx 0,7$ мкс, где c – скорость света. Для модулированных импульсов

длительность увеличивается пропорционально базе сигнала.

Поскольку основной интерес представляет эволюция спектров рассеянного сигнала при увеличении скорости ветра, все дальнейшие расчеты выполнялись для морского волнения при $\eta \equiv 1$ и $\varphi \equiv 0$ (т.е. по детерминированной модели) и начального момента времени $t = 1000$ с. Отметим, что величина интервала $\Delta t = 0,1$ с была выбрана так, чтобы профиль морской поверхности незначительно изменялся между двумя последовательными зондированиями [35]. В то же время суммарного времени накопления $M \Delta t = 51,2$ с достаточно для того, чтобы произошла существенная эволюция границы раздела вода-воздух. Отметим, что на интервале наблюдения менее одной минуты морское волнение можно считать стационарным случайным процессом. На всех рисунках вертикальными пунктирными линиями отмечены теоретические значения брэгговской частоты (37), соответствующие резонансному рассеянию первого порядка.

На рис. 6 представлены результаты расчетов доплеровских спектров рассеянного сигнала при скорости ветра $U = 3$ м/с для вертикальной и горизонтальной поляризации. Видно, что динамический диапазон смоделированных спектров $\sim 75...80$ дБ, при этом на нулевой доплеровской частоте присутствует мощная спектральная составляющая, которая говорит о наличии постоянного смещения в смоделированном сигнале. Поэтому в дальнейшем из полученных значений рассеянного поля постоянная составляющая будет вычитаться.

Показанные на рис. 6 спектры можно проанализировать с точки зрения теории брэгговского рассеяния. Резонансный пик с положительной доплеровской частотой соответствует гармонике морского волнения, которая «приближается» к наблюдателю (по условию задачи направление зондирования противоположно направлению ветра, т.е. ветер дует на наблюдателя). Амплитуда пиков резонансного рассеяния при вертикальной поляризации примерно на 10...15 дБ больше по сравнению с аналогичными пиками при

горизонтальной поляризации, что соответствует теории [21]. Это приводит к тому, что в области отрицательных доплеровских частот меньший пик практически не наблюдается (данную проблему можно решить при увеличении времени накопления). Отметим, что полученные в результате электродинамического моделирования спектральные составляющие вблизи нулевой доплеровской частоты наблюдались экспериментально (см. рис. 4.б), однако их наличие невозможно объяснить в рамках метода малых возмущений.

На рис. 7 и рис. 8 представлены результаты аналогичных расчетов после вычитания постоянной составляющей рассеянного поля для вертикальной и горизонтальной поляризации при различных скоростях ветра. Видно, что при $U = 3$ м/с и $U = 5$ м/с наблюдается интенсивное брегговское рассеяние с доплеровским сдвигом частоты, которое примерно соответствует теоретическому значению (37). С увеличением скорости ветра от $U = 7$ м/с до $U = 11$ м/с резонансные пики смещаются к центру и рассеяние перестает быть резонансным, что означает нарушение условия применимости метода малых возмущений [21]. При скорости ветра $U = 13$ м/с рассеяние становится полностью нерезонансным.

Для того, чтобы получить более «гладкие» спектры, следует использовать усреднение по методу периодограмм Уэлча или параметрические методы спектрального оценивания аналогично тому, как это было сделано при исследованиях атмосферной турбулентности [36].

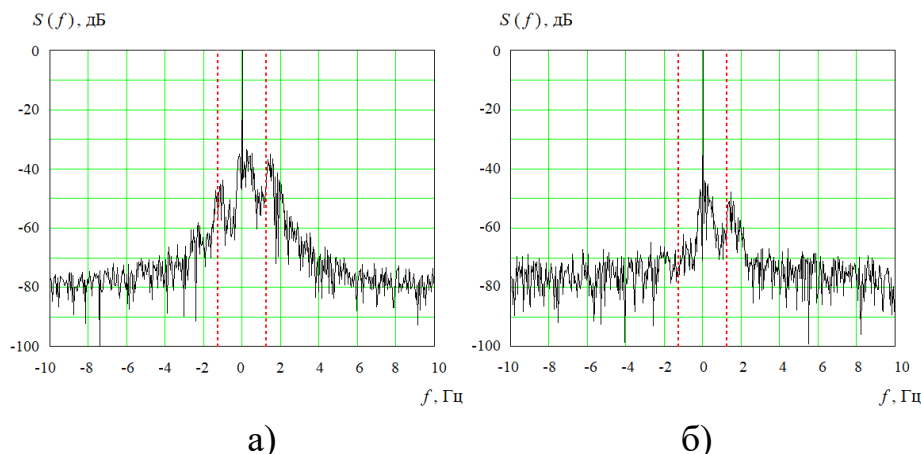


Рис. 6. Спектры обратного при вертикальной (а) и горизонтальной (б) поляризации и скорости ветра $U = 3$ м/с.

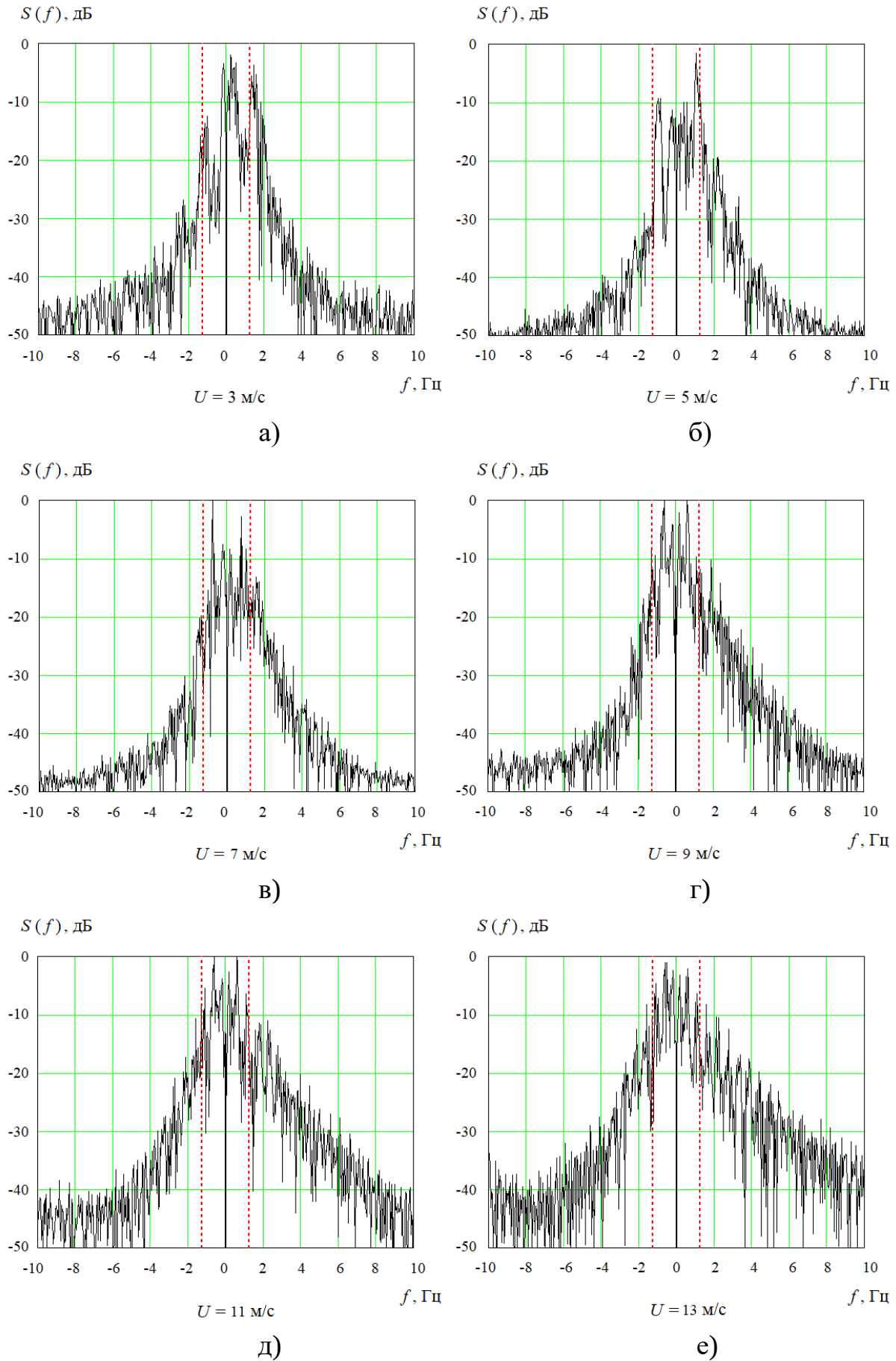


Рис. 7. Спектры обратного рассеяния при вертикальной поляризации и скорости ветра 3 м/с (а), 5 м/с (б), 7 м/с (в), 9 м/с (г), 11 м/с (д), 13 м/с (е).

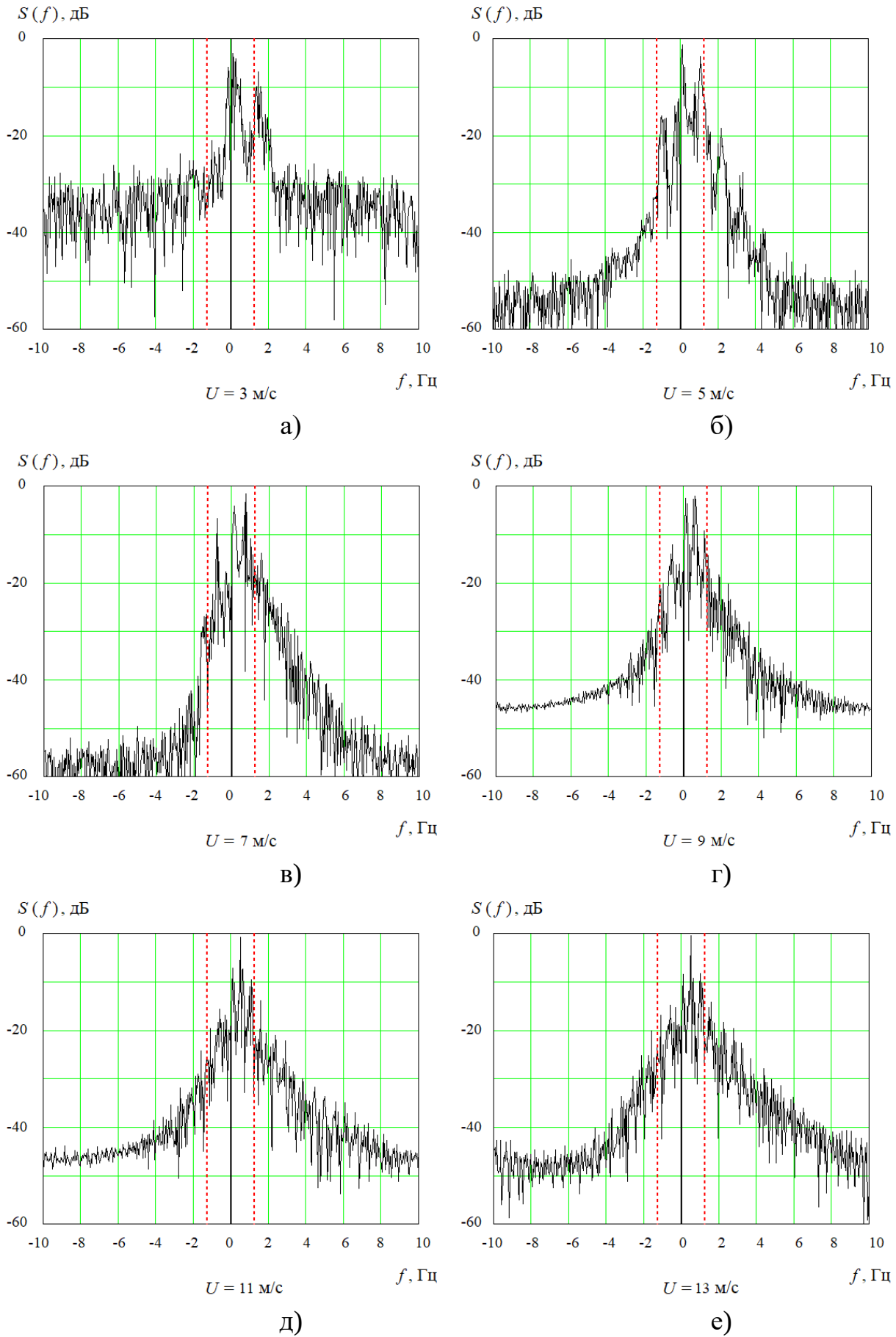


Рис. 8. Спектры обратного рассеяния при горизонтальной поляризации и скорости ветра 3 м/с (а), 5 м/с (б), 7 м/с (в), 9 м/с (г), 11 м/с (д), 13 м/с (е).

Заключение

Таким образом, по результатам проведенных исследований можно сделать вывод о том, что задача моделирования спектров рассеянного морем сигнала УКВ диапазона эффективно решается методом ИУ. В отличие от метода малых возмущений или метода Кирхгофа, которые позволяют исследовать предельные случаи малых или больших неровностей, метод ИУ дает возможность рассмотреть наиболее интересный случай, когда высота морских волн соизмерима с длиной волны, падающей на рассеивающую поверхность (считается, что в Мировом океане среднее значение высоты волн $\langle h_s \rangle = 2,7$ м). Результаты моделирования, выполненные при угле падения от вертикали $\theta_i = 80^\circ$ и различных скоростях ветра, позволяют проследить эволюцию спектров рассеянного сигнала, которая заключается в переходе от резонансного (брэгговского) к нерезонансному рассеянию при увеличении степени морского волнения. В заключение отметим, что смоделированные спектры УКВ диапазона соответствуют результатам экспериментальных исследований (при отсутствии поверхностных течений) несмотря на то, что исходная задача рассеяния радиоволн на взволнованной морской поверхности решалась в упрощенной постановке.

Финансирование: Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (проект № FZGM-2025-0002).

Литература

1. Barrick D., Snider J. The statistics of HF sea-echo Doppler spectra // IEEE Journal of Oceanic Engineering. – 1977. – Т. 2. – №. 1. – С. 19-28.
2. Федоров И.Б., Слукин Г.П., Ахияров В.В. Исследование спектральных характеристик рассеянного морем сигнала и дифракционного затухания вдоль трассы распространения радиоволн // Успехи современной радиоэлектроники. – 1999. – №. 5. – С. 3-21.
3. Long A., Trizna D. Mapping of North Atlantic winds by HF radar sea backscatter interpretation // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 1973. – Т. 21. – №. 5. – С. 680-685.
4. Trizna D. et al. Directional sea spectrum determination using HF Doppler radar techniques // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 1977. – Т. 25. – №. 1. – С. 4-11.
5. Saviano S. et al. Wind direction data from a coastal HF radar system in the Gulf of Naples (Central mediterranean Sea) // Remote Sensing. – 2021. – Т. 13. – №. 7. – С. 1333.
6. Шулейкин В.В. Физика моря. – М.: Наука, 1968.
7. Захаров В.Е., Бадулин С.И. О балансе энергии ветровых волн // Доклады Академии наук. – Федеральное государственное бюджетное учреждение «Российская академия наук». 2011. – Т. 440. – №. 5. – С. 691-695.
8. Голицын Г.С. Энергетический цикл ветровых волн на поверхности океана // Известия Российской академии наук. Физика атмосферы и океана. – 2010. – Т. 46. – №. 1. – С. 10-18.
9. Phillips O.M. The equilibrium range in the spectrum of wind-generated waves // Journal of Fluid Mechanics. – 1958. – Т. 4. – №. 4. – С. 426-434.
10. Pierson W.J., Jr., Moskowitz L. A Proposed Spectral Form for Fully Developed Wind Seas Based on the Similarity Theory of S.A. Kitaigorodskii // Journal of Geophysical Research. – 1964. Т. 69. – №. 24. – С. 5181-5190.

11. Hasselmann K. et al. Measurements of wind-wave growth and swell decay during the Joint North Sea Wave Project (JONSWAP) // *Ergaenzungsheft zur Deutschen Hydrographischen Zeitschrift, Reihe A.* – 1973.
12. Захаров В.Е., Филоненко Н.Н. Спектр энергии для стохастических колебаний поверхности жидкости // *Доклады Академии наук.* – Российская академия наук, 1966. – Т. 170. – №. 6. – С. 1292-1295.
13. Toba Y. Toba Y. Local balance in the air-sea boundary processes: III. On the spectrum of wind waves // *Journal of the Oceanographical Society of Japan.* – 1973. – Т. 29. – №. 5. – С. 209-220.
14. Phillips O.M. Spectral and statistical properties of the equilibrium range in wind-generated gravity waves // *Journal of fluid mechanics.* – 1985. – Т. 156. – С. 505-531.
15. Donelan M.A., Hamilton J., Hui W.H. Directional Spectra of Wind-Generated Waves // *Phil. Trans. Roy. Soc. Ser.A.* 1985. – Pp. 509-562.
16. Голицын Г.С., Троицкая Ю.И., Байдаков Г.А. Анализ частотных спектров морского волнения и законов разгона с точки зрения вероятностных законов А.Н. Колмогорова и его школы // *Известия Российской академии наук. Физика атмосферы и океана.* – 2021. – Т. 57. – №. 1. – С. 67-73.
17. Longuet-Higgins M.S. The directional spectrum of ocean waves, and processes of wave generation // *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences.* – 1962. – Т. 265. – №. 1322. – С. 286-315.
18. Tyler G.L. et al. Wave directional spectra from synthetic aperture observations of radio scatter // *Deep Sea Research and Oceanographic Abstracts.* – Elsevier, 1974. – Т. 21. – №. 12. – С. 989-1016.
19. Banner M.L. Equilibrium spectra of wind waves // *Journal of Physical Oceanography.* – 1990. – Т. 20. – №. 7. – С. 966-984.
20. Apel J.R. An improved model of the ocean surface wave vector spectrum and its effects on radar backscatter // *Journal of Geophysical Research: Oceans.* – 1994. – Т. 99. – №. C8. – С. 16269-16291.

21. Басс Ф.Г., Фукс И.М. Рассеяние волн на статистически неровной поверхности. – М.: Наука, 1972.
22. Miranda J. et al. Time-dependent sea surface numerical generation for remote sensing applications // Proceedings. 2005 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium, 2005. IGARSS'05. – IEEE, 2005. – Т. 4. – С. 2527-2530.
23. Elfouhaily T., Chapron B., Katsaros K.A. Unified directional spectrum for long and short wind-driven waves // Journal of Geophysical Research, 1997. – Т. 102. – №. С7. – С. 15781-15796.
24. Ахияров В.В., Ищенко Е.А., Пастернак Ю.Г., Проскурин Д.К. Решение задачи обратного рассеяния на движущейся морской поверхности. 1. Моделирование морской поверхности // Сборник трудов XXXI Международной научно-технической конференции «Радиолокация, навигация, связь», Воронеж 15–17 апреля, 2025. – Т. 4. – С. 302-308.
25. Ахияров В.В., Ищенко Е.А., Пастернак Ю.Г., Проскурин Д.К. Решение задачи обратного рассеяния на движущейся морской поверхности. 2. Моделирование спектра обратного рассеяния // Сборник трудов XXXI Международной научно-технической конференции «Радиолокация, навигация, связь», Воронеж 15–17 апреля, 2025. – Т. 4. – С. 309-318.
26. Atanga J.N., Wyatt L.R. Comparison of inversion Algorithms for HF Radar Wave Measurements // IEEE Journal of Oceanic engineering. – 1997. – Т. 22. №. 4. – С. 593-603.
27. Donohue D.J. et al. Direct numerical simulation of electromagnetic rough surface and sea scattering by an improved banded matrix iterative method // Johns Hopkins APL Technical Digest. – 1997. – Т. 18. – №. 2. – С. 204-216.
28. Axline R., Fung A. Numerical computation of scattering from a perfectly conducting random surface // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 1978. – Т. 26. – №. 3. – С. 482-488.

29. Fung A.K., Fung A.K., Chen M.F. Numerical simulation of scattering from simple and composite random surfaces // Journal of the Optical Society of America A. – 1985. – Т. 2. – №. 12. – С. 2274-2284.
30. Toporkov J.V., Awadallah R.S., Brown G.S. Issues related to the use of a Gaussian-like incident field for low-grazing-angle scattering // Journal of the Optical Society of America A. – 1999. – Т. 16. – №. 1. – С. 176-187.
31. Ахияров В.В. Численное решение задачи рассеяния на статистически неровной поверхности // Успехи современной радиоэлектроники. – 2012. – №. 5. – С. 3-14.
32. Ахияров В.В. Рассеяние на статистически неровной поверхности с произвольными корреляционными свойствами // Журнал радиоэлектроники. – 2012. – №. 2.
33. Ахияров В.В. Методы численного решения задачи дифракции радиоволн над земной поверхностью // Электромагнитные волны и электронные системы. – 2010. – Т. 15. – №. 3. – С. 39-46.
34. Ахияров В.В., Чернавский С.В. Использование численных методов для изучения условий распространения радиоволн // Радиотехника. – 2011. – №. 10. – С. 100-110.
35. Toporkov J.V., Brown G.S. Numerical simulations of scattering from time-varying, randomly rough surfaces // IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing. – 2002. – Т. 38. – №. 4. – С. 1616-1625.
36. Ахияров В.В. Распространение и рассеяние радиоволн // Успехи современной радиоэлектроники. – 2008. – №. 12. – С. 3-25.

Для цитирования:

Ахияров В.В., Ищенко Е.А., Пастернак Ю.Г., Проскурин Д.К. Численное решение задачи обратного рассеяния радиоволн от морской поверхности методом интегральных уравнений // Журнал радиоэлектроники. – 2026. – №. 6. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2026.6.5>