

ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ОТРАЖЕНИЙ ОТ НЕОДНОРОДНОГО АНИЗОТРОПНОГО СЛОЯ ФЕРРИТА

*Никушин А.В., Панин Д.Н. Поволжский Государственный Университет
телекоммуникаций и информатики*

Предложена методика численного моделирования взаимодействия электромагнитного излучения с неоднородным анизотропным слоем феррита. Методом дифференциальной прогонки рассчитаны частотные характеристики модулей коэффициентов отражения волны E- и H-поляризации.

Введение

Наклонное падение электромагнитной волны с E-поляризацией на слой неоднородного анизотропного феррита.

Наклонное падение электромагнитной волны с H-поляризацией на слой неоднородного анизотропного феррита.

Метод расчета коэффициентов отражений волны E и H- поляризации.

Численные результаты

Введение

В настоящее время активно исследуются неоднородные анизотропные среды [1]. В области практических приложений теории электромагнитных волн наиболее характерны задачи об их взаимодействии с неоднородными и нелинейными средами. В последнее время актуальным является вопрос о создании малоотражающих покрытий, применяемых в качестве экранирования большинства приборов и техники СВЧ от воздействия электромагнитного излучения [2]. В настоящей работе численными методами исследуются отражения электромагнитной волны, отраженной от неоднородного слоя феррита, нанесенного на металл, находящегося в постоянном магнитном поле \vec{H}_0 [3]. Проведен численный анализ отражений при произвольном угле падения электромагнитной волны E- и H-поляризации.

Наклонное падение электромагнитной волны с E-поляризацией на слой неоднородного анизотропного феррита.

Рассмотрим слой феррита, находящегося под влиянием внешнего постоянного вектора магнитного поля \vec{H}_0 . Пусть вектор \vec{H}_0 имеет направление вдоль оси z . Феррит в таком состоянии считается анизотропным. Проведем анализ взаимодействия электромагнитной волны E-поляризации с неоднородным слоем феррита, расположенным между плоскостями $x = 0$ и $x = L$ декартовой системы координат. Пространство $x < 0$, будем обозначать как область 1, а пространство $x > L$ – как область 2. В области 1 на границу под углом θ падает плоская E-поляризованная волна, т.е. волна с вектором напряженности магнитного поля, лежащим в области в плоскости слоя: $\vec{E} = (0, E_{sy}, 0)$,

$\vec{H} = (H_{sx}, 0, H_{sz})$. При этом составляющие полей можно представить в виде:

$$E_{sy}(x, z, t) = \frac{1}{2} E_0 \exp\{j(\omega t - kx \cos \theta - kz \sin \theta)\} + k.c.,$$

$$H_{sz}(x, z, t) = \frac{1}{2} \frac{E_0}{Z_0} \cos \theta \exp\{j(\omega t - kx \cos \theta - kz \sin \theta)\} + k.c.,$$

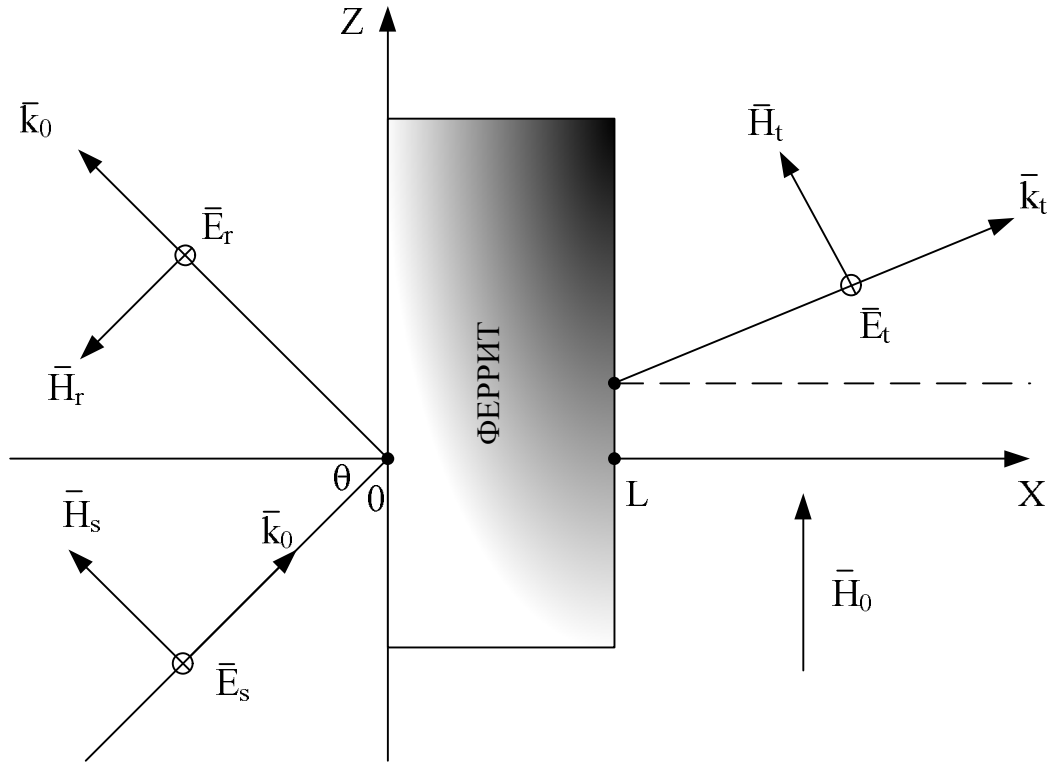


Рис. 1. Наклонное падение электромагнитной волны E – поляризации на неоднородный слой феррита

где ω и k – частота и волновое число, E_0 – комплексная амплитуда напряженности электрического поля, Z_0 – импеданс однородной области 1. Кроме падающей волны в области 1 в общем случае существует также основная отраженная волна, имеющая y – компоненту напряженности электрического поля, x и z – компоненты напряженности магнитного поля, и кросс-поляризованная волна, имеющая y – компоненту напряженности магнитного поля, x и z – компоненты напряженности электрического поля:

$$E_{ry}(x, z, t) = \frac{1}{2} R_{ee} E_0 \exp\{j(\omega t + kx \cos \theta - kz \sin \theta)\} + k.c.,$$

$$H_{rz}(x, z, t) = -\frac{1}{2} \frac{R_{ee} E_0}{Z_0} \cos \theta \exp\{j(\omega t + kx \cos \theta - kz \sin \theta)\} + k.c.,$$

$$E_{rz}(x, z, t) = -\frac{1}{2} R_{eh} E_0 \cos \theta \exp\{j(\omega t + kx \cos \theta - kz \sin \theta)\} + k.c.,$$

$$H_{ry}(x, z, t) = -\frac{1}{2} \frac{R_{eh} E_0}{Z_0} \exp\{j(\omega t + kx \cos \theta - kz \sin \theta)\} + k.c.,$$

где R_{ee} , R_{hh} – коэффициенты отражения основной и кросс-поляризованной волн в случае E – поляризации. В области 2 также существует прошедшая волна, соответствующие компоненты которой можно записать как:

$$\begin{aligned}
 E_{ty}(x, z, t) &= \frac{1}{2} T_{ee} E_0 \exp\{j(\omega t - kx \cos \theta - kz \sin \theta)\} + k.c., \\
 H_{tz}(x, z, t) &= \frac{1}{2} \frac{T_{ee} E_0}{Z_L} \cos \theta \exp\{j(\omega t - kx \cos \theta - kz \sin \theta)\} + k.c., \\
 E_{tz}(x, z, t) &= \frac{1}{2} T_{eh} E_0 \cos \theta \exp\{j(\omega t - kx \cos \theta - kz \sin \theta)\} + k.c., \\
 H_{ty}(x, z, t) &= -\frac{1}{2} \frac{T_{eh} E_0}{Z_L} \exp\{j(\omega t - kx \cos \theta - kz \sin \theta)\} + k.c.,
 \end{aligned}$$

где T_{ee} , T_{hh} – коэффициенты прохождения основной и кросс-поляризованной волн в случае E – поляризации, Z_L – волновое сопротивление во второй области. В неоднородном анизотропном слое феррита, взяв материальные уравнения для пространственных зависимостей y – и z – составляющих напряженностей электрического и магнитного полей при гармонической зависимости от времени, получим систему уравнений вида:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial E_y}{\partial x} &= -j\omega\mu_0\mu_{//}H_z(x), \\
 \frac{\partial H_z}{\partial x} &= -j\omega\varepsilon_0\varepsilon \left(1 - \frac{\sin^2 \theta}{\varepsilon\mu}\right) E_y(x) + \frac{\mu_a}{\mu} k_0 \sin \theta H_y(x), \\
 \frac{\partial E_z}{\partial x} &= -j\omega\mu_0\mu \left\{1 - \left(\frac{\mu_a}{\mu}\right)^2 - \frac{\sin^2 \theta}{\varepsilon\mu}\right\} H_y(x) + \frac{\mu_a}{\mu} k_0 \sin \theta E_y(x), \\
 \frac{\partial H_y}{\partial x} &= -j\omega\varepsilon_0\varepsilon E_z(x).
 \end{aligned} \tag{1.1}$$

где μ , μ_a , $\mu_{//}$ – компоненты тензора магнитной проницаемости магнитодиэлектрика.

Если ввести в рассмотрение нормированные напряженности электрического

$$U_1(x) = \frac{E_y(x)}{E_0}, \quad U_2(x) = \frac{E_z(x)}{E_0}, \quad \text{и магнитного} \quad V_1(x) = \frac{Z_0 H_z(x)}{E_0}, \quad V_2(x) = \frac{Z_0 H_y(x)}{E_0}$$

полей, а также $\xi = \frac{x}{L}$ – нормированную координату и $k = k_0 L$ – нормированное волновое число, то уравнения можно записать в виде:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial U_1}{\partial \xi} &= -jk\mu_{//} \cdot V_1(\xi), \\
 \frac{\partial V_1}{\partial \xi} &= -jk\varepsilon \left(1 - \frac{\sin^2 \theta}{\varepsilon\mu} \right) U_1(\xi) + \frac{\mu_a}{\mu} k_0 \sin \theta \cdot V_2(\xi), \\
 \frac{\partial U_2}{\partial \xi} &= -jk\mu \left\{ 1 - \left(\frac{\mu_a}{\mu} \right)^2 - \frac{\sin^2 \theta}{\varepsilon\mu} \right\} V_2(\xi) + \frac{\mu_a}{\mu} k \sin \theta \cdot U_1(\xi), \\
 \frac{\partial V_2}{\partial \xi} &= -jk\varepsilon U_2(\xi).
 \end{aligned} \tag{1.2}$$

Для системы уравнений (1.2), исходя из непрерывности тангенциальных составляющих напряженностей электрического и магнитного полей на границах раздела двух сред, имеем следующие граничные условия:

$$\begin{aligned}
 U_1(0) &= 1 + R_{ee}, & U_1(0) &= -R \cos \theta, \\
 V_1(0) &= (1 - R_{ee}) \cos \theta, & V_1(0) &= -R, \\
 U_1(L) &= T_{ee}, & U_1(L) &= T \cos \theta, \\
 V_1(L) &= \frac{Z_0}{Z_L} T_{ee} \cos \theta, & V_1(L) &= -\frac{Z}{Z_L} T.
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

Наклонное падение электромагнитной волны с H -поляризацией на слой неоднородного анизотропного феррита.

Падающая на слой под углом θ к его нормали электромагнитная волна H -поляризации имеет только одну составляющую вектора напряженности магнитного поля $\vec{H} = (0, H_{sy}, 0)$ и две составляющие вектора напряженности электрического поля $\vec{E} = (E_{sx}, 0, E_{sz})$. Лежащие в плоскости слоя проекции векторов описываются выражениями:

$$\begin{aligned}
 E_{sz}(x, z, t) &= \frac{1}{2} E_0 \cos \theta \exp \{ j(\omega t - kx \cos \theta - kz \sin \theta) \} + k.c., \\
 H_{sy}(x, z, t) &= \frac{1}{2} \frac{E_0}{Z_0} \exp \{ j(\omega t - kx \cos \theta - kz \sin \theta) \} + k.c..
 \end{aligned}$$

Соответствующие проекции в отраженной волне записываются в виде:

$$\begin{aligned}
 E_{rz}(x, z, t) &= -\frac{1}{2} R_{hh} E_0 \cos \theta \exp \{j(\omega t + kx \cos \theta - kz \sin \theta)\} + k.c., \\
 H_{ry}(x, z, t) &= -\frac{1}{2} \frac{R_{hh} E_0}{Z_0} \exp \{j(\omega t + kx \cos \theta - kz \sin \theta)\} + k.c., \\
 E_{ry}(x, z, t) &= \frac{1}{2} R_{he} E_0 \exp \{j(\omega t + kx \cos \theta - kz \sin \theta)\} + k.c., \\
 H_{rz}(x, z, t) &= -\frac{1}{2} \frac{R_{he} E_0}{Z_L} \cos \theta \exp \{j(\omega t + kx \cos \theta - kz \sin \theta)\} + k.c..
 \end{aligned}$$

где R_{hh} , R_{he} – коэффициенты отражения основной и кросс-поляризованной волн в случае H – поляризации, а для прошедшей через слой волны в области 2 имеем:

$$\begin{aligned}
 E_{tz}(x, z, t) &= \frac{1}{2} T_{hh} E_0 \cos \theta \exp \{j(\omega t - kx \cos \theta - kz \sin \theta)\} + k.c., \\
 H_{ty}(x, z, t) &= -\frac{1}{2} \frac{T_{hh} E_0}{Z_L} \exp \{j(\omega t - kx \cos \theta - kz \sin \theta)\} + k.c., \\
 E_{ty}(x, z, t) &= \frac{1}{2} T_{he} E_0 \exp \{j(\omega t - kx \cos \theta - kz \sin \theta)\} + k.c., \\
 H_{tz}(x, z, t) &= \frac{1}{2} \frac{T_{he} E_0}{Z_L} \cos \theta \exp \{j(\omega t - kx \cos \theta - kz \sin \theta)\} + k.c..
 \end{aligned}$$

где T_{hh} , T_{he} – коэффициенты прохождения основной и кроссполяризованной волн в случае H – поляризации.

Вид уравнений, описывающих волновые поля в магнетодиэлектрике, такой же, как и в случае E – поляризации, а граничные условия представляются в следующем виде:

$$\begin{aligned}
 U_2(0) &= (1 - R_{hh}) \cos \theta, & U_1(0) &= R_{he}, \\
 V_2(0) &= -(1 + R_{hh}), & V_1(0) &= -R_{he} \cos \theta, \\
 U_2(L) &= T_{hh} \cos \theta, & U_1(L) &= T_{he}, \\
 V_2(L) &= -\frac{Z_0}{Z_L} T_{hh}, & V_1(L) &= -\frac{Z_0}{Z_L} T_{he} \cos \theta.
 \end{aligned} \tag{2.2}$$

Метод расчета коэффициентов отражений волны E и H – поляризации.

Система уравнений (1.2) вместе с граничными условиями (2.1), (2.2) составляют граничные задачи, решение которых позволяет определить волновые поля в неоднородном феррите. При изменении волнового числа k можно рассчитать частотные зависимости коэффициентов отражения слоя. Однако уравнения являются уравнениями с переменными коэффициентами, и их аналитическое решение возможно только для небольшого числа зависимостей $K = K(x)$. Методом дифференциальной прогонки граничные задачи данного типа можно свести к задаче Коши. Запишем уравнения Максвелла в матричной форме:

$$\frac{d}{dx} \begin{bmatrix} U_1 \\ V_1 \\ U_2 \\ V_2 \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} U_1 \\ V_1 \\ U_2 \\ V_2 \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} 0 & a_{12} & 0 & 0 \\ a_{21} & 0 & 0 & a_{24} \\ a_{31} & 0 & 0 & a_{34} \\ 0 & 0 & a_{43} & 0 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

Преобразуем к виду:

$$\frac{d}{dx} \begin{bmatrix} U_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = A_1 \begin{bmatrix} U_2 \\ V_1 \end{bmatrix}, \quad \frac{d}{dx} \begin{bmatrix} U_2 \\ V_1 \end{bmatrix} = A_2 \begin{bmatrix} U_1 \\ V_2 \end{bmatrix}. \quad (3.2)$$

где $A_1 = \begin{bmatrix} 0 & a_{12} \\ a_{43} & 0 \end{bmatrix}$, $A_2 = \begin{bmatrix} a_{31} & a_{34} \\ a_{21} & a_{24} \end{bmatrix}$.

Явный вид коэффициентов матриц A_1 и A_2 представляется следующим образом:

$$a_{12} = -jk\mu_{//}, \quad a_{21} = -jk\xi \left(1 - \frac{\sin^2 \theta}{\varepsilon\mu} \right), \quad a_{24} = a_{31} = \frac{\mu_a}{\mu} k \sin \theta,$$

$$a_{34} = jk\mu \left\{ 1 - \left(\frac{\mu_a}{\mu} \right)^2 - \frac{\sin^2 \theta}{\varepsilon\mu} \right\}, \quad a_{43} = jk\varepsilon.$$

Решение для системы будем искать в виде

$$\begin{bmatrix} U_2 \\ V_1 \end{bmatrix} = \alpha \begin{bmatrix} U_1 \\ V_2 \end{bmatrix} + \beta \quad (3.3)$$

для случая E – поляризации и H – поляризации. Продифференцировав (3.3), получаем матричное уравнение следующего вида:

$$\frac{d}{dx} \alpha = -\alpha(x)A_1(x)\alpha(x) + A_2(x) \quad (3.4)$$

С начальным условием

$$\alpha(1) = \begin{bmatrix} 0 & \frac{-Z_L \cos \theta}{Z_0} \\ \frac{Z_0 \cos \theta}{Z_L} & 0 \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

Тогда из граничных условий (2.1) и (2.2) следует

$$\begin{bmatrix} R_{eh} \\ R_{ee} \end{bmatrix} = [\alpha(0)P + I \cos \theta]^{-1} \left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ \cos \theta \end{bmatrix} - \alpha(0) \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \right\} \quad (3.6)$$

для случая E – поляризации и

$$\begin{bmatrix} R_{hh} \\ R_{he} \end{bmatrix} = [\alpha(0)P + I \cos \theta]^{-1} \left\{ \begin{bmatrix} \cos \theta \\ 0 \end{bmatrix} - \alpha(0) \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right\} \quad (3.7)$$

для случая H – поляризации.

Здесь $P = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$, $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$.

Таким образом, решая задачу Коши (3.4) – (3.5) из (3.6) и (3.7), мы можем найти частотные зависимости коэффициентов отражения.

Численные результаты

Приведем основные результаты численного анализа. На рис. 2а представлены частотные зависимости коэффициента отражения волны E – поляризации от неоднородного слоя феррита. Падающая под углом θ плоская электромагнитная волна E – поляризована, максимальное значение нормированной частоты равно $K_m = 1$, нормированная собственная частота вращения электронов в магнитном поле равна $K_h = 3$, нормированная частота столкновений электронов в феррите $K_\omega = 1$. Здесь $|R_{ee}|$ – модуль коэффициента отражения основной волны, а $|R_{eh}|$ – деполаризованной. На рис. 2б представлены отражательные характеристики волны H – поляризации, при тех же условиях. $|R_{hh}|$ – модуль коэффициента отражения основной волны, а $|R_{he}|$ – деполаризованной. Значения угла θ равны $\frac{\pi}{3}$, $\frac{\pi}{4}$, $\frac{\pi}{6}$, и показаны линиями соответственно.

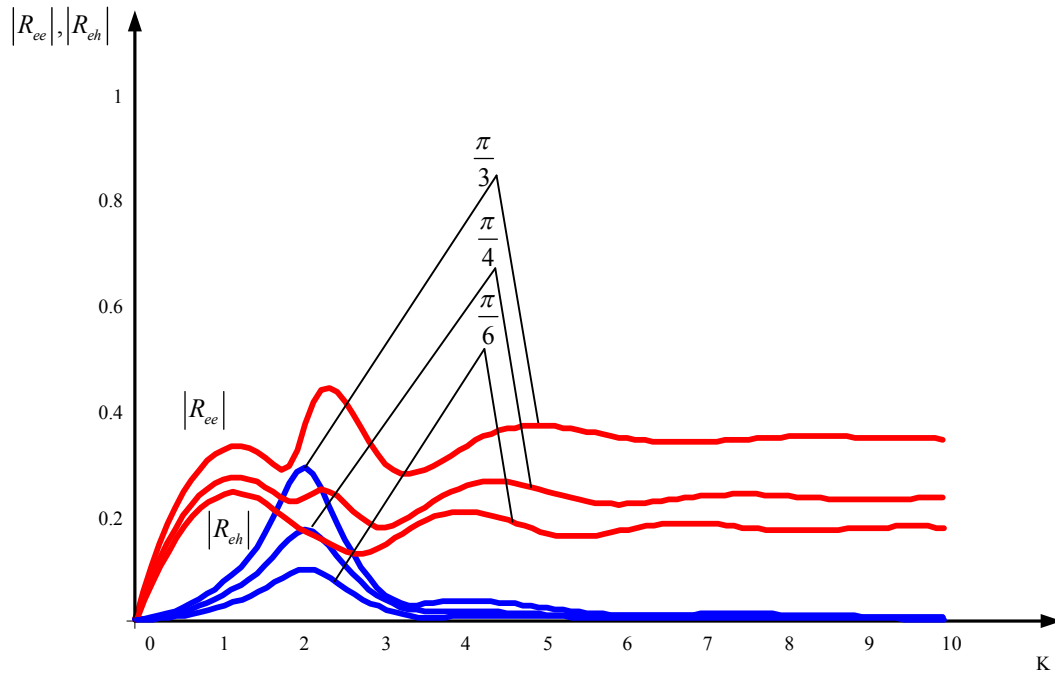


Рис. 2а. Частотные зависимости модулей коэффициентов отражения волны E – поляризации от неоднородного слоя феррита для различных углов падения.

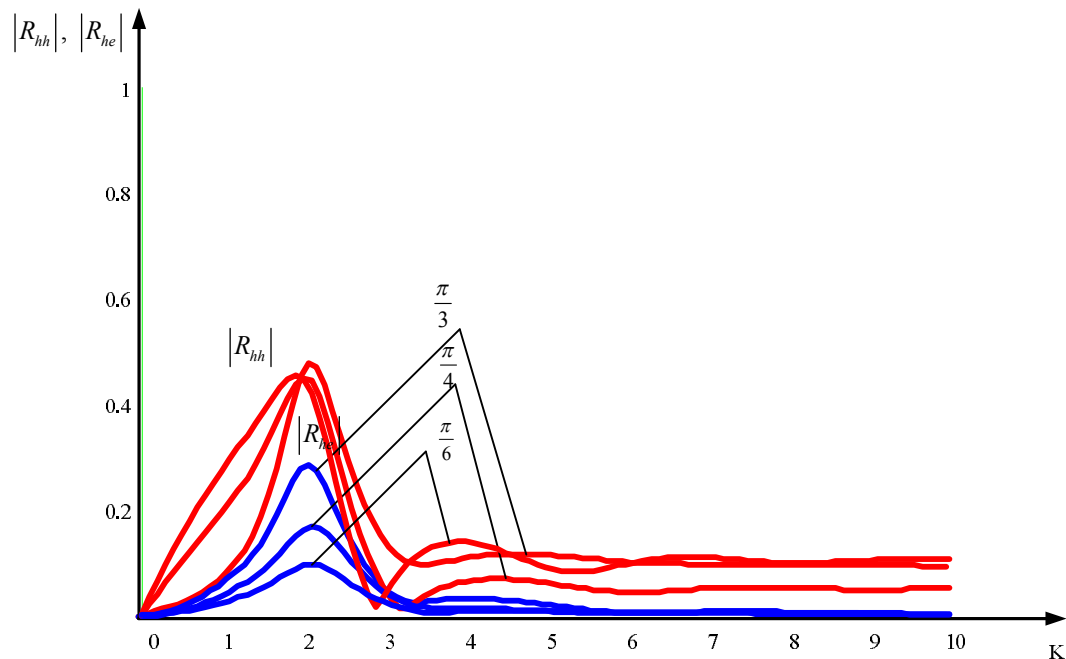


Рис. 2б. Частотные зависимости модулей коэффициентов отражения волны H – поляризации от неоднородного слоя феррита для различных углов падения.

Литература

1. Вильгельмсон Х. Когерентное нелинейное взаимодействие волн в плазме. – М.: Энергоиздат, 1981. – 229 с.
2. Лаговский Б.А., Мировицкий Д.И. – Малоотражающий экспоненциальный слой магнетодиэлектрика. /Радиотехника и электроника Т.43., №1, 1998. – с. 609 – 612.
3. Зайцев В.В, Панин Д.Н., Яровой Г.П., Поляризационные эффекты при отражении электромагнитной волны от неоднородного плазменного слоя. /Электродинамика и техника СВЧ и КВЧ. Вып. 2(23). – 1993. – с.72 – 73.



Никушин Алексей Вячеславович (nikushin_aleksey@mail.ru), студент Поволжского Государственного Университета телекоммуникаций и информатики. Область научных интересов малоотражающие покрытия, киральные среды, математическое моделирование электродинамических процессов.