

# МЕТОД СИНТЕЗА АНТЕННОЙ РЕШЕТКИ ПО ТРЕБОВАНИЯМ К ФОРМЕ ДИАГРАММЫ НАПРАВЛЕННОСТИ И ВАРИАЦИИ НОРМЫ ТОКА В РАСКРЫВЕ\*

Мищенко С.Е.

Ростовская академия сервиса ЮРГУЭС

Махов Д.С., Старченко А.В.

Ростовский военный институт ракетных войск

*Предложен метод решения двухкритериальной задачи синтеза антенной решетки на основе пересечения нечетких множеств требований к величине отклонения синтезированной диаграммы направленности от заданной диаграммы направленности и вариации нормы токов в раскрыве антенны.*

## Введение

Классическая постановка задачи синтеза антенной решетки (АР) содержит целевую функцию и ряд ограничений. Как правило, в качестве целевой функции задачи аппроксимационного синтеза используется диаграммный функционал, характеризующий отклонение синтезированной диаграммы направленности (ДН) от заданной ДН [1]. В монографии [2] в качестве целевой функции используется вариации нормы токов в раскрыве антенны. Ограничениями задачи могут являться как дополнительные требования к форме ДН, так и ограничения на искомые параметры АР. Наличие ограничений, которые в ряде случаев не менее важны, чем требования к целевой функции, приводят к квазиоптимальному решению задачи синтеза АР [3]. Недостатком квазиоптимального решения является отсутствие проверки на устойчивость решения при изменениях ограничений. Преодоление данного недостатка возможно на основе применения методов синтеза многокритериальных задач.

В докладе предлагается метод решения двухкритериальной задачи амплитудно-фазового синтеза АР по требованиям к минимальности среднеквадратического отклонения синтезированной ДН от заданной ДН и вариации нормы токов в раскрыве АР.

## 1. Метод решения задачи

Рассмотрим  $N$ -элементную АР, ДН излучателей которой описываются комплексными функциями  $f_n(u)$  ( $n=1,2,\dots,N; u \in [-1;1]$ ).

Пусть требования к ДН АР определяются с помощью функции  $D(u)$ .

Требуется найти комплексные амплитуды возбуждения излучателей АР  $A_n$  ( $n=1,2,\dots,N$ ), наилучшим образом удовлетворяющие критериям:

$$Q_1(A_n) = \left[ \int_{-1}^1 |D(u) - F(u)|^2 du \right]^{0.5} \rightarrow \min; \quad (1)$$

$$Q_2(A_n) = \left[ \sum_{n=1}^N |A_n|^2 \right]^{0.5} \rightarrow \min, \quad (2)$$

где  $F(u) = \sum_{n=1}^N A_n f_n(u)$ .

Для решения задачи введем функции предпочтения по каждому требованию в виде:

$$\mu_i(Q_i) = \left( \min \{Q_i\} / Q_i \right)^{k_i}; \quad i = 1, 2, \quad (3)$$

где  $k_i$  – параметры, которые характеризуют степень размытости множества. Из соображений симметрии параметры  $k_i$  сначала выбираются равными единице.

Для решения сформулированной задачи необходимо получить ранжированное множество допустимых решений  $\{\mathbf{A}\}$ .

В соответствии с результатами [1,2] решение задачи аппроксимационного синтеза по критерию (1) может быть получено из решения системы линейных алгебраических уравнений вида:

$$\sum_{n=1}^N A_n S_{n,m} = \eta_m, \quad m = 1, 2, \dots, N, \quad (4)$$

где

$$S_{n,m} = \int_{-1}^1 f_n(u) f_m^*(u) du; \quad \eta_m = \int_{-1}^1 D(u) f_m^*(u) du. \quad (5)$$

Данному решению на множестве допустимых решений  $\{\mathbf{A}\}$  соответствует минимальное значение целевой функции  $Q_1$ , но при этом функция  $Q_2$  имеет наибольшее значение. В соответствии с выводами [2] снижение величины  $Q_2$  может быть достигнуто с помощью параметра  $\nu$ , который подчеркивает главную диагональ матрицы  $\mathbf{S}$ .

Таким образом, ранжированное множество допустимых решений может быть получено путем решения системы уравнений вида:

$$\sum_{n=1}^N A_n S_{n,m} + \nu A_m = \eta_m. \quad (6)$$

При увеличении коэффициента  $\nu$  обусловленность матрицы коэффициентов при неизвестных возрастает. В предельном случае, когда величина  $\nu$  существенно превышает любые значения матрицы  $\mathbf{S}$ , решение системы уравнений (6) с точностью до постоянного множителя равно  $A_n = \eta_n$  ( $n = 1, 2, \dots, N$ ). Такому решению соответствует минимальная вариация нормы токов.

Итак, все множество решений  $\{\mathbf{A}\}$  может быть выстроено в порядке возрастания коэффициента  $\nu$ . Это позволяет получить значения функций принадлежности требований к антенне (1) и (2), как функций параметра  $\nu$ , т.е. функций  $\mu_i(\nu)$ .

Следующим этапом решения рассматриваемой задачи синтеза является построение размытых множеств  $\{P_i\}$ , задаваемых в пространстве допустимых решений по отдельным требованиям к АР с функциями принадлежности  $\xi_i(A_n(\nu))$ , отражающими степень предпочтения требований (1) и (2).

Функции принадлежности  $\xi_i(A_n(\nu))$  свяжем с функциями  $\mu_i(\nu)$  выражениями вида:

$$\xi_i(A_n(\nu)) = [\mu_i(\nu)]^{\alpha_i}, \quad (7)$$

где параметр  $\alpha_i$  учитывает степень предпочтения, отдаваемого отдельному требованию.

Для построения пересечения размытых множеств  $\{P\}$  воспользуемся мультипликативной формой представления функции принадлежности множества пересечения  $\xi(v)$  через функции принадлежности составляющих множеств  $\xi_i(A_n(v))$ :

$$\xi(v) = [\mu_1(v)]^{\alpha_1} [\mu_2(v)]^{\alpha_2}. \quad (8)$$

Данная форма учитывает степени предпочтения отдельных требований задачи и является дифференцируемой. Это является важным при определении устойчивости полученного решения. Множество  $\{P\}$  считается устойчивым, если при вариации функций принадлежности  $\xi_i(A_n(v))$  в заданных пределах порядок элементов ранжированного множества  $\{P\}$  не меняется.

## 2. Численные исследования

Рассмотрим в качестве примера 32-х элементную линейную эквидистантную АР излучателей с шагом  $d = 0,52\lambda$ , ДН которых определяются функциями вида:

$$f_n(u) = \cos(0,5\pi u) \exp(ikx_n u), \quad (9)$$

где  $x_n$  – координата размещения  $n$ -го излучателя.

Пусть в качестве заданной ДН определена безлепестковая ДН вида:

$$D(u) = \begin{cases} \cos(gu), & |u| < u_0; \\ 0,01, & |u| \geq u_0, \end{cases} \quad (10)$$

где  $g = 17$ ;  $u_0 = 0,09$ .

Необходимо найти решение задачи, наилучшим образом удовлетворяющее равнозначным требованиям (1) и (2) с использованием функций принадлежности вида (3).

Максимальные значения матрицы  $S$  достигаются при  $n = m$  и равны 2. Поэтому при решении задачи параметр  $v$  будем изменять в диапазоне  $[0;40]$ .

На рис. 1 и 2 представлены зависимости целевых функций  $Q_1(v)$  и  $Q_2(v)$ . Из сравнения рисунков следует вывод о противоречивости сформулированных критериев задачи, поэтому искомое решение будет компромиссным. Вместе с тем, значения целевых функций не могут быть сопоставлены при решении многокритериальной задачи оптимизации, поскольку они относятся к различным физическим величинам. Поэтому на рис.3 приведены зависимости функций принадлежности  $\mu_i(v)$ . Номер кривой соответствует значению индекса  $i = 1,2$  и номеру требования.

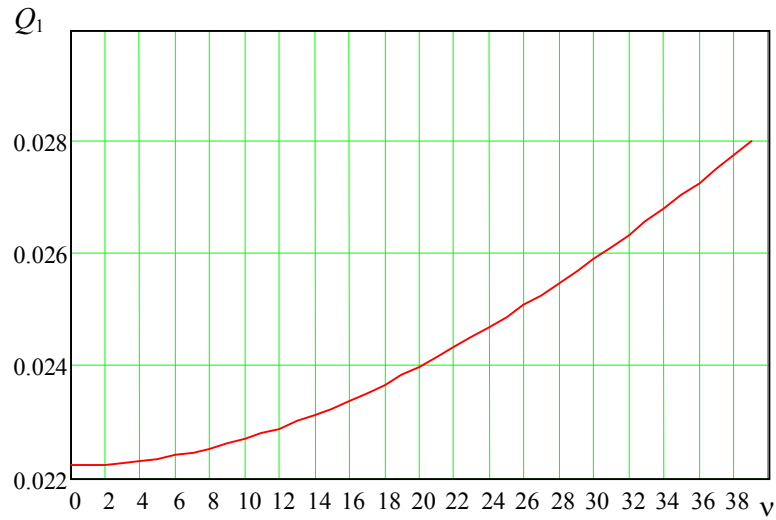


Рис. 1

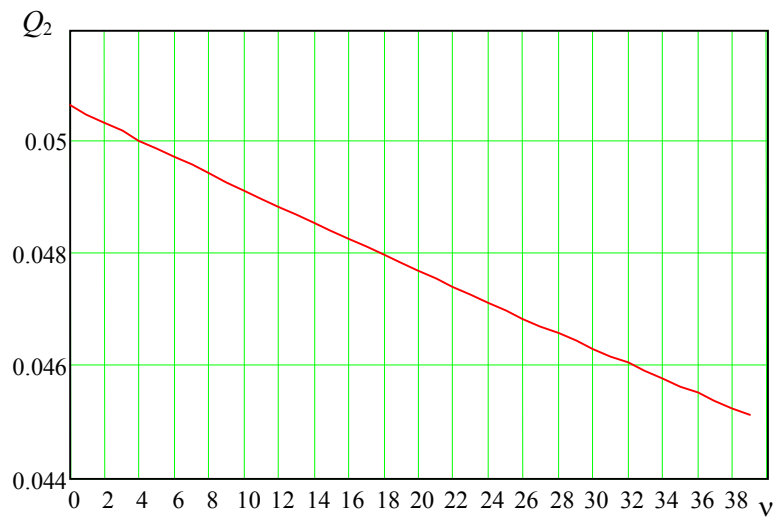


Рис. 2

Так как по условиям задачи требования (1) и (2) являются равнозначными, то  $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$  и  $\xi_i(\nu) = \mu_i(\nu)$ . Степень размытости множеств характеризуют параметры  $k_i$ , изменяя которые можно сделать вывод об устойчивости размытого множества пересечения  $\{P\}$ .

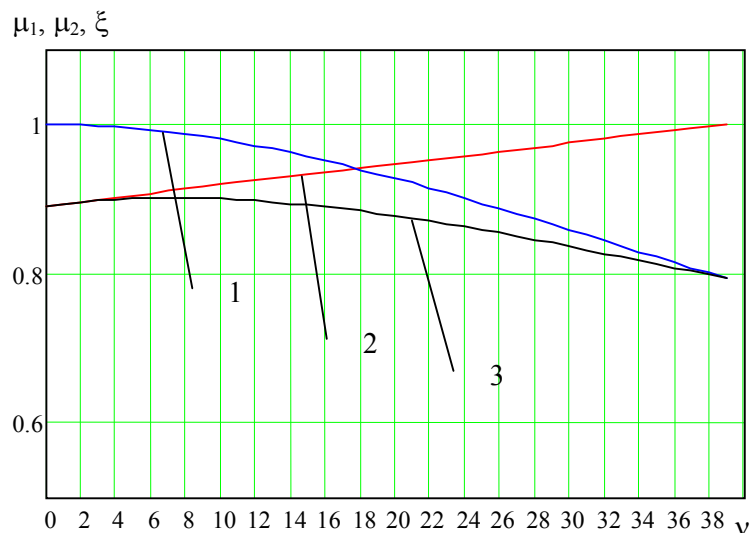


Рис. 3

На рис. 4 приведены изображения размытых множеств  $\{P\}$  для различных диапазонов изменения параметров  $k_i$  относительно единицы. Кривая 1 соответствует функции принадлежности  $\xi(\nu)$ , полученной при  $k_1 = k_2 = 1$  и показывает, что максимальное значение достигается при значении  $\nu = 8$ . Кривые 2 получены при  $k_1 = k_2 = 1 \pm 0,2$ , а кривые 3 – при  $k_1 = k_2 = 1 \pm 0,4$ . Анализ результатов на рис. 4 показывает, что вариация параметров функций принадлежности (3) не влияет на полученное решение. Оптимальное решение значение задачи синтеза достигается при  $\nu = 8$ .

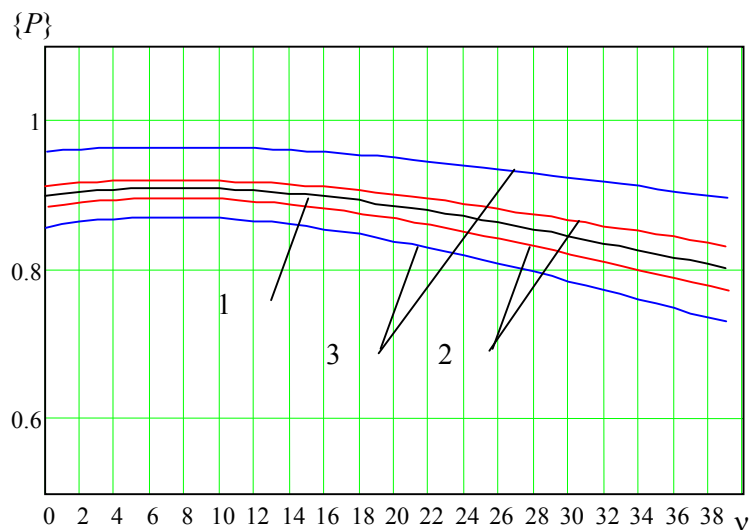


Рис. 4

На рис. 5 представлены ДН рассматриваемой АР. Кривая 1 соответствует заданной ДН, описываемой функцией (10), Кривая 2, уровень боковых лепестков которой изменяется вдоль заданного уровня  $-40$  дБ является наилучшим решением задачи аппроксимации при  $\nu = 0$ . Кривая 3 получена при  $\nu = 8$  и отличается некоторым снижением уровня крайних боковых лепестков.

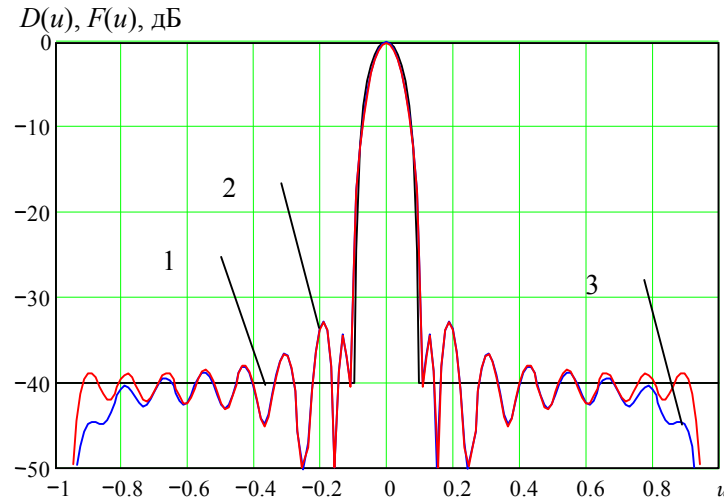


Рис. 5

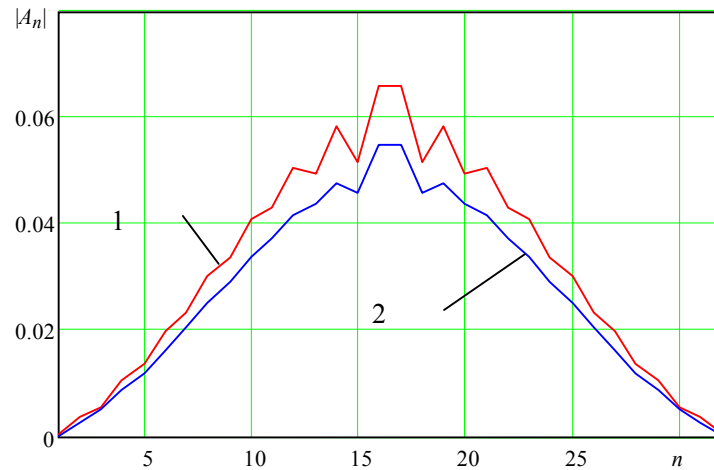


Рис. 6

На рис. 6 показано распределение комплексных амплитуд, найденное из решения задачи. На данном рисунке кривая 1 получена при  $\nu = 8$  и соответствует решению задачи синтеза, кривая 2 – амплитудное распределение при  $\nu = 40$ . Амплитудное распределение при  $\nu = 40$  практически совпадает с амплитудами элементов вектора правой части  $\eta$  системы уравнений (6). Следует отметить, что решение задачи является почти синфазным, поскольку заданная ДН, является четной функцией, а шаг между излучателями близок к  $0,5\lambda$ .

В качестве второго примера рассмотрим решение аналогичной задачи синтеза плоской  $12 \times 12$  элементной АР, излучатели которой размещены с шагом  $d = 0,52\lambda$  в узлах прямоугольной сетки.

Характеристики направленности излучателей представим с помощью функций вида:

$$f_n(u) = \cos(0,5\pi u) \cos(0,5\pi \nu) \exp(ik(x_n u + y_n \nu)). \quad (11)$$

Требования к объемной ДН зададим в виде произведения функций вида (10), каждая из которых зависит от координаты  $u$  и  $\nu$  соответственно. Параметры заданной ДН были выбраны равными  $g = 10$ ,  $u_0 = \nu_0 = 0,13$ .

В отличие от линейной АР при изменении параметра  $\nu$  в диапазоне от 0 до 40 величина среднеквадратического отклонения синтезированной ДН от заданной принимает

значения в диапазоне от  $2,755 \cdot 10^{-3}$  до  $2,766 \cdot 10^{-3}$ , а целевая функция  $Q_2(v)$  – в диапазоне от  $6,58 \cdot 10^{-3}$  до  $6 \cdot 10^{-3}$ . В результате при расчете функций принадлежности требование минимальности вариации нормы тока доминирует над требованием к минимальности величины среднеквадратического отклонения синтезированной ДН от заданной. Поэтому величины  $k_1$  и  $k_2$  в выражении (3) целесообразно задать разными. Из анализа диапазонов изменения целевых функций следует, что  $k_2 > 10k_1$ . Так, при  $k_1 = 1$ ,  $k_2 = 13$  функция предпочтения  $\xi(v)$ , соответствующая множеству пересечения  $\{P\}$  имеет максимум при  $v = 11$ , при  $k_2 = 15$  – при  $v = 5,5$ .

На рис. 7 представлены зависимости  $\xi_i(v)$  (кривые 1 и 2 соответственно) и  $\xi(v)$  (обозначенная кривой 3) при  $k_1 = 1$ ,  $k_2 = 13$ .

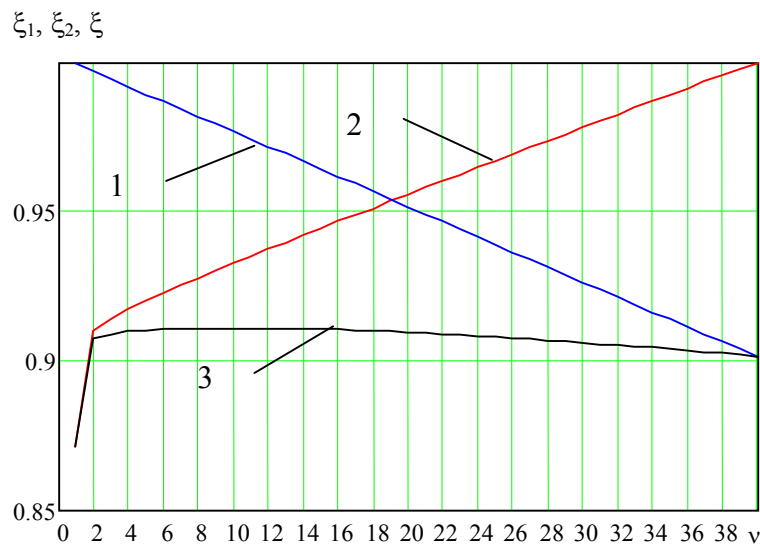


Рис. 7

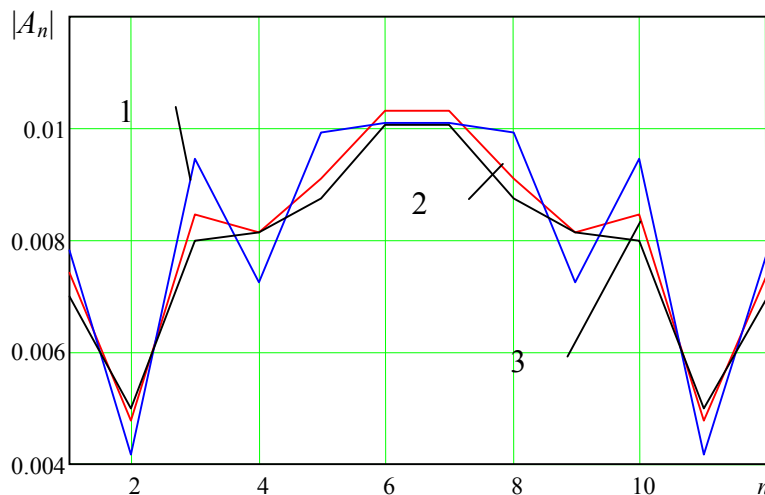


Рис. 8

На рис. 8 показано распределение комплексных амплитуд возбуждения излучателей в центральной линейке излучателей. Кривая 1 соответствует  $v = 0$ , кривые 2 и 3 –  $v = 11$  и  $v = 40$ . Сравнение результатов показывает, что решения при  $v = 11$  и  $v = 40$  сопоставимы,

что подтверждает обоснованность выбранного решения, которому соответствует значение  $\nu = 11$ . Вариация параметров  $k_i$  также подтверждает устойчивость полученного решения.

На рис. 9 приведена объемная синтезированная ДН.

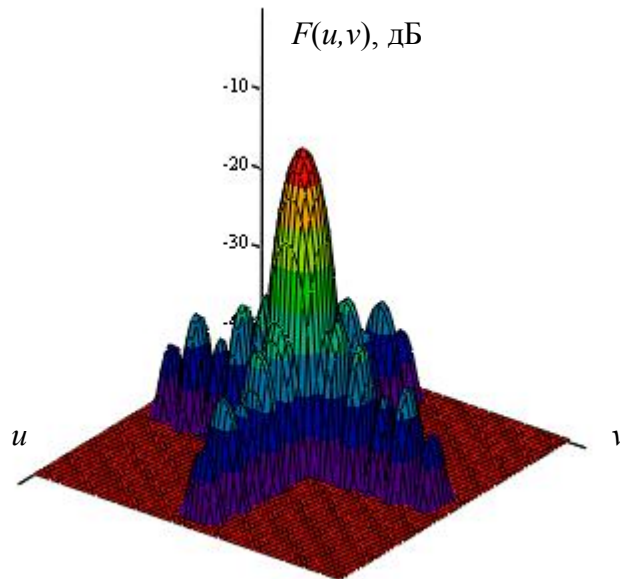


Рис. 9

### 3. Заключение

Таким образом, в докладе предложен метод, который позволяет найти обоснованное решение задачи многокритериального синтеза и, в частности, задачи минимизации среднеквадратического отклонения синтезированной ДН от заданной и вариации нормы тока в раскрытии АР.

\*Работа выполнена при поддержке Совета по грантам Президента РФ в рамках программы по поддержке научных исследований молодых российских ученых (грант № МД-1145.2009.8).

### ЛИТЕРАТУРА

1. Зелкин Е.Г., Соколов В.Г. Методы синтеза антенн: Фазированные антенные решетки и антенны с непрерывным раскрытием. – М.: Сов. радио, 1980. 296с.
2. Бахрах Л.Д., Кременецкий С.Д. Синтез излучающих систем (теория и методы расчета). – М.: Сов. радио, 1974. 232с.
3. Дмитриев В.И., Березина Н.И. Численные методы решения задач синтеза излучающих систем. – М.: Изд-во МГУ, 1986. 112с.