

DOI 10.30898/1684-1719.2020.3.6

УДК 621.38: 621.373.1

ШУМОВОЙ АНАЛИЗ ВО ВРЕМЕННОЙ ОБЛАСТИ АВТОГЕНЕРАТОРНЫХ СХЕМ

М. М. Гурарий, М. М. Жаров, С. Г. Русаков, С. Л. Ульянов

Институт проблем проектирования в микроэлектронике Российской академии наук,
124365, г. Москва, ул. Советская, д. 3

Статья поступила в редакцию 29 февраля 2020 г.

Аннотация. Представлен вычислительный метод анализа шума в схемах автогенераторов во временной области. Метод основан на линейной периодической нестационарной модели и эквивалентном преобразовании системы уравнений модели. Преобразование позволяет исключить вырожденность матрицы системы на частоте генерации и обеспечить корректность вычислений при малых отклонениях частоты от частоты генерации. Приведены примеры применения метода.

Ключевые слова: аналоговые схемы, автогенераторы, схемотехническое моделирование, периодический установившийся режим, амплитудный шум, фазовый шум, шумовой анализ, спектральная плотность мощности.

Abstract. A numerical technique for time domain noise analysis of oscillators is proposed. This technique is based on the linear periodically time varying model and equivalent transformation of the model linear system. This transformation produces a nonsingular matrix at zero frequency offset, which avoids numerical errors at small offset frequencies. Examples are given to demonstrate the efficiency of the new technique.

Key words: analog circuits, oscillators, circuit simulation, periodic steady state, amplitude noise, phase noise, noise analysis, power spectral density.

1. Введение

При проектировании электронных схем важное место занимает расчет шумовых характеристик или шумовой анализ схемы, так как влияние шума

может ограничивать работоспособность схемы [1]. Электронный шум обусловлен фундаментальными процессами переноса заряда в полупроводниковых приборах схемы, случайными флуктуациями тока или напряжения.

Так как моделью шумового воздействия является стохастический процесс, то и переменные состояния системы (например, узловые напряжения) будут представляться как стохастические процессы. Тогда шумовой анализ системы, возбужденной шумовыми источниками, можно рассматривать как вычисление вероятностных характеристик стохастических процессов, представляющих переменные состояния.

Особую важность шумовой анализ имеет при проектировании схем автогенераторов. Идеальный автогенератор обеспечивает колебания на частоте генерации (фундаментальной частоте). В реальных схемах наличие источников шума в полупроводниковых приборах приводит к искажению выходного сигнала и появлению колебаний на частотах около фундаментальной частоты и ее гармоник. Эти колебания обусловлены воздействием шума, который изменяет как амплитуду, так и фазу выходного сигнала. В соответствии с нелинейной природой автогенератора амплитудные отклонения со временем затухают, а фазовые отклонения сохраняются и могут неограниченно накапливаться с течением времени. Поэтому доминирующим фактором, определяющим спектр сигнала автогенератора, являются флуктуации фазы колебания. На практике интересуются шириной и формой спектра вблизи первой гармоники или частоты генерации. Для количественного описания шума автогенератора используются спектральная плотность мощности (СПМ) сигнала S_x или фазы сигнала S_ϕ [2]. Спектральная плотность мощности S_x содержит как амплитудные, так и фазовые компоненты шума, а S_ϕ – только фазовые.

Для расчета СПМ шума в рамках программ схемотехнического моделирования предложено несколько методов, различающихся способом представления математической модели схемы и принятой системой допущений.

Допущение о малости шумового воздействия по сравнению с полезным сигналом позволяет строить методы шумового анализа на основе теории возмущений и линеаризации нелинейных систем.

Теория линейных стационарных систем (ЛТИ) позволяет на качественном уровне предсказывать шумовые характеристики. Полученные на основе этой теории выражения [3] пригодны для расчета шума LC генератора и приводят к значительным отклонениям от экспериментальных результатов для других классов генераторов.

Методы расчета фазового шума в автогенераторах, основанные на теории возмущений и декомпозиции возмущённого отклика на составляющие, обуславливающие фазовый и амплитудный шум, предложены в работах [4-6]. Методы позволяют определять компоненту шума, обусловленную фазовыми отклонениями, которая является доминирующей при приближении к частоте колебаний автогенератора. В случае если необходимо определять шум для достаточно больших смещений от частоты колебаний, эти методы дают погрешность, так как влияние амплитудных отклонений не учитывается.

Линейная периодически нестационарная модель (LPTV) используется для анализа схем в рамках периодического малосигнального анализа. На основе этой модели построены методы шумового анализа в частотной [7,8] и временной области [9]. Шум на выходе схемы с периодически изменяющейся рабочей точкой имеет характер циклостационарного процесса вне зависимости от типа источника шума [2]. Для стационарных источников, зависящих от режима, циклостационарность обусловлена модуляцией периодически изменяющейся величиной смещения, для независимых от режима стационарных источников - периодической передаточной функцией от источника на выход схемы.

Частотные методы шумового анализа основаны на использовании гармонического баланса и позволяют находить СПМ шума автогенератора. Частотные методы эффективны при моделировании слабо и средне нелинейных схем. Эти методы, однако, сталкиваются с вычислительными трудностями при

расчетах шума в области малых отклонений от частоты генерации [8]. Проведённый анализ [10] показал, что возникающие проблемы связаны с вырожденностью матрицы системы на частоте генерации. Вырожденность матрицы на частоте генерации приводит к плохой обусловленности системы при малых отклонениях от этой частоты и росту численной погрешности при расчете СПМ. Частотный метод расчета СПМ шума, свободный от указанных недостатков, предложен в работе [10].

В отличие от частотных методов, метод анализа шума во временной области [9] позволяет моделировать сильно нелинейные схемы. Здесь также считается справедливым допущение о малости шумового воздействия. СПМ шума на выходе вычисляется как суперпозиция вкладов от различных источников шума, и для вычисления передаточных функций от источника на выход схемы используется система уравнений периодического малосигнального анализа во временной области.

Однако, аналогично методам в частотной области, этот метод имеет вычислительные трудности при расчетах шума в области малых отклонений от частоты генерации вследствие плохой обусловленности системы при малых отклонениях от этой частоты. График СПМ шума вблизи частоты колебаний, полученной этим методом, имеет либо плоскую часть в отсутствии источников фликкер-шума, либо неверный наклон при их наличии [9].

В статье предлагается способ устранения ограничений вычислительного метода для расчета шума в схемах автогенераторов. В разделе 2 приводится описание метода расчета шума во временной области, в разделе 3 дается преобразование системы уравнений и приводится вычислительная схема метода. Результаты численных экспериментов приведены в разделе 4.

2. Метод расчета шума автогенератора на основе линейной периодически нестационарной модели

Шумовой анализ схем автогенераторов во временной области основан на применении линейной периодически нестационарной модели схемы [9,11], которая используется при малосигнальном периодическом анализе.

Система уравнений автогенератора может быть записана в виде [11]

$$\frac{dq(x(t))}{dt} + i(x(t)) = 0, \quad (1)$$

где x, i, q – векторы узловых переменных, токов и зарядов. В установившемся периодическом режиме решение системы (1) удовлетворяет условию

$$x(t+T) = x(t), \quad (2)$$

где T - период (частота $\omega = 2\pi / T$).

При воздействии на схему гармонического сигнала малой амплитуды $b(t)$ решение системы может быть представлено как малое возмущение периодического установившегося решения $x(t) + y(t)$, где $y(t)$ определяется из линейного дифференциального уравнения с периодически изменяющимися коэффициентами [9,11]

$$\frac{d}{dt}(c(t)y(t)) + g(t)y(t) + b(t) = 0, \quad (3)$$

с граничными условиями

$$y(T) = y(0)e^{j\Delta\omega T}, \quad (4)$$

Здесь $b(t)$ - малосигнальный источник входного сигнала с частотой $\Delta\omega$,

$y(t)$ - малосигнальный отклик, $g(t) = \frac{\partial i(x(t))}{\partial x}$, $c(t) = \frac{\partial q(x(t))}{\partial x}$ - периодические

матрицы узловых проводимостей и емкостей.

Решение системы (3) с условием (4) можно получить за один шаг метода пристрелки [11]:

1) определение матрицы $\Phi(t)$ с помощью решения уравнения

$$\frac{d}{dt}(c(t)\Phi(t)) + g(t)\Phi(t) = 0, \quad (5)$$

$$\Phi(0) = E, \quad (6)$$

где E - единичная матрица.

2) решение уравнения (3) с нулевыми начальными условиями

$$\frac{d}{dt}(c(t)z(t)) + g(t)z(t) + b(t) = 0, \quad (7)$$

$$z(0) = 0, \tag{8}$$

3) определение $y(0)$ из уравнения

$$J(\Delta\omega)y(0) + z(T) = 0, \tag{9}$$

где

$$J(\Delta\omega) = \Phi(T) - Ee^{j\Delta\omega T}. \tag{10}$$

Тогда решение (3) запишется в виде

$$y(t) = \Phi(t)y(0) + z(t). \tag{11}$$

При расчете СПМ шума в качестве входных источников рассматриваются источники теплового, дробового и фликкер-шума, которые заданы своими моделями модулированного стационарного шума [7,9]

$$b(t) = m(t)\xi(t), \tag{12}$$

где $m(t)$ - детерминированная периодическая модуляция, $\xi(t)$ - стационарный случайный процесс с СПМ $S(\omega)$.

Тогда СПМ на выходе схемы определяется с помощью выражения [9]

$$S(n\omega + \Delta\omega) = \sum_l \sum_k S_l(k\omega + \Delta\omega) |H_{k,l}^n(\Delta\omega)|^2. \tag{13}$$

Здесь $S_l(k\omega + \Delta\omega)$ - СПМ шумового источника l , $H_{k,l}^n(\Delta\omega)$ - передаточная функция от компоненты на частоте $k\omega + \Delta\omega$ шумового источника l на частотную компоненту $n\omega + \Delta\omega$ выходного сигнала.

Для получения передаточных функций $H_{k,l}^n(\Delta\omega)$ необходимо вычислить их во временной области. Для этого нужно решить несколько систем уравнений (3) с граничными условиями (4). При этом $b(t)$ представляется модулированной синусоидой с частотой $k\omega + \Delta\omega$

$$\frac{d}{dt}(c(t)\alpha_{kl}(t)) + g(t)\alpha_{kl}(t) + m_l(t)e^{j(k\omega + \Delta\omega)t}e^l = 0, \tag{14}$$

$$\alpha_{kl}(T) = \alpha_{kl}(0)e^{j\Delta\omega T}. \tag{15}$$

Здесь вектор e^l определяет узлы подключения шумового источника l .

Тогда выражения (5)-(9) примут вид

$$\frac{d}{dt}(c(t)\beta_{kl}(t)) + g(t)\beta_{kl}(t) + m_l(t)e^{j(k\omega+\Delta\omega)t}e^l = 0, \quad (16)$$

$$\beta_{kl}(0) = 0, \quad (17)$$

$$J(\Delta\omega)\alpha_{kl}(0) + \beta_{kl}(T) = 0, \quad (18)$$

$$\alpha_{kl}(t) = \Phi(t)\alpha_{kl}(0) + \beta_{kl}(t). \quad (19)$$

Так как передаточные функции – периодические функции с периодом T , то можно найти коэффициенты Фурье

$$H_{k,l}^n(\Delta\omega) = \frac{1}{T} \int_0^T \alpha_{kl}^T(t) e^{out} e^{-j(n\omega+\Delta\omega)t} dt. \quad (20)$$

Здесь вектор e^{out} определяет выходной узел.

Подстановка (19) в (20) дает

$$H_{k,l}^n(\Delta\omega) = \alpha_{kl}^T(0)\rho^n(\Delta\omega) + \sigma_{kl}^n(\Delta\omega), \quad (21)$$

где

$$\rho^n(\Delta\omega) = \frac{1}{T} \int_0^T \Phi^T(t) e^{out} e^{-j(n\omega+\Delta\omega)t} dt, \quad (22)$$

$$\sigma_{kl}^n(\Delta\omega) = \frac{1}{T} \int_0^T \beta_{kl}^T(t) e^{out} e^{-j(n\omega+\Delta\omega)t} dt. \quad (23)$$

Приведенная выше схема вычислений предполагает многократное интегрирование системы уравнений (16) и многократное решение линейной системы уравнений (18). Применение метода присоединенной цепи позволяет сократить вычислительные затраты. Сначала решается линейная система

$$J^T(\Delta\omega)\gamma^n(\Delta\omega) + \rho^n(\Delta\omega) = 0. \quad (24)$$

Тогда, располагая этим решением, первый член выражения (21) примет вид

$$\alpha_{kl}^T(0)\rho^n(\Delta\omega) = \beta_{kl}^T(T)\gamma^n(\Delta\omega), \quad (25)$$

а выражение (21)

$$H_{k,l}^n(\Delta\omega) = \beta_{kl}^T(T)\gamma^n(\Delta\omega) + \sigma_{kl}^n(\Delta\omega). \quad (26)$$

Таким образом, в этом случае для вычисления передаточных функций требуется однократное решение линейной системы (24).

3. Преобразование системы уравнений линейной периодически нестационарной модели

Решение линейной системы уравнений (21) или (24) выполняется для различных значений $\Delta\omega$, которые представляют практический интерес. Для малых значений $\Delta\omega$ численное решение может иметь значительную погрешность, так как матрица $J(0) = \Phi(T) - E$ для автономных схем является вырожденной, и поэтому матрицы $J(\Delta\omega)$ и $J^T(\Delta\omega)$ - являются плохо обусловленными.

Для вырожденной матрицы $J^T(0)$ существует линейная комбинация ее строк такая что

$$u^T J^T(0) = 0, \quad (27)$$

что эквивалентно $J(0)u = 0$. Здесь u – собственный вектор матрицы $J(0)$, соответствующий нулевому собственному значению.

Из выражения (10) легко получить

$$J^T(\Delta\omega) = J^T(0) + E(1 - e^{j\Delta\omega T}). \quad (28)$$

Тогда с учетом (27) можно записать

$$u^T J^T(\Delta\omega) = (1 - e^{j\Delta\omega T})u^T. \quad (29)$$

Умножая члены уравнения (24) на вектор u^T , получим новое линейное уравнение

$$u^T \gamma^n(\Delta\omega) + \frac{u^T \rho^n(\Delta\omega)}{(1 - e^{j\Delta\omega T})} = 0. \quad (30)$$

Так как полученное уравнение справедливо для выходного узла, то в линейной системе (24) заменяется уравнение, соответствующее выходному узлу. Тогда линейная система (24) примет вид

$$\tilde{J}^T(\Delta\omega)\gamma^n(\Delta\omega) = - \begin{bmatrix} \hat{\rho}^n(\Delta\omega) \\ \frac{u^T \rho^n(\Delta\omega)}{(1 - e^{j\Delta\omega T})} \\ \check{\rho}^n(\Delta\omega) \end{bmatrix}, \quad (31)$$

где

$$\tilde{J}^T(\Delta\omega) = \begin{bmatrix} \hat{J}^T(\Delta\omega) \\ u^T \\ \check{J}^T(\Delta\omega) \end{bmatrix}, \quad (32)$$

и $\hat{\rho}^n(\Delta\omega)$, $\check{\rho}^n(\Delta\omega)$, $\hat{J}^T(\Delta\omega)$, $\check{J}^T(\Delta\omega)$ - соответствующие подвекторы и подматрицы. Можно показать, что в отличие от $J^T(0)$ матрица $\tilde{J}^T(0)$ является невырожденной. Получение собственного вектора u не требует дополнительных вычислительных затрат, так как $u = \left. \frac{dx}{dt} \right|_{t=T}$ вычисляется в процессе определения периодического решения.

Вычислительная схема расчета СПМ шума на выходе автогенератора может быть представлена в виде следующих шагов.

- 1) определение периодического решения в режиме большого сигнала $x(t)$.
- 2) вычисление матрицы $\Phi(T)$, вычисление интегралов $\rho^n(\Delta\omega)$ (22).
- 3) вычисление передаточных функций, для каждого значения частоты $\Delta\omega$ выполнить:

- решение системы ОДУ (16) относительно $\beta_{kl}(t)$ для всех k, l ,
- расчет интегралов $\sigma_{kl}^n(\Delta\omega)$ (23) для всех k, l ,
- LU разложение матрицы $\tilde{J}^T(\Delta\omega)$ (32)
- решение линейной системы (31) относительно $\gamma^n(\Delta\omega)$,
- вычисление передаточных функций $H_{k,l}^n(\Delta\omega)$ (26) для всех k, l ,

- 4) вычисление СПМ шума по формуле (13).

4. Результаты численного эксперимента

Предложенный метод расчета шума в автогенераторах был внедрен в экспериментальную программу схемотехнического моделирования. Ниже приведены результаты моделирования схем автогенераторов.

Схема генератора с мостом Вина [9] (рис. 1). Частота генерации 141,655 кГц. Источниками шума является тепловой шум резисторов, дробовой и фликкер шум биполярных транзисторов.

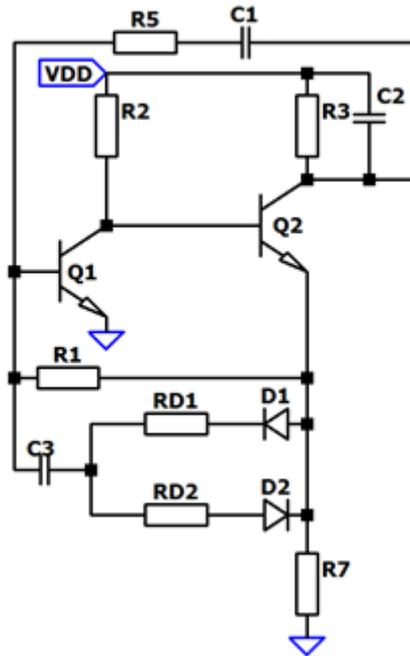


Рис. 1. Схема генератора с мостом Вина. $R1=1.5K$, $R2=7.5K$, $R3=2.2K$, $R5=2.2K$, $R7=470$, $C1=470\text{пФ}$, $C2=470\text{пФ}$, $C3=47\text{мкФ}$, $RD1=RD2=10$, $VDD=7.5V$.

На рис. 2 представлена результирующая СПМ шума на выходе генератора и СПМ шума от некоторых источников шума (тепловой шум резистора $R1$, дробовой и фликкер шум транзисторов $Q1$, $Q2$). Результаты получены с помощью стандартного и предложенного методов моделирования. Как следует из рисунка, оба метода дают одинаковые результаты для больших отклонений частоты от частоты генерации и имеют значительное расхождение результатов при малых отклонениях. При этом наклон кривых в области малых отклонений, полученных стандартным методом, не соответствует известным результатам и обусловлен численной погрешностью. Предложенный метод позволяет устранить вычислительные трудности при расчетах вблизи частоты генерации и получить корректные графики СПМ шума автогенератора (рис. 2).

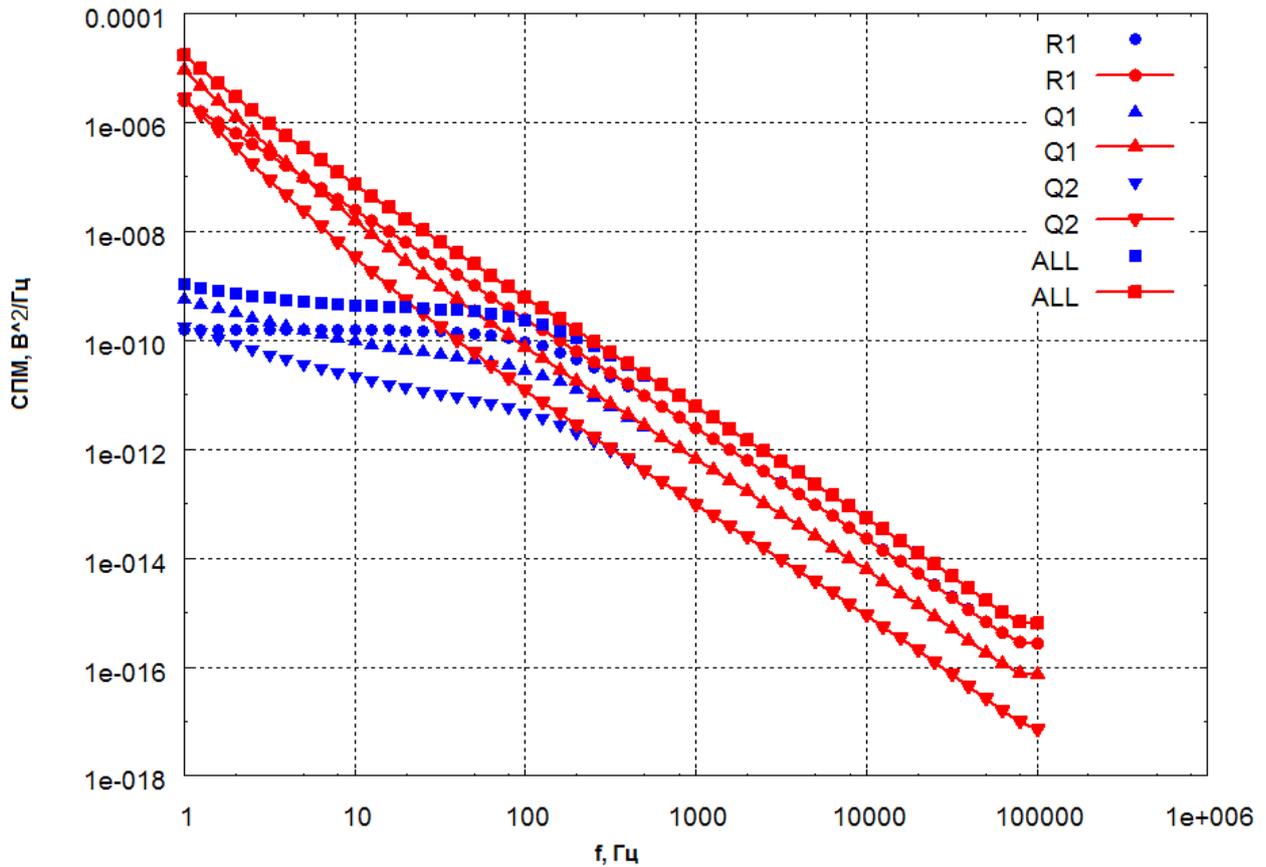


Рис. 2. СПМ шума в схеме генератора с мостом Вина, рассчитанная по стандартному (синий) и предложенному (красный) методам.

Схема мультивибратора с эмиттерной связью [9] (рис. 3). Моделирование этой схемы в частотной области с помощью метода гармонического баланса встречает значительные трудности, так как схема сильно нелинейная. Источниками шума является тепловой шум резисторов, дробовой и фликкер шум биполярных транзисторов.

На рис. 4 представлена зависимость СПМ шума на выходе генератора от частоты отклонения от частоты генерации для трех значений параметра модели фликкер-шума : $kf=0$, $kf=10^{-16}$, $kf=10^{-14}$. Результаты получены с помощью стандартного и предложенного методов моделирования.

Отметим, что стандартный метод приводит к появлению плоской части на графике СПМ автогенератора без фликкер-шума ($kf=0$) и к неверному наклону графика СПМ автогенератора с фликкер-шумом.

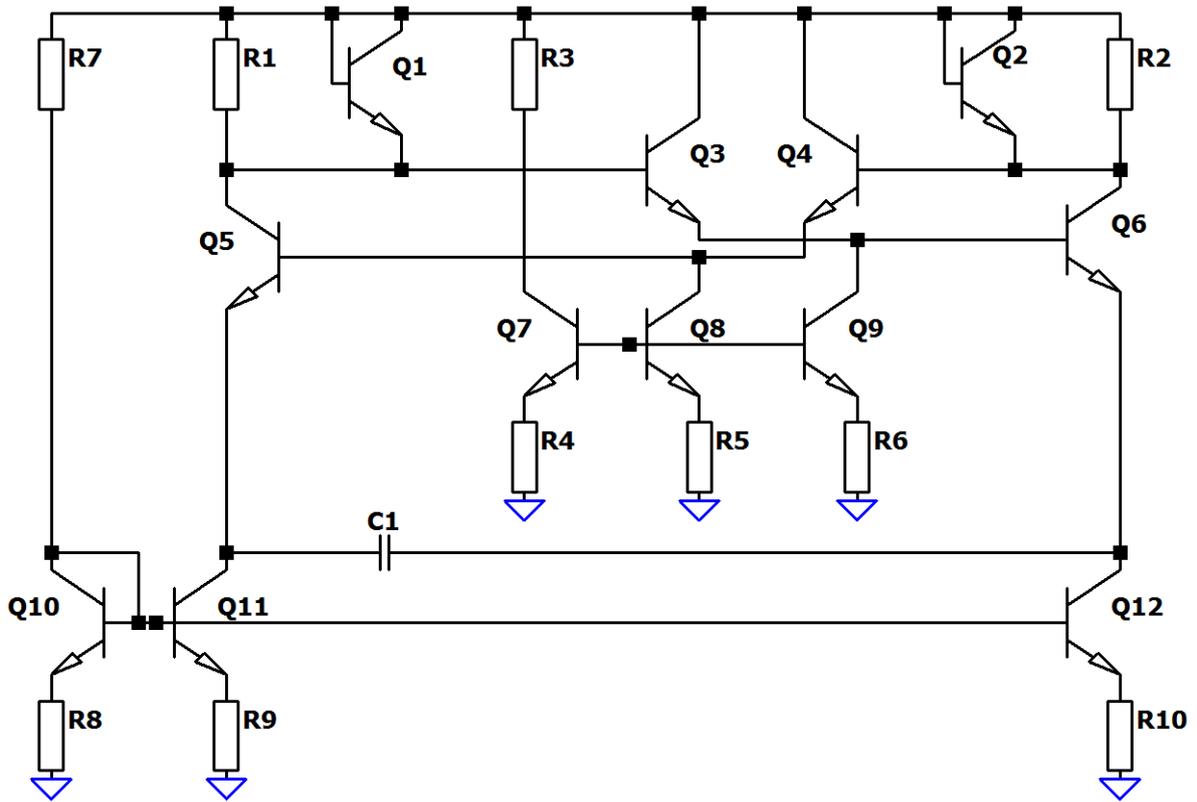


Рис. 3. Схема мультивибратора. R1=1K, R2=1K, R3=20K, R4=2K, R5=2K, R6=2K, R7=10K, R8=1K, R9=1K, R10=1K, C1=0.1мкФ, VDD=10В.

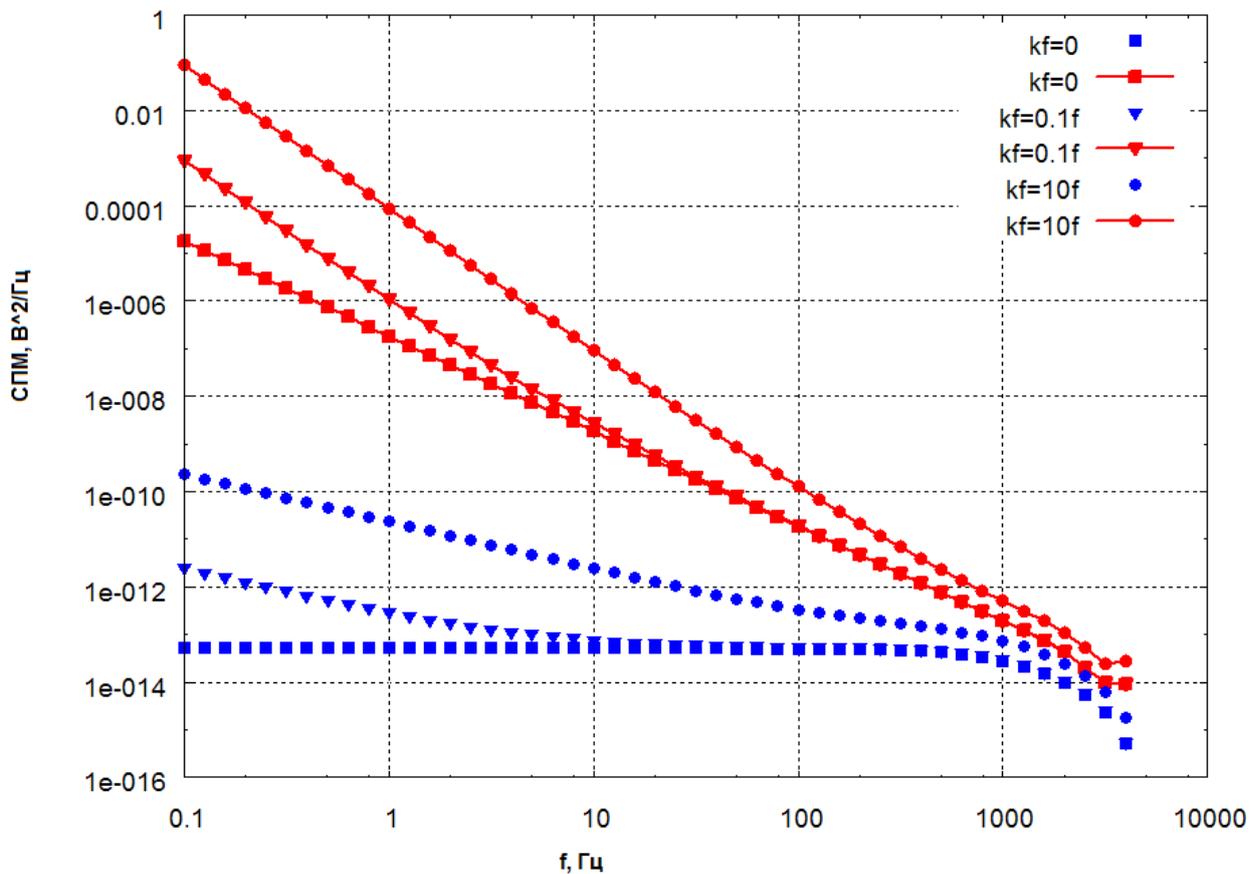


Рис. 4. СПМ шума в схеме мультивибратора, рассчитанная по стандартному (синий) и предложенному методам (красный).

Схема автогенератора на МДП транзисторах. На рис. 5 представлены зависимости СПМ шума на выходе генератора от частоты смещения, полученные с помощью стандартного и предложенного методов моделирования. СПМ идеального фазового шума получена с помощью метода расчета на основе фазового уравнения [5] (фазовый шум).

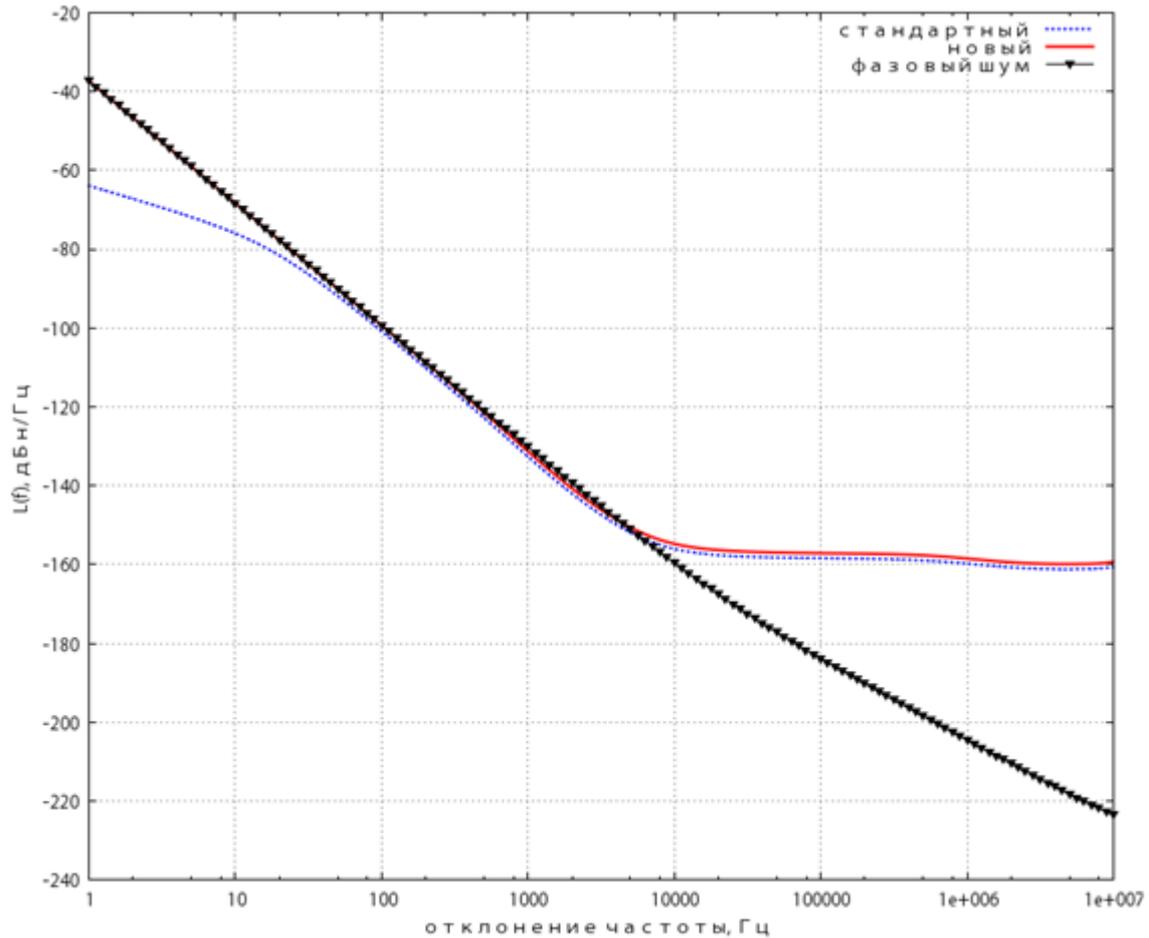


Рис. 5. СПМ шума в схеме осциллятора на МДП транзисторах.

Можно отметить хорошее совпадение результатов стандартного и предложенного методов расчета вплоть до частоты 50 Гц, ниже которой стандартный метод дает существенную погрешность. Отметим также хорошее совпадение СПМ шума, полученного с помощью предложенного метода, с фазовым шумом в области малых смещений и погрешность метода расчета фазового шума при больших смещениях.

5. Заключение

Предложено эквивалентное преобразование системы уравнений модели автогенераторных схем. Преобразование позволяет исключить сингулярность исходной матрицы при нулевых смещениях частоты. Результирующий алгоритм устраняет вычислительные трудности при расчетах спектральной плотности шума вблизи частоты генерации. Применение предложенной вычислительной схемы для расчета во временной области шумовых характеристик снимает ограничения вычислительных методов моделирования шума автогенераторных схем, основанных на теории возмущений.

Литература

1. Gray P., Meyer R. Analysis and Design of Analog Integrated Circuits. - John Wiley & Sons, 1984.
2. Kundert K.S. Introduction to RF Simulation and Its Application // J. of Solid-State Circuits. - 1999. - Vol. 34. - N 9. - P. 1298-1319.
3. Leeson D. A simple model of feedback oscillator noise spectrum // Proc. IEEE. - 1966. - Vol. 54. - P. 329–330.
4. Kaertner F.X. Analysis of white and $f^{-\alpha}$ noise in electrical oscillators // Int. J. Circ. Theory Appl. - 1990. - Vol. 18. - P. 485-519.
5. Demir A., Mehrotra A., Roychowdhury J., Phase Noise in Oscillators: A Unifying Theory and Numerical Methods for Characterization // IEEE Trans. on Circuits and Systems - I. - 2000. - Vol. 47. - P. 655-674.
6. Demir A. Phase Noise and Timing Jitter in Oscillators with Colored-Noise Sources. // IEEE Trans. on Circuits and Systems - I. - 2002. - Vol. 49. - No 12. - P. 1782-1791.
7. Roychowdhury J., Long D., Feldmann P., Cyclostationary Noise Analysis of Large RF Circuits with Multitone Excitations // IEEE J. of Solid-State Circuits. – 1998. - vol. 33. - No 3. - P. 324-336.

8. Anzill W., Russer P., A General Method to Simulate Noise in Oscillators Based on Frequency Domain Techniques // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. -1993. - vol. 41. - No 12. - P. 2256–2263.
9. Okumura M., Tanimota H., A Time-Domain Method for Numerical Noise Analysis of Oscillators // Proc. of the Asia South Pacific Design Automation Conf. – 1997. - P. 477-482.
10. Gourary M. M., Rusakov S.G., Ulyanov S.L., Zharov M.M. et al, New Numerical Technique for Cyclostationary Noise Analysis of Oscillators // Proc. of the 37th European Microwave Conf., Munich. – 2007. - P. 1173-1176.
11. Актуальные проблемы моделирования в системах автоматизации схемотехнического проектирования/ под ред. А.Л. Стемповского – М.: Наука, 2003. - 430 с.

Для цитирования:

Гурарий М.М., Жаров М.М., Русаков С.Г., Ульянов С.Л. Шумовой анализ во временной области автогенераторных схем. Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2020. №3. Режим доступа: <http://jre.cplire.ru/jre/mar20/6/text.pdf>. DOI 10.30898/1684-1719.2020.3.6