

## БУЛЕВА АЛГЕБРА И АТОМАРНЫЕ ФУНКЦИИ В ЗАДАЧАХ СИНТЕЗА АНТЕНН

Кравченко В.Ф., Сафин А.Р.

Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова

Кравченко О.В.,

МГТУ им. Н.Э. Баумана

*В докладе рассмотрены применения булевой алгебры и атомарных функций в задачах синтеза антенн. Исследуются алгоритмы расчета антенных решеток на основе атомарных функций для 1D и алгебрологические преобразования для 2D-случаев. Проведено сравнение физических параметров этих антенных решеток с классическими, рассчитанными по методу Чебышева. Обсуждаются возможности их использования к цифровой обработке сигналов.*

### Введение

Известно, что задача синтеза антенн [1,2,5,6] состоит в определении тока в их раскрыве по заданной диаграмме направленности (ДН). На практике часто приходится решать задачи синтеза антенн, когда форма ДН не играет основной роли, а на первый план выходят требования к некоторым параметрам ДН. Эти требования желательно выполнить так, чтобы в рассматриваемом функциональном классе синтезированная антенна имела лучшие физические характеристики.

Ставится задача: необходимо найти такое распределение поля в раскрыве антенны, которое при заданном уровне боковых лепестков (УБЛ) обеспечит минимальную ширину ДН или, наоборот, при заданной ширине обеспечит минимальный УБЛ. Согласно [1,5,6] такое распределение является оптимальным.

На практике [5] используют оптимальную чебышевскую аппроксимацию ДН антенной решетки (АР). Такой подход имеет некоторые недостатки. Например, в случае наличия больших значений амплитуд распределения тока на краях решетки их практическая реализация весьма трудоемка. Поэтому для устранения недостатков необходимо использовать весовые функции [1-2].

Целью работы является исследование применения атомарных функций (АФ) и булевой алгебры (функций В.Л. Рвачева) в задачах синтеза антенн.

### Синтез антенн с оптимальными параметрами

В [1,5,6] рассматриваются симметричные синфазные АР, диаграммы направленности которых, как для случаев чётного, так и нечётного числа излучателей являются действительными функциями. Так как амплитуда возбуждения  $A_j = A_{-j}$ , то

$$D_n(\nu) = \sum_{i=0}^{\frac{N-1}{2}} A_i^H \cos 2j\nu, \quad D_v(\nu) = \sum_{i=0}^{\frac{N}{2}} A_i^u \cos[(2j-1)\nu], \quad (1)$$

где  $\nu = \left(\frac{\pi d}{\lambda}\right) \sin \vartheta$ .

Рассмотрим задачу Дольфа [5,6], которая формулируется как минимаксная: требуется найти амплитуды токов в элементах решётки, минимизирующие максимальный УБЛ в пределах некоторой области  $M$ :  $\min \max_{u \in M} \left| \frac{D(u)}{D(0)} \right|$ .

Известно, что дольфовские АР обладают значительным ближним реактивным полем. Это характерно для АР с межэлементным расстоянием меньшим  $\frac{\lambda}{2}$ . Уменьшить реактивное поле можно путём некоторой модификации АР. Практически все виды модификации сводятся к изменению функции распределения поля вдоль раскрыва АР определённым способом, приводящим к её сглаживанию.

Предположим, что дольфовская АР содержит  $2n$  элементов. Пусть  $B_j (j = 1, 2, \dots, n)$  — амплитуды возбуждения элементов АР. Построим ряд значений  $A_j (j = 1, 2, \dots, n)$ , каждое из которых представляет собой результат усреднения двух соседних значений  $B_j$ , т.е.  $A_0 = \frac{B_1}{2}$ ,  $A_1 = \frac{B_1 + B_2}{2}$ ,  $A_{n-1} = \frac{B_{n-1} + B_n}{2}$ ,  $A_n = \frac{B_n}{2}$ . Далее воспользуемся следующими тригонометрическими тождествами:

$$\cos \frac{kdu}{2} \cos[(kdu)j + 0.5] = 0.5 \{ \cos kdui + \cos[kdu(j+1)] \},$$

$$\cos \frac{kdu}{2} \cos[(kdu)j + 1.5] = 0.5 \{ \cos kdu(i+1) + \cos[kdu(j+2)] \}, \quad j = 1, 2, 3, \dots, n.$$

Умножим первое тождество на  $B_j$ , а второе на  $B_{j+1}$ , ( $j = 1, 2, \dots, n$ ) и сложим все  $n$  равенств. Обозначив сумму через  $D(u)$ , получим:

$$D(u) = \sum_{i=0}^n A_j \cos kdui = \cos \frac{kdu}{2} \sum_{i=1}^n B_i \cos \frac{kdu}{2} (j + 0.5).$$

Сумма в правой части этого соотношения представляет собой ДН дольфовской АР с равными по величине УБЛ. Следовательно, лепестки функции  $D(u)$  представляющей собой ДН модифицированной дольфовской АР, будут спадать в соответствии с множителем  $\cos \frac{kdu}{2}$ . В силу усреднения амплитудного распределения снижается ближнее реактивное поле АР. Если при этом реактивное поле АР оказывается большим, то сделанные выше преобразования, можно повторить многократно. При этом

$$D(u) = \cos^2 \frac{kdu}{2} \sum_{j=0}^{n-1} B_j \cos kduj, \quad D(u) = \cos^3 \frac{kdu}{2} \sum_{j=1}^{n-1} B_j \cos kdu(j + 0.5).$$

УБЛ таких ДН спадают по закону:  $\cos^2$ ,  $\cos^3$ ,  $\cos^4$  и т.д. В модифицированной ДН число УБЛ в периоде на 1 лепесток меньше по сравнению с дольфовской ДН АР с тем же числом элементов. Амплитудное распределение модифицированной дольфовской АР является спадающим без выбросов на краях АР.

В качестве сглаживающих функций (для модифицированной решетки) используются простейшие АФ [1-4].

### Описание алгоритма

Оптимальные соотношения трёх величин: УБЛ, количество элементов АР ( $N$ ), ширина главного лепестка ( $\Delta\theta$ ) обеспечиваются применением чебышевской аппроксимации ДН. Откуда следует правило определения амплитуд возбуждения. Чебышевская оптимальная антенна не обеспечивает максимальную величину коэффициента направленного действия (КНД), так как обладает неравномерным распределением амплитуд, и даёт максимальное значение функции модуля напряжённости поля излучения  $|E(N, \Delta\theta)|$  в направлении максимума к УБЛ при минимальных значениях  $N$  и  $\Delta\theta$ .

Выравнивание дальних УБЛ чебышёвской ДН к одному уровню при уменьшении ширины главного лепестка обеспечивается повышением амплитуд возбуждения крайних и соответствующего выбора амплитуд всех остальных элементов АР.

Влияние крайних элементов высоконаправленной АР существенно для дальних УБЛ и незначительно для основного лепестка ДН. Следовательно, допускается изменение распределения амплитуд возбуждения АР путём снижения большого значения амплитуд этих элементов до некоторого минимального значения, обеспечивающего плавность хода огибающей. Тогда, получаемая ДН будет модифицированной.

Существуют различные способы модификации АР для сглаживания хода огибающей. Предлагается следующая модификация амплитудного распределения АР.

1. Заданное распределение тока АР умножается на дискретный вариант масштабированной по  $x$  атомарной функции  $up(x)$  [1-4], что приводит к сглаживанию формы огибающей.
2. Амплитуда возбуждения крайних элементов АР определяется аналогичным образом (выброс не учитывается). При этом изменяется форма распределения амплитуд возбуждения излучателей.

В качестве исходных данных задаётся:

- требуемая ширина ДН по нулям  $\Delta\theta_0$  (или на уровне половинной мощности  $\Delta\theta_{0,5}$ );
- требуемое максимальное значение УБЛ –  $r$  (дБ);
- рабочая длина волны  $\lambda$ ;
- длина излучателя  $L$ .

**Физические параметры.** Для оценивания ДН АР используются следующие физические параметры [1-6].

1. **Эквивалентная шумовая полоса.**

$$k_1 = N \frac{\sum_{i=0}^{N-1} I^2(iT)}{\left(\sum_{i=0}^{N-1} I(iT)\right)^2}.$$

2. **Корреляция перекрывающихся участков.**

$$k_2 = \frac{\sum_{i=0}^{N-1} I(iT)I\left(\left(i + \frac{N}{2}\right)T\right)}{\sum_{i=0}^{N-1} I^2(iT)} 100\%.$$

3. **Паразитная амплитудная модуляция.**

$$k_3 = 20 \log \left| \frac{\sum_i I(iT) e^{-j\frac{\pi}{N}i}}{\sum I(iT)} \right|.$$

4. **Максимальные потери преобразования.**

$$k_4 = 10 \log(k_1) + k_3.$$

5. **Максимальный уровень боковых лепестков.**

$$k_5 = 10 \log \left( \max_k \left| \frac{I(\theta_k)}{I(0)} \right|^2 \right),$$

где  $\{\theta_k\}$  — точки локальных максимумов (исключая  $\theta_0$ ).

6. **Ширина полосы по уровню 6 дБ** позволяет определить то минимальное расстояние между двумя соседними частотами, которое будет различаться на диаграмме в виде двух соседних пиков:  $k_6 = 2\theta$ ,

где  $\theta$  — наибольшая частота, такая, что  $10 \log \left| \frac{I(0)}{I(\theta)} \right|^2 = 6$ .

7. **Когерентное усиление**  $k_7 = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} I(iT)$ .

8. **Функционал качества** новых весовых функций (ВФ). Построим функционал качества  $J(I) = \|I - I_s\|_{C^2[-1;1]} = \min$ . Такая процедура состоит из нескольких этапов. На первом этапе определяются необходимые физические параметры ВФ (окон) по указанным выше соотношениям (п.1–7). На втором определяется значение

функционала качества  $J(w)$  для конкретных алгоритмов построения ДН. Функционал качества имеет вид

$$J(I) = J(k_4(I), k_5(I), k_7(I)) = \left( \frac{k_4(I_i) - k_4(I_s)}{k_4(I_s)} \right)^2 + \left( \frac{k_5(I_i) - k_5(I_s)}{k_5(I_s)} \right)^2 + \left( \frac{k_7(I_i) - k_7(I_s)}{k_7(I_s)} \right)^2,$$

где  $I_s$  — эталонная ВФ (окно) с необходимыми физическими характеристиками. В качестве  $I_i$  нужно взять значения амплитуды возбуждения АР  $A_p$ . Данный параметр используется только для сравнения ВФ (распределения токов) с эталонным значением.

### 9. Полная излучаемая мощность

$$C = \int_{-\infty}^{\infty} |D(u)| = \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} |A(x)| dx.$$

### 10. Коэффициент направленного действия

$$K_{nd} = 20 \lg \left| \frac{2f_{ch}(0)}{\int_0^1 (f_{ch}^*)^2 \sin(\theta) d\theta} \right|,$$

где  $f_{ch}^*$  — модифицированная диаграмма направленности.

## Численный эксперимент

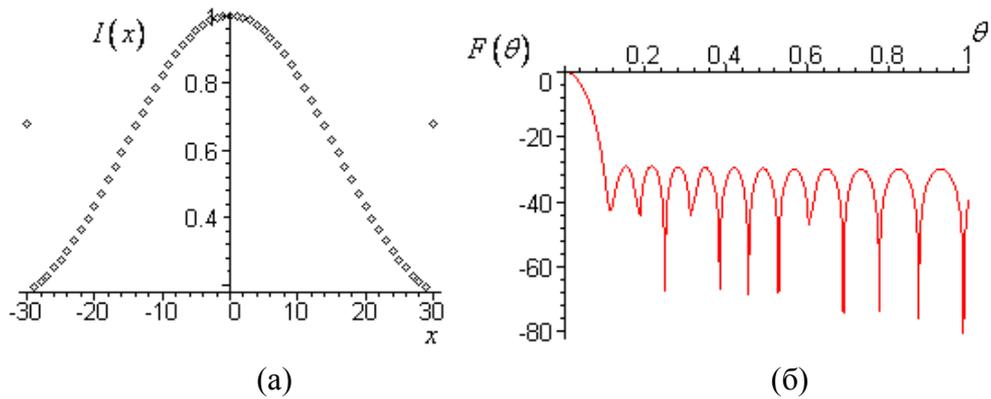
При проведении численного эксперимента используем следующие данные:

$r = -30$  дБ — максимальный УБЛ,  $N = 60$  — количество излучателей,

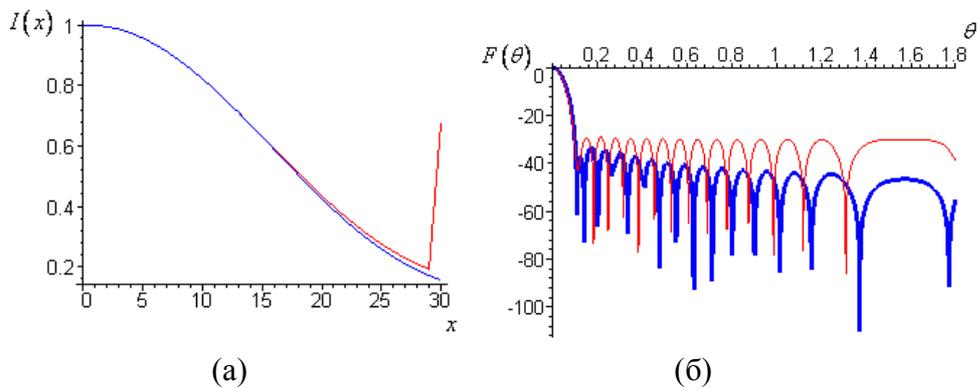
$\lambda = 3.2$  см — рабочая длина волны,  $d = 0.5\lambda$  — расстояние между излучателями эквидистантной АР. В этом случае поведение чебышевского распределения тока и ДН АР приведены на рис.1.

На рис.2 представлено поведение чебышевского и модифицированного распределений амплитуд возбуждения АР и ее ДН, а на рис.3 показано поведение ЛАЧХ модулей паразитной поляризации чебышевской и модифицированной АР. Графики плоских ДН иллюстрируются на рис.4. Сравнение физических параметров двух исследуемых антенн имеется в табл.1.

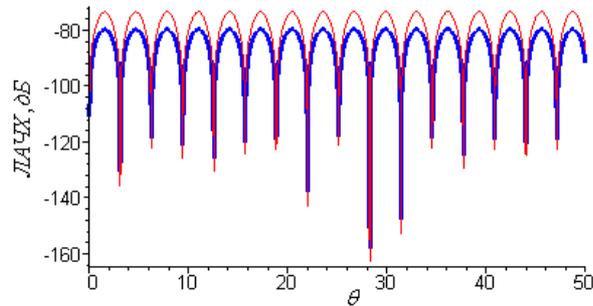
Из табл.1 следует, что применение модифицированного метода расчёта АР с использованием АФ (в данном примере – простейшей АФ  $up(x)$ ) позволяет существенно улучшить физические свойства АР по сравнению с чебышёвской:



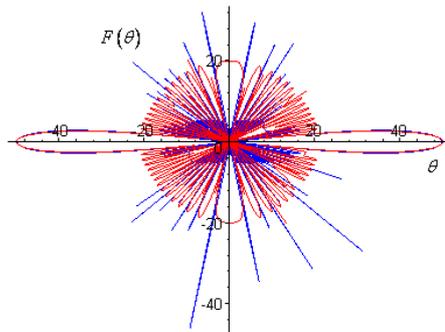
**Рис.1.** Поведение чебышёвского распределения амплитуд возбуждения антенной решётки (а), диаграмма направленности (б)



**Рис.2.** Поведение чебышёвского (красный) и модифицированного (синий) распределений амплитуд возбуждения антенной решётки (а), диаграмма направленности (б)



**Рис. 3.** Поведение ЛПЧ модулей паразитной поляризации чебышёвской (красный) и модифицированной (синий) антенн



**Рис. 4.** Поведение плоских ДН чебышёвской (красный) и модифицированной (синий) антенн

**Табл. 1.** Сравнение физических параметров чебышевской и модифицированной антенн.

№ п.п.	Наименование параметра	Чебышёвская антенна	Модифицированная антенна	Изменение
1	Эквивалентная шумовая полоса, бин	1.1885	1.2319	+3.7%
2	Паразитная амплитудная модуляция, дБ	2.4958	2.2037	-12%
3.	Максимальные потери преобразования, дБ	3.2458	3.1094	-4%
4.	Максимальный уровень боковых лепестков	-30	-32.39	-9%
5.	Ширина полосы по уровню 6 дБ	1.5120	1.6050	+6%
6.	Когерентное усиление	0.6391	0.6157	-4%
7.	Ширина главного лепестка	0.1125	0.1142	+2%
8.	Полная излучаемая мощность	55.9353	60.4942	+8%
9.	Коэффициент направленного действия	65.0084	65.5245	+2%

- снижение максимальных потерь преобразования ~ 4%;
- увеличение полной излучаемой мощности ~ 8%;
- увеличение коэффициента направленного действия ~ 2%;
- снижение максимального уровня боковых лепестков ~ 9%.

При незначительном ухудшении спектральных характеристик:

- увеличение ширины главного лепестка ~ 2%;
- уменьшение когерентного усиления ~ 4%;
- увеличение ширины полосы по уровню 6 дБ ~ 6%.

Данный подход может быть распространен на двумерный случай. В частности, при тех же исходных параметрах АР, которые были использованы в предыдущем примере, но только для случая круглой АР поведение чебышевского и модифицированного распределения токов и соответствующих им ДН представлены на рис.5-6. Были

рассмотрены более сложные виды опорных весовых функций (окон). Для 2D-случая применяется конструктивный математический аппарат булевой алгебры (функции В.Л.Рвачева) [4] для синтеза оптимальных двумерных весовых функций (окон).

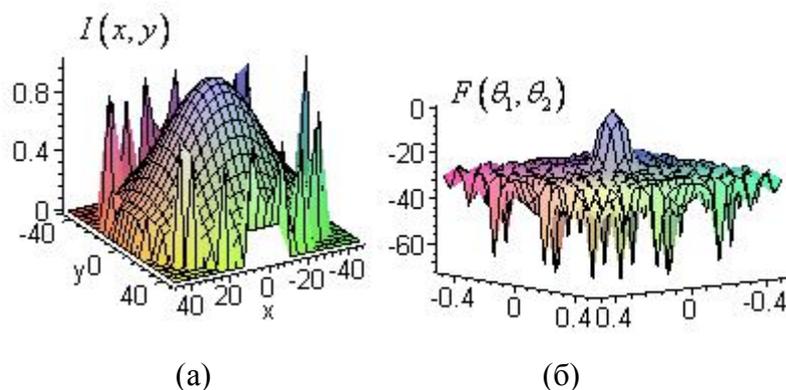


Рис. 5. Поведение чебышёвского распределения амплитуд возбуждения (а) круглой антенной решётки, диаграмма направленности (б)

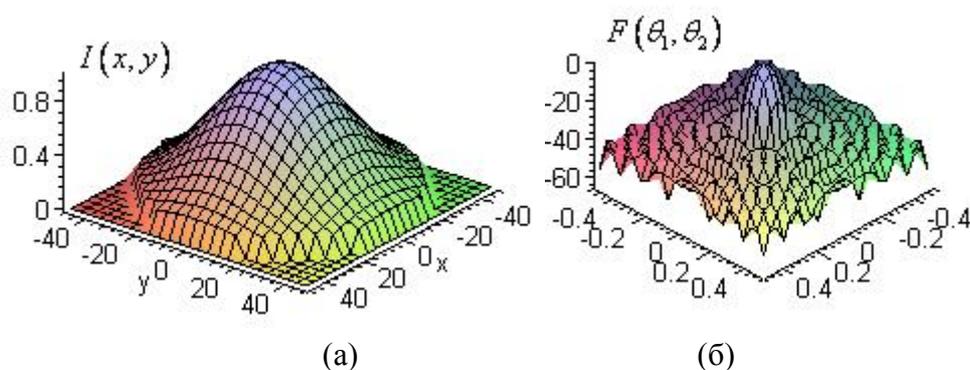


Рис. 6. Поведение модифицированного распределения амплитуд возбуждения (а) круглой антенной решётки, диаграмма направленности (б)

### Заключение

В работе, на конкретных физических примерах, показано, что применение модифицированного метода расчёта АР с использованием АФ позволяет значительно улучшить физические характеристики АР по сравнению с методом Чебышёва.

### Литература

1. Зелкин Е.Г., Кравченко В.Ф., Гусевский В.И.. Конструктивные методы аппроксимации в теории антенн. М.: Сайнс-Пресс, 2005.
2. Кравченко В.Ф. Лекции по теории атомарных функций и некоторым их приложениям. – М.: Радиотехника, 2003.
3. Цифровая обработка сигналов и изображений в радиофизических приложениях. Под ред. В.Ф. Кравченко. – М.: Физматлит, 2007.
4. Кравченко В.Ф., Рвачев В.Л. Алгебра логики, атомарные функции и вейвлеты в физических приложениях. – М.: Физматлит, 2006.
5. Минкович Б.М., Яковлев В.П. Теория синтеза антенн. – М.: Сов. радио, 1969.
6. Сазонов Д.М. Антенны и устройства СВЧ. – М.: Высшая школа, 1988.

## **Algebra Logic and Atomic Functions in the Problems of Antennas synthesis**

Kravchenko, V.F., Safin, A.R.

Kotel'nikov Institute of Radio Engineering and Electronics of RAS, Moscow

Kravchenko, O.V.

Bauman Moscow State Technical University, Moscow

*In this paper Boolean algebra and atomic functions applications in antennas synthesis problems are considered. Computation algorithms of antenna arrays calculations based on atomic functions for 1D and algebra logical transforms for 2D are investigated. Physical parameters of those antenna arrays were compared with classical calculated by Tchebyshev method. Opportunities of their using in digital signal processing are discussed.*

### **Сведения об авторах**

**Кравченко Виктор Филиппович** – засл. деятель науки РФ, докт. физ.-мат. наук, проф., гл. научн. сотр. ИРЭ им. В.А.Котельникова РАН (Москва).

Область научных интересов: R-функции, атомарные функции, вейвлеты, электродинамика сверхпроводящих структур, анализ и синтез антенн, прикладные математика и физика, дистанционное зондирование неоднородных сред.

E-mail: [kvf@pochta.ru](mailto:kvf@pochta.ru)

**Кравченко Олег Викторович** студент 5-го курса МГТУ им. Н.Э. Баумана.

Область научных интересов: R-функции, атомарные функции, вейвлеты.

E-mail: [korson@rambler.ru](mailto:korson@rambler.ru)

**Сафин Ансар Ризаевич** – студент 5-го курса МЭИ(ТУ), ИРЭ(РТФ).

Область научных интересов: R-функции, атомарные функции, вейвлеты.

E-mail: [safin\\_ansar@mail.ru](mailto:safin_ansar@mail.ru)