

## СЧЕТНОЕ МНОЖЕСТВО БИНАРНЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ ДЛЯ ШИРОКОПОЛОСНЫХ СИСТЕМ СВЯЗИ НА ОСНОВЕ СИСТЕМЫ С ДИНАМИЧЕСКИМ ХАОСОМ

С. В. Савельев, ФИРЭ им. В. А. Котельникова РАН, e-mail: [savelyev@ms.ire.rssi.ru](mailto:savelyev@ms.ire.rssi.ru).

*Предложена методика построения счётного множества бинарных последовательностей для широкополосных систем связи.*

### 1. Введение.

Развитие современных телекоммуникационных средств с большой скоростью передачи информации основано на использовании широкополосных сигналов с большой информационной емкостью [1 - 6]. В результате расширения спектра несущего сигнала возможно увеличение скорости передачи информации, повышение устойчивости и надежности систем связи при наличии различных возмущений. Использование широкополосных сигналов обеспечивает высокую пропускную способность каналов связи, позволяет ослабить вредное влияние помех и выделять полезный сигнал при соотношении сигнал / шум намного меньше единицы [5 - 7]. Первоочередным достоинством широкополосных хаотических систем является высокая скрытность и электромагнитная совместимость с другими беспроводными средствами связи за счет применения шумоподобных сигналов со сверхнизкой спектральной плотностью. Такие широкополосные сигналы могут использоваться для связи в многоканальных и многоадресных системах с кодовым разделением абонентов CDMA (Code Division Multiple Access System), и в беспроводных системах связи с расширением спектра WSSC (Wireless Spread Spectrum Communication Systems), что обеспечивает высокие требования, предъявляемые по защите передаваемой информации от несанкционированного доступа.

Глобальное распространение индивидуальных средств связи совместно с условиями обеспечения помехоустойчивости и скрытности диктуют повышенные требования на разработку новых принципов формирования семейств кодирующих сигналов с большим объемом. Частичное решение проблемы представлялось в переходе от традиционных систем связи с частотно-временным разделением абонентов к системам с кодированием широкополосными псевдослучайными сигналами, когда каждый из абонентов обязан использовать индивидуальный код или свою кодовую последовательность. Однако стремительное развитие многопользовательских персональных связных систем стимулирует поиск новых подходов к разработке семейств кодовых последовательностей с большой информационной емкостью. Перспективными здесь являются класс сигналов с расширением спектра на основе хаотических сигналов [6 - 10], при этом полоса частот передаваемого несущего сигнала может быть значительно шире полосы частот информационного сообщения. Такие сигналы, как известно, могут быть сформированы в виде псевдослучайных импульсных последовательностей с заранее заданными спектральными и корреляционными характеристиками. Однако известные методы построения псевдослучайных последовательностей обладают определенными недостатками, что не позволяет в полной мере удовлетворять требованиям, предъявляемым к большому ансамблю сигналов. Кроме того, отсутствует математический аппарат для получения алгебраических многочленов, порождающих последовательности максимального периода сколь угодно большой степени.

Сложная электромагнитная обстановка в зоне действия телекоммуникационных средств налагает жесткие требования на ансамбль псевдослучайных сигналов, используемых для кодирования и передачи информации в многопользовательских системах связи, где в результате широкополосности несущего сигнала все пользователи работают в одном частотном диапазоне. Каналы абонентов различаются каждый своим идентификационным кодом или своей кодовой последовательностью. Загруженность радиодиапазона электромагнитными излучениями в сочетании с необходимостью обеспечения скрытности и помехоустойчивости связи стимулируют развитие телекоммуникационных средств на основе широкополосных псевдослучайных кодированных сигналов. Ансамбль кодовых последовательностей, используемых для создания таких систем, должен обладать хорошими групповыми и взаимно корреляционными свойствами.

### 2. Генерация хаотической бинарной последовательности.

Необходимым требованием, налагаемым на современные телекоммуникационные системы, является обеспечение скрытности и конфиденциальности связи. Скрытность функционирования беспроводных систем связи может быть обеспечена путем увеличения базы сигнала, что позволяет при неизменной интегральной мощности резко уменьшить спектральную плотность излучения. Защита передаваемой информации от несанкционированного доступа достигается путем кодирования сообщения с помощью ПСП или за счет динамической смены во времени кодирующих последовательностей [9 - 12].

При создании систем с кодовым разделением абонентов решающим является математический алгоритм, порождающий ансамбль кодовых последовательностей. При этом основной проблемой является методика формирования каждой из этих последовательностей. Наиболее значимым для создания непериодической случайной последовательности является такой алгоритм, который позволяет кодирование каждого бита передаваемой информации с помощью своего неповторяющегося во времени набора символов. Такой случай может быть реализован при использовании явления динамического хаоса. В ряде работ предложен новый класс псевдослучайных сигналов, построение которых основано на неравновесной динамике нелинейных динамических систем [например, 6]. Системы, генерирующие хаос, обладают высокой информативностью, что позволяет реализовать на ограниченном функциональном пространстве наибольшее множество типов колебаний с широким спектром.

В работе представлена методика построения множества бинарных ортогональных хаотических последовательностей, основанная на использовании реализации хаотического процесса, построения на его основе базовой хаотической бинарной последовательности и создании семейства бинарных ортогональных последовательностей путем введения последовательного временного сдвига в базовую последовательность для каждой бинарной последовательности из порождаемого множества.

Пусть нам известна временная реализация  $F(t)$  действительно хаотического процесса, порождаемого детерминированной динамикой нелинейной системы. При этом автокорреляционная функция процесса  $F(t)$  убывает до нуля на большом промежутке времени, что является следствием перемешивания. Это значит, что система теряет взаимосвязь между состояниями с достаточно большим промежутком времени. Рассмотрим одну из возможностей генерации хаотической бинарной последовательности, используя временную реализацию такого хаотического процесса. Построение бинарной хаотической последовательности в простейшем асимметричном случае можно представить как:

$$B_k = \frac{1}{2} \{1 + \text{sign}[F'(t_k)]\} \quad (1)$$

где производная хаотической функции  $F(t)$  вычисляется в моменты времени  $t_k$  с шагом не более величины обратной верхней граничной частоты хаотического процесса. Хаотическая последовательность двоичных символов от хаотической порождающей функции имеет место, когда моменты времени, в которые производится отчет первой производной, связаны рекуррентным соотношением:

$$\frac{2\pi}{\omega_d} = \int_{t_k}^{t_{k+1}} \{1 + [F'(t)]^2\} dt \quad (2)$$

где  $\omega_d$  - наибольшая значимая частота функции  $F(t)$ . В (2) интеграл вычисляется по кривой временной реализации функции  $F(t)$  при движении изображающей точки с единичной скоростью. Плотная выборка значений производной хаотической функции гарантирует хаотичность порождаемой предложенным алгоритмом квазибинарной последовательности  $B_k'$ .

На рис.1 схематически представлен процесс генерации квазибинарной хаотической последовательности  $B_k'$  в соответствии с предложенным математическим алгоритмом. Внизу рисунка представлена «исправленная» последовательность  $B_k$  после обработки ее специализированным процессором, представляющая собой искомую действительно хаотическую бинарную последовательность, которая будет являться базовой для создания семейства ортогональных бинарных хаотических последовательностей. На реальную хаотичность генерируемой бинарной последовательности указывает порождающий алгоритм, определенный равенствами (1) и (2), такой, что для всех  $k$  справедливо соотношение:

$$\frac{2\pi}{\omega_d} \geq t_{k+1} - t_k \quad (3)$$

означающее, что длительность каждого символа генерируемой бинарной последовательности  $B_k'$  не превышает временного интервала дискретизации для определения  $F(t)$ . Таким образом, исходя из хаотичности порождающей функции  $F(t)$ , неравенство (3) является необходимым и достаточным условием хаотичности формируемой бинарной последовательности  $B_k$  в соответствии с теоремой Шеннона [1].

### 3. Семейство ортогональных хаотических бинарных последовательностей.

Применение в технике цифровой обработки сигналов микропроцессорных средств и продвижение их рабочих частот вверх позволяет просто реализовать в реальном времени построение множества бинарных ортогональных хаотических последовательностей на базе одной базовой хаотической последовательности. Реализация предлагаемого метода основана на статистических свойствах локально неустойчивых систем, когда функция автокорреляции от хаотической функции спадает до нуля за время предсказуемости, по порядку величины равное характерному времени обхода странного аттрактора системы с динамическим хаосом [3, 4]. В [10] исследовано влияние задержки хаотического кода на свойство взаимной ортогональности первоначальной и задержанной хаотических бинарных последовательностей. Показана возможность статистически значимого разделения хаотических бинарных последовательностей при относительной задержке, превышающей длительность единичного символа. Проследим изменение функции автокорреляции хаотической бинарной последовательности, реализованной в соответствии с предложенным методом, в случае реальной порождающей хаотической функции  $F(t)$ .

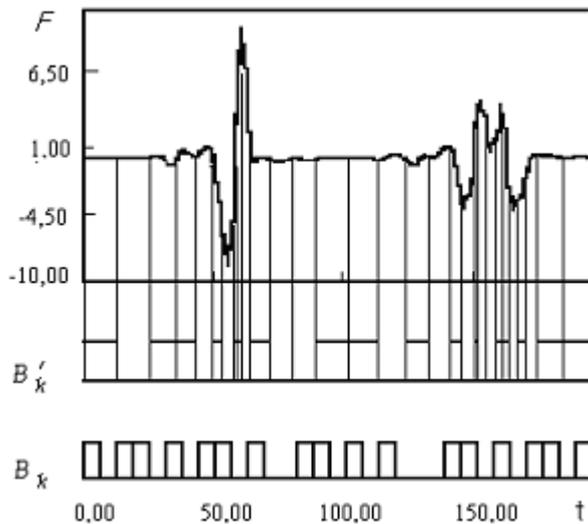


Рис.1. Генерация бинарной последовательности.

Пусть  $F(t)$  есть решение уравнений, описывающих динамику системы с выделенной инерционностью [13, 14]. Интерес к рассматриваемой модели состоит в том, что она легко реализуема на практике в широком частотном диапазоне вплоть до верхней части СВЧ диапазона, и является единственно известной динамической моделью, адекватно описывающей поведение реальных транзисторных СВЧ систем. Динамика системы с выделенной инерционностью характеризуется большим разнообразием колебательных процессов, включающих как регулярные, так и хаотические колебательные режимы с различной степенью автокорреляции. Развитые хаотические колебания, наиболее интересные с точки зрения максимума скорости убывания корреляций, наблюдаются в системе в большой области определяющих параметров. Тогда, следуя [13], пусть порождающая хаотическая функция  $F(t)$  будет определяться четырехпараметрической системой нелинейных дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \dot{F} &= G + (m_1 - m_2)F - FZ, F \leq q \\ \dot{F} &= G - m_2F - qF, F > q \\ \dot{G} &= -F \\ \dot{Z} &= -gZ + gI(2F - m_2J)(2F - m_2J)^2, I(y) = \begin{cases} 1, y \geq 0 \\ 0, y < 0 \end{cases} \\ \dot{J} &= F - m_2J \end{aligned} \quad (4)$$

Первые три уравнения описывают безинерционный колебательный процесс, где динамическая характеристика нелинейного активного элемента имеет линейный участок и участок с насыщением, четвертое и пятое уравнение отражают действие однополупериодного инерционного преобразователя на крутизну динамической характеристики в зависимости от выходного сигнала активного элемента. Обозначения переменных такие же, как в [13]. Развитый хаотический режим в системе (4) имеет место при следующих значениях параметров:  $m_1 = 1,8$ ,  $m_2 = 0,3$ ,  $q = 0,5$ ,  $g = 0,01$ . Движение изображающей точки в фазовом пространстве системы представляет странный аттрактор в окрестности петли седло-фокус, формируемый в результате последовательных бифуркаций по закону натурального ряда. Спектр мощности развитых хаотических колебаний характеризуется отсутствием регулярных пиков, в результате чего система быстро теряет корреляцию с предысторией. Корреляционная функция экспоненциально убывает с декрементом, определяемым энтропией Колмогорова [4].

Для построения базовой хаотической бинарной последовательности использовалась временная реализация  $F(t)$  в области параметров системы (4), соответствующих развитой хаотической динамике, когда дифференциальный закон распределения плотности вероятности колебаний близок к нормальному Гауссову. Метод построения множества бинарных ортогональных хаотических последовательностей на основе базовой последовательности тесно связан с эволюцией автокорреляционной функции (АКФ):

$$R(t; t+T) = \langle B_k(t)B_k(t+T) \rangle - \langle B_k(t) \rangle \langle B_k(t+T) \rangle \quad (5)$$

где угловые скобки  $\langle \dots \rangle$  означают усреднение по ансамблю реализаций процесса  $B_k(t)$  [15, 16]. Исключая переходной процесс, хаотические колебания являются процессом стационарным и эргодическим. Это означает, что усреднение по ансамблю можно заменить усреднением по времени вдоль одной типичной реализации. АКФ нормируется на максимальное значение при  $T = 0$ . Поведение  $R(t, t+T)$  позволяет найти значение величины временной задержки  $T$ , приводящей к потере связи с предысторией для бинарной хаотической последовательности  $B_k(t)$ .

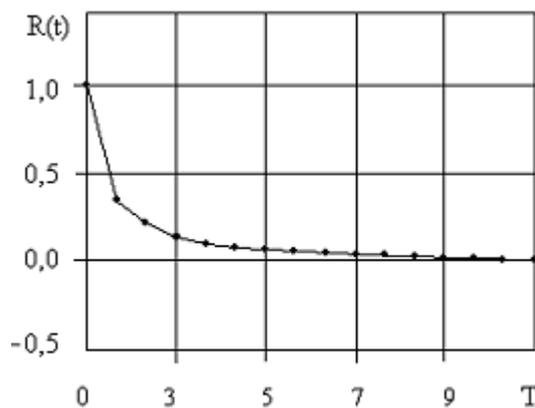


Рис.2. Нормированная АКФ функции  $B_k$

На рис. 2 представлена нормированная АКФ бинарной функции  $B_k$ . Хаотичность функции подтверждается экспоненциальным убыванием корреляций. Численный анализ показывает уменьшение автокорреляционной функции до нуля уже при значениях  $T = 10T_1$ , где  $T_1$  - длительность одного символов бинарной последовательности, что по порядку величины соответствует характерному периоду колебаний  $F(t)$ . Выявленное свойство АКФ  $R(t, T)$

позволяет формировать счетное множество бинарных ортогональных хаотических последовательностей  $B_k^N$  путем введения в базовую последовательность  $B_k$  временной задержки равной  $10T_1N$ , где  $N=1,2,\dots$ . Хаотичность и ортогональность формируемого семейства бинарных последовательностей совместно с быстродействующими цифровыми процессорами в системах связи позволит на практике осуществить кодовое разделение большого числа пользователей. Простые расчеты показывают, что при центральной частоте передатчика 1 ГГц и реальной временной задержке не более 1 секунды система с предложенным алгоритмом обеспечивает одновременное кодовое разделение 100000 абонентов.

#### 4. Заключение.

Численные расчеты АКФ подтверждают значимость предложенного метода формирования счетного множества бинарных ортогональных хаотических последовательностей на основе базовой последовательности, полученной методами нелинейной динамики, путем последовательного введения относительной задержки с кратностью нескольких длительностей единичного бинарного символа. Свойство взаимной ортогональности и хаотичности множества бинарных последовательностей позволяет использовать их для передачи информации с кодовым разделением абонентов в системах с повышенной защитой. Предложенный метод построения счетного множества бинарных ортогональных хаотических последовательностей реально осуществим в широком диапазоне длин волн в качестве семейства хаотических кодов с большим информационным объемом.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 08-07-00298).

#### Литература

1. Shannon C.E., A Mathematical Theory of Communication, Bell System Techn. J., 1948. V. 27, N 3, P. 379.
2. Варакин Л.Е. Системы связи с шумоподобными сигналами. // М.: радио и связь, 1979.
3. Дмитриев А.С., Кислов В.Я. Стохастические колебания в радиотехнике и электронике. // М.: Наука 1989.
4. Ланда П.С., Неймарк Ю.И. Стохастические динамические системы // М.: Наука, 1990. 460 С.
5. Котельников В.А. Теория потенциальной помехоустойчивости. // М.: Радио и связь, 1998.
6. Ю.В. Гуляев, В.Я. Кислов, В.В. Кислов. Новый класс сигналов для передачи информации – широкополосные хаотические сигналы // ДАН. 1998. Т.359. № 6. С.750-754.
7. Кислов В.Я., Калмыков В.В., Беляев Р.В., Воронцов Г.М. Корреляционные свойства шумоподобных сигналов, генерируемых системами с динамическим хаосом. // РЭ. 1997. Т. 42. № 11. С. 1342 – 1349.
8. Калинин В.И. Цифровая обработка хаотических сигналов в динамических системах с запаздыванием. 3-я международная конференция и выставка «Цифровая обработка сигналов и ее применение». 29 ноября – 1 декабря 2000. Москва. Россия. Доклады. Том.1. С.41.
9. Беляев Р.В., Воронцов Г.М., Калинин В.И., Колесов В.В. Передача информации на основе хаотических бинарных кодов с метрикой Хемминга. Труды 4 международной научно-технической конференции. Perspective Technology in the Mass Media – РТММ'2001/ 15-17 августа 2001. Владимир – Суздаль. С.21.
10. Калинин В.И., Беляев Р.В., Колесов В.В. Сжатие ФКМ – сигнала при синхронизации хаотического кода в канале связи с расширением спектра. 57 научная сессия, посвященная дню радио. 15-16 мая 2002 года, г. Москва. Труды. Т.2. С.6.
11. Кренкель Е.И., Мешковский К.А. Взаимная корреляция некоторых классов псевдослучайных последовательностей. // Радиотехника. 2000. № 6. С. 8 – 13.
12. Беляев Р.В., Воронцов Г.М., Колесов В.В. Формирование шумоподобной несущей в системах связи с расширением спектра. // РЭ. 2001. Т. 45. № 8. С. 954 – 960.
13. Савельев С.В. Бифуркационные явления с аддитивным увеличением периода колебаний в одномодовой радиофизической системе. // Радиотехника и электроника. 1992. Т.37. Вып.6. С.1064.

14. Кислов В.Я., Савельев С.В. Переход порядок – хаос в системе двух связанных автогенераторов с выделенной инерционностью. // Радиотехника и электроника. 1994. Т.39. Вып.6. С.963.
15. Савельев С.В. Метод временного запаздывания для построения бинарных ортогональных хаотических последовательностей// 5-я Международная конференция и выставка «Цифровая обработка сигналов и ее применение». 12-14 марта 2003 года, г. Москва, Россия. Доклады –1. С. 123 – 125.
16. Савельев С.В. Счетное множество случайных последовательностей на основе системы с динамическим хаосом.// 58 Научная сессия, посвященная дню радио. 14-15 мая 2003 года, г. Москва. Труды. Т. 2. С. 68 – 70.