

## ОБ АБЕРРАЦИЯХ В ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ ДВУХЗЕРКАЛЬНЫХ АНТЕННАХ

А.С.Венецкий, В.А.Калошин

Институт радиотехники и электроники им. В.А.Котельникова РАН  
Avenetsky@yandex.ru, vak@cplire.ru

Приведен краткий вывод и анализ формулы, описывающей фазовый фронт в апертуре осесимметричной двухзеркальной антенны при продольном и поперечном смещении источника из фокуса. Формула учитывает все виды aberrаций эйконала с точностью до 3-го порядка малости относительно величины смещения облучателя. Проведено сравнение распределений величины эйконала в апертуре антенны, рассчитанных на основе полученной формулы и путем точного геометрикооптического расчета для системы Кассегрена.

Классическая теория aberrаций, использующая разложение эйконала по степеням смещения источника и точки наблюдения широко используется при анализе и оптимизации оптических систем [1]. Этот аппарат весьма эффективен при анализе параксиальных лучей. Для широкоугольных систем он приводит к необходимости учета aberrаций высоких порядков, что приводит к сложности соответствующих формул и, как следствие, необходимости использования численных методов в задачах оптимизации. Такая ситуация, в частности, характерна для двухзеркальных систем, используемых в качестве антенн [2]. Использование электродинамической модели для оптимизации параметров требует еще большего машинного времени [3,4]. В случае небольших смещений источника для вычисления aberrаций можно воспользоваться хорошо известной замкнутой формулой для первого члена разложения эйконала по степеням этого смещения [1]. Однако для значительных смещений и апланатических систем, где этот член отсутствует, необходим учет, по крайней мере, следующего члена. В работе [5] формула для aberrаций эйконала, зависящих от двух первых степеней смещения источника из фокуса, была получена для точек на кромке линзы. В данной работе получена формула, описывающая два первых члена разложения эйконала в апертуре осесимметричной двухзеркальной антенны произвольной геометрии по степеням величины смещения источника.

Рассмотрим осесимметричную двухзеркальную антенну с вынесенным из фокуса

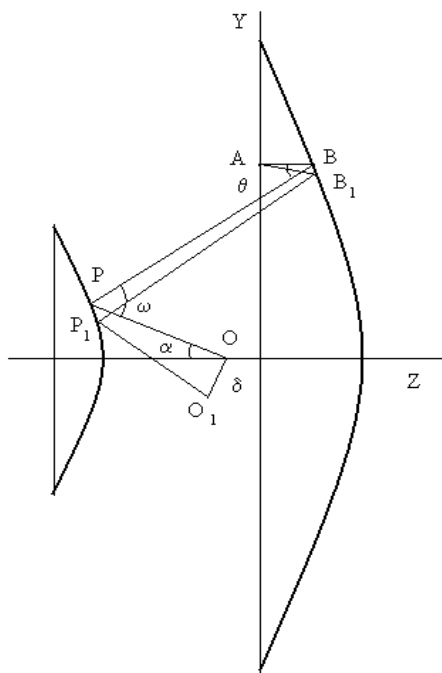


Рис. 1. Геометрия лучей в сагиттальной

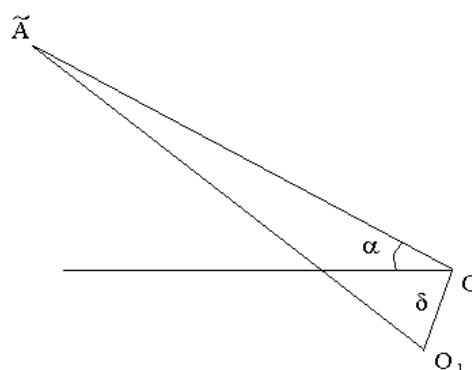


Рис.2 Треугольник, образованный

плоскости «выпрямленными» лучами источником (Рис.1). При расположении источника в фокусе  $O$  антенны в апертуре главного зеркала формируется синфазный фронт. Пусть точка  $O_1$  - положение смещенного источника. Плоскость  $YOZ$  в которой смещен источник – сагиттальная плоскость,  $XOZ$  – меридиональная плоскость. Найдем величину эйконала поля источника после двух отражений в произвольной точке  $A$  апертуры главного зеркала. В силу осевой симметрии антенны удобно задавать ее полярными координатами  $r$  и  $\varphi$ . Сначала выберем точку  $A$ , лежащую в сагиттальной плоскости. В этой плоскости  $\varphi=0$  и  $\varphi=\pi$ . Для определенности примем  $\varphi=0$  (верхняя полуплоскость на рис.1). Поместим в точку  $A$  источник со сферическим фронтом. Пусть один из лучей, выходящих из источника и лежащих в сагиттальной плоскости попадет в фокус системы  $O$ , а другой – в смещенный источник  $O_1$ . Эйконал луча от точки  $A$  до точки  $O_1$  -  $\Phi(AO_1)$  является искомым. Выразим этот эйконал через эйконал луча от апертуры до фокуса  $O$  -  $\Phi(AO)$ , величина которого предполагается известной. Лучи, изображенные на рис.1 представляют собой линейно-ломанные линии. Если зеркала являются плоскими, то при отражении от них в точках  $B, B_1$  и  $P, P_1$  линейно-ломанных лучей, они становятся прямыми и образуют треугольник  $\tilde{A}OO_1$ , изображенный на рис.2. В полученном треугольнике сторона  $|\tilde{A}O| = |AB| + |BP| + |PO|$ , т.е. равна известному эйконалу  $\Phi(AO)$ , а сторона  $|\tilde{A}O_1| = |AB_1| + |B_1P_1| + |P_1O_1|$  равна эйконалу  $\Phi(AO_1)$ , который является искомым. Из треугольника  $\tilde{A}OO_1$  находим

$$\Phi(AO_1) = |\tilde{A}O_1| = \sqrt{\tilde{A}O^2 + \delta^2 + 2\tilde{A}O\delta_y \sin \alpha - 2\tilde{A}O\delta_z \cos \alpha}$$

где  $\delta^2 = \delta_y^2 + \delta_z^2$ .

Полученная формула верна с точностью до членов второго порядка малости по  $\delta$ . Для получения точности порядка  $\delta^2$  необходимо учитывать кривизну зеркал. В этом случае для построения треугольника  $\tilde{A}OO_1$  лучи  $PO$  и  $P_1O_1$  надо продолжить до их пересечения. Рассматривая последовательные отражения лучей от зеркал, можно показать, что в этом треугольнике

$$\tilde{A}O = \frac{AB}{(1+C_B)(1+C_P)} + \frac{BP}{1+C_P} + PO, \quad (1)$$

где

$$C_B = \frac{2K_B AB}{\cos(\theta/2)}, \quad C_P = \frac{2K_P T}{\cos(\omega/2)}, \quad T = \frac{AB}{1+C_B} + BP,$$

$K_B$  и  $K_P$  – значения кривизны зеркал в точках  $B$  и  $P$ .

Находя разность эйконалов лучей  $\tilde{A}O$  и  $\tilde{A}O_1$ , можно найти  $\Phi(AO_1)$  при  $\varphi=0$ :

$$\Phi(AO_1) = AO + \sqrt{\tilde{A}O^2 + \delta^2 + 2\tilde{A}O\delta_y \sin \alpha - 2\tilde{A}O\delta_z \cos \alpha} - \tilde{A}O.$$

Можно показать, что в случае произвольного координаты  $\varphi$  точки  $A$  формула для эйконала примет вид:

$$\Phi(AO_1) = AO + \sqrt{\tilde{A}O^2 + \delta^2 + 2\tilde{A}O\delta_y \sin \alpha \cos \varphi - 2\tilde{A}O\delta_z \cos \alpha} - \tilde{A}O,$$

Разлагая приведенное выражение в ряд по степеням  $\delta$  до членов 2-го порядка, и выражая  $\cos^2 \varphi$  через  $\cos 2\varphi$ , приведем выражение для эйконала в произвольной точке апертуры с координатами  $r, \varphi$  к виду:

$$\Phi(r, \varphi) = A(r) + B(r) \cos \varphi + C(r) \cos 2\varphi, \quad (2)$$

где

$$A(r) = AO - \delta_z \cos \alpha + \frac{\delta_y^2}{4\tilde{AO}}(\cos^2 \alpha + 1) + \frac{\delta_z^2}{2\tilde{AO}} \sin^2 \alpha,$$

$$B(r) = \delta_y \sin \alpha + \frac{\delta_y \delta_z}{2\tilde{AO}} \sin 2\alpha,$$

$$C(r) = -\frac{\delta_y^2}{4\tilde{AO}} \sin^2 \alpha.$$

В выражение для  $\tilde{AO}$  входят отношения кривизны зеркал в точках  $B$  и  $P$  к косинусу угла падения лучей. Эти отношения можно выразить через закон отображения  $r = M(\alpha)$  точек на фронте источника, падающего на вспомогательное зеркало под углом  $\alpha$  и точек апертуры главного зеркала, заданных их расстоянием  $r$  от оси:

$$\frac{2K_P}{\cos(\omega/2)} = \pm \frac{1}{\rho d} (M'(\alpha) - \rho - d),$$

$$\frac{2K_B}{\cos(\theta/2)} = \frac{\rho - M'(\alpha)}{M'(\alpha)d},$$

где  $\rho = OP$ ,  $d = BP$ , знак «+» соответствует направлению выпуклости в антенне, показанной на рис.1, а знак «-» – выпуклости в противоположном направлении. С учетом полученных выражений формулу (1) можно привести к виду:

$$\frac{1}{\tilde{AO}} = \frac{1}{\rho} \left( 1 - \frac{d}{M'(\alpha)} \right) - \frac{t}{(M'(\alpha))^2}, \quad (3)$$

где  $t = AB$ . Таким образом, формула (2) с учетом (3) описывает приближенную с точностью до величины смещения источника в третьей степени величину эйконала в апертуре антенны.

Анализ точности полученной формулы (2) проведем на примере классической двухзеркальной системы Кассегрена с параметрами: диаметр апертуры главного зеркала  $D=1$ , вспомогательного зеркала  $D_s=0.38$ , расстояние между зеркалами на оси системы  $d_0=0.3$ . Фокус системы расположен на главном зеркале. Рассмотрим одинаковые поперечное и продольное смещения источника  $\delta_y=\delta_z=0.0964$ , что примерно соответствует одной десятой эквивалентного фокуса системы.

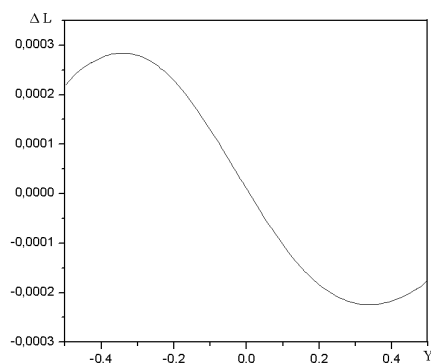


Рис.3 Разность приближенного и точного значения эйконала на оси Y при ортогональном смещении источника

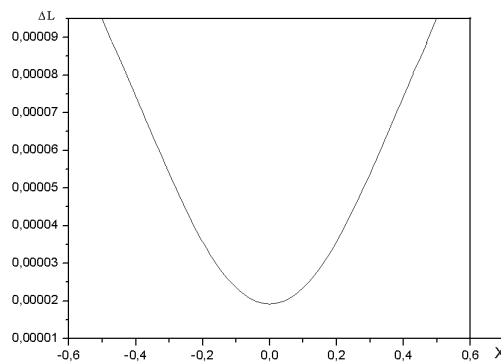


Рис.4. Разность приближенного и точного значения эйконала на оси X при ортогональном смещении источника

На рисунках 3 и 4 приведены графики разности эйконалов на выходной апертуре, соответственно, в сагиттальной и меридиональной плоскостях для

ортогонального смещения источника, рассчитанные по формуле (2) и путем точного геометрикооптического расчета. Для продольного смещения источника эти разности в сагиттальной и меридиональной плоскостях совпадают и приведены на рис.5.

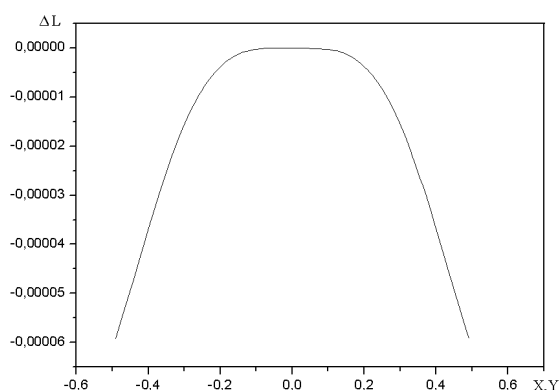


Рис.5 Разность приближенного и точного значения эйконала при продольном смещении источника

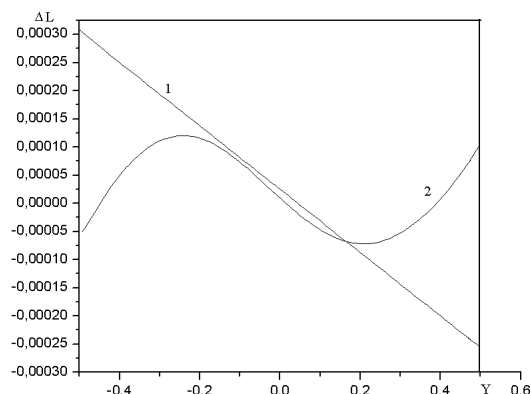


Рис.6. Линейная и нелинейная части разности приближенного и точного значения эйконала на оси Y при ортогональном смещении источника

На рис.6 линиями 1,2 приведены, соответственно, линейная и нелинейная часть разности эйконалов на выходной апертуре в сагиттальной плоскости для ортогонального смещения источника, рассчитанных по формуле (2) и путем точного геометрикооптического расчета.

Из анализа кривых на рисунках 3-6 следует:

1. Величина погрешности формулы (2) при вычислении эйконала в апертуре антенны меньше 0,001, что соответствует величине смещения источника в третьей степени.
2. Величина погрешности в меридиональной плоскости при одинаковом продольном и поперечном смещениях источника одного порядка (0,0001) .
3. При выделении линейной части у разности эйконалов в сагиттальной плоскости при поперечном смещении источника, нелинейная часть, описывающая абберации порядка 0.0001, т.е. ошибка вычисления абберации того же порядка, что и в меридиональной плоскости.
4. Компенсация аббераций, возникающих в меридиональной плоскости при поперечном смещении источника за счет его продольного смещения возможна только частично, поскольку в сагиттальной плоскости абберации при этом соответственно возрастают.

В заключение отметим, что выражение для фазы поля в апертуре антенны получается из выражения для эйконала (2) умножением на электрический размер диаметра главного зеркала. Если полагать допустимой ошибку фазы равную  $20^0$ , то полученная формула позволяет рассчитать фазовые абберации в апертуре антенны диаметром до 500 длин волн при отклонении луча до  $5^0$  .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. М.Борн, Э.Вольф, Основы оптики, М.: Наука, 1970.
2. Л.Д.Бахрах, Г.К.Галимов, Зеркальные сканирующие антенны, М.: Наука, 1981.
3. В.А.Калошин, Е.В.Фролова Характеристики осесимметричных двухзеркальных апланатических антенн // Антенны, 2006, № 7.
4. В.А.Калошин, Е.В.Фролова, Характеристики офсетных двухзеркальных апланатических антенн // Антенны, 2008, № 10.
5. В.А.Калошин Об абберациях в апланатических линзовых антеннах // Журнал радиоэлектроники- 2001, №3, <http://jre.cplire.ru>.