

ДИФРАКЦИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА БЕСКОНЕЧНОМ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ЦИЛИНДРЕ, НАХОДЯЩЕМСЯ ПОД ПЛОСКОЙ ЗЕМНОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

Пермяков В.А., Владимиров Л.М.

Московский энергетический институт (Технический университет)

E-mail: Permyakovva@mpei.ru

Двумерная задача дифракции плоской электромагнитной волны на бесконечном диэлектрическом цилиндре, расположенном под плоской земной поверхностью, решена спектральным методом в форме, предложенной ранее в работах авторов. Приведены результаты численных исследований дифракционного поля в случае воздушной цилиндрической полости. Обсуждается обобщение методики расчета на случай дифракции поля линейной антенны, ось которой параллельна оси цилиндра.

1. В применении к подповерхностной радиолокации рассмотрено строгое решение электродинамической задачи рассеяния электромагнитных волн бесконечным диэлектрическим цилиндром, расположенным под земной поверхностью. Метод решения является строгим и основан на сведении задачи дифракции к интегральному уравнению (ИУ) для спектральной плотности плоских волн, рассеянных объектом; в [1,2] этим методом рассмотрена задача дифракции плоской волны на идеально проводящем цилиндре. Сходный метод использовался ранее в [3], однако там не было получено ИУ, а поставленная задача решалась итерационным методом. Отметим также, что спектральный метод был применен ранее А.Г.Кюркчаном и С.А.Маненковым [4] к решению двумерной задачи дифракции плоских волн на идеально проводящем цилиндре произвольного поперечного сечения, расположенном в диэлектрическом полупространстве. Однако выведенное в [4] ИУ является более громоздким, чем предложенное нами, и получено более сложным путем.

2. Постановка задачи. Рассматривается двумерная задача наклонного падения плоской гармонической электромагнитной волны из свободного пространства 1 на плоскую границу раздела с однородным полупространством с потерями 2. Временной множитель $\exp(i\omega t)$. Алгоритм решения задачи рассмотрим для случая, когда внутри области 2 расположен диэлектрический круговой цилиндр, а вектор электрического поля перпендикулярен плоскости падения волны и параллелен оси цилиндра. В декартовой системе координат (x,y,z) граница раздела сред находится при $z=0$, ось z направлена в среду 1, координаты оси цилиндра $x=0$, $z=z_0 < 0$, радиус цилиндра $a < |z_0|$. Требуется найти электромагнитное поле, рассеянное цилиндром и вышедшее в свободное пространство. Далее по величине электромагнитного поля определяется ЭПР структуры полупространство – цилиндр в области свободного пространства, в которой сформировалась рассеянная волна.

3. Ключевыми моментами решения являются следующие. Полное электромагнитное поле в области 1 и в части области 2 между границей раздела сред и поверхностью цилиндра записывается в виде интегральных представлений – разложений падающего, рассеянного и преломленного полей в виде интегралов по спектру плоских волн. Это хорошо известный подход метода собственных функций. Задача дифракции на цилиндре решается в цилиндрической системе координат с представлением падающего на цилиндр и рассеянного полей в виде рядов по цилиндрическим волнам с неизвестными заранее амплитудами; падающее поле представляется рядом по функциям Бесселя, рассеянное – по функциям Ханкеля 2-го рода. Затем в области 2 между границей раздела сред и поверхностью цилиндра сшиваются разложения полей по плоским и цилиндрическим волнам. Сшивание проводится аналитически с использованием интегральных представлений цилиндрических функций и известного разложения плоской волны по цилиндрическим волнам. Из полученных выражений исключаются падающая плоская волна и отраженная от границы раздела сред плоская волна,

существующая в отсутствие цилиндра. Далее после ряда преобразований получается ИУ для спектральной плотности плоских волн, рассеянных полупространством с находящимся в нем цилиндром. Оно имеет вид

$$d(\gamma) - \frac{T_2(\gamma)e^{i\sqrt{k_2^2 - \gamma^2}z_0}}{\pi\sqrt{k_2^2 - \gamma^2}} \int_{-\infty}^{\infty} d(\gamma') \frac{R_2(\gamma')}{T_2(\gamma')} e^{i\sqrt{k_2^2 - \gamma'^2}z_0} G(\gamma, \gamma') d\gamma' = T_2(\gamma) \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n q_n F_n(\gamma), \quad (1)$$

где $R_2(\gamma)$ и $T_2(\gamma)$ – коэффициенты отражения и прохождения плоских волн при падении из среды 2 на границу раздела со средой 1, а функции $G(\gamma, \gamma')$ и $F_n(\gamma)$

$$\text{определяются формулами } G(\gamma, \gamma') = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} q_n(\alpha) \exp \left[in \left(\arccos \frac{\gamma}{k_2} + \arccos \frac{\gamma'}{k_2} \right) \right], \quad (2)$$

$$F_n(\gamma) = \frac{i^n}{\pi\sqrt{k_2^2 - \gamma^2}} \exp \left[i\sqrt{k_2^2 - \gamma^2}z_0 + in \arccos \left(\frac{\gamma}{k_2} \right) \right] \quad (3)$$

В (1)-(3) γ – постоянные распространения плоских волн вдоль оси x , $k_0 = \omega/c$, $k_2 = \omega/(c\sqrt{\tilde{\epsilon}})$, – волновые числа свободного пространства (область 1) и среды с потерями 2, $\tilde{\epsilon}$ – относительная комплексная диэлектрическая проницаемость среды 2, $q_n(\alpha)$ – коэффициенты отражения парциальных цилиндрических волн, падающих из среды 2 на цилиндр, $\alpha = k_2 a$, a_n – амплитуды парциальных цилиндрических волн, по которым разлагается поле преломленной в среду 2 плоской волны, созданной падающей из среды 1 плоской волной единичной амплитуды.

В случае диэлектрического цилиндра и перпендикулярной поляризации падающей волны парциальные коэффициенты отражения цилиндрических волн определяются соотношением

$$q_n(\alpha) = - \frac{J_n(\alpha) - W_n \sqrt{\epsilon_2} J_n(\alpha)}{H_n^{(2)}(\alpha) - W_n \sqrt{\epsilon_2} H_n^{(2)}(\alpha)}, \quad W_n = \frac{J_n(\rho)}{\sqrt{\epsilon_3} \left[J_n'(\rho) \right]}, \quad \rho = \sqrt{\epsilon_3} k_0 a.$$

Здесь ϵ_3 – относительная диэлектрическая проницаемость цилиндрической полости.

Аналогично рассмотрена задача дифракции плоской волны параллельной поляризации на цилиндре, находящемся под плоской поверхностью раздела сред.

Соотношение (1) представляет собой ИУ Фредгольма 2-го рода для спектральной плотности $d(\gamma)$ прошедших в область 1 плоских волн. Функция $G(\gamma, \gamma')$ – ядро этого ИУ-имеет смысл диаграммы рассеяния неоднородной (в общем случае) плоской волны на

цилиндре, находящемся в неограниченной среде 2, формально обобщенной на случай среды с потерями.

Из (1) легко найти приближенное аналитическое решение, если пренебречь в (1) интегралом. Это приближенное решение

$$d_0(\gamma) = T_2(\gamma) \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n q_n F_n(\gamma) \quad (4)$$

назовем нулевым приближением. Оно соответствует случаю, когда цилиндр находится глубоко, так что можно пренебречь многократным рассеянием между ним и границей.

4. Расчет ЭПР погруженного в полупространство цилиндра. Рассеянное поле в области 1 представляется интегралом, который вычисляется методом стационарной фазы, что дает

$$|E_{1d}| \approx \sqrt{2\pi k_0 / R} |d(\theta, \theta_0)| \cos \theta. \quad (5)$$

Здесь θ_0 – угол падения плоской волны на границу, θ – угол наблюдения, R – расстояние от начала координат от точки наблюдения.

Двухпозиционная ЭПР единицы длины цилиндра определяется через (5) формулой

$$\sigma(\theta, \theta_0) = 4\pi^2 k_0 [d(\theta, \theta_0) \cos \theta]^2. \quad (6)$$

Подставив в (6) приближение (4), получим формулу сечения обратного рассеяния (СОР) ($\theta = \theta_0$)

$$\sigma(\theta) = |\sigma_{\tilde{\varepsilon}}(0)| |T_1(\theta) T_2(\theta)|^2 \frac{|\sqrt{\tilde{\varepsilon}_2} \cos^2 \theta|}{|\tilde{\varepsilon}_2 - \sin^2 \theta|} \exp\left(-4k_0 \left| \text{Im} \sqrt{\tilde{\varepsilon}_2 - \sin^2 \theta} z_0 \right|\right), \quad (7)$$

где $T_1(\theta)$ и $T_2(\theta)$ – коэффициенты прохождения плоских волн перпендикулярной поляризации из среды 1 в среду 2 и из среды 2 в среду 1 соответственно, а величина

$$\sigma_{\tilde{\varepsilon}}(0) = \frac{4}{k_0 |\sqrt{\tilde{\varepsilon}}|} \left| \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-1)^n q_n(\alpha) \right|^2, \quad (8)$$

означает СОР среды с действительной диэлектрической проницаемостью ε , формально обобщенное в (7) на комплексные значения диэлектрической проницаемости среды. Из физических соображений величина ЭПР в определении (8) при больших радиусах ($\alpha \gg 1$) не должна зависеть от длины волны в среде или проницаемости среды, т.е. в приближении ГО для среды без потерь $\sigma_{\tilde{\varepsilon}}(0) = \pi a$. Соответствие приближения (7) приближению ГО в случае больших радиусов цилиндра показано прямым выводом ЭПР погруженного в полупространство цилиндра методом ГО.

Представление (7) имеет наглядный физический смысл. СОР цилиндра, находящегося под поверхностью, определяется, как СОР цилиндра в неограниченной среде 2 (8), умноженное на произведение энергетических коэффициентов прохождения из среды 1 в среду 2 и обратно $|T_1(\theta) T_2(\theta)|^2$, на экспоненциальный множитель, обусловленный поглощением волны на пути от границы раздела сред до цилиндра и обратно, и на множитель, учитывающий расходимость цилиндрической волны, идущей от объекта.

6. При расчете ЭПР путем численного решения ИУ (1) ограничивались интервалом $|\gamma| < k_0$. По реализованной на алгоритмическом языке «Фортран» программе были проведены подробные расчеты СОР и двухпозиционной ЭПР диэлектрического цилиндра, расположенных под плоской поверхностью, для двух поляризаций падающего поля и

различных параметрах задачи. Было проведено также сопоставление строгого расчета ЭПР с нулевым приближением. Результаты расчета СОР для цилиндрической воздушной полости радиуса $k_0a=12$, расположенной в среде с комплексной диэлектрической проницаемостью $\tilde{\epsilon} = 2 - i0,03$, в зависимости от глубины погружения полости в среду, приведены на рисунке. Верхние кривые относятся к случаю падения волны параллельной (относительно плоскости падения) поляризации, нижние – к перпендикулярной поляризации. Осциллирующие кривые – строгое решение, монотонные – нулевое приближение. Из рисунка следует, что строго рассчитанное СОР осциллирует относительно убывающей зависимости ЭПР нулевого приближения по мере увеличения глубины погружения. Осцилляции обусловлены интерференцией поля в слое между плоской границей раздела сред и ближней к границе поверхностью цилиндра. Этот вывод подтверждается элементарной оценкой осцилляций поля в плоском слое толщиной $k_0\sqrt{\epsilon_2}h$, согласно которой $k_0\Delta h \approx \pi / \sqrt{\epsilon_2} \approx 2,22$. Амплитуда осцилляций убывает по мере погружения полости в среду, что обусловлено затуханием поля в среде. Следует отметить заметное, в 1, 5 раза, различие СОР для параллельной и перпендикулярной поляризаций. Оно может быть обусловлено резонансами «шепчущей галереи» внутри цилиндра, аналогичными резонансам расположенного в свободном пространстве цилиндра с показателем преломления меньше единицы (см. [5]).

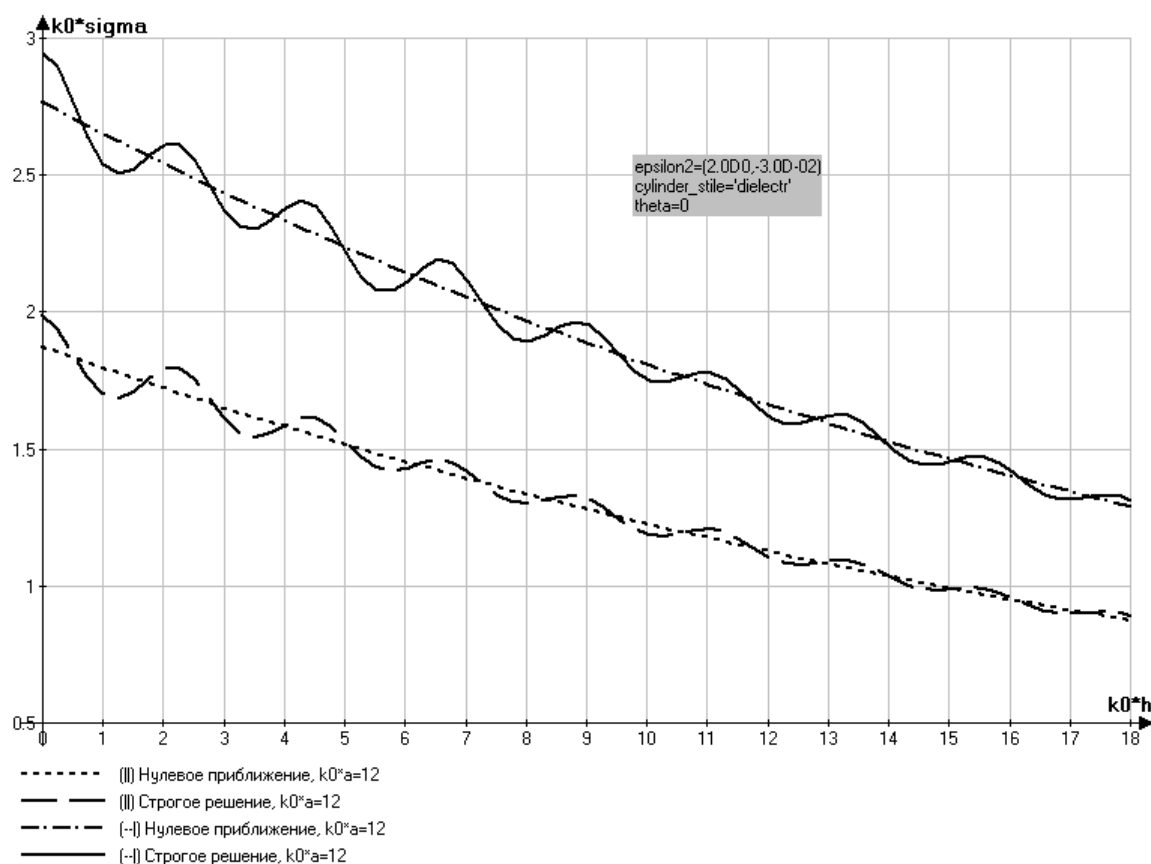


Рис. 1.

Зависимость нормированного сечения обратного рассеяния воздушной полости в диэлектрическом полупространстве с потерями от нормированной глубины погружения цилиндра.

7. Изложенная методика расчета без принципиальных трудностей обобщается на случай излучения антенны в виде бесконечной синфазной нити электрического (магнитного) тока, расположенной в свободном пространстве или системы из параллельных нитей тока (двумерный аналог антенной решетки). Для этого в выражениях полей нити тока через функции Ханкеля [6] последние должны быть заменены интегральными представлениями по спектру плоских волн. При этом наиболее простыми являются случаи, когда нити электрического (магнитного) тока параллельны оси диэлектрического цилиндра и отсутствует деполяризация падающих на цилиндр волн. Подобные двумерные задачи могут быть полезны для анализа, в частных случаях, дифракционных полей, возникающих при облучении подповерхностных цилиндров реальными антеннами конечных размеров, и позволяют рассмотреть ситуации, когда поверхность земли вместе с погруженным в нее цилиндром расположена не только в дальней, но и в промежуточной зоне антенны.

Аналогичным образом могут быть рассмотрены трехмерные задачи дифракции плоских волн и полей произвольных источников на бесконечном цилиндре, находящемся под плоской границей раздела диэлектрических сред. В этом случае следует учесть деполяризацию электромагнитных волн при рассеянии на цилиндре [7], а при решении задачи возбуждения среды с цилиндром произвольными источниками использовать функции Г.Т.Маркова [6] - общие представления полей источников в свободном пространстве в виде разложений по плоским волнам. При решении подобных задач спектральным методом естественно возникает система связанных уравнений для спектральных компонент плоских волн на плоской границе раздела сред, при этом связь компонент обусловлена дифракцией волн на цилиндре.

ЛИТЕРАТУРА

1. Пермяков В.А., Владимиров Л.М. Строгий электродинамический анализ радиолокационных характеристик погруженного в землю цилиндра. //Труды международной научной конференции «Излучение и рассеяние электромагнитных волн» ИРЭМВ-2007, Таганрог, Россия, июнь 25-30. 2007, т.1, с. 428
2. Пермяков В.А., Владимиров Л.М. Новый пространственный спектральный метод решения задачи дифракции электромагнитной волны на круговом цилиндре, находящемся в диэлектрическом полупространстве с потерями. / Вестник МЭИ, 2009, № 1.
3. Lawrence D.E., Sarabandi K. Electromagnetic Scattering From a Dielectric Cylinder Buried Beneath a Slightly Rough Surface. // IEEE Tr. on A.P., 2002, V. 50, N.10, pp. 1368-1376.
4. Кюркчан А.Г., Маненков С.А. Рассеяние волн неоднородностью, находящейся вблизи плоской границы раздела двух сред. //Радиотехника и электроника, 1998, т. 43, № 1, с. 8-15.
5. Булдырев В.С. Исследование функции Грина в задаче дифракции на прозрачном круговом цилиндре. /В сб.: «Численные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений». М: Наука. 1964, с. 275-286.
6. Марков Г.Т., Чаплин А.Ф. Возбуждение электромагнитных волн. М-Л.: Энергия. 1967. - 376 с.
7. Уэйт Д.Р. Электромагнитное излучение из цилиндрических систем. М.: Сов. Радио. 1963.-239 с.