

УДК 621.372

МЕТОД ПОИСКА ОПТИМАЛЬНЫХ ДРОБНО-ЧЕБЫШЕВСКИХ АППРОКСИМАЦИЙ АЧХ

А. В. Смирнов

Московский технологический университет (МИРЭА),
119454, г. Москва, проспект Вернадского, д. 78

Статья поступила в редакцию 19 марта 2018 г.

Аннотация. Изложен метод получения аппроксимаций АЧХ с применением дробей Чебышева, основанный на поиске экстремумов целевой функции в пространстве координат полюсов этих дробей. С использованием эвристического алгоритма решается многокритериальная задача оптимизации с показателями качества, характеризующими затухание в полосах пропускания и задерживания. Результатом является множество оптимальных по Парето решений. Проверка работоспособности метода выполнена на примерах аппроксимаций АЧХ эллиптических фильтров. Затем рассмотрены примеры поиска аппроксимаций в случаях, для которых не существует аналитических решений.

Ключевые слова: аппроксимация АЧХ, дробь Чебышева, оптимальность по Парето, эвристический алгоритм.

Abstract. Chebyshev rational functions (CRF) have the properties that allow obtaining approximations of gain-frequency characteristics with equiripple attenuation in the pass band and specified attenuation in the stop band. However, the optimal CRF approximation may be found analytically only for some specific tasks. The heuristic algorithm for searching such approximations is proposed and tested in this paper. This problem refers to multiobjective optimization and has three objectives: a nonuniformity of attenuation in the pass band, a departure of attenuation in the stop band and a lower boundary of the stop band. The algorithm searches out the set of Pareto optimal solutions and uses multistart for searching of global extreme for each point of Pareto front. For verification of the algorithm, approximations of elliptical filters were found. A deviation from tabulated parameters turned out not more than 1%. Then some examples of approximations of filters with no analytic solutions were

considered. An additional result was received in the experiments: all Pareto optimal CRF approximations with identical order, specified attenuation in the stop band and stop band lower boundary have the same poles of CRF.

Keywords: approximation of gain-frequency characteristics, Chebyshev rational function, Pareto optimality, heuristic algorithm.

1. Введение

Дроби Чебышева (ДЧ) в интервале $-1 \leq x \leq 1$ (далее, интервал I_1) определяются соотношением [1, 2]:

$$F_n(x) = \cos \left[(l_0 + 1) \arccos(x) + \sum_{\nu=1}^m l_\nu \arccos \frac{x_\nu x - 1}{x_\nu - x} \right], \quad (1)$$

где n, m - степени многочленов в числителе и знаменателе ДЧ, $(l_0 + 1) = n - m$, x_ν - координаты полюсов ДЧ, $|x_\nu| > 1$, l_ν - кратности этих полюсов. За пределами интервала I_1 тригонометрические функции в (1) заменяются гиперболическими.

В случае, если полюсы ДЧ (1) образуют симметричные пары действительных чисел $\pm x_\nu$, что имеет место в задачах аппроксимации АЧХ, равенство (1) приводится к виду

$$F_n(x) = \frac{U_n(x)}{\prod_{\nu=1}^l (x_\nu^2 - x^2)}, \quad (2)$$

где l - число пар полюсов ДЧ, $U_n(x)$ - многочлен в числителе ДЧ, коэффициенты которого определяются координатами ее полюсов.

Функция (1) удовлетворяет критерию Чебышева и имеет наименьшее максимальное отклонение от нуля среди всех рациональных функций степени n с одинаковыми коэффициентами при x^n . Вне интервала I_1 модуль функции $F_n(x)$ принимает значения большие, чем у любой другой рациональной функции той же степени n , значения которой в интервале I_1 изменяются в пределах ± 1 , и имеющей те же полюсы [2, с.40].

Указанные свойства делают ДЧ эффективным средством для получения аппроксимаций АЧХ радиоэлектронных устройств, равноволновых в полосе

пропускания (ПП), и удовлетворяющих заданным требованиям в полосе задерживания (ПЗ) [2-5]. Такие аппроксимации имеют вид

$$K(\Omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon^2 F_n^2(\Omega)}}, \quad (3)$$

где Ω - нормированная частота, вводимая так, что границы ПП определяются неравенствами $0 \leq \Omega \leq 1$; ε - коэффициент, определяющий размах колебаний АЧХ в ПП. В дальнейшем изложении помимо коэффициента передачи $K(\Omega)$ будем также использовать затухание

$$a(\Omega) = -20 \lg K(\Omega) \quad \text{дБ}, \quad (4)$$

имеющее более удобный для представления результатов диапазон значений.

Аппроксимация АЧХ должна наилучшим образом удовлетворять заданным требованиям как в ПП, так и в ПЗ и, следовательно, является задачей оптимизации по совокупности показателей качества (ПоК) или, кратко, многокритериальной оптимизации. Найти решение, при котором одновременно оптимизируются все ПоК, как правило, невозможно, так как улучшение значений одних ПоК приводит к ухудшению других ПоК [6]. Поэтому в многокритериальных задачах применяется понятие оптимальности по Парето. Решение является Парето-оптимальным, если любое его изменение, дающее улучшение какого-либо ПоК, приводит к ухудшению хотя бы одного из остальных ПоК. Множество Парето-оптимальных решений образует в пространстве значений ПоК фронт Парето (ФП). Поиск точек ФП может осуществляться путем оптимизации по одному из ПоК при поддержании заданных значений остальных ПоК.

Аналитическое решение задачи поиска оптимальной ДЧ-аппроксимации известно для $n = 2l$ и $n = 2l - 1$, где n и l были введены в соотношениях (1) и (2). При этом получают аппроксимации эллиптических фильтров [7]. В других случаях необходимо применять численные методы поиска экстремумов. Один из них - графоаналитический метод [2,3], основанный на поиске решения с помощью графических шаблонов стандартной функции, учитывающей свойства ДЧ. Позднее появились программные реализации этой процедуры [4]. Другая группа методов основана на применении модификаций второго алгоритма Ре-

меза для выравнивания экстремумов функции, учитывающей отклонения аппроксимированной АЧХ от заданной [3], или для выравнивания минимумов затухания в ПЗ [5].

Все эти методы сложны в реализации и не предоставляют возможностей оптимизации по отдельным ПоК и варьирования набора ПоК. Отсутствие простых и гибких методов поиска ДЧ-аппроксимаций препятствует их более широкому использованию в практике проектирования радиоэлектронных устройств. В то же время, современный уровень развития вычислительной техники позволяет применять для решения задач оптимизации эффективные эвристические алгоритмы [8,9].

Цель данной работы - разработать и проверить метод получения Парето-оптимальных ДЧ-аппроксимаций АЧХ, основанный на поиске экстремумов целевой функции (ЦФ) в пространстве координат полюсов ДЧ. Исследовались ДЧ-аппроксимации ФНЧ. Аппроксимации фильтров других типов могут быть получены или посредством преобразования частоты из аппроксимаций ФНЧ или путем модификации алгоритмов поиска.

2. Описание алгоритмов поиска ДЧ-аппроксимаций

В первую очередь дадим определения ПоК.

1. Неравномерность затухания Δa_p в ПП. Для ФНЧ этот ПоК может быть найден как

$$\Delta a_p = \max_{0 \leq \Omega \leq 1} (a(\Omega)). \quad (5)$$

В случае ДЧ-аппроксимации значение Δa_p связано с параметром ε в (3) соотношением

$$\varepsilon = \sqrt{10^{\Delta a_p / 10} - 1}. \quad (6)$$

2. Максимальное отклонение затухания в ПЗ от заданного, определяемое как

$$\Delta a_s = \max_{\Omega_s \leq \Omega \leq \Omega_M} [(a_0(\Omega) - a(\Omega)) \cdot w(\Omega)], \quad (7)$$

где $a_0(\Omega)$ - заданная частотная зависимость затухания, $w(\Omega)$ - весовая функция, которая в дальнейшем изложении полагается равной единице, Ω_S - нижняя граница ПЗ, Ω_M - верхняя граница анализируемого диапазона частот. В частном случае, когда необходимо получить АЧХ, максимально близкую к нулю в ПЗ, может использоваться минимальное значение затухания в ПЗ $a_{S\min}$. Этот показатель более наглядный, чем Δa_S , но в отличие от Δa_P и Δa_S , должен максимизироваться.

3. Нижняя граница ПЗ Ω_S , определяемая как

$$\Omega_S = \min_{1 \leq \Omega_1 \leq \Omega_M} (\Omega_1 : \Omega \geq \Omega_1 \Rightarrow a(\Omega) \geq a_0(\Omega)). \quad (8)$$

То есть значение Ω_S определяется как минимальная частота, выше которой выполняются требования к затуханию в ПЗ.

Соответственно получаются три варианта постановки задачи оптимизации, в каждом из которых два ПоК фиксируются равными заданным значениям, и находится экстремум ЦФ, зависящей от третьего ПоК.

Вариант 1. Минимизируется неравномерность затухания в ПЗ Δa_P при выполнении условия на затухание в ПЗ. Это условие, исходя из определения (7), записывается в виде

$$a(\Omega) \geq a_0(\Omega) - \Delta a_{S0}, \quad (9)$$

где Δa_{S0} - заданное значение величины Δa_S . ЦФ определяется как максимальное значение параметра ε в (3), при котором неравенство (9) выполняется в пределах всей ПЗ. Выражение для ЦФ выводится из (3) в виде

$$GF = \max_{\Omega_S \leq \Omega \leq \Omega_M} \left[\frac{\sqrt{1 - K_0^2(\Omega)}}{F_n(\Omega)K_0(\Omega)} \right], \quad (10)$$

где $K_0(\Omega)$ получается из правой части неравенства (9) с помощью соотношения (4). Такое определение обеспечивает фиксацию Δa_S и Ω_S в процессе минимизации значения параметра ε и связанного с ним равенством (6) ПоК Δa_P .

Вариант 2. Минимизируется максимальная разность Δa_S заданного затухания $a_0(\Omega)$ и достигнутого затухания $a(\Omega)$ в пределах ПЗ при обеспечении заданной неравномерности затухания в ПЗ Δa_0 . ЦФ определяется равенством (7),

в котором затухание $a(\Omega)$ рассчитывается по соотношениям (3) и (4), а параметр ε , используемый в (3), получается из значения Δa_0 с помощью (6). При этом в процессе поиска обеспечивается выполнение равенства $\Delta a_p = \Delta a_0$.

В частном случае, когда необходимо получить АЧХ максимально близкую к нулю по всей ПЗ, следует задать $a_0(\Omega) = a_0 = Const$, где a_0 заведомо больше, чем ожидаемое максимальное значение $a(\Omega)$. При этом в качестве ПоК используется минимальное затухание в ПЗ, определяемое как

$$a_{Smin} = a_0 - \Delta a_s. \quad (11)$$

Вариант 3. Минимизируется значение нижней границы ПЗ Ω_s , определяемой соотношением (8). ЦФ определяется как

$$GF = \Omega_s. \quad (12)$$

В этом случае затухание $a(\Omega)$ рассчитывается как в предыдущем варианте с учетом заданной неравномерности затухания в ПП Δa_0 .

Как и в ранее опубликованной работе [10], в данном исследовании использован метод последовательного поиска Парето-оптимальных решений. Для поиска очередной точки ФП фиксируются значения двух ПоК и находится глобальный экстремум ЦФ по третьему ПоК. Эта задача решается с помощью эвристического алгоритма, основанного на многократном локальном поиске (метод мультистарта [8,11]) и учитывающего некоторые свойства ДЧ. Структура алгоритма представлена на рис.1. В алгоритме локальной оптимизации Search-LocalOpt() применяется пошаговый поиск экстремума с переменной величиной шага смещений (рис.2).

Далее рассмотрим некоторые детали представленных алгоритмов.

Коэффициенты числителя и знаменателя ДЧ определяются координатами ее полюсов, которые образуют вектор \mathbf{X} с действительными компонентами. Как видно из равенств (1) и (2), полюсы ДЧ можно менять местами, не изменяя значений рациональной функции. Этот факт используется при задании начального положения \mathbf{X}_0 и при последующих изменениях компонентов \mathbf{X} путем упорядочивания полюсов

$$\Omega_S \leq x_1 \leq x_2 \dots \leq x_l \leq \Omega_M, \quad (13)$$

которое способствует уменьшению объема пространства поиска.

1. Выбрать оптимизируемый ПоК и задать значения других ПоК;
2. Задать параметры ДЧ n, l и число стартов поиска N ;
3. Для $k = 1 \dots N$ выполнить:
 - 3.1. Задать начальные координаты полюсов ДЧ \mathbf{X}_0 ;
 - 3.2. Выполнить локальный поиск экстремума ЦФ

$$(GF_{\text{лок}}[k], \mathbf{X}_{\text{лок}}[k]) = \text{SearchLocOpt}(n, l, \mathbf{X}_0);$$
4. Выбрать лучший из локальных экстремумов в качестве глобального

$$k_{\text{опт}}: GF_{\text{лок}}[k_{\text{опт}}] = \min (GF_{\text{лок}}[k], k = 1 \dots N);$$

$$\mathbf{X}_{\text{опт}} = \mathbf{X}_{\text{лок}}[k_{\text{опт}}]; \quad GF_{\text{опт}} = GF_{\text{лок}}[k_{\text{опт}}];$$
5. Возвратить значения $\mathbf{X}_{\text{опт}}, GF_{\text{опт}}$, и значения ПоК, соответствующие глобальному экстремуму.

Рис.1. Алгоритм поиска ДЧ-аппроксимации АЧХ

1. Задать начальное смещение $\Delta \mathbf{X}$;
2. Принять за локальный экстремум значение ЦФ в стартовой точке:

$$GF_{\text{лок}} = GF(\mathbf{X}_0), \mathbf{X}_{\text{лок}} = \mathbf{X}_0;$$
3. Выполнять, пока не будет достигнуто условие окончания поиска:
 - 3.1. Выполнить смещение $\mathbf{X} = \mathbf{X}_0 + \Delta \mathbf{X}$;
 - 3.2. Если $GF(\mathbf{X}) < GF_{\text{лок}}$, то:

$$GF_{\text{лок}} = GF(\mathbf{X}), \mathbf{X}_{\text{лок}} = \mathbf{X}, \mathbf{X}_0 = \mathbf{X};$$
 - 3.3. Изменить $\Delta \mathbf{X}$ в зависимости от истинности $GF(\mathbf{X}) < GF_{\text{лок}}$ и других условий;
4. Возвратить $\mathbf{X}_{\text{лок}}$ и $GF_{\text{лок}}$.

Рис.2. Алгоритм, выполняемый подпрограммой $\text{SearchLocOpt}(n, l, \mathbf{X}_0)$

Выбор стартовой точки очередного локального поиска производится случайно или во всем пространстве поиска, или в окрестности лучшего из найденных к этому моменту локальных экстремумов. В результате обеспечиваются и разведка еще не проверенных областей, и детальное обследование наиболее

перспективной области. Вероятности выбора одного из этих вариантов в программе могут регулироваться. В частности, задание этих вероятностей равными 50% обеспечивает устойчивую сходимость поиска к глобальному экстремуму.

Расчет значений ЦФ выполняется в соответствии с одним из трех описанных выше вариантов. При этом вычисление значения ДЧ начинается с расчета коэффициентов ее числителя по координатам полюсов, выполняемого с использованием рекуррентных соотношений. Следуя [5], введем в дополнение к переменным, имеющимся в (1) и (2), новые переменные

$$m = 2l; \quad f_v(x) = x_v x - 1; \quad b_v = \sqrt{x_v^2 - 1} \cdot \text{sign}(x_v); \quad (14)$$

и вспомогательные полиномы $T_k(x)$ степени k . Тогда при $k \leq m$ справедливы равенства

$$\begin{aligned} U_1(x) &= f_1(x); & T_1(x) &= b_1; \\ U_k(x) &= f_k(x)U_{k-1}(x) + b_k(x^2 - 1)T_{k-1}(x); \\ T_k(x) &= f_k(x)T_{k-1}(x) + b_k U_{k-1}(x). \end{aligned} \quad (15)$$

Далее, при $k = m + 1$

$$U_{m+1}(x) = xU_m(x) + xT_m(x), \quad (16)$$

а для значений $(m + 1) < k \leq n$ по рекуррентной формуле [2]

$$U_k(x) = 2xU_{k-1}(x) - U_{k-2}(x). \quad (17)$$

С помощью соотношений (14) – (17) вычисляются коэффициенты полинома $U_n(x)$, которые затем используются при расчете значений ДЧ для любой частоты в соответствии с (2).

Разработанные алгоритмы были реализованы в виде программы на языке C++ в системе программирования Borland C++ Builder.

3. Экспериментальная проверка алгоритмов

Проверка работоспособности предложенных алгоритмов имела целью подтвердить, что они обеспечивают нахождение оптимальных ДЧ-аппроксимаций. Для этого выполнялся поиск аппроксимаций эллиптических фильтров, АЧХ которых обладают равноволновостью как в ПП, так и в ПЗ и

наиболее быстрым спадом в полосе перехода от ПП к ПЗ. Использовались три определенных выше ПоК: Δa_p - неравномерность затухания в ПП, a_{Smin} - минимальное затухание в ПЗ, и Ω_s - нижняя граничная частота ПЗ. Для эллиптических фильтров задание двух из этих ПоК однозначно определяет третий. В качестве образцовых значений ПоК использовались приведенные в [7] значения a_{Smin} для фильтров от 4-го до 10-го порядка включительно с Δa_p равным 0,1 и 1,0 дБ и Ω_s равной 1,05; 1,1; 1,2; 1,5 и 2,0. Всего проверялось по 70 примеров для каждого варианта оптимизации.

В случае первого варианта оптимизации задавались порядок фильтра, частота Ω_s и минимальное затухание a_{Smin} , находимое из таблиц в [7]. В результате поиска получались координаты полюсов ДЧ, определяющие аппроксимацию с минимальным Δa_p , которое сравнивалось со значением из таблиц, то есть с 0,1 или 1,0 дБ. Из 70 примеров лишь в одном значении Δa_p найденной оптимальной аппроксимации превысило табличное значение на 1,5%. В остальных примерах неравномерность затухания в ПП оказалась равной или немного меньшей ожидаемой.

При выборе второго варианта оптимизации также задавались порядок фильтра и частота Ω_s , и, кроме того, неравномерность затухания в ПП Δa_p . Результатом поиска в каждом примере являлась аппроксимация АЧХ с наибольшим минимальным затуханием a_{Smin} , которое сравнивалось с табличным значением. Во всех 70 примерах различие полученного и табличного значений a_{Smin} было менее 1%.

Наконец при проверке третьего варианта оптимизации задавались порядок фильтра, а также взятые из таблиц значения неравномерности затухания в ПП Δa_p и минимального затухания в ПЗ a_{Smin} . Результатом поиска в каждом примере являлась аппроксимация, обеспечивающая минимальное значение частоты Ω_s , которое сравнивалось со значением из таблиц. В этом варианте совпадение с погрешностью не более 1% было получено для фильтров до седьмого порядка включительно. При более высоком порядке различие становилось больше, а АЧХ в ПЗ теряла свойство равноволновости, что также является при-

знаком неоптимальности. Причиной такого ограничения возможностей третьего варианта оптимизации, вероятно, являются какие-то особенности рельефа ЦФ. Этот вопрос в данной работе не исследовался.

Таким образом, для первого и второго вариантов оптимизации предложенные алгоритмы позволяют находить аппроксимации, с высокой степенью точности совпадающие с теоретически оптимальными. Эти два варианта и применялись в дальнейших экспериментах. Необходимо также отметить, что для достижения полученного совпадения с теоретическими значениями погрешность определения координат локальных экстремумов ЦФ и положений минимумов затухания на оси нормированных частот должна быть не более 0.00001.

Далее рассмотрим пример поиска ДЧ-аппроксимации АЧХ ФНЧ более общего вида. Пусть требуемая частотная зависимость затухания задана точками, приведенными в таблице 1, с линейной интерполяцией между ними (линии 1 на рис.3 и рис.4). Допустимая неравномерность затухания в ПП $\Delta a_p \leq 0,3$ дБ; граница ПЗ $\Omega_s = 1,05$; необходимо выполнить условие $\Delta a_s = 0$.

Таблица 1

Ω	0	1	1,1	4	7	10
$a(\Omega)$ дБ	0	0	50	100	100	100

Поиск аппроксимаций производился по первому и второму вариантам оптимизации. Графики полученных частотных зависимостей затухания $a(\Omega)$ показаны на рис.3 и рис.4, соответственно. Параметры аппроксимаций даны в таблице 2, где NL - номер линии на рис.3 и рис.4, NP - порядок фильтра, NZ - число нулей АЧХ в ПЗ, Δa_p - неравномерность затухания в ПП при оптимизации по первому варианту, Δa_s - максимальная разность заданного и полученного затухания в ПЗ при оптимизации по второму варианту. Построение алгоритмов обеспечивает выполнение всеми аппроксимациями требований в ПЗ при использовании первого варианта, и требований в ПП в случае второго варианта. Выполнение требований одновременно и в ПП и в ПЗ для обоих вариантов обеспечивается фильтром 10-го порядка с двумя нулями передачи в ПЗ.

Таблица 2

NL	NP	NZ	Δa_P дБ	Δa_S дБ
2	8	2	3,76	12,8
3	8	3	1,52	7,68
4	10	2	0,134	-1,09

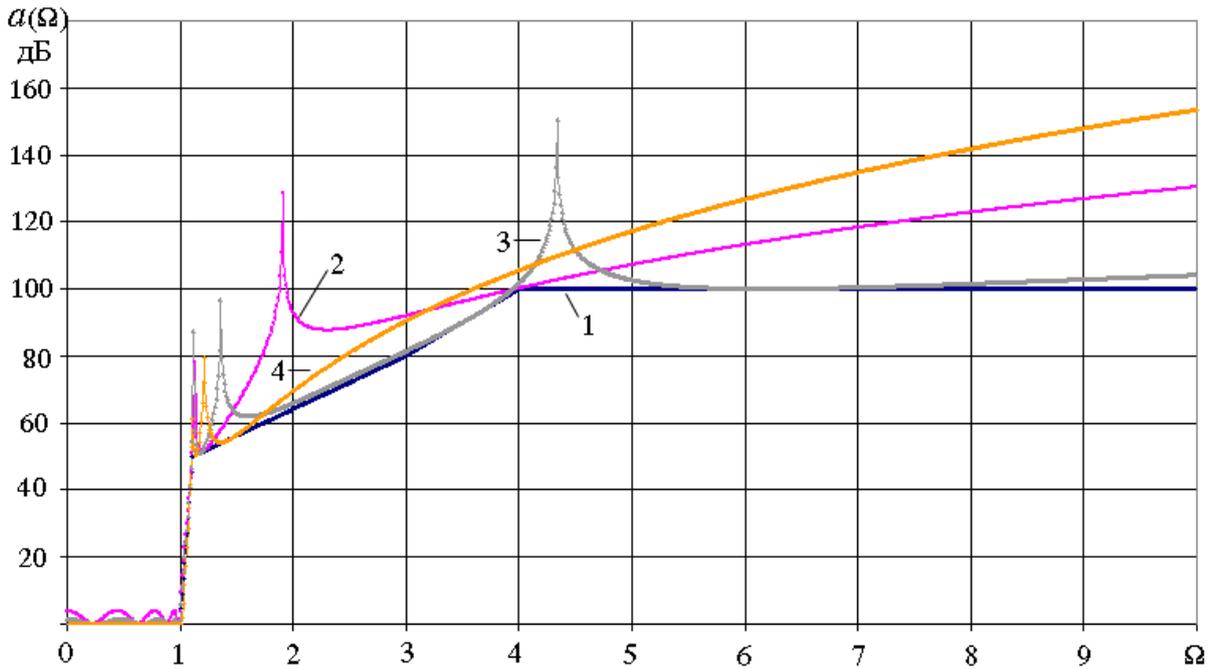


Рис.3. Частотные характеристики затухания для аппроксимаций, найденных с использованием первого варианта оптимизации

Перейдем к примерам поиска множества Парето-оптимальных решений, то есть точек ФП. Будем искать ДЧ-аппроксимации ФНЧ, имеющего нулевое затухание в ПП, бесконечное затухание в ПЗ, но конечную ширину полосы перехода. Далее такой фильтр будем для краткости называть почти идеальным ФНЧ. Как отмечалось выше, в таких случаях в качестве ПоК, характеризующего АЧХ в ПЗ, удобно использовать минимальное затухание a_{Smin} , которое должно максимизироваться.



Рис.4. Частотные характеристики затухания для аппроксимаций, найденных с использованием второго варианта оптимизации

Поиск решений для ФНЧ с $NP=8$, $NZ=2$ проводился по первому и второму вариантам оптимизации. Результаты поиска представлены на рис.5 в виде серий точек в координатах $(a_{Smin}, \Delta a_p)$, каждая из которых получена при фиксированном значении Ω_s . Черными кружками показаны точки, полученные при первом варианте оптимизации, а белыми кружками - при втором. Значения Ω_s для каждой серии точек даны в табл. 3, где NS - номер серии. Точки ФП, найденные по двум вариантам оптимизации, ложатся на одни и те же кривые, что также подтверждает правильность работы алгоритмов.

Таблица 3

NS	Ω_s	$Z1$	$Z2$
1	1,05	1,057173	1,149378
2	1,10	1,11081	1,239812
3	1,20	1,216173	1,398641
4	1,50	1,527809	1,826791
5	2,00	2,043257	2,499103

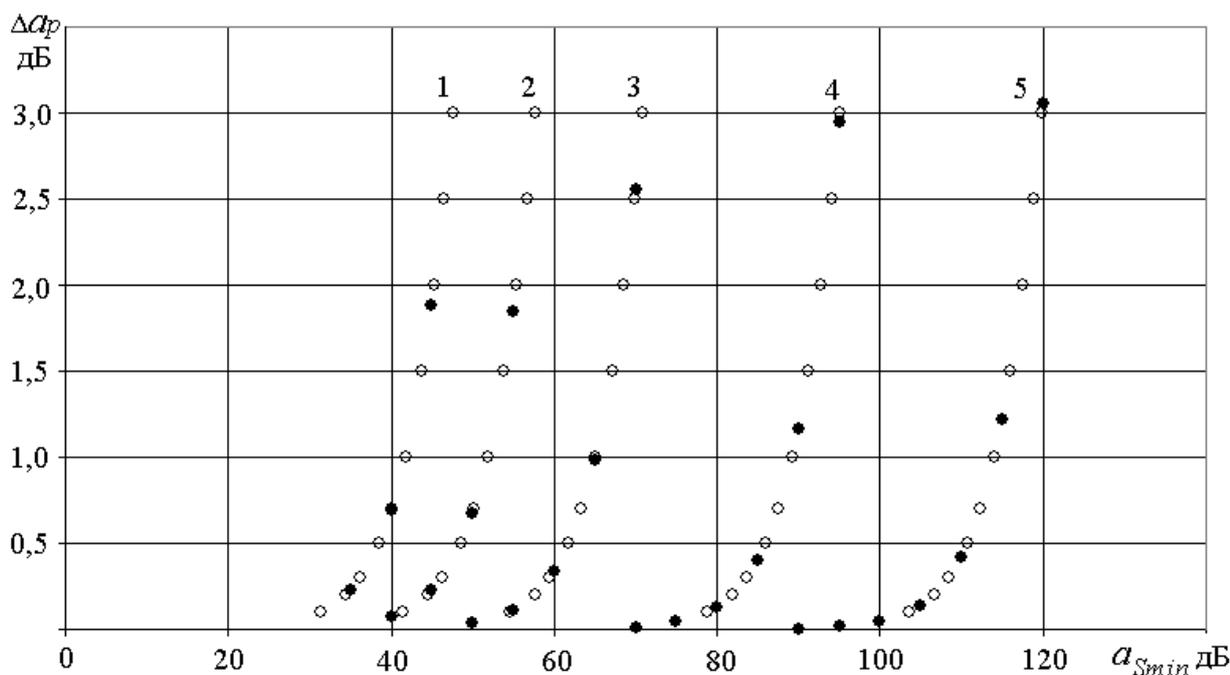


Рис.5. Серии точек ФП для ДЧ-аппроксимаций почти идеального ФНЧ 8-го порядка с двумя нулями передачи в ПЗ

В общем случае, когда заданная функция $a_0(\Omega)$ не постоянна в ПЗ, следует использовать ПоК Δa_s , определяемый соотношением (7). Результаты поиска точек ФП для ФНЧ 8-го порядка с двумя нулями передачи, для которого функция $a_0(\Omega)$ была задана узловыми точками в табл.1, приведены на рис.6. Обозначения точек и номера серий такие же, как на рис.5. Серия 1 не показана, так как ее точки в данном случае ложатся на ту же кривую, что и точки серии 2. Отрицательные значения Δa_s соответствуют случаям, когда затухание аппроксимированного фильтра оказывается больше заданного.

Отметим еще один результат, полученный в ходе исследований разработанного метода. Было обнаружено, что для ФНЧ с заданными NP , NZ и $a_0(\Omega)$ все Парето-оптимальные ДЧ-аппроксимации, получаемые по первому и второму вариантам оптимизации при одном и том же значении Ω_s , имеют одинаковые нули передачи. Математическое обоснование этого факта автору не известно, но эмпирически он подтверждается как для эллиптических фильтров, так и для ДЧ-аппроксимаций общего вида. В качестве примера возьмем аппроксимации, отображенные на рис.5. Координаты полюсов ДЧ $Z1$ и $Z2$ для них приве-

дены в табл.3. Частотные зависимости затухания $a(\Omega)$, соответствующие точкам ФП, полученным при $\Omega_s = 1,5$; показаны на рис.7. Параметры этих аппроксимаций даны в табл.4, где NL - номер линии.

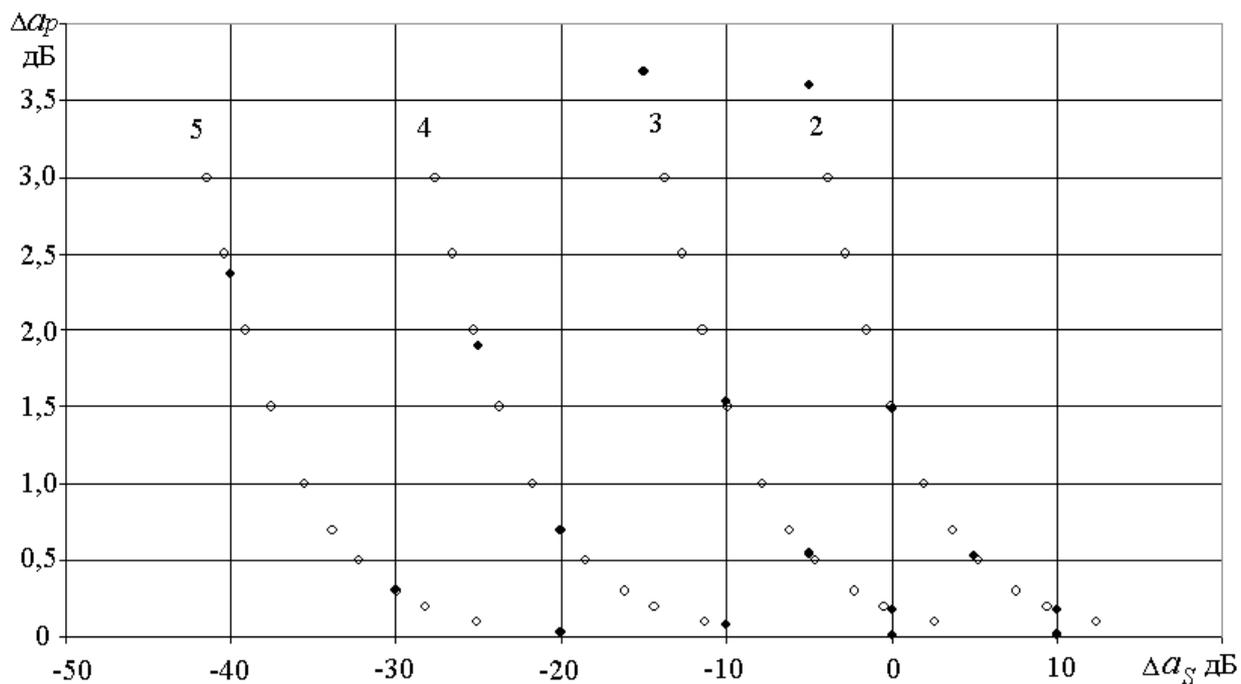


Рис.6. Серии точек ФП для ДЧ-аппроксимаций ФНЧ 8-го порядка с двумя нулями передачи и заданной частотной зависимостью затухания в ПЗ

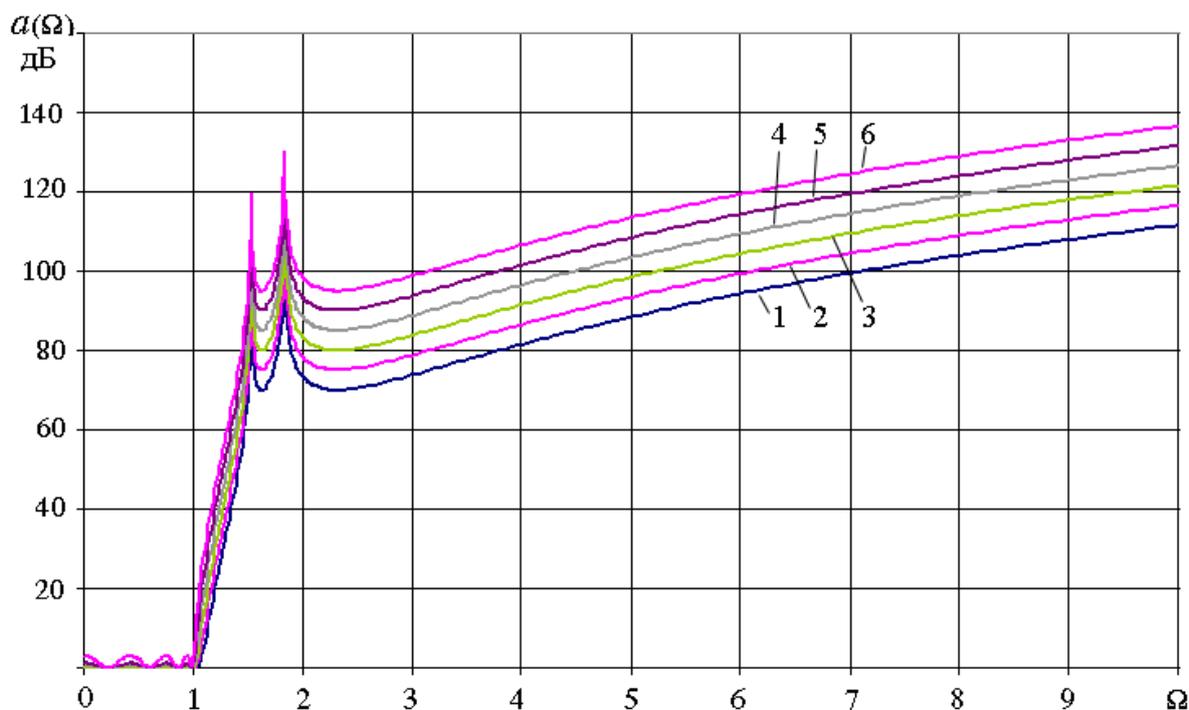


Рис.7. Частотные зависимости затухания почти идеальных ФНЧ 8-го порядка с двумя нулями передачи в ПЗ при $\Omega_s = 1,5$

Таблица 4

NL	$a_{S\min}$ дБ	Δa_S дБ
1	70	0,013
2	75	0,042
3	80	0,131
4	85	0,402
5	90	1,162
6	95	2,944

Такое свойство дает возможность компактного представления данных о ДЧ-аппроксимациях ФНЧ с определенным видом функции $a_0(\Omega)$ в виде графиков подобных рис.5 для различных пар значений (NP, NZ) , и таблиц с координатами нулей передачи для каждой кривой на этих графиках.

4. Заключение

Разработанные алгоритмы позволяют получать множества Парето-оптимальных ДЧ-аппроксимаций АЧХ радиоэлектронных устройств. Отображение ФП содержит информацию о возможностях получения различных сочетаний значений трех ПоК для ДЧ-аппроксимаций с заданными порядком и числом нулей передачи. По этим данным можно находить ДЧ-аппроксимации АЧХ фильтров, оптимальные по выбранному ПоК при обеспечении заданных значений других ПоК.

Дальнейшее развитие программы, необходимое для использования предложенных алгоритмов на практике, предполагает автоматический поиск множества точек ФП и их отображение с сохранением координат нулей передачи для каждой точки. При этом поиск точек ФП не обязательно производить последовательно. Известны способы одновременного поиска многих точек ФП, основанные на применении генетического алгоритма или метода PSO (Particle Swarm Organization) [8, 12].

После выбора на отображении ФП точки, соответствующей подходящему сочетанию значений $\text{ПоК } \Delta a_p$, a_{Smin} и Ω_s , должны выполняться следующие действия:

- по координатам нулей передачи для выбранной точки с помощью приведенных выше рекуррентных формул найти коэффициенты числителя ДЧ;
- по значению Δa_p с помощью (6) определить параметр ε в (3);
- используя (3) найти выражение для квадрата АЧХ $K^2(\Omega)$;
- по рациональной дроби $K^2(\Omega)$ найти выражение для комплексной передаточной функции $H(p)$. Методика выполнения последнего преобразования изложена, например, в [13], раздел 3.2.3.

Затем может быть осуществлен синтез устройства, например, активного или цифрового фильтра, реализующего найденную ДЧ-аппроксимацию.

Использование изложенного метода позволит расширить применение ДЧ-аппроксимаций в различных областях радиоэлектроники.

Литература

1. Белецкий А.Ф. Теоретические основы электропроводной связи, Ч.3. Синтез реактивных четырехполюсников и электрических фильтров. М.: Связьиздат, 1959. 391 с.
2. Знаменский А.Е., Теплюк И.Н. Активные RC-фильтры. М.: Связь, 1970. 280 с.
3. Трифонов И.И. Расчет электронных цепей с заданными частотными характеристиками. М.: Радио и связь, 1988. 304 с.
4. Станкеев М.Е. Исследование и разработка методов расчета LC-фильтров по энергетическим и массогабаритным критериям. Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук. СПб, 2014. URL: <http://tekhnosfera.com/issledovanie-i-razrabotka-metodov-rascheta-lc-filtrov-po-energeticheskim-i-massogabaritnym-kriteriyam>.

5. Еремеев В.П., Мизиненко О.В. Цифровые фильтры на базе дробей Чебышева. // Доклады 3-ей Международной конференции DSPA-2000. Том 3. URL: <http://www.autex.spb.ru/dspa/dspa2000/part3.htm#57>.
6. Л.С. Гуткин. Оптимизация радиоэлектронных устройств по совокупности показателей качества. М.: Сов. радио, 1975. 368 с.
7. Хьюлсман Л.П., Аллен Ф.Е. Введение в теорию и расчет активных фильтров: Пер. с англ. М.: Радио и связь, 1984. 384 с.
8. Handbook of Metaheuristics. Second Edition. / Editors M. Gendreau, J.-Y. Potvin. Springer, 2010. 648 p.
9. Смирнов А.В. Перспективы применения эвристических методов оптимизации при проектировании радиотехнических и телекоммуникационных устройств и систем // Российский технологический журнал. 2017. Том 5, №6, с. 20-33. URL: <https://rtj.mirea.ru/journal-archive/2017/volume-5-number-6/>
10. Смирнов А.В. Оптимальные по Парето аппроксимации передаточных функций электрических фильтров // Актуальные проблемы гуманитарных и естественных наук. 2015. №05 (76). Часть 1, С.74-78.
11. Жиглявский А.А., Жилинскас А.Г. Методы поиска глобального экстремума. М.: Наука, 1991. 248 с.
12. Ye T., Ran Ch., Xingyi Zh., Yaochu J. PlatEMO: A MATLAB Platform for Evolutionary Multi-Objective Optimization // IEEE Computational Intelligence Magazine, 2017, Vol.12, No.4, pp. 73-87.
13. Лэм Г. Аналоговые и цифровые фильтры: Пер. с англ. М.: Мир, 1982. 590 с.

Для цитирования:

А. В. Смирнов. Метод поиска оптимальных дробно-чебышевских аппроксимаций АЧХ. Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2018. №3. Режим доступа: <http://jre.cplire.ru/jre/mar18/7/text.pdf>