

ОБЩИЙ ПОДХОД В ЗАДАЧАХ ДИФРАКЦИИ НА МНОГОСЛОЙНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ СТРУКТУРАХ С ЗАМКНУТЫМИ И РАЗОМКНУТЫМИ ГРАНИЦАМИ

Лабунько О.С.

ФГУП «Радиочастотный центр Южного федерального округа», kan@rostel.ru

Аннотация. В докладе рассматривается обобщенный подход к решению задач излучения и дифракции на цилиндрических структурах произвольного сечения с замкнутыми и разомкнутыми границами.

Анализ явлений дифракции электромагнитных волн на многослойных магнитоэлектрических структурах представляет интерес как с теоретической точки зрения, так и в практическом плане [1-3]. Такие структуры могут использоваться при создании антенн, обеспечивающих более высокие характеристики электромагнитной совместимости, помехоустойчивости, для систем радиолокации, радионавигации и радиосвязи. Существуют различные подходы к исследованию указанных вопросов для цилиндрических структур, однако, как правило, они относятся к структурам с замкнутыми границами [1, 4]. В то же время возможен общий подход, позволяющий рассматривать цилиндрические структуры с замкнутыми и разомкнутыми границами с единых позиций.

Целью данного доклада является построение математической модели и исследование характеристик цилиндрической структуры с многослойным магнитоэлектрическим покрытием, имеющим замкнутые или разомкнутые границы.

Вид рассматриваемых в докладе структур с замкнутыми границами приведен на рисунке 1. Границы слоев определяются зависимостями $\rho_m(\varphi)$ и представляют собой замкнутые или разомкнутые кривые, удовлетворяющие условиям Ляпунова [5]. Возбуждение структур производится сторонним источником в виде электрического или магнитного диполя.

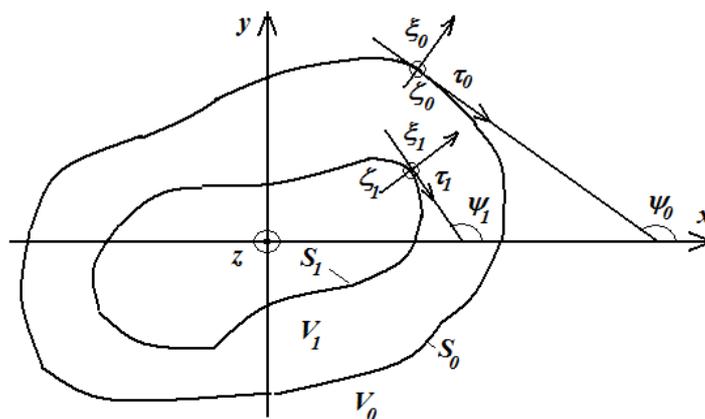


Рисунок 1

Рассмотрим частичные области V_m ($m=0, \dots, M$). Каждая из областей представляет собой слой магнитоэлектрика с относительными диэлектрической и магнитной проницаемостями ε_m и μ_m соответственно ($m=1, \dots, M$). Границами области V_m ($m=1, \dots, M$) являются поверхности S_{m-1} и S_m . При этом область V_0 ограничена поверхностью S_0 - внешней границей многослойной структуры и полуокружностью бесконечно большого радиуса S_R .

В каждой из областей задано распределение сторонних электрических $\vec{j}_m^{эсм}$ и магнитных $\vec{j}_m^{мсм}$ токов ($m=0, \dots, M$). В частности, при расположении в области V_0 источника в дальней

зоне задача может рассматриваться как случай возбуждения цилиндрической структуры плоской электромагнитной волной.

Аналогично представление цилиндрических структур с разомкнутыми границами представлено на рисунке 2.

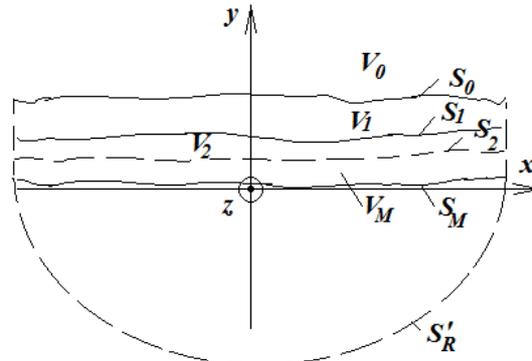


Рисунок 2

Требуется определить распределение полей и токов в каждой из диэлектрических областей, включая и внешнюю область V_0 .

Для того чтобы добиться единства подходов к электродинамическому анализу двух видов цилиндрических структур с произвольными границами, дополним незамкнутые границы S'_m в нижнем полупространстве полуокружностью бесконечно большого радиуса S'_R , как показано на рисунке 2.

При таком подходе цилиндрическая структура с произвольными незамкнутыми границами может рассматриваться как цилиндрическая структура с произвольными замкнутыми границами $S_m = S'_m \cup S'_R$. В этом случае распределение электрических и магнитных токов на границе S'_R принимается равным нулю, что не вносит принципиальных отличий при рассмотрении цилиндрических структур с замкнутыми и незамкнутыми границами.

Введем локальные системы координат $O_m \tau_m \xi_m \zeta_m$, как показано на рисунке 1. Оси $O_m \tau_m$ и $O_m \xi_m$ являются соответственно касательной и внешней нормалью к контуру S_m , ось $O_m \zeta_m$ - параллельна образующей и дополняет систему координат до правой тройки. Определим углы ψ_m между осями $O_m \tau_m$ ($m = 0, \dots, M$) и осью Ox следующим образом

$$\operatorname{tg} \psi_m(\varphi) = \frac{dy}{dx} = \frac{\dot{\rho}_m(\varphi) \sin \varphi + \rho_m(\varphi) \cos \varphi}{\dot{\rho}_m(\varphi) \cos \varphi - \rho_m(\varphi) \sin \varphi}. \quad (1a)$$

Матрицы преобразований компонент векторов между системами координат $O \tau_m \xi_m \zeta_m$ и $Oxyz$ имеют вид

$$\Psi_m = \begin{pmatrix} \cos \psi_m & \sin \psi_m & 0 \\ -\sin \psi_m & \cos \psi_m & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (1b)$$

В свою очередь, матрицы обратных преобразований могут быть легко найдены и определяются формулой

$$\Psi_m^{-1} = \begin{pmatrix} \cos \psi_m & -\sin \psi_m & 0 \\ \sin \psi_m & \cos \psi_m & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (1b)$$

В матричной форме связь между напряженностями электрического и магнитного полей со сторонними токами может быть представлена в виде

$$\vec{E}_m^{\partial} = G_m^{e\partial} \vec{j}_m^{e\partial} + G_m^{eM} \vec{j}_m^{M\partial} + G_m^{e\partial} \vec{j}_m^{e\partial} + G_m^{eM} \vec{j}_m^{M\partial}, \quad (2)$$

$$\vec{H}_m^{nao} = G_m^{mz} \vec{j}_m^{эcm} + G_m^{mm} \vec{j}_m^{mcm} + G_m^{mz} \vec{j}_m^{эcm} + G_m^{mm} \vec{j}_m^{mcm}, \quad (3)$$

В соотношениях (2), (3) индекс «*nao*» относится к полям, возбуждаемым сторонними токами в безграничном пространстве с соответствующими параметрами, индекс «*вт*» - к полям вторичных эквивалентных токов, возникающих на границе слоев.

Элементы тензоров из (2) и (3), на примере $G_m^{эз}$ можно записать следующим образом

$$G_m^{эз} = \begin{pmatrix} \cos \psi_m & -\sin \psi_m & 0 \\ \sin \psi_m & \cos \psi_m & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} G_{(m)xx}^{эз} & G_{(m)xy}^{эз} & G_{(m)xz}^{эз} \\ G_{(m)yx}^{эз} & G_{(m)yy}^{эз} & G_{(m)yz}^{эз} \\ G_{(m)zx}^{эз} & G_{(m)zy}^{эз} & G_{(m)zz}^{эз} \end{pmatrix}$$

При этом элементы второго матричного сомножителя определяются хорошо известными соотношениями [2, 3].

Вторичные токи на границах подобластей в системе координат $O\tau_m \xi_m \zeta_m$ имеют составляющие

$$\vec{j}_m^{эcm} = \{j_{m\tau}^{эcm}, 0, j_{m\zeta}^{эcm}\}, \quad (m=0, \dots, M), \quad (4)$$

$$\vec{j}_m^{mcm} = \{j_{m\tau}^{mcm}, 0, j_{m\zeta}^{mcm}\}, \quad (m=0, \dots, M-1). \quad (5)$$

В системе координат $Oxyz$ вторичные электрические и магнитные токи имеют все три составляющие

$$\vec{j}_m^{эcm} = \{j_{mx}^{эcm}, j_{my}^{эcm}, j_{mz}^{эcm}\}, \quad (m=0, \dots, M), \quad (6)$$

$$\vec{j}_m^{mcm} = \{j_{mx}^{mcm}, j_{my}^{mcm}, j_{mz}^{mcm}\}, \quad (m=0, \dots, M-1). \quad (7)$$

При этом взаимосвязь между компонентами токов в системах координат $O\tau_m \xi_m \zeta_m$ и $Oxyz$ описывается формулами

$$j_{mx}^{эcm} = j_{m\tau}^{эcm} \cos \psi_m, \quad j_{my}^{эcm} = j_{m\tau}^{эcm} \sin \psi_m, \quad j_{mz}^{эcm} = j_{m\zeta}^{эcm}. \quad (8)$$

В системе координат $O_m \tau_m \xi_m \zeta_m$ элементы тензоров из (2) и (3) с учетом матриц преобразований (1), на примере $G_m^{эз}$ имеют вид

$$G_m^{эз} = \begin{pmatrix} \cos \psi_m & -\sin \psi_m & 0 \\ \sin \psi_m & \cos \psi_m & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} G_{(m)xx}^{эз} & G_{(m)xy}^{эз} & G_{(m)xz}^{эз} \\ G_{(m)yx}^{эз} & G_{(m)yy}^{эз} & G_{(m)yz}^{эз} \\ G_{(m)zx}^{эз} & G_{(m)zy}^{эз} & G_{(m)zz}^{эз} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos \psi'_m & \sin \psi'_m & 0 \\ -\sin \psi'_m & \cos \psi'_m & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (9)$$

Углы ψ_m и ψ'_m соответствуют системам координат, связанным с точками наблюдения и источника.

Необходимо отметить, что в области V_0 поля определяются только электрическими и магнитными токами на границе S_0 , в области V_m - электрическими и магнитными токами на границах S_{m-1} и S_m и в области V_M - электрическими и магнитными токами на границе S_{M-1} и электрическими токами на границе S_M .

Для нахождения неизвестных компонент вторичных токов используем требование выполнения следующих граничных условий

$$E_{mh\zeta}^{полн} \Big|_{\rho_m-0} = E_{(m+1)h\zeta}^{полн} \Big|_{\rho_m+0},$$

$$E_{mh\tau}^{полн} \Big|_{\rho_m-0} = E_{(m+1)h\tau}^{полн} \Big|_{\rho_m+0},$$

$$H_{mh\zeta}^{полн} \Big|_{\rho_m-0} = H_{(m+1)h\zeta}^{полн} \Big|_{\rho_m+0},$$

$$H_{mh\tau}^{полн} \Big|_{\rho_m-0} = H_{(m+1)h\tau}^{полн} \Big|_{\rho_m+0}, \quad (m=0, \dots, M-1),$$

$$E_{Mh\zeta}^{полн} \Big|_{\rho_M+0} = 0,$$

$$E_{Mh\tau}^{полн} \Big|_{\rho_m+0} = 0. \quad (10)$$

В соотношениях (10) $\rho_m - 0$ и $\rho_m + 0$ определяют предельное положение точки при смещении от контура в отрицательном и положительном направлении нормали соответственно.

Важно отметить, что для замкнутых цилиндров граничные условия накладываются на всей границе S_m . Однако для разомкнутых цилиндров достаточно наложение граничных условий на участке границы S'_m . Выполнение граничных условий на участке S'_R в этом случае будет являться их следствием.

Использование граничных условий (10) позволяет сформулировать систему интегральных уравнений относительно неизвестных составляющих вторичных токов $j_{m\tau}^{эвт}$, $j_{m\zeta}^{эвт}$, $j_{m\tau}^{мвт}$ и $j_{m\zeta}^{мвт}$.

Решение получаемых интегральных уравнений определяет решение задачи дифракции для многослойных цилиндрических структур как с замкнутыми, так и разомкнутыми границами.

ЛИТЕРАТУРА

1. Габриэлян Д.Д., Звездина М.Ю., Синяевский Г.П. Методы решения задач дифракции для цилиндрических поверхностей с радиопоглощающими покрытиями. // Успехи современной радиоэлектроники. – 2006. №6. - С.68-80.
2. Вайнштейн Л.А. Электромагнитные волны. – М.: Радио и связь, 1988. – 440 с.
3. Каценеленбаум Б.З. Высокочастотная электродинамика. – М.: Наука, 1966. – 240 с.
4. Bartoli N., Bendali A. Numerical Solving of Electromagnetic Scattering by Coated Perfectly Conducting Obstacles – Режим доступа: // http://www.cerfacs.fr/emc/FileReports/TR_EMC_00_96.ps.gz, свободный. - Загл. с экрана.
5. Справочник по математике (для научных работников и инженеров) / Г. Корн, Т. Корн. – М.: Наука, 1974. – 832 с.