

DOI: <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2023.3.3>

УДК: 681.883.45

## ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТЬ КОГЕРЕНТНОГО ПРИЕМА ДВОИЧНЫХ СИГНАЛОВ С СИНУСОИДАЛЬНОЙ ОГИБАЮЩЕЙ В ГИДРОАКУСТИЧЕСКОМ КАНАЛЕ СВЯЗИ

В.Е. Денисов

РТУ МИРЭА, 119454, Москва, пр. Вернадского, 78

Статья поступила в редакцию 22 января 2023 г.

**Аннотация. Цели.** Основной целью данной работы является разработка методики определения параметров двоичных сигналов, при которых сигналы становятся относительно инвариантными к частотным искажениям в морской среде. Частотные искажения сигналов обусловлены неравномерностью частотной характеристики затухания морской среды. Главной частью указанной методики является оценка влияния частотных искажений сигналов на помехоустойчивость приема. В соответствии с этим определяются вероятности ошибки приемников сигналов с различными видами манипуляции, которые оптимальны при отсутствии искажений. **Методы.** Используются положения прикладной гидроакустики, теории случайных процессов и теории передачи дискретных сообщений. **Основное содержание.** В работе рассматривалась модель однолучевого гидроакустического канала связи, характерная для глубокого моря, когда приемник или передатчик расположен в глубине моря. В качестве коэффициента передачи канала используется коэффициент передачи с гауссовской амплитудно-частотной характеристикой и линейной фазо-частотной характеристикой. Определены вероятности ошибки когерентных приемников двоичных сигналов с амплитудной, частотной и фазовой манипуляцией с синусоидальной огибающей. В качестве приемников

рассматриваются когерентные приемники, оптимальные по критерию максимального правдоподобия при действии белого гауссовского шума и отсутствии искажений в морской среде. Введена логарифмическая мера увеличения вероятности ошибки, которая характеризует ухудшение помехоустойчивости за счет частотных искажений в канале. Для некоторых типичных случаев определены значения параметров сигналов, относительно инвариантных к частотным искажениям в морской среде. **Результаты.** Найдены выражения вероятности ошибки когерентных приемников двоичных сигналов с амплитудной, частотной и фазовой манипуляцией с синусоидальной огибающей. Введена логарифмическая мера относительного увеличения вероятности ошибки по сравнению со случаем отсутствия искажений. Определена функциональная зависимость этой меры от длительности посылки сигнала, несущей частоты и начальной фазы сигнала, а также от дальности связи и отношения сигнал/шум. На плоскости несущая частота, длительность сигнала для каждого вида сигнала построена граница области, выше которой сигналы являются относительно инвариантными к частотным искажениям в морской среде. Проведено сравнение со случаем сигналов с прямоугольной огибающей. Для дальностей связи  $R = 1,5$  км и 3 км и типичных несущих частот приведены минимальные значения длительности инвариантных сигналов.

**Ключевые слова:** гидроакустический канал связи, коэффициент затухания, помехоустойчивость, вероятность ошибки, дальность связи, длительность посылки сигнала, несущая частота, начальная фаза, синусоидальная огибающая.

**Автор для переписки:** Денисов Валерий Евгеньевич, [dvemirea@mail.ru](mailto:dvemirea@mail.ru)

## Введение

Цифровые гидроакустические системы связи в настоящее время широко применяются на практике. Многие вопросы проектирования таких систем решаются эвристически на основе имеющегося опыта и путем моделирования на ЭВМ. Однако всегда интересно получить аналитическое решение поставленной задачи, хотя бы и на основе известных приближений. К таким задачам в случае гидроакустических систем связи относится проблема выбора сигналов с различными видами манипуляции, относительно инвариантных к неравномерности частотной характеристики затухания морской среды. Решение этой задачи позволит получить теоретическую базу для корректного выбора параметров сигналов с различными видами модуляции. Для решения данной задачи необходимо проанализировать влияние неравномерности частотной характеристики морской среды на помехоустойчивость приемника, оптимального при отсутствии искажений. В работе [1] рассматривалась подобная задача для сигналов с прямоугольной огибающей. Такие сигналы имеют спектр, убывающий вне основной полосы по закону  $\omega^{-1}$ . В данной работе рассматриваются сигналы с синусоидальной огибающей, спектр которых вне основной полосы убывает по закону  $\omega^{-2}$ . В работе рассматривается модель однолучевого гидроакустического канала связи (ГАКС), характерная для глубокого моря, когда приемник или передатчик расположен в глубине моря. Данной моделью можно описать вертикальные и близкие к ним каналы [2].

Определяются вероятности ошибки когерентных приемников двоичных сигналов с амплитудной (АМ), частотной (ЧМ) и фазовой (ФМ) манипуляцией с синусоидальной огибающей. В качестве приемников рассматриваются когерентные приемники, оптимальные по критерию максимального правдоподобия при действии белого гауссовского шума и отсутствии искажений в морской среде. Опорные сигналы исследуемых приемников совпадают по форме с неискаженными сигналами, но уменьшены в соответствии с коэффициентом затухания на несущей частоте. Проводится сравнение

вероятностей ошибки при приеме сигналов с синусоидальной и прямоугольной огибающей и со случаем идеального канала, когда частотные искажения отсутствуют. Вводится логарифмическая мера увеличения вероятности ошибки, которая характеризует ухудшение помехоустойчивости за счет частотных искажений в канале. И на этой основе вводится понятие сигналов, относительно инвариантных к частотным искажениям в морской среде.

## 1. Коэффициент передачи и импульсная характеристика гидроакустического канала связи

В качестве гидроакустического канала связи (ГАКС) рассматривается совокупность передающей антенны, морской среды и приемной антенны.

Антенны считаются ненаправленными и частотно независимыми. Используется модель морской среды в виде однородной изотропной среды. В этом случае свойства ГАКС можно описать единственной величиной – коэффициентом затухания  $\alpha(f)$ . Используя аппроксимацию  $\alpha(f)$  функцией  $\alpha(f) = B_K + D_K f^2$ , где  $f$  – частота в килогерцах из работы [2], можно представить комплексный коэффициент передачи ГАКС  $H(j\omega)$  в форме, удобной для аналитических исследований

$$H(j\omega) = H(0) \exp(-a\omega^2 - j\omega t_3), \quad (1)$$

где  $\omega$  – угловая частота, рад/с;

$$H(0) = (R_0 / R) \exp(-0,115 B_K R);$$

$$a = 0,115 (2\pi)^{-2} 10^{-6} D_K R; \quad (2)$$

$$t_3 = R / C;$$

$R$  – расстояние между передатчиком и приемником, км;  $R_0$  – опорное расстояние (обычно  $R_0 = 1$  м);  $C$  – скорость звука в морской среде, равная 1,5 км/с.

Для аппроксимации 1:  $B_1 = 0$ ;  $D_1 = 0,036 / \sqrt{f_0}$ ; для аппроксимации 8:

$$B_8 = 1,9 \times 10^{-3} f_B^{1,5}; D_8 = 0,036 / \sqrt{f_B},$$

где  $f_0, f_B$  – несущая частота и верхняя частота рабочего диапазона в кГц соответственно. Частотной характеристике (1) соответствует импульсная характеристика вида

$$h(t) = (2\sqrt{\pi a})^{-1} H(0) \exp[-(t-t_3)^2 / (4a)], \quad (3)$$

где  $h(t)$  – импульсная характеристика,  $c^{-1}$ ;  $t$  – время,  $c$ ;  $H(0)$  – безразмерный коэффициент из (2);  $a$  – коэффициент из (2),  $c^2$ .

## 2. Сигнал и шум на входе приемника

В каждом интервале времени  $[kT, (k+1)T]$  передатчик производит один сигнал  $S_{xk}(t-kT)$  из заданного множества сигналов  $\{S_0(t), S_1(t)\}$ , определенных на интервале  $[0, T]$ . Сигналы  $S_0(t), S_1(t)$  имеют вид

$$\begin{aligned} S_0(t) &= \Pi(t) \sin(\nu t) \cos(\omega_0 t + \varphi_0), \\ S_1(t) &= \Pi(t) \sin(\nu t) \cos(\omega_1 t + \varphi_1), \end{aligned} \quad (4)$$

где  $\Pi(t) = 1(t) - 1(t-T)$ ,  $\nu = \pi / T$ .

Какой именно из этих сигналов будет произведен, определяется символом  $x_k$ , поступающим на вход передатчика в течение интервала  $[kT, (k+1)T]$ . Если  $x_k = 0$ , то вырабатывается сигнал  $S_0(t-kT)$ , а при  $x_k = 1$  производится сигнал  $S_1(t-kT)$ . Таким образом, сигнал на выходе передатчика будет иметь вид

$$S(t) = \sum_{k=0}^{N-1} S_{xk}(t-kT), \quad 0 \leq t \leq T_{CB}, \quad (5)$$

где  $T_{CB} = NT$  – длительность сеанса связи,  $N$  – число переданных символов.

Реакция  $C(t)$  ГАКС на этот сигнал может быть представлена в следующем виде

$$C(t) = \sum_{k=0}^{N-1} C_{xk}(t-kT), \quad (6)$$

где

$$C_{xk}(t) = \int_0^{\infty} S_{xk}(\tau) h(t-\tau) d\tau. \quad (7)$$

Как показывают расчеты, на дальностях не более 3 км, длительность  $T_h$  импульсной характеристики  $h(t)$  не превосходит 0,05 мс. При  $T > T_h$  сигналы  $C_{x(l-1)}(t-(l-1)T)$  и  $C_{x(l+1)}(t-(l+1)T)$  практически не перекрываются во времени. Следовательно, при приеме сигнала  $C_{xl}(t-lT)$  на интервале  $[t_3+lT, t_3+(l+1)T]$  необходимо учитывать только один предшествующий  $C_{x(l-1)}(t-(l-1)T)$  и один последующий  $C_{x(l+1)}(t-(l+1)T)$  сигналы. Удобно далее положить  $t_3 = 0$  и  $l = 0$ . В этом случае на интервале приема  $[0, T]$  сигнал  $C(t)$  примет вид

$$C(t) = C_{x(-1)}(t+T) + C_{x0}(t) + C_{x(+1)}(t-T). \quad (8)$$

Полезный сигнал  $C(t)$  суммируется в морской среде с аддитивными помехами  $n(t)$ . В качестве модели  $n(t)$  рассматривается белый гауссовский шум с односторонней спектральной плотностью мощности  $N_0$ . Таким образом, сигнал на входе приемника имеет вид

$$Z(t) = C(t) + n(t). \quad (9)$$

### 3. Определение вероятности ошибки приемника

Опорные сигналы приемника на интервале  $[0, T]$  имеют вид  $\mu_0 S_0(t)$  и  $\mu_1 S_1(t)$ , где  $\mu_0, \mu_1$  – коэффициенты передачи морской среды для этих сигналов. Приемник, оптимальный по критерию максимального правдоподобия, принимает решение о том, что передан символ  $j$ , если выполняется неравенство [3]

$$X_j - P_j > X_r - P_r \quad (10)$$

для всех  $r \neq j$ . В неравенстве (10)

$$X_j = \frac{2}{T} \int_0^T Z(t) \mu_j S_j(t) dt, \quad P_j = \frac{1}{T} \int_0^T \mu_j^2 S_j^2(t) dt, \quad (11)$$

$$X_r = \frac{2}{T} \int_0^T Z(t) \mu_r S_r(t) dt, \quad P_r = \frac{1}{T} \int_0^T \mu_r^2 S_r^2(t) dt. \quad (12)$$

Здесь  $P_j, P_r$  – средние мощности сигналов  $\mu_j S_j, \mu_r S_r$ .

Предположим, что на интервале  $[0, T]$  передается символ  $j$  (сигнал  $S_j(t)$ ). Тогда вероятность ошибки приемника представляет собой вероятность того, что неравенство (10) не выполняется. На работу приемника в интервале  $[0, T]$  будут влиять также сигналы от предшествующего и последующего символов.

Пусть на предшествующем интервале  $[-T, 0]$  передавался символ  $i$ , а на последующем интервале  $[T, 2T]$  символ  $k$ . В этом случае полезный сигнал  $C(t)$  на интервале  $[0, T]$  можно представить в виде

$$C_{ijk}(t) = C_i(t+T) + C_j(t) + C_k(t-T), \quad (13)$$

где

$$C_v(t) = \int_0^t S_v(\tau) h(t-\tau) d\tau. \quad (14)$$

С учетом аддитивных помех сигнал на входе приемника на интервале  $[0, T]$  принимает вид

$$Z(t) = C_{ijk}(t) + n(t). \quad (15)$$

В результате проведенного анализа была получена следующая формула для вероятности ошибки

$$P_{ош} = \sum_j \sum_{r \neq j} \sum_i \sum_k P(j)P(i)P(k)p(r/i, j, k), \quad (16)$$

где  $P(j)$ ,  $P(i)$ ,  $P(k)$  – априорные вероятности символов  $j$ ,  $i$ ,  $k$  соответственно;  $p(r/i, j, k)$  – условная вероятность ошибочного приема символа  $j$  при последовательности переданных символов  $i, j, k$ .

Вероятность  $p(r/i, j, k)$  определяется по формуле

$$p(r/i, j, k) = \frac{1}{2} \left\{ 1 - \operatorname{erf} \left[ q_{jr}(i, j, k) \right] \right\}, \quad (17)$$

где

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp(-t^2) dt \text{ – табулированная функция,}$$

$$q_{jr}(i, j, k) = \gamma_{jr} h_{jr} \rho_{jr}(i, j, k); \quad \gamma_{jr} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{P_{\Delta, jr}}{P_{C, jr}}}; \quad h_{jr} = \sqrt{\frac{P_{C, jr} T}{N_0}};$$

$$P_{C, jr} = 0,5(P_r + P_j); \quad P_{\Delta, jr} = P_j + P_r - 2\sqrt{P_j P_r} k_{jr};$$

$$k_{jr} = \frac{1}{\sqrt{E_{S_j} E_{S_r}}} \int_0^T S_j(t) S_r(t) dt; \quad E_{S_j} = \int_0^T S_j^2(t) dt; \quad \rho_{jr}(i, j, k) = \eta_{jr}(i, j, k) / P_{\Delta, jr};$$

$$\eta_{jr}(i, j, k) = \bar{X}_j(i, j, k) - \bar{X}_r(i, j, k) + P_r - P_j; \quad P_j = \frac{1}{T} \int_0^T \mu^2 S_j^2(t) dt;$$

$$\mu = H(0) \exp(-a \omega_0^2); \quad \bar{X}_j(i, j, k) = \frac{2}{T} K_{S_j C_i}(-T) + \frac{2}{T} K_{S_j C_j}(0) + \frac{2}{T} K_{S_j C_k}(T);$$

$E_j = \mu^2 E_{S_j}$ ;  $K_{S_j C_v}(\tau)$  – функция взаимной корреляции сигналов  $S_j(t)$  и  $C_v(t)$ ;

$E_{S_j}$  – энергия сигнала  $S_j(t)$ ;  $j \neq r$ .

#### 4. Вероятность ошибки приемника двоичных сигналов с амплитудной манипуляцией

Пусть  $S_1(t) = 0$ . Сигнал  $S_0(t)$  с синусоидальной огибающей можно представить в виде линейной комбинации двух сигналов с прямоугольной огибающей с разными частотами

$$S_0(t) = \frac{1}{2} [S_{02}(t) - S_{01}(t)],$$

где

$$S_{01}(t) = \Pi(t) \cos(\omega_1 t + \psi_0), \quad S_{02}(t) = \Pi(t) \cos(\omega_2 t + \psi_0),$$

$$\omega_1 = \omega_0 - \nu, \quad \omega_2 = \omega_0 + \nu, \quad \psi_0 = \varphi_0 - 0,5\pi.$$

На этом представлении сигналов с синусоидальной огибающей строится последующий анализ.

В данном случае условные вероятности ошибки (17) можно привести к виду

$$p(1/0, 0, 0) = \frac{1}{2} \{1 - \operatorname{erf} [q_{01}(0, 0, 0)]\}, \quad p(1/0, 0, 1) = \frac{1}{2} \{1 - \operatorname{erf} [q_{01}(0, 0, 1)]\},$$

$$p(1/1,0,1) = \frac{1}{2} \{1 - \operatorname{erf} [q_{01}(1,0,1)]\}, \quad p(0/0,1,0) = \frac{1}{2} \{1 - \operatorname{erf} [q_{10}(0,1,0)]\},$$

$$p(0/0,1,1) = \frac{1}{2} \{1 - \operatorname{erf} [q_{10}(0,1,1)]\}, \quad p(0/1,1,1) = \frac{1}{2} \{1 - \operatorname{erf} [q_{10}(1,1,1)]\},$$

$$p(1/1,0,0) = p(1/0,0,1), \quad p(0/1,1,0) = p(0/0,1,1);$$

где

$$q_{10}(1,1,1) = 0,5h_0 \left\{ 2 \left[ k_{S_0C_0}(0) + 2k_{S_0C_0}(T) \right] - \sqrt{k_E} \right\},$$

$$q_{10}(0,1,1) = 0,5h_0 \left\{ 2 \left[ k_{S_0C_0}(0) + k_{S_0C_0}(T) \right] - \sqrt{k_E} \right\},$$

$$q_{10}(0,1,0) = 0,5h_0 \left[ 2k_{S_0C_0}(0) - \sqrt{k_E} \right], \quad q_{10}(1,1,0) = q_{10}(0,1,1),$$

$$q_{01}(1,0,1) = 0,5h_0 \left[ \sqrt{k_E} - 4k_{S_0C_0}(T) \right], \quad q_{01}(0,0,0) = 0,5h_0 k_E,$$

$$q_{01}(0,0,1) = 0,5h_0 \left[ \sqrt{k_E} - 2k_{S_0C_0}(T) \right], \quad q_{01}(1,0,0) = q_{01}(0,0,1);$$

$h_0 = \sqrt{E_{C1} / N_0}$  – отношение сигнал/шум на входе приемника;  $E_{C_0}$  – энергия сигнала выходе морской среды из [4];  $E_0 = E_{S_0} H(0)^2 \exp(-2a\omega_0^2)$  – энергия сигнала на выходе морской среды при отсутствии искажений;  $k_E = E_0 / E_{C_0}$ ;  $k_{S_0C_0}(\tau) = K_{S_0C_0}(\tau) / \sqrt{E_{S_0} E_{C_0}}$ ;  $E_{S_0} = 0,25T$  – энергия сигнала на входе морской среды;  $K_{S_0C_0}(\tau)$  – функция взаимной корреляции сигналов  $S_0(t)$  и  $C_0(t)$  из [5].

Согласно (16) вероятности ошибки при передаче символов 0 и 1 составят соответственно

$$p_{oui}(0) = 0,25 \left[ p(1/0,0,0) + 2p(1/0,0,1) + p(1/1,0,1) \right], \quad (18)$$

$$p_{oui}(1) = 0,25 \left[ p(0/0,1,0) + 2p(0/0,1,1) + p(0/1,1,1) \right]. \quad (19)$$

Из предыдущих выражений следует, что  $p_{oui}(0) \neq p_{oui}(1)$ . Поэтому в данном случае (при учете межсимвольных искажений) дискретный канал связи оказывается несимметричным. Вероятность ошибки при приеме любого из двух равновероятных символов будет равна

$$p_{ош} = 0,5[p_{ош}(0) + p_{ош}(1)]. \quad (20)$$

При отсутствии искажений  $k_{S_0C_0}(T) = k_{S_0C_0}(-T) = 0$ ,  $k_E = 1$ , поэтому из (18-20) находим

$$p_{ош,ид} = p_{ош}(0) = p(1/0) = p_{ош}(1) = p(0/1) = 0,5[1 - erf(0,5h_0)]. \quad (21)$$

Для оценки относительного ухудшения помехоустойчивости приема за счет частотных искажений сигналов в морской среде удобно ввести логарифмическую меру

$$\delta_{AM} = 20 \lg(p_{ош} / p_{ош,ид}). \quad (22)$$

Как следует из предыдущего анализа, величина  $\delta_{AM}$  будет зависеть от отношения сигнал/шум  $h_0$ , несущей частоты  $f_0$ , длительности посылки сигнала  $T$ , начальной фазы  $\varphi_0$  и дальности связи  $R$ . Графики зависимости  $\delta_{AM}(T)$  для сигнала с синусоидальной огибающей (S - огибающей) для некоторых значений  $f_0$ , приведены на рис. 1, 2. Расчеты проводились для аппроксимации 8 при  $f_B = 80$  кГц для  $R = 1,5$ ; 3 км,  $h_0 = 6,03$  и  $\varphi_0 = 0$ . Значение  $h_0 = 6,03$  соответствует  $p_{ош,ид} = 10^{-5}$ . На рисунках для сравнения изображены также зависимости  $\delta_{AM}(T)$  для сигнала с прямоугольной огибающей (П - огибающей) из [1].

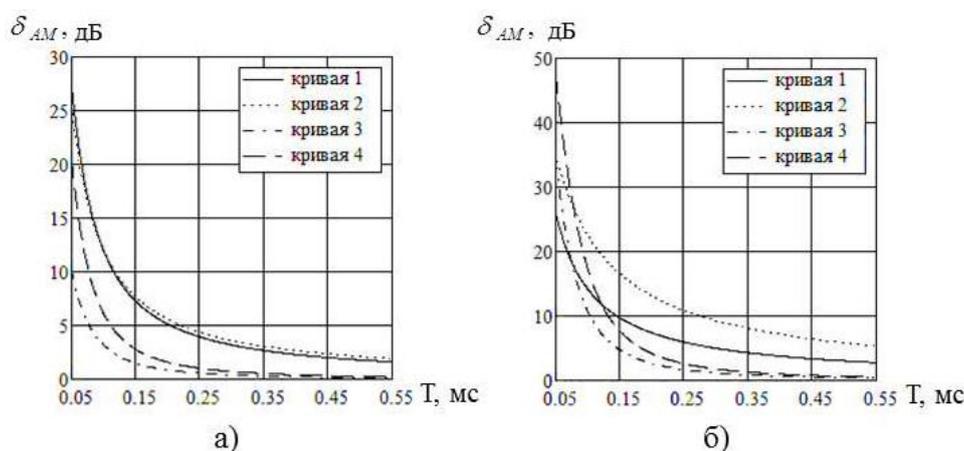


Рис. 1. Зависимость  $\delta_{AM}(T)$  для  $R = 1,5$  км и разных несущих частот.  
 а – П - огибающая: кривая 1 –  $f_0 = 30$  кГц; кривая 2 –  $f_0 = 40$  кГц;  
 S - огибающая: кривая 3 –  $f_0 = 30$  кГц; кривая 4 –  $f_0 = 40$  кГц;  
 б – П - огибающая: кривая 1 –  $f_0 = 50$  кГц; кривая 2 –  $f_0 = 60$  кГц;  
 S - огибающая: кривая 3 –  $f_0 = 50$  кГц; кривая 4 –  $f_0 = 60$  кГц

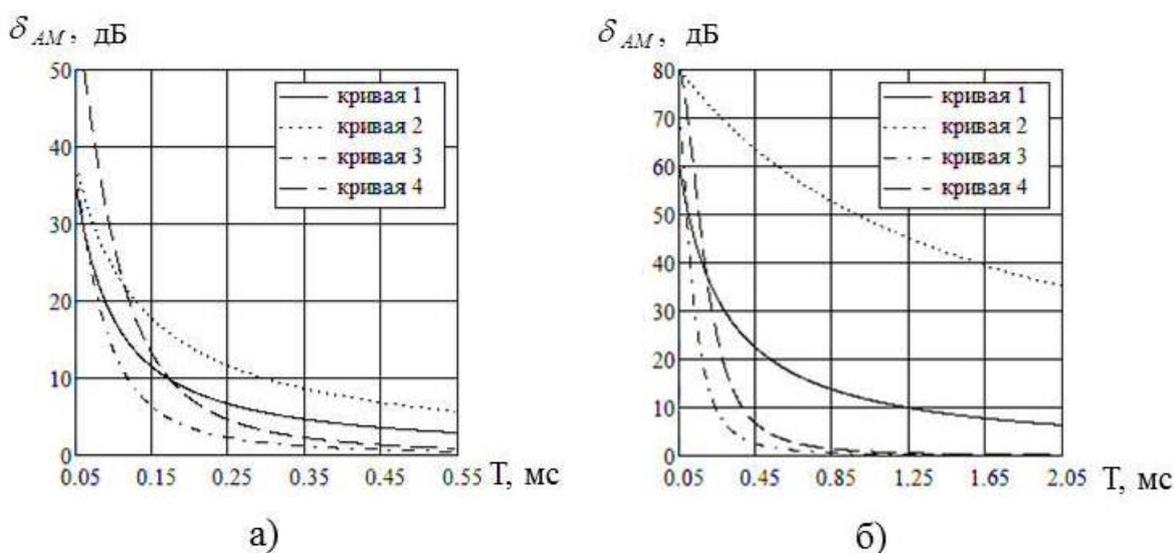


Рис. 2. Зависимость  $\delta_{AM}(T)$  для  $R = 3$  км и разных несущих частот

Кривые на рис. 2 соответствуют тем же исходным данным, что и на рис. 1.

Если считать допустимым значением  $\delta_{AM}(T) = 10$  дБ, то минимальным значением длительности при  $R = 1,5$  км и  $f_0 = 40$  кГц для S - огибающей будет величина  $T_{МИН} = 0,077$  мс, а для П - огибающей –  $T_{МИН} = 0,118$  мс (рис. 1 а). А при  $R = 3$  км и  $f_0 = 40$  кГц для S - огибающей – будет величина  $T_{МИН} = 0,172$  мс, а для П - огибающей –  $T_{МИН} = 0,3$  мс (рис. 2 а). Таким образом, применение в данном случае сигналов с синусоидальной огибающей позволяет уменьшить практически в 2 раза длительность посылки сигнала по сравнению с сигналами с прямоугольной огибающей. Если уменьшить  $h_0$ , то  $T_{МИН}$  также уменьшается. Например, при  $h_0 = 4,37$  ( $p_{ош,уд} = 10^{-3}$ ),  $R = 3$  км и  $f_0 = 40$  кГц для S - огибающей – величина  $T_{МИН} = 0,119$  мс, а для П - огибающей –  $T_{МИН} = 0,144$  мс. Как показывают расчеты, для сигналов с синусоидальной огибающей величина  $\delta_{AM}$  практически не зависит от начальной фазы. Последнее является преимуществом этих сигналов перед сигналами с прямоугольной огибающей, у которых эта зависимость значительная.

## 5. Вероятность ошибки приемника двоичных ортогональных сигналов с частотной манипуляцией

Пусть  $S_0(t) = \Pi(t) \sin(\nu t) \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$ ,  $S_1(t) = \Pi(t) \sin(\nu t) \cos(\omega_1 t + \varphi_1)$ ,

где  $\omega_0 = 2\pi f_0 = 2\pi k_0 / T$ ,  $\omega_1 = 2\pi f_1 = \omega_0 + \nu$ ,  $\nu = \pi / T$   $k_0$  – целое число.

В этом случае согласно (16) вероятности ошибки при передаче символов 0 и 1 составят соответственно

$$p_{ош}(0) = 0,25 [p(1/0,0,0) + p(1/0,0,1) + p(1/1,0,1) + p(1/1,0,0)], \quad (23)$$

$$p_{ош}(1) = 0,25 [p(0/0,1,0) + p(0/0,1,1) + p(0/1,1,1) + p(0/1,1,0)], \quad (24)$$

где

$$p(r/i, j, k) = \frac{1}{2} \left\{ 1 - \operatorname{erf} \left[ q_{jr}(i, j, k) / \sqrt{2} \right] \right\}. \quad (25)$$

Величины  $q_{jr}(i, j, k)$  в (25) определяются по формулам

$$q_{01}(1,0,1) = h_1 [2k_{S_0C_1}(T) + mk_{S_0C_0}(0) - 2k_{S_1C_1}(T) - mk_{S_1C_0}(0)],$$

$$q_{01}(0,0,1) = h_1 [mk_{S_0C_0}(T) + mk_{S_0C_0}(0) + k_{S_0C_1}(T) - mk_{S_1C_0}(0) - \\ - mk_{S_1C_0}(0) - k_{S_1C_1}(T)],$$

$$q_{01}(0,0,0) = mh_1 [k_{S_0C_0}(T) + k_{S_0C_0}(0) - 2k_{S_1C_0}(T) - k_{S_1C_0}(0)],$$

$$q_{01}(1,0,0) = h_1 [k_{S_0C_1}(T) + mk_{S_0C_0}(0) + mk_{S_0C_0}(T) - k_{S_1C_1}(T) - \\ - mk_{S_1C_0}(0) - mk_{S_1C_0}(T)],$$

$$q_{10}(1,1,1) = h_1 [2k_{S_1C_1}(T) + k_{S_1C_1}(0) - k_{S_0C_1}(0) - 2k_{S_0C_1}(T)],$$

$$q_{10}(0,1,1) = h_1 [mk_{S_1C_0}(T) + k_{S_1C_1}(0) + k_{S_1C_1}(T) - mk_{S_0C_0}(T) - \\ - k_{S_0C_1}(0) - k_{S_0C_1}(T)],$$

$$q_{10}(0,1,1) = h_1 [mk_{S_1C_0}(T) + k_{S_1C_1}(0) + k_{S_1C_1}(T) - mk_{S_0C_0}(T) - \\ - k_{S_0C_1}(0) - k_{S_0C_1}(T)],$$

$$q_{10}(0,1,0) = h_1 [2mk_{S_1C_0}(T) + k_{S_1C_1}(0) - k_{S_0C_1}(0) - 2mk_{S_0C_0}(T)],$$

$$q_{10}(1,1,0) = h_1 [k_{S_1C_1}(T) + k_{S_1C_1}(0) + mk_{S_1C_0}(T) - k_{S_0C_1}(T) - \\ - k_{S_0C_1}(0) - mk_{S_0C_0}(T)],$$

где  $h_1 = h_0 \sqrt{2 / (1 + m^2)}$ ,  $h_0 = \sqrt{E_{CP} / N_0}$  – отношение сигнал / шум на входе приемника ;  $E_{CP} = 0,5(E_0 + E_1)$ ,  $m = \sqrt{E_0 / E_1}$ ,  $E_0, E_1$  – энергии сигналов  $C_0(t), C_1(t)$  соответственно на частотах  $\omega_0$  и  $\omega_1, k_{S_k C_l}(\tau), k, l = 0, 1$  – коэффициенты корреляции между сигналами  $S_k(t)$  и  $C_l(t)$  из [6].

Энергия высокочастотного сигнала с синусоидальной огибающей на выходе ГАКС определена в [5].

Как показывает анализ, в данном случае  $p_{ош}(0) \neq p_{ош}(1)$  и, следовательно, дискретный канал связи будет несимметричным. Средняя вероятность ошибки при приеме любого из двух равновероятных символов этом в этом случае определяется выражением (20).

Логарифмическая мера относительного ухудшения помехоустойчивости приемника сигналов ЧМ имеет вид

$$\delta_{ЧМ} = 20 \lg(p_{ош} / p_{ош,ид}), \quad (28)$$

где  $p_{ош,ид}$  – вероятность ошибки в идеальном канале без искажений, определяемая по формуле

$$p_{ош,ид} = \frac{1}{2} [1 - \operatorname{erf}(h_0 / \sqrt{2})]. \quad (29)$$

Графики зависимости  $\delta_{ЧМ}(T)$  для некоторых значений  $f_0$ , и  $h_0 = 4,265$  приведены на рис. 3, 4. Расчеты проводились для аппроксимации 8 при  $f_B = 80$  кГц для  $R = 1,5$ ; 3 км и  $\varphi_0 = 0$ . Значение  $h_0 = 4,265$  соответствует  $p_{ош,ид} = 10^{-5}$ ,  $f_1 = f_0 + 0,5 / T$ .

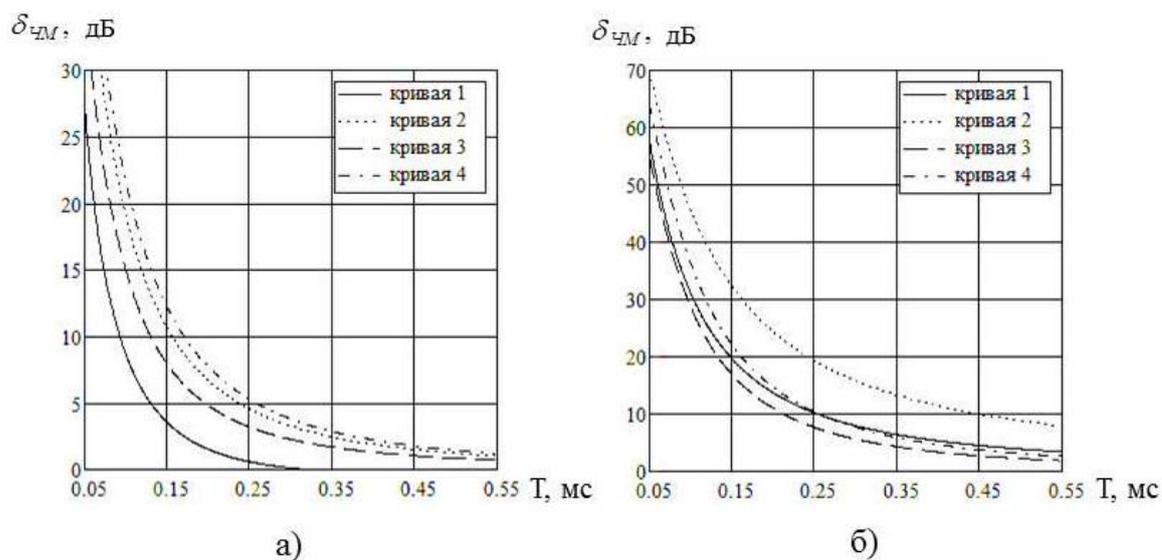


Рис. 3. Зависимость  $\delta_{\text{ЧМ}}(T)$  для  $R = 1,5$  км и разных несущих частот.

а – П - огибающая: кривая 1 –  $f_0 = 30$  кГц; кривая 2 –  $f_0 = 40$  кГц;

S - огибающая: кривая 3 –  $f_0 = 30$  кГц; кривая 4 –  $f_0 = 40$  кГц;

б – П - огибающая: кривая 1 –  $f_0 = 50$  кГц; кривая 2 –  $f_0 = 60$  кГц;

S - огибающая: кривая 3 –  $f_0 = 50$  кГц; кривая 4 –  $f_0 = 60$  кГц

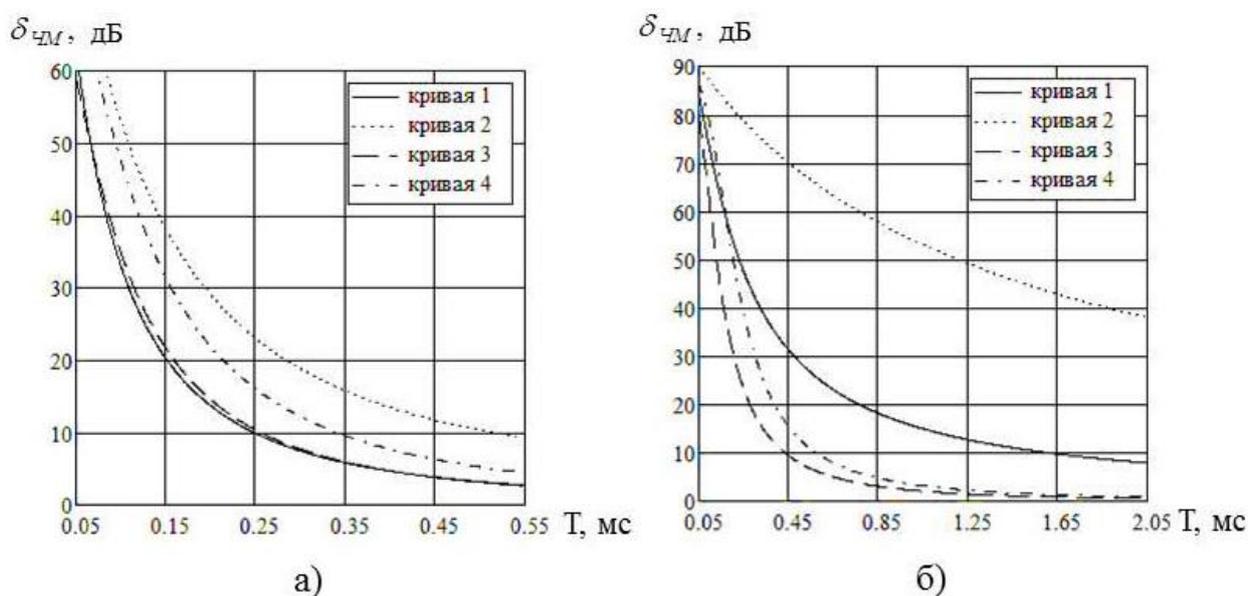


Рис. 4. Зависимость  $\delta_{\text{ЧМ}}(T)$  для  $R = 3$  км и разных несущих частот

Кривые на рис. 4 соответствуют тем же исходным данным, что и на рис. 3.

Из рис. 3 а следует, что при  $R = 1,5$  км на частотах 30 кГц и 40 кГц сигналы ЧМ с S - огибающей для получения  $\delta_{\text{ЧМ}} = 10$  дБ требуют большей длительности  $T$ , чем сигналы с П - огибающей.. Однако на частотах 50 кГц и 60 кГц (рис. 3 б)

ситуация меняется на обратную. При  $R = 3$  км (рис. 4 а) на частоте 30 кГц зависимости  $\delta_{\text{ЧМ}}$  для сигналов ЧМ с П - и S - огибающими практически совпадают, но на частотах 40, 50, 60 кГц сигналы с S - огибающей требуют меньшей длительности для достижения  $\delta_{\text{ЧМ}} = 10$  дБ.

## 6. Вероятность ошибки приемника двоичных сигналов с фазовой манипуляцией

Пусть  $S_0(t) = \Pi(t) \sin(\nu t) \cos(\omega_0 t + \varphi_0 + \pi)$ ,  $S_1(t) = \Pi(t) \sin(\nu t) \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$ .

В этом случае согласно (16) вероятности ошибки при передаче символов 0 и 1 составят соответственно

$$p_{\text{ош}}(0) = 0,25[p(1/0,0,0) + 2p(1/0,0,1) + p(1/1,0,1)], \quad (30)$$

$$p_{\text{ош}}(1) = 0,25[p(0/0,1,0) + 2p(0/0,1,1) + p(0/1,1,1)], \quad (31)$$

где

$$p(r/i, j, k) = \frac{1}{2} \{1 - \text{erf} [q_{jr}(i, j, k)]\}. \quad (32)$$

Величины  $q_{jr}(i, j, k)$  в (32) определяются по формулам

$$q_{10}(1,1,1) = h_0 [k_{s1c1}(0) + 2k_{s1c1}(T)], \quad q_{10}(0,1,1) = h_0 k_{s1c1}(0),$$

$$q_{10}(0,1,0) = h_0 [k_{s1c1}(0) - 2k_{s1c1}(T)], \quad q_{10}(1,1,0) = q_{10}(0,1,1),$$

$$q_{01}(1,0,1) = q_{10}(0,1,0), \quad q_{01}(0,0,1) = q_{01}(1,0,0) = q_{10}(0,1,1),$$

$$q_{01}(0,0,0) = q_{10}(1,1,1),$$

$h_0 = \sqrt{E_{C1} / N_0}$ ,  $E_{C1}$  – энергия сигнала на выходе морской среды из [4];

$$k_{s1c1}(0) = K_{s1c1}(0) / \sqrt{E_{S1} E_{C1}}, \quad (33)$$

$$k_{s1c1}(T) = K_{s1c1}(T) / \sqrt{E_{S1} E_{C1}}, \quad (34)$$

$E_{S1} = 0,25T$  – энергия сигнала на входе морской среды;  $K_{s1c1}(\tau)$  – функция взаимной корреляции сигналов  $S_1(t)$  и  $C_1(t)$ , из [6].

Логарифмическая мера относительного ухудшения помехоустойчивости приемника сигналов ФМ имеет вид

$$\delta_{\Phi_M} = 20 \lg(p_{ош} / p_{ош,ид}), \quad (35)$$

где  $p_{ош,ид}$  – вероятность ошибки в идеальном канале без искажений, определяемая по формуле

$$p_{ош,ид} = \frac{1}{2} [1 - \text{erf}(h_0)]. \quad (36)$$

Графики зависимости  $\delta_{\Phi_M}(T)$  для некоторых значений  $f_0$  и  $h_0 = 3,0155$  приведены на рис. 5, 6. Расчеты проводились для аппроксимации 8 при  $f_B = 80$  кГц для  $R=1,5; 3$  км, и  $\varphi_0 = 0$ . Значение  $h_0 = 3,0155$  соответствует  $p_{ош,ид} = 10^{-5}$ .

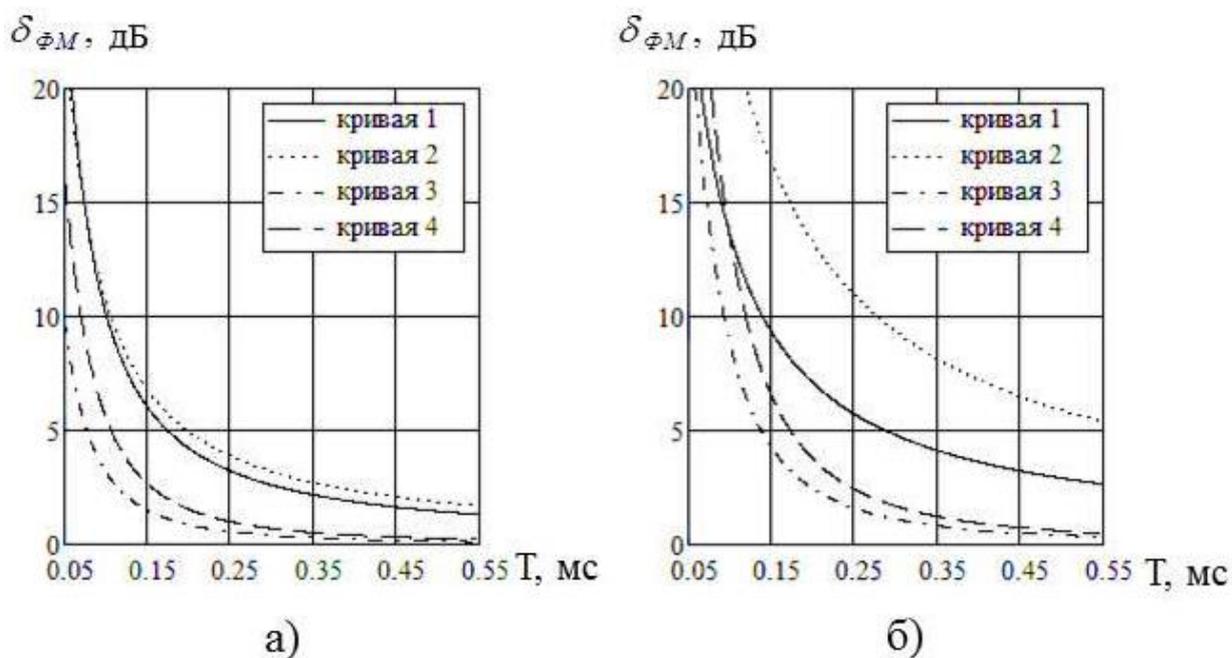


Рис. 5. Зависимость  $\delta_{\Phi_M}(T)$  для  $R = 1,5$  км и разных несущих частот.  
 а – П - огибающая: кривая 1 –  $f_0 = 30$  кГц; кривая 2 –  $f_0 = 40$  кГц;  
 S - огибающая: кривая 3 –  $f_0 = 30$  кГц; кривая 4 –  $f_0 = 40$  кГц;  
 б – П - огибающая: кривая 1 –  $f_0 = 50$  кГц; кривая 2 –  $f_0 = 60$  кГц;  
 S - огибающая: кривая 3 –  $f_0 = 50$  кГц; кривая 4 –  $f_0 = 60$  кГц

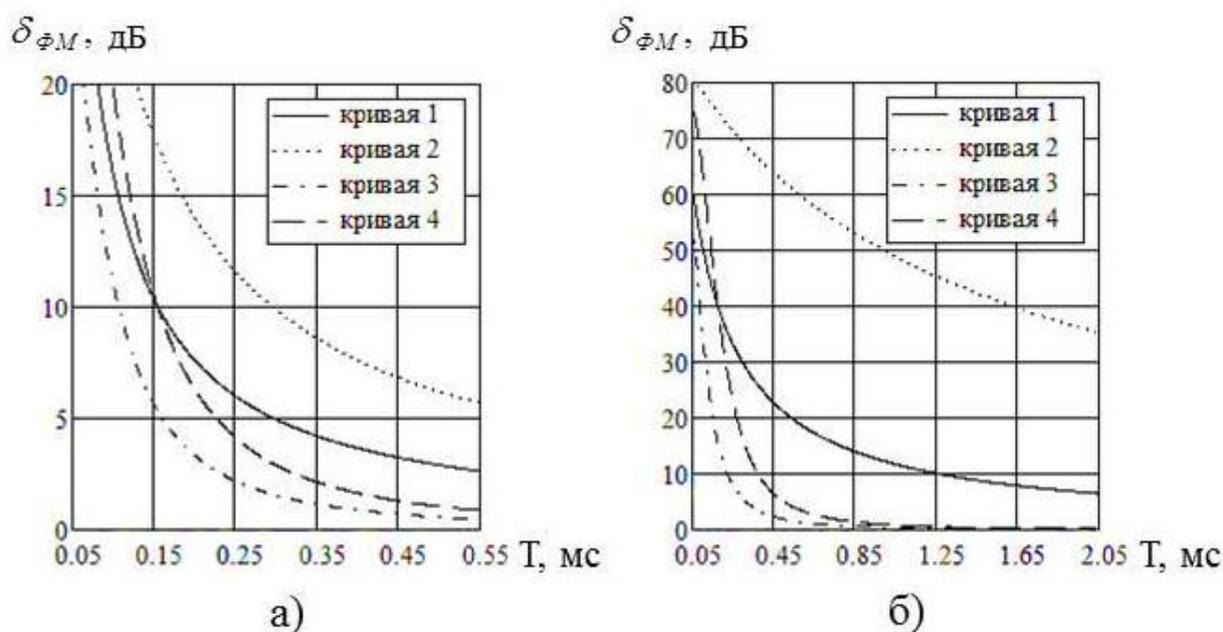


Рис. 6. Зависимость  $\delta_{\phi_M}(T)$  для  $R = 3$  км и разных несущих частот

Кривые на рис. 6 соответствуют тем же исходным данным, что и на рис. 5. Из рис. 5, 6 следует, что сигналы ФМ с  $S$  - огибающей при одинаковом значении  $\delta_{\phi_M}$  дБ требуют меньшей длительности  $T$ , чем сигналы с  $\Pi$  - огибающей. Если считать допустимым значением  $\delta_{\phi_M}(T) = 10$  дБ, то минимальным значением длительности при  $R = 1,5$  км и  $f_0 = 40$  кГц для  $S$  - огибающей будет величина  $T_{\text{МИН}} = 0,07$  мс, а для  $\Pi$  - огибающей –  $T_{\text{МИН}} = 0,105$  мс (рис. 5 а). А при  $R = 3$  км и  $f_0 = 40$  кГц для  $S$  - огибающей – будет величина  $T_{\text{МИН}} = 0,155$  мс, а для  $\Pi$  - огибающей –  $T_{\text{МИН}} = 0,294$  мс (рис. 6 а). Если уменьшить  $h_0$ , то  $T_{\text{МИН}}$  также уменьшается. Например, при  $h_0 = 2,185$  ( $p_{\text{ош,ид}} = 10^{-3}$ ),  $R = 3$  км и  $f_0 = 40$  кГц для  $S$  - огибающей – величина  $T_{\text{МИН}} = 0,106$  мс, а для  $\Pi$  - огибающей –  $T_{\text{МИН}} = 0,144$  мс. Как показывают расчеты, для сигналов с синусоидальной огибающей величина  $\delta_{\phi_M}$  практически не зависит от начальной фазы. Последнее является преимуществом этих сигналов перед сигналами с прямоугольной огибающей, у которых эта зависимость значительная.

## 7. Определение значений параметров сигналов, относительно инвариантных к частотным искажениям в морской среде

Как следует из предыдущего, величины  $\delta_{AM}$ ,  $\delta_{ЧМ}$ ,  $\delta_{ФМ}$  при заданных значениях дальности  $R$  и отношения сигнал/шум  $h_0$  ( $p_{ош,ид}$ ) являются функциями параметров сигнала – несущей частоты  $f_0$ , длительности посылки сигнала  $T$  и начальной фазы  $\varphi_0$ . Если задаться допустимым значением относительного ухудшения помехоустойчивости  $\delta_{дон}$ , то для каждого вида манипуляции можно получить уравнения  $\delta_{AM}(f_0, T) = \delta_{дон}$ ,  $\delta_{ЧМ}(f_0, T) = \delta_{дон}$ ,  $\delta_{ФМ}(f_0, T) = \delta_{дон}$ . Эти уравнения определяют неявные функции одного параметра от другого. Как показывают расчеты, при фиксированной  $p_{ош,ид}$  зависимости  $\delta_{ФМ}(T)$  и  $\delta_{AM}(T)$  для  $T > 0,05$  мс довольно близки и  $\delta_{ФМ}(T) < \delta_{AM}(T)$ . При этом значения  $T_{ФМ}$ ,  $T_{AM}$ , при которых  $\delta_{ФМ}(T_{ФМ}) = \delta_{AM}(T_{AM})$  связаны неравенством  $T_{ФМ} < T_{AM}$ . Если положить  $\delta_{ФМ}(T_{ФМ}) = \delta_{AM}(T_{AM}) = 10$  дБ, то значения  $T_{ФМ}$  и  $T_{AM}$  будут отличаться не более, чем на 10%. Так как результаты расчета для фазовой и амплитудной манипуляции близки, то были рассчитаны зависимости  $T(f_0)$  только для амплитудной и частотной манипуляций. Значения  $T_{AM}$  являются оценкой сверху для  $T_{ФМ}$ . Эти зависимости определяют максимальную несущую частоту и минимальную длительность сигнала, для которых относительное ухудшение помехоустойчивости равно заданной величине  $\delta_{дон} = 10$  дБ. Графики зависимостей  $T(f_0)$  для  $\varphi_0 = 0$  представлены на рис. 7.

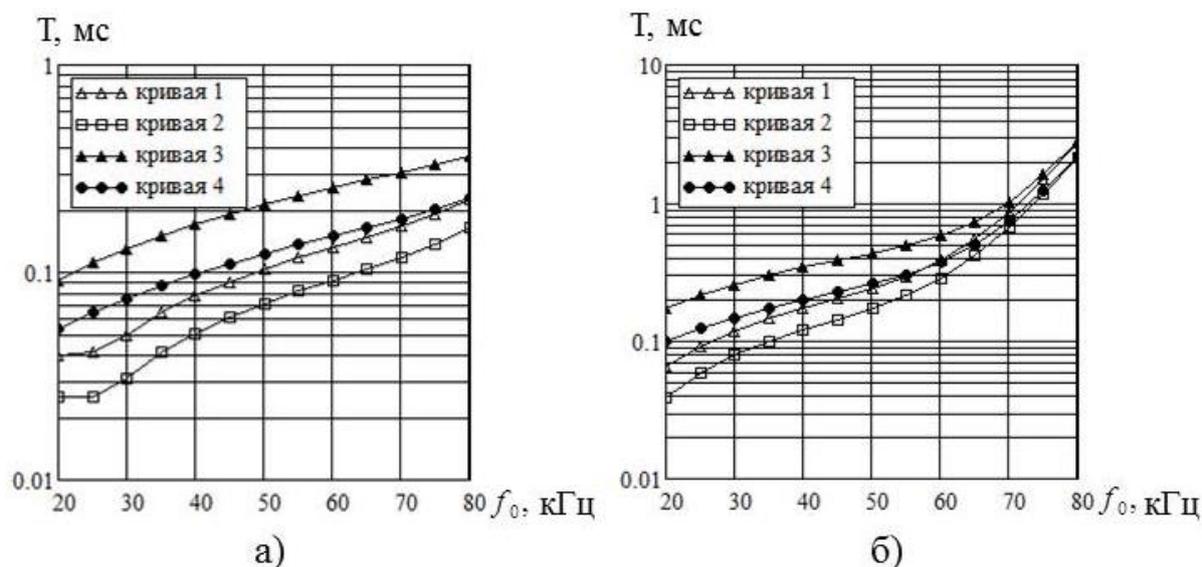


Рис. 7. Зависимости  $T(f_0)$ : а –  $R = 1,5$  км; б –  $R = 3$  км

На этом рисунке кривая 1 соответствует сигналу АМ для  $h_0 = 6,03$  ( $p_{om,ud} = 10^{-5}$ ); кривая 2 – сигналу АМ для  $h_0 = 4,37$  ( $p_{om,ud} = 10^{-3}$ ); кривая 3 – сигналу ЧМ для  $h_0 = 4,265$  ( $p_{om,ud} = 10^{-5}$ ); кривая 4 – сигналу ЧМ для  $h_0 = 3,09$  ( $p_{om,ud} = 10^{-3}$ ).

Каждая кривая  $T(f_0)$  разбивает плоскость  $f_0, T$  на 2 области: верхнюю и нижнюю. Точки, расположенные в верхней области, соответствуют допустимым значениям  $f_0, T$ , при которых относительное ухудшение помехоустойчивости не превосходит  $\delta_{don} = 10$  дБ. Сигналы с такими параметрами можно назвать сигналами, относительно инвариантными к частотным искажениям в морской среде. Точки, расположенные в нижней области, соответствуют недопустимым значениям  $f_0, T$ . Приведем численные значения минимальной длительности инвариантных сигналов для фиксированных частот  $f_0$ . Пусть  $p_{om,ud} = 10^{-5}$ .

Тогда для  $R = 3$  км,  
 $f_0 = 40$  кГц:  $T_{AM(\Phi M)} = 0,172$  мс;  $T_{ЧМ} = 0,214$  мс. Для  $R = 3$  км,  $f_0 = 60$  кГц:  
 $T_{AM(\Phi M)} = 0,381$  мс,  $T_{ЧМ} = 0,388$  мс.

На рис. 8 для сравнения представлены зависимости  $T(f_0)$  для сигналов АМ (рис. 8 а) и для сигналов ЧМ (рис. 8 б) с П - огибающей [1] – и для сигналов с S - огибающей. Зависимости построены для  $R = 3$  км.

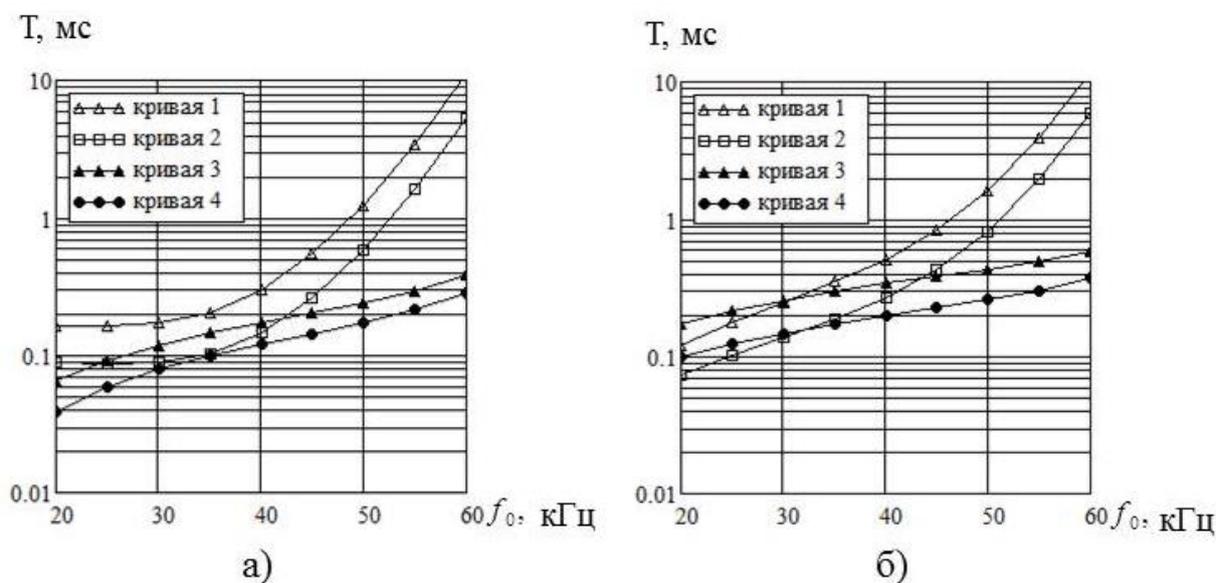


Рис. 8. Зависимости  $T(f_0)$ : а – для сигналов АМ с П - и S - огибающими; б – для сигналов ЧМ с П - и S - огибающими

На рис. 8 а представлены зависимости для сигналов АМ: кривая 1 – П - огибающая при  $h_0 = 6,03$ ; кривая 2 – П - огибающая при  $h_0 = 4,37$ ; кривая 3 – S - огибающая при  $h_0 = 6,03$ ; кривая 4 – S - огибающая при  $h_0 = 4,37$ . На рис. 8 б представлены зависимости для сигналов ЧМ: кривая 1 – П - огибающая при  $h_0 = 4,265$ ; кривая 2 – П - огибающая при  $h_0 = 3,09$ ; кривая 3 – S - огибающая при  $h_0 = 4,265$ ; кривая 4 – S - огибающая при  $h_0 = 3,09$ .

Как следует из рис. 8 сигналы с S - огибающей при фиксированной частоте  $f_0$  требуют для получения  $\delta_{дон} = 10$  дБ меньшую длительность  $T$ , чем сигналы с П - огибающей.

## Заключение

Основной задачей данной работы была разработка методики выбора параметров сигналов цифровых гидроакустических систем связи, относительно инвариантных к частотным искажениям в морской среде. Для этой цели в работе определены вероятности ошибки когерентных приемников двоичных сигналов с амплитудной, частотной и фазовой манипуляцией с синусоидальной огибающей. В качестве приемников рассматривались когерентные приемники, оптимальные по критерию максимального правдоподобия при действии белого гауссовского шума и отсутствии искажений в морской среде. Введена логарифмическая мера относительного увеличения вероятности ошибки по сравнению со случаем отсутствия искажений. Определена функциональная зависимость этой меры от длительности посылки сигнала, несущей частоты и начальной фазы сигнала, а также от дальности связи и отношения сигнал/шум. На плоскости  $f_0, T$  для каждого вида сигнала построена граница области, выше которой сигналы являются относительно инвариантными к частотным искажениям в морской среде. Проведено сравнение минимальных длительностей сигналов с синусоидальной и прямоугольной огибающими. Показано, что сигналы с синусоидальной огибающей имеют меньшую длительность, чем сигналы с прямоугольной огибающей при заданной потере в помехоустойчивости. Приведенный аналитический и графический материал может быть полезен при анализе существующих и разработке новых гидроакустических систем связи.

## Литература

1. Денисов В.Е. Помехоустойчивость когерентного приема двоичных сигналов с прямоугольной огибающей в гидроакустическом канале связи. *Журнал радиоэлектроники* [электронный журнал]. 2022. №8. С.1-24. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2022.8.2>
2. Матвиенко В.Н., Тарасюк Ю.Ф. *Дальность действия гидроакустических средств*. Ленинград, Судостроение. 1983. 205 с.
3. Денисов В.Е. Аппроксимация амплитудно-частотной характеристики гидроакустического канала связи по совокупности показателей качества. *56-я Научно-техническая конференция МИРЭА*. Москва, МИРЭА. 2007. Ч.2. С.71-76.
4. Финк Л.М. *Теория передачи дискретных сообщений*. Москва, Советское радио. 1970. 728 с.
5. Денисов В.Е. Анализ искажений высокочастотного импульса с синусоидальной огибающей в морской среде на основе энергетического критерия. *59-я Научно-техническая конференция МИРЭА: Сборник трудов*. Москва, МИРЭА. 2010. Ч.2. С.83-88.
6. Денисов В.Е. Корреляция между входным и выходным сигналами гидроакустического канала связи при входном сигнале в виде высокочастотного акустического импульса с синусоидальной огибающей. *Сборник научных статей 4 международной научно-практической конференции «Радиоинфоком-2019»*. Москва, МИРЭА. 2019. С.282-287.
7. Денисов В.Е. Корреляция сигналов в гидроакустическом канале связи при частотноманипулированном входном сигнале с синусоидальной огибающей посылки. *Сборник научных статей 4 международной научно-практической конференции «Радиоинфоком-2019»*. Москва, МИРЭА. 2019. С.288-292.

### Для цитирования:

Денисов В.Е. Помехоустойчивость когерентного приема двоичных сигналов с синусоидальной огибающей в гидроакустическом канале связи. *Журнал радиоэлектроники* [электронный журнал]. 2023. №3. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2023.3.3>