РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ДИФРАКЦИИ РАДИОВОЛН НАД ЗЕМНОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ МЕТОДОМ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

В.В. Ахияров, НИИ РЭТ МГТУ им. Н.Э. Баумана, e-mail: vakhiyarov@gmail.com

Рассмотрены методы интегральных уравнений (ИУ) для прогноза напряженности поля над земной поверхностью при вертикальной поляризации излучения. На основе формул Стреттона-Чу получены скалярные ИУ Фредгольма 1-го и 2-го рода для источника в виде нити линейного тока и элементарного вибратора. Представлены результаты решения модельных задач дифракции на клине и цилиндрическом сегменте. Показано, что описанная методика пригодна для расчета ослабления напряженности поля на реальных трассах.

В настоящее время вследствие бурного развития цифровых систем связи актуальной является задача прогноза напряженности электромагнитного поля над земной поверхностью с высокой точностью. Электромагнитные волны рассеивается зданиями, землей и неоднородностями атмосферы, что приводит к сложной модели распространения радиоволн. Учесть все эти явления очень сложно, поэтому для предсказания напряженности поля над земной поверхностью чаще всего используют эмпирические методы, основанные на модели Окамура-Хата или рекомендациях Международного Союза Электросвязи (МСЭ).

Следует учитывать, что при распространении радиоволн малые изменения рельефа не обязательно приводят к малым изменениям рассеянного поля. Однако, можно получить хорошее соответствие с экспериментальными данными, если реальную задачу рассеяния радиоволн заменить более простой задачей и рассматривать рассеяние от крупномасштабной поверхности без учета влияния ее шероховатости.

При малых высотах корреспондирующих пунктов (скользящее падение радиоволн на земную поверхность) коэффициент отражения при вертикальной и горизонтальной поляризации $\Gamma_{В,\,Г} \approx -1$. Для вертикальной поляризации поля источника это соответствует отражению от поверхности идеального магнитного проводника, и в этом случае имеют место граничные условия:

$$\mathbf{n} \times \mathbf{H} = 0\,,\ \mathbf{n} \cdot \mathbf{E} = 0\,, \tag{1}$$

где $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$ – напряженности электрического и магнитного поля на рассеивающей поверхности, $\mathbf{n}$ – вектор нормали.

Наиболее общим подходом при численном решении задач дифракции является использование интегральных формул (ИУ) Стреттона-Чу [1]:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}^0 - \int_S \{\nabla G \times [\mathbf{n} \times \mathbf{E}] + j\omega\mu_0 G[\mathbf{n} \times \mathbf{H}] - (\mathbf{n} \cdot \mathbf{E}) \cdot \nabla G\} ds\,, \tag{2.а}$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}^0 - \int_S \{\nabla G \times [\mathbf{n} \times \mathbf{H}] - j\omega\varepsilon_0 G[\mathbf{n} \times \mathbf{E}] - (\mathbf{n} \cdot \mathbf{H}) \cdot \nabla G\} ds\,, \tag{2.б}$$

где интеграл вычисляется по рассеивающей поверхности S, $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$ – искомые напряженности поля в точке наблюдения $p \notin S$, $\mathbf{E}^0$ и $\mathbf{H}^0$ – поле источника в той же точке, G – функция Грина, ε_0 и μ_0 – диэлектрическая и магнитная проницаемости вакуума, ω – круговая частота.

Отметим, что в (2.а, б) вектор нормали $\mathbf{n}$ направлен в область вычисления рассеянного поля (внутренняя нормаль), поэтому перед интегралами выбран знак «минус» (в работе [1] вектор нормали является внешним по отношению к рассматриваемой области и перед интегралами стоит знак «плюс»).

Рассеивающую поверхность считаем идеальным магнитным проводником, что позволяет решать ИУ (2.а, б) с учетом граничных условий (1). Далее, для получения приемлемых по точности результатов при разумных вычислительных затратах, полагаем, что поверхность является цилиндрической с профилем, не зависящим от координаты y (см. рис.1). При вертикальной поляризации излучения ($\mathbf{H}^0 \perp \mathrm{XOZ}$) в пределах первой зоны Френеля это эквивалентно условию:

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{H} \approx 0\,. \tag{3}$$

Устремим точку наблюдения p к поверхности S и выполним векторное умножение (2.а, б) на $\mathbf{n}$. С учетом (1) и (3) уравнения (2.а, б) примут вид:

$$-2\mathbf{n}(p) \times \mathbf{E}^0(p) = \mathbf{M}(p) - 2\mathbf{n}(p) \times \int_S \mathbf{M}(p') \times \nabla G(p, p') ds', \tag{4.а}$$

$$\mathbf{n}(p) \times \mathbf{H}^0(p) = j\omega\varepsilon_0 \mathbf{n}(p) \times \int_S \mathbf{M}(p') G(p, p') ds, \tag{4.б}$$

где p и p' – точки наблюдения и интегрирования на рассеивающей поверхности (см. рис.1), $\mathbf{M} = -\mathbf{n} \times \mathbf{E}$ – плотность поверхностного магнитного тока.

Таким образом, от ИУ (2.а, б) можно перейти к более простым уравнениям (2.а, б) относительно неизвестной плотности тока $\mathbf{M}$ на цилиндрической поверхности идеального магнитного проводника, которые являются ИУ Фредгольма 2-го и 1-го рода.

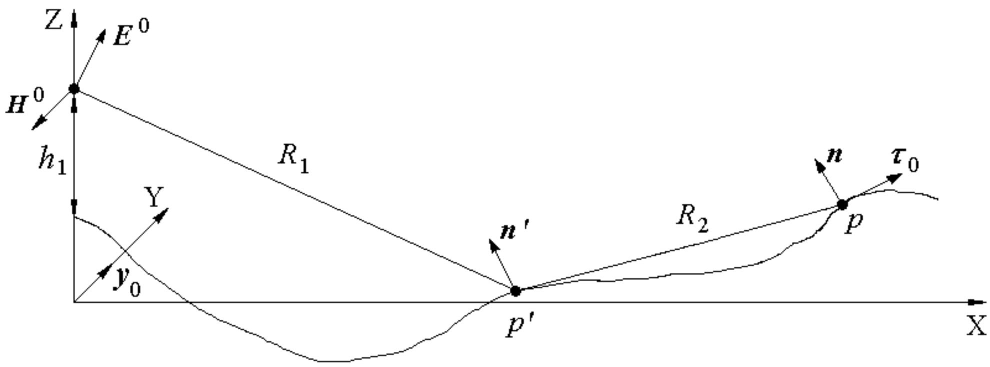


Рис.1. Определение поверхностной плотности тока

Левая часть ИУ (4.а, б) определяется типом источника и расстоянием до рассеивающей поверхности R_1. В качестве источника будем рассматривать нить магнитного тока (при этом условие (4) выполняется точно) и элементарный магнитный вибратор, тогда при решении (4.а, б) возможны два варианта, связанные с выбором функции Грина:

$$G = -\frac{j}{4} H_0^{(2)}\left(k\left|p - p'\right|\right), \tag{5.а}$$

или

$$G = \frac{1}{4\pi}\frac{\exp\left(-jk\left|p-p'\right|\right)}{\left|p-p'\right|}, \tag{5.б}$$

где k – волновое число, $H_0^{(2)}(x)$ – функция Ханкеля второго рода нулевого порядка.

Далее требуется осуществить переход от интегрирования по поверхности S в уравнениях (4.а, б) к интегрированию по профилю рельефа.

Для функции Грина (5.а) уравнения (4.а, б) приводятся к виду:

$$2M^0(p) = M(p) + \frac{jk}{2}\int\limits_L M(p')H_1^{(2)}(kR_2)(\mathbf{n}(p)\cdot\mathbf{r_2})dl. \tag{6.а}$$

$$H^0(p) = \frac{\omega\varepsilon_0}{4}\int\limits_L M(p')H_0^{(2)}(kR_2)dl, \tag{6.б}$$

а для функции Грина (5.б) получим [2, 3]:

$$2M^0(p) = M(p) - \frac{e^{j\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{\lambda}}\int\limits_L M(p')\frac{e^{-jkR_2}}{\sqrt{R_2}}(\mathbf{n}(p)\cdot\mathbf{r_2})dl. \tag{7.а}$$

$$H^0(p) = \frac{\omega\varepsilon_0}{4\pi}e^{j\frac{\pi}{4}}\sqrt{\lambda}\int\limits_L M(p')\frac{e^{-jkR_2}}{\sqrt{R_2}}dl, \tag{7.б}$$

где $M^0(p)$ и $H^0(p)$ определяются полем источника, $\mathbf{r_2}$ – единичный вектор в направлении от точки p' к p, R_2 – расстояние между точками p' и p (см. рис.1), $H_1^{(2)}(x)$ – функция Ханкеля второго рода первого порядка.

Отметим, что подстановка асимптотического выражения для функции Ханкеля в (6.а, б) приводит к уравнениям (7.а, б). Поэтому можно считать, что результат расчета плотности поверхностного тока в пределах первой зоны Френеля не зависит от выбора функции Грина.

Для численного решения ИУ (6.а, б) и (7.а, б) следует представить в виде системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ):

$$[Q_n] = \lfloor Z_{n\,m} \rfloor [M_m], \tag{8}$$

где $[Q_n]$ определяются левой частью ИУ, $[M_m]$ – искомая плотность поверхностного тока, а элементы матрицы $\lfloor Z_{n\,m} \rfloor$ вычисляются в зависимости от типа уравнения.

Для получения приемлемого по точности результата требуется выполнение условия $\Delta l \le \lambda/2$ (Δl – шаг по профилю трассы), что приводит к необходимости решения СЛАУ огромного размера. Однако, если не учитывать обратное рассеяние, СЛАУ (9) решать не требуется, поскольку в этом случае матрица $\lfloor Z_{n\,m} \rfloor$ является нижней треугольной. Поэтому для вычисления плотности поверхностного тока используется простой вычислительный алгоритм [3]:

$$M_n \approx \frac{1}{Z_{n\,n}}\left(Q_n - \sum_{m=0}^{n-1} Z_{n\,m} M_m\right). \tag{9}$$

Поле в точке наблюдения q над рассеивающей поверхностью определяется также в зависимости от выбранной Функции Грина. Для (5.а) несложно получить выражение:

$$\mathbf{H}(q) = \mathbf{y}_0 \frac{\omega\varepsilon_0}{4} \int_L M(q') H_0^{(2)}(kD) dl \tag{10.а}$$

а для (5.б) рассеянное поле имеет вид:

$$\mathbf{H}(q) = \mathbf{y}_0 \frac{j\omega\varepsilon_0}{4\pi} \sqrt{\lambda} e^{-j\frac{\pi}{4}} \int_L M(q') \frac{e^{-jkD}}{\sqrt{D}} dl\,, \tag{10.б}$$

где $D = |q - q'|$ (q и q' – точки наблюдения и интегрирования, $p' \in L$).

Отметим, что асимптотическое представление функции Ханкеля позволяет перейти от (10.а) к (10.б), поэтому рассеянное поле можно рассматривать как суперпозицию цилиндрических волн, порождаемых наведенными на поверхности магнитными токами.

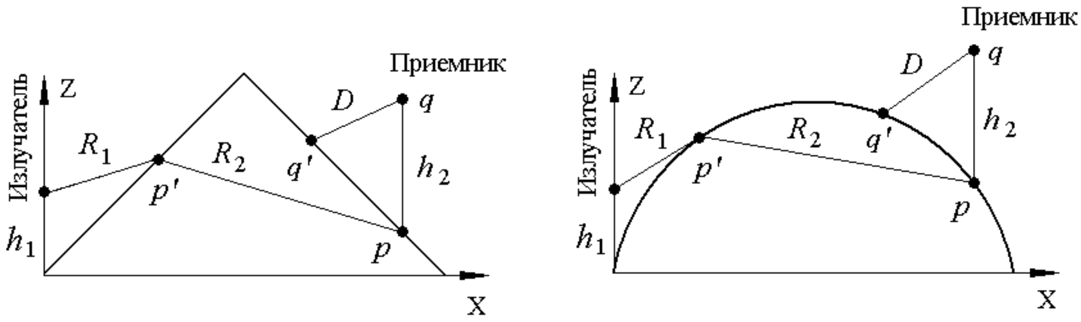
Полное поле в точке q определяется не только рассеянным, но и первичным полем, поэтому для получения окончательного результата следует вычислить сумму $\mathbf{H}^0(q)$ и $\mathbf{H}(q)$. Для того, чтобы исключить зависимость напряженности поля от расстояния следует перейти к множителю ослабления:

$$V(q) = \frac{\left|\mathbf{H}(q) + \mathbf{H}^0(q)\right|}{\left|\mathbf{H}^0(q)\right|}.$$

Рассмотрим результаты расчетов множителя ослабления на примере задачи дифракции на клине и цилиндрическом сегменте. Будем считать, что источник расположен слева у основания клина, либо сегмента, а точка наблюдения перемещается над рассматриваемой поверхностью на фиксированной высоте. На рис.2.а, б представлена геометрия рассматриваемых задач. В обоих случаях длина трассы выбрана равной 1 км, высота препятствия – 50 м, высоты источника и приемника – h_1 = 10 м, h_2 = 25 м, λ = 1 м, шаг по профилю трассы при численном интегрировании – $\Delta l = \lambda/5$.

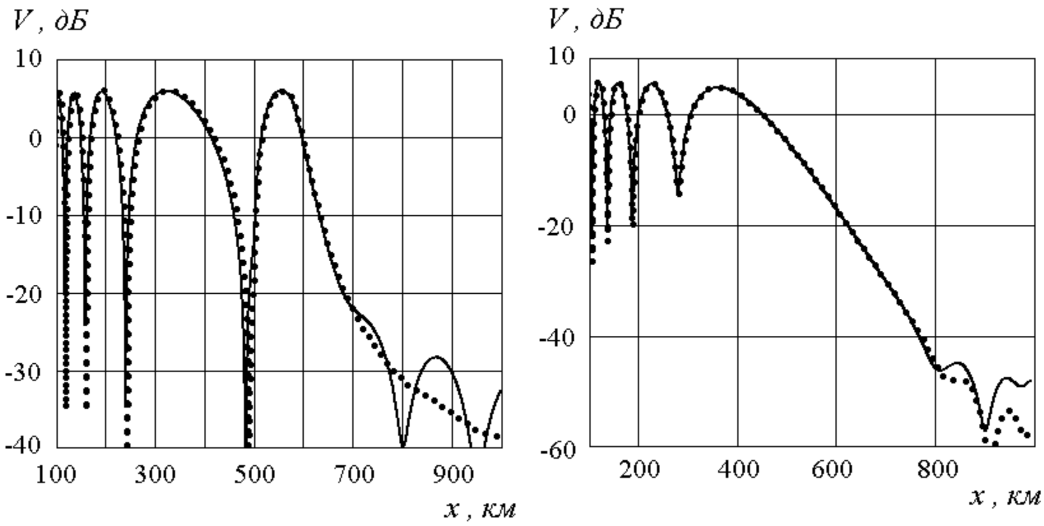
Результаты вычислений показали, что ИУ Фредгольма 2-го рода (6.а) и (7.а) приводят к одинаковым результатам, при этом погрешность получается практически такая же, как и при использовании метода ФО, а ИУ Фредгольма 1-го рода позволяют получить существенно меньшую невязку, которая считалась равной $\delta = V(p), \quad p \in L$. Результаты решения задачи дифракции на клине и цилиндрическом сегменте с использованием ИУ Фредгольма 1-го рода (6.б) и (7.б) представлены на рис.3.а, б.

Различие полученных результатов в области геометрической тени связано с расчетом диагональных элементов матрицы СЛАУ $\left[Z_{n\,m}\right]$. Из представленных на рис.3.а, б результатов следует, что уравнение (6.б) обеспечивает более высокую точность расчетов и поэтому является предпочтительным, при этом для задачи дифракции на клине использование (6.б) соответствует решению методом ГТД.



а) б)

Рис.2. Геометрия задачи для клина (а) и цилиндрического сегмента (б)



а) б)

Рис.3. Зависимость множителя ослабления от горизонтального расстояния для клина (а) и цилиндрического сегмента (б). Сплошные кривые - ИУ (7.б), точки - ИУ (6.б)

Таким образом, применение метода интегральных уравнений является перспективным для прогноза напряженности поля на реальных трассах. Основной вопрос, связанный с использованием данного метода, заключается в снижении времени вычислений. В настоящее время для решения этой задачи разработаны эффективные алгоритмы, при этом требуемые затраты времени окупаются точностью вычислений, которой невозможно достичь на реальных трассах без привлечения численных методов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Неганов В.А., Осипов О.В., Раевский С.Б., Яровой Г.П. Электродинамика и распространеие радиоволн. / Учеб. Пособие для вузов. Под ред. Неганова В.А. и Раевского С.Б. – М.: Радио и связь, 2005.
2. Hviid, J.T., Andersen, J.B., Toftgard, J. Terrain-based Propagation Model for Rural Area – an Integral Equation Approach. – IEEE Trans., 1995, vol. AP-43, no. 1, pp. 41-46.
3. Moreira, Fernando J.S. MFIE-Based Propagation Prediction. – Microwave and Optoelectronics Conference, 2001, vol. 1, pp. 195-198.