ПОНЯТИЕ ОБОБЩЕННОГО ИМПЕДАНСА В ЗАДАЧАХ ДИФРАКЦИИ НА МНОГОСЛОЙНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ СТРУКТУРАХ

Звездина М.Ю., Лабунько О.С., Безуглов Е.Д., Забелкин С.Н.
Ростовская академия сервиса (филиал) ГОУ ВПО «Южно-Российский государственный университет экономики и сервиса», e-mail: zvezdina_m@mail.ru
ФГУП «Радиочастотный центр Южного федерального округа», kan@rostel.ru

Аннотация. В докладе приводятся соотношения, позволяющие вычислять элементы тензора поверхностного импеданса для многослойных магнитодиэлектрических покрытий на металлическом круговом цилиндре с различной точностью. Показана их связь с геометрическими и электродинамическими параметрами слоев покрытия.

Широкое применение радиопоглощающих покрытий из магнитодиэлектрических материалов, выполняемых с целью расширения их рабочего диапазона частот в виде многослойных покрытий [1], делает актуальной разработку научно-методического аппарата для моделирования их характеристики с приемлемыми вычислительными затратами. В ряде практических приложений нет необходимости в изучении структуры электромагнитного поля внутри покрытия. В этих случаях для ускорения вычислительного процесса и расширения круга исследуемых вариантов покрытий достаточно определить компоненты поля только на внешней границе покрытия, связанные между собой поверхностным импедансом или импедансными граничными условиями вида [2]:

$$[\vec{n},\vec{E}] = \underline{\mathbf{Z}}[\vec{n},[\vec{H},\vec{n}]]. \tag{1}$$

Здесь $\underline{\mathbf{Z}} = \begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{pmatrix}$ - тензор поверхностного импеданса, $\vec{n} = \{-1,0,0\}$ - вектор внешней к поверхности покрытия нормали.

Следует отметить, что может быть использовано два варианта представления поверхностного импеданса. Классический вариант [2-4] предполагает связь тангенциальных компонент поля на поверхности, а учет поля в слое осуществляется путем усреднения по толщине покрытия. Спектральное представление тензора поверхностного импеданса [5-8] применяется для многослойных покрытий и связывает между собой преобразованные по Фурье касательные составляющие полей. Импедансные граничные условия для M-слойного покрытия при таком подходе имеют вид [7]:

$$\begin{bmatrix} E_{zm}(h,\rho_M) \\ -E_{\varphi m}(h,\rho_M) \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} Z_{11}^m(h,\rho_M) & Z_{12}^m(h,\rho_M) \\ Z_{21}^m(h,\rho_M) & Z_{22}^m(h,\rho_M) \end{pmatrix} \begin{bmatrix} H_{\varphi m}(h,\rho_M) \\ H_{zm}(h,\rho_M) \end{bmatrix}. \tag{2}$$

Величина поверхностного импеданса при этом трактуется как поверхностное сопротивление на внешней границе покрытия для различных направлений прихода пространственных волн из бесконечного спектра. Спектральные составляющие компонент полей, используемые при записи граничных условий (2), связаны с полными компонентами поля выражениями [2, 7]:

$$\begin{Bmatrix} E_\xi \\ H_\xi \end{Bmatrix} = \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-ihz) \sum_{m=-\infty}^{\infty} \begin{Bmatrix} E_{\xi m}(h) \\ H_{\xi m}(h) \end{Bmatrix} dh. \qquad (\xi = z,\varphi) \tag{3}$$

Из анализа выражений (2) следует, что элементы спектральных составляющих тензора поверхностного импеданса определяются соотношениями:

$$Z_{11}^m(h,\rho_M) = Z_{z\varphi}^m(h,\rho_M) = \frac{E_{zm}(h,\rho_M)}{H_{\varphi m}(h,\rho_M)}, \qquad Z_{12}^m(h,\rho_M) = Z_{zz}^m(h,\rho_M) = \frac{E_{zm}(h,\rho_M)}{H_{zm}(h,\rho_M)},$$

$$Z_{21}^m(h,\rho_M) = Z_{\varphi\varphi}^m(h,\rho_M) = -\frac{E_{\varphi m}(h,\rho_M)}{H_{\varphi m}(h,\rho_M)}, \quad Z_{22}^m(h,\rho_M) = Z_{\varphi z}^m(h,\rho_M) = -\frac{E_{\varphi m}(h,\rho_M)}{H_{zm}(h,\rho_M)}. \tag{4}$$

Целью данного доклада является представление элементов спектрального представления тензора поверхностного импеданса на внешней границе многослойного магнитодиэлектрического покрытия на круговом металлическом цилиндре для источника электрического (магнитного) типа.

При нахождении компонент электромагнитного поля на внешней границе покрытия, используемых при нахождении элементов тензора поверхностного импеданса, может быть применен обобщенный на случай произвольного типа источника алгоритм свертки [9]. Данный алгоритм позволяет свести анализ поля многослойного покрытия к анализу поля одно-, двух- или трехслойного эквивалентного покрытия в зависимости от расположения стороннего источника относительно слоев покрытия. В частности, при расположении источника во внешней относительно покрытия области эквивалентное покрытие является однослойным, а, следовательно, полноволновой анализ может осуществляться с использованием аналитического представления дисперсионного уравнения. В связи с этим рассмотрим процесс получения выражений для элементов тензора поверхностного импеданс на основе однослойного ($M=1$) покрытия.

Получим элементы спектральных составляющих тензора поверхностного импеданса (4) для случая возбуждения продольным электрическим (магнитным) диполем, расположенным в слое магнитодиэлектрического покрытия на круговом металлическом цилиндре.

На основе использования соотношений, описывающих тангенциальные компоненты вторичных полей в области свободного пространства, несложно записать выражения для спектральных элементов тензора поверхностного импеданса. Так, для однослойного покрытия элементы спектрального представления тензора поверхностного импеданса имеют вид:

$$Z_{11}^{m}(h,\rho_M)=iW_0\frac{\beta_0^2}{k_0}\left(\beta_0\frac{H_m^{(2)'}(\beta_0\rho_M)}{H_m^{(2)}(\beta_0\rho_M)}-\frac{imh}{W_0k_0\rho_M}\frac{a_{z\,m}^{(M+1)}}{c_{z\,m}^{(M+1)}}\right)^{-1}, \quad (5а) \qquad Z_{12}^{m}(h,\rho_M)=\frac{W_0^2c_{zm}^{(M+1)}}{a_{zm}^{(M+1)}}, \quad (5б)$$

$$Z_{21}^{m}(h,\rho_M)=\frac{\dfrac{H_m^{(2)'}(\beta_0\rho_M)}{H_m^{(2)}(\beta_0\rho_M)}+\dfrac{imhW_0}{k_0\rho_M\beta_0}\dfrac{c_{z\,m}^{(M+1)}}{a_{z\,m}^{(M+1)}}}{\dfrac{H_m^{(2)'}(\beta_0\rho_M)}{H_m^{(2)}(\beta_0\rho_M)}\dfrac{c_{z\,m}^{(M+1)}}{a_{z\,m}^{(M+1)}}-\dfrac{imh}{k_0\rho_MW_0\beta_0}}, \quad (5в)$$

$$Z_{22}^{m}(h,\rho_M)=-\frac{ik_0W_0}{\beta_0}\left(\frac{H_m^{(2)'}(\beta_0\rho_M)}{H_m^{(2)}(\beta_0\rho_M)}\frac{a_{z\,m}^{(M+1)}}{c_{z\,m}^{(M+1)}}+i\frac{W_0mh}{k_0\beta_0\rho_M}\right)\left(\frac{a_{z\,m}^{(M+1)}}{c_{z\,m}^{(M+1)}}\right)^{-1}. \quad (5г)$$

В данных соотношениях коэффициенты спектрального представления электромагнитного поля $a_{zm}^{(M+1)}(h)$ и $c_{zm}^{(M+1)}(h)$, описывающие амплитуды m-х гармоник магнитного и электрического полей соответственно; $W_0=120\pi$ Ом – волновое сопротивление свободного пространства; k_0 - волновое число свободного пространства; h - продольное волновое число; β_0 - поперечное волновое число в области свободного пространства; $H_m^{(2)}(\cdot), H_m^{(2)'}(\cdot)$ - соответственно функция Ганкеля 2-го рода m-го порядка и ее производная по аргументу.

Анализ соотношений (5) показывает следующее. Во-первых, в частном случае цилиндра большого радиуса ($k_0\rho_M\to\infty$) в выражениях (5а), (5г), определяющих значения поверхностного импеданса при возбуждении поверхности источником электрического и магнитного типов, можно пренебречь слагаемыми, описывающими кривизну поверхности тела, и, учитывая асимптотику для логарифмической производной цилиндрических функций, свести указанные выражения к известным [2, 5]:

$$Z_{11}=Z_E=\frac{i\beta_0W_0}{k_0}, \qquad Z_{22}=Z_H=-\frac{ik_0W_0}{\beta_0}, \qquad \widetilde{Z}_E=-\widetilde{Z}_H^{-1}. \quad (6)$$

Для изотропных материалов слоев для пассивной структуры в соответствии с [8] $\widetilde{Z}_{12}=\widetilde{Z}_{21}=0$.

Во-вторых, спектральные элементы тензора поверхностного импеданса для источников электрического и магнитного типов совпадают, а различия появляются только после подстановки спектральных коэффициентов представления полей на верхней границе покрытия $c_{zm}^{(M+1)}(h)/a_{zm}^{(M+1)}(h)$.

Подставляя выражения, описывающие данные коэффициенты, получаем следующие соотношения для продольного электрического вибратора [10]:

$$Z_{11}^{mE}(h,\rho_M)=i\frac{W_0\beta_0}{k_0}\left(\frac{H_m^{(2)'}(\beta_0\rho_M)}{H_m^{(2)}(\beta_0\rho_M)}-\frac{m^2h^2}{\beta_0^2\beta_1^2\rho_M^2}\frac{\varepsilon_1\mu_1-1}{T_m^e(h)}\right)^{-1},\ (7а)\quad Z_{12}^{mE}(h,\rho_M)=i\frac{W_0\beta_0\beta_1^2}{mhk_0(\varepsilon_1\mu_1-1)}T_m^e(h),\ (7б)$$

$$Z_{21}^{mE}(h,\rho_M)=i\frac{W_0mh}{k_0\beta_0\rho_M}\frac{\dfrac{k_0^2(\varepsilon_1\mu_1-1)}{\beta_1^2}\dfrac{H_m^{(2)'}(\beta_0\rho_M)}{H_m^{(2)}(\beta_0\rho_M)}-T_m^e(h)}{T_m^e(h)\dfrac{H_m^{(2)'}(\beta_0\rho_M)}{H_m^{(2)}(\beta_0\rho_M)}-\dfrac{m^2h^2(\varepsilon_1\mu_1-1)}{\beta_1^2\beta_0^2{\rho_M}^2}}, \quad (7в)$$

$$Z_{22}^{mE}(h,\rho_M)=-i\frac{W_0\beta_1^2}{\beta_0k_0(\varepsilon_1\mu_1-1)}\left(T_m^e(h)-\frac{k_0^2(\varepsilon_1\mu_1-1)}{\beta_1^2}\frac{H_m^{(2)'}(\beta_0\rho_M)}{H_m^{(2)}(\beta_0\rho_M)}\right), \quad (7г)$$

где $T_m^e(h)=\dfrac{H_m^{(2)'}(\beta_0b)}{H_m^{(2)}(\beta_0b)}-\mu\dfrac{\beta_0}{\beta_1}\dfrac{D_m(h)}{P_m(h)}$, (8)

$$Q_m(h)=H_m^{(2)}(\beta_1a)H_m^{(1)}(\beta_1b)-H_m^{(1)}(\beta_1a)H_m^{(2)}(\beta_1b),\quad D_m(h)=H_m^{(2)'}(\beta_1a)H_m^{(1)'}(\beta_1b)-H_m^{(1)'}(\beta_1a)H_m^{(2)'}(\beta_1b),$$

$$R_m(h)=H_m^{(2)}(\beta_1a)H_m^{(1)'}(\beta_1b)-H_m^{(1)}(\beta_1a)H_m^{(2)'}(\beta_1b),\ P_m(h)=H_m^{(2)'}(\beta_1a)H_m^{(1)}(\beta_1b)-H_m^{(1)'}(\beta_1a)H_m^{(2)}(\beta_1b), \quad (9)$$

$a=\rho_0$ - радиус металлического цилиндра; $b=\rho_M$ - радиус верхней границы эквивалентного покрытия.

Соотношения (7) являются спектральными элементами тензора поверхностного импеданса, вычисленными на основе строгого решения задачи о возбуждении открытой волноведущей структуры в виде металлического кругового цилиндра с магнитодиэлектрическим покрытием источником либо электрического, либо магнитного типа, расположенным в слое покрытия. Оператор $\underline{\mathbf{Z}}$ является точным оператором импеданса и называется в методах, использующих пространственную декомпозицию, оператором Стеклова-Пуанкаре [11].

Непосредственное применение приведенных выше соотношений при разработке вычислительных алгоритмов представляет собой, как отмечается в [11], большие трудности. Использование асимптотических выражений для цилиндрических функций приводит к замене точных граничных условий на приближенные. Так, для получения приближенных граничных условий для тонких покрытий $(\beta_1(\rho_1-\rho_0)=\beta_1(b-a)=\beta_1t<<\lambda)$ применяется стандартный подход [11] - разложение функций $P_m(h)$, $D_m(h)$, $R_m(h)$ и $Q_m(h)$ в ряд Тейлора по малому аргументу β_1t. В результате данные функции заменяются асимптотиками:

$$P_m(h)\approx H_m^{(1)}(\beta_1b)\left\{H_m^{(2)'}(\beta_1b)+\ldots+\frac{[-\beta_1(b-a)]^k}{k!}H_m^{(2)(k+1)}(\beta_1b)\right\}-$$
$$-H_m^{(2)}(\beta_1b)\left\{H_m^{(1)'}(\beta_1b)+\ldots+\frac{[-\beta_1(b-a)]^k}{k!}H_m^{(1)(k)}(\beta_1b)\right\}=-\frac{4i}{\pi\beta_1b}\left(1+\frac{1}{2}\frac{t}{b}\left(\frac{m}{\beta_1b}-\frac{m+1}{\beta_1b}\right)-\right.$$
$$\left.-\frac{(\beta_1t)^2}{2}\left(1-\frac{1}{2}\left(\frac{m-1}{\beta_1b}\frac{m-2}{\beta_1b}+\frac{m+1}{\beta_1b}\frac{m+2}{\beta_1b}\right)\right)-\frac{(\beta_1t)^3}{12}\left(\frac{m+2}{\beta_1b}-\frac{m-2}{\beta_1b}+\frac{m-1}{\beta_1b}\frac{m-2}{\beta_1b}\frac{m-3}{\beta_1b}-\frac{m+1}{\beta_1b}\frac{m+2}{\beta_1b}\frac{m+3}{\beta_1b}\right)\right),$$

$$D_m(h)\approx H_m^{(1)'}(\beta_1b)\left\{H_m^{(2)'}(\beta_1b)+\ldots+\frac{[-\beta_1(b-a)]^k}{k!}H_m^{(2)(k+1)}(\beta_1b)\right\}-$$
$$-H_m^{(2)'}(\beta_1b)\left\{H_m^{(1)'}(\beta_1b)+\ldots+\frac{[-\beta_1(b-a)]^k}{k!}H_m^{(1)(k+1)}(\beta_1b)\right\}=\frac{4it}{\pi b}\left(1-\frac{1}{2}\left(\frac{m}{\beta_1b}\frac{m-1}{\beta_1b}+\frac{m}{\beta_1b}\frac{m+1}{\beta_1b}\right)+\right.$$
$$\left.+\frac{\beta_1t}{2}\left(\frac{m+1}{\beta_1b}-\frac{m-1}{\beta_1b}+\frac{m}{\beta_1b}\frac{m-1}{\beta_1b}\frac{m-2}{\beta_1b}-\frac{m}{\beta_1b}\frac{m+1}{\beta_1b}\frac{m+2}{\beta_1b}\right)-\right.$$

$$-\frac{(\beta_1 t)^2}{12}\left(2-2\frac{2m^2+3}{(\beta_1 b)^2}+\frac{m}{\beta_1 b}\frac{m-1}{\beta_1 b}\frac{m-2}{\beta_1 b}\frac{m-3}{\beta_1 b}+\frac{m}{\beta_1 b}\frac{m+1}{\beta_1 b}\frac{m+2}{\beta_1 b}\frac{m+3}{\beta_1 b}\right)\Bigg),$$

$$R_m(h)\approx H_m^{(1)'}(\beta_1 b)\left\{H_m^{(2)}(\beta_1 b)+\ldots+\frac{[-\beta_1(b-a)]^k}{k!}H_m^{(2)(k)}(\beta_1 b)\right\}-$$

$$-H_m^{(2)'}(\beta_1 b)\left\{H_m^{(1)'}(\beta_1 b)+\ldots+\frac{[-\beta_1(b-a)]^k}{k!}H_m^{(1)(k)}(\beta_1 b)\right\}=\frac{4i}{\pi\beta_1 b}\left(1-\frac{(\beta_1 t)^2}{2}\left(1-\frac{1}{2}\left(\frac{m}{\beta_1 b}\frac{m-1}{\beta_1 b}+\frac{m}{\beta_1 b}\frac{m+1}{\beta_1 b}\right)-\right.\right.$$

$$-\frac{(\beta_1 t)^2}{2}\left(\frac{m+1}{\beta_1 b}-\frac{m-1}{\beta_1 b}+\frac{m}{\beta_1 b}\frac{m-1}{\beta_1 b}\frac{m-2}{\beta_1 b}-\frac{m}{\beta_1 b}\frac{m+1}{\beta_1 b}\frac{m+2}{\beta_1 b}\right)+$$

$$+\frac{(\beta_1 t)^4}{12}\left(2-2\frac{2m^2+3}{(\beta_1 b)^2}+\frac{m}{\beta_1 b}\frac{m-1}{\beta_1 b}\frac{m-2}{\beta_1 b}\frac{m-3}{\beta_1 b}+\frac{m}{\beta_1 b}\frac{m+1}{\beta_1 b}\frac{m+2}{\beta_1 b}\frac{m+3}{\beta_1 b}\right)\Bigg)\Bigg),$$

$$Q_m(h)\approx H_m^{(1)}(\beta_1 b)\left\{H_m^{(2)}(\beta_1 b)+\ldots+\frac{[-\beta_1(b-a)]^k}{k!}H_m^{(2)(k)}(\beta_1 b)\right\}-$$

$$-H_m^{(2)}(\beta_1 b)\left\{H_m^{(1)'}(\beta_1 b)+\ldots+\frac{[-\beta_1(b-a)]^k}{k!}H_m^{(1)(k)}(\beta_1 b)\right\}=\frac{4it}{\pi b}\left(1+\frac{1}{2}\frac{t}{b}\left(\frac{m}{\beta_1 b}-\frac{m+1}{\beta_1 b}\right)-\right. \quad (10)$$

$$-\frac{(\beta_1 t)^2}{6}\left(1-\frac{1}{2}\left(\frac{m-1}{\beta_1 b}\frac{m-2}{\beta_1 b}+\frac{m+1}{\beta_1 b}\frac{m+2}{\beta_1 b}\right)\right)-\frac{(\beta_1 t)^3}{24}\left(\frac{m+2}{\beta_1 b}-\frac{m-2}{\beta_1 b}+\frac{m-1}{\beta_1 b}\frac{m-2}{\beta_1 b}\frac{m-3}{\beta_1 b}-\frac{m+1}{\beta_1 b}\frac{m+2}{\beta_1 b}\frac{m+3}{\beta_1 b}\right)\Bigg).$$

Здесь $t=b-a$.

Таким образом, для тонких покрытий цилиндрические функции, входящие в спектральные элементы тензора поверхностного импеданса могут быть заменены полиномами, зависящими от электрической толщины покрытия $\beta_1 t$. Погрешности представления данных функций $P_m(h)$, $D_m(h)$, $R_m(h)$ и $Q_m(h)$ в интервале изменения азимутальных гармоник $m\in[0,m_{\max}]$, полученные с использованием для оценки остаточного члена $O_n(\beta_1 t)$ формулы Лагранжа [12], имеют вид:

$$\frac{(\beta_1 t)^4}{24}\le O_n(P(\beta_1 t))\le\frac{(\beta_1 t)^4}{24}\left(1-\frac{4\pi^2}{\beta_1^2}\right), \quad (12) \qquad \frac{(\beta_1 t)^4}{12(\beta_1 b)^2}\le O_n(D(\beta_1 t))\le\frac{(\beta_1 t)^4}{12(\beta_1 b)^2}\left(1-12\frac{\pi^3 b^2}{\beta_1^2}\right), \quad (13)$$

$$\frac{(\beta_1 t)^4}{24}\le O_n(R(\beta_1 t))\le\frac{(\beta_1 t)^4}{24}\left(1-\frac{6\pi}{\beta_1 b}\right), \quad (14) \qquad \frac{(\beta_1 t)^4}{12(\beta_1 b)^2}\le O_n(Q(\beta_1 t))\le\frac{(\beta_1 t)^4}{24(\beta_1 b)^2}\left(2-4\pi^2\right). \quad (15)$$

С учетом сделанной оценки величины остаточного члена в функциях, определяемых соотношениями (9), асимптотические выражения для функций, входящих в $T_m^e(h)$ принимают вид:

$$\frac{D_m(h)}{P_m(h)}\approx-\beta_1 t\left\{1-\left(\frac{m}{\beta_1 b}\right)^2+\frac{\beta_1 t}{2}\left(\frac{2}{\beta_1 b}+\frac{m}{\beta_1 b}\frac{m-1}{\beta_1 b}\frac{m-2}{\beta_1 b}-\frac{m}{\beta_1 b}\frac{m+1}{\beta_1 b}\frac{m+2}{\beta_1 b}\right)-\right.$$

$$\left.-\frac{(\beta_1 t)^2}{12}\left(2-2\frac{2m^2+3}{(\beta_1 b)^2}+\frac{m}{\beta_1 b}\frac{m-1}{\beta_1 b}\frac{m-2}{\beta_1 b}\frac{m-3}{\beta_1 b}+\frac{m}{\beta_1 b}\frac{m+1}{\beta_1 b}\frac{m+2}{\beta_1 b}\frac{m+3}{\beta_1 b}\right)\right\}\times$$

$$\times\left\{\left(1-\frac{1}{2}\frac{t}{\beta_1 b^2}-\frac{(\beta_1 t)^2}{2}\left(1-\frac{m^2+2}{(\beta_1 b)^2}\right)-\frac{(\beta_1 t)^3}{12}\left(\frac{4}{\beta_1 b}+\frac{m-1}{\beta_1 b}\frac{m-2}{\beta_1 b}\frac{m-3}{\beta_1 b}-\frac{m+1}{\beta_1 b}\frac{m+2}{\beta_1 b}\frac{m+3}{\beta_1 b}\right)\right)\right\}^{-1}+O[(\beta_1 t)^4]. \quad (16)$$

Подставляя в соотношения (7) выражения (16), можно получить приближенные значения для спектральных составляющих тензора поверхностного импеданса. При этом, поскольку входящие в их состав производные цилиндрических функций имеют порядок не выше третьего, то данный тензор поверхностного импеданса дает возможность получить приближенные граничные условия третьего порядка. Использование меньшего числа элементов в представлениях (16) приведет к граничным условиям меньших порядков.

Для оценки корректности полученных соотношений (16) рассмотрим частные случаи. Так, при уменьшении электрической толщины покрытия $\beta_1 t$, как показывает анализ выражений (16), $\dfrac{D_m(h)}{P_m(h)} \to 0$, что соответствует величине поверхностного импеданса для случая идеально проводящей поверхности [3]. В случае цилиндра большого радиуса и применения для представления цилиндрических функций, входящих в состав $T_m^e(h)$, асимптотики функции Ганкеля для больших значений аргументов [12], можно записать:

$$\frac{D_m(h)}{P_m(h)} \approx i\frac{\beta_1^2\left(\exp(i\beta_1 t) - \exp(-i\beta_1 t)\right)}{\beta_1\left(\exp(i\beta_1 t) + \exp(-i\beta_1 t)\right)} = \beta_1 \operatorname{tg}(\beta_1 t), \tag{17}$$

Логарифмическая производная при этом определяется соотношением [12]:

$$\frac{H_m^{(2)'}(\beta_0 b)}{H_m^{(2)}(\beta_0 b)} \approx -i\beta_0 . \tag{18}$$

С учетом (17) и (18) функция $T_m^e(h)$ может быть записана в виде:

$$T_m^e(h) \approx -i\beta_0\mu_1\left(\frac{1}{\mu_1} + \operatorname{tg}(\beta_1 t)\right). \tag{19}$$

Приведенное выше соотношение не зависит от номера азимутальной гармоники m и хорошо согласуется с выражениями, используемыми вычисления величины поверхностного импеданса в случае тонкого покрытия из магнитодиэлектрического материала на идеально проводящей плоскости [2-7], что подтверждает корректность предложенного подхода. Аналогично могут быть получены и выражения для большего числа слоев покрытия.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Габриэльян Д.Д., Звездина М.Ю., Синявский Г.П.* Методы решения задач дифракции для цилиндрических поверхностей с радиопоглощающими покрытиями. // Успехи современной радиоэлектроники. – 2006. №6. - С.68-80.
2. *Вайнштейн Л.А.* Электромагнитные волны. – М.: Радио и связь, 1988. – 440 с.
3. *Каценеленбаум Б.З.* Высокочастотная электродинамика. – М.: Наука, 1966. – 240 с.
4. *Халлиулин Д.Я., Третьяков С.А.* Обобщенные граничные условия импедансного типа для тонких плоских слоев различных сред (Обзор). // Радиотехника и электроника. – 1998. - Т.43. № 1. - С.16-29.
5. *Hoppe D.J., Rahmat-Samii Y.* Impedance Boundary Conditions in Electromagnetics. - Washington, Taylor and Francis, 1995.
6. *Cicchetti R. A.* Class of Exact and Higher-Order Surface Boundary Conditions for Layered Structures. // IEEE Trans. Antennas and Propag. – 1996. - V.44. №2. - P.249-259.
7. *Galdi V., Pinto I.M.* SDRA Approach for Higher-Order Impedance boundary Conditions for Complex Multi-Layer Coatings on Curved Conducting Bodies // Progress in Electromagn. Res. – PIER. – 1999. – V.24. – P.311-335.
8. *Show W.T., Dougan A.I.* Curvature Corrected Impedance Boundary Conditions in an Arbitrary Basis. // IEEE Trans. Antennas and Propag. – 2005. - V.53. №5. - P.1699-1705.
9. *Звездина М.Ю., Лабунько О.С., Забелкин С.Н.* Алгоритм определения поверхностного импеданса для многослойного магнитодиэлектрического покрытия на круговом металлическом цилиндре // Электромагнитные волны и электронные системы. – 2007. - №5. – С.16-20.
10. *Звездина М.Ю.* Влияние кругового цилиндра с радиопоглощающим покрытием на характеристики направленности щелевой антенны // Антенны. - 2006. - №2. – С.36-39.
11. *Bartoli N., Bendali A.* Numerical Solving of Electromagnetic Scattering by Coated Perfectly Conducting Obstacles – Режим доступа: // http://www.cerfacs.fr/emc/FileReports/TR_EMC_00_96.ps.gz, свободный. - Загл. с экрана.
12. Справочник по математике (для научных работников и инженеров) / Г. Корн, Т. Корн. – М.: Наука, 1974. – 832 с.