

DOI: <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2024.3.3>

УДК: 519.724.2; 621.391

## ПРОПУСКНАЯ СПОСОБНОСТЬ И ИНФОРМАЦИОННАЯ ЕМКОСТЬ РЕСУРСА: ПРОСТРАНСТВО, ЧАСТОТА, ВРЕМЯ

А. Ю. Гришенцев

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования «Национальный исследовательский университет ИТМО»,  
197101, Россия, Санкт-Петербург, Кронверкский пр., д. 49, лит. А.

Статья поступила в редакцию 15 мая 2023 г.

**Аннотация.** Произведены исследования пропускной способности ресурса: пространство, частота, время при пространственном мультиплексировании в системах передачи, хранения и обработки информации. Оценка пропускной способности актуальна при разработке систем связи с пространственным мультиплексированием, а так же в задачах теории информации. Исследованы ограничения при пространственном мультиплексировании. Сформулированы и доказаны теоремы оценки количества информации, проходящей через заданный линейный и плоский участок пространства при определённых значениях интервала времени и полосы частот. Сформулирована и доказана теорема оценки количества информации, проходящей сквозь прямоугольный параллелепипед за счёт трёх пучков электромагнитного излучения через три взаимно перпендикулярные грани прямоугольного параллелепипеда. В качестве примера произведена оценка количества информации, содержащейся в одном кубическом метре пространства заполненного электромагнитным излучением определённого вида. Так для частот в диапазоне от  $3 \cdot 10^8$  Гц до  $6 \cdot 10^{19}$  Гц в одном кубическом метре пространства содержится  $3,207 \cdot 10^{34}$  бит информации, что эквивалентно количеству информации, содержащейся за счёт квантовых состояний в веществе массой 1,444 г при  $20^\circ \text{C}$ . Практическая значимость:

результаты исследований могут быть полезны для развития теории информации и практики разработки систем связи с пространственным мультиплексированием.

**Ключевые слова:** теория информации, количество информации, радиосвязь, оптическая связь, пространственное мультиплексирование, многоантенные системы.

**Финансирование:** Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации, проект тематики научных исследований № 2019-0898.

**Автор для переписки:** Алексей Юрьевич Гришенцев, [agrishentsev@yandex.ru](mailto:agrishentsev@yandex.ru)

## Введение

Оценка информационной емкости ресурса частота×время производится на основе известного выражения [1]:

$$I = 2FT \log \left( \frac{P_s}{P_N} + 1 \right), \quad (1)$$

где  $F$  – полоса частот, занимаемая информационным сообщением;  $T$  – время передачи информационного сообщения;  $P_s$  – средняя мощность сигнала;  $P_N$  – средняя мощность шума.

В системах радиосвязи с пространственным мультиплексированием распространённая [2] многоантенная модель канала имеет вид:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{H}\mathbf{X} + \mathbf{N}, \quad (2)$$

где  $\mathbf{Y}$  – вектор принимаемого сигнала на каждой антенне, размер вектора  $\mathbf{Y} - M_r$ ,  $\mathbf{H}$  – матрица коэффициентов передачи размера  $M_r \times M_t$ ,  $\mathbf{X}$  – вектор передаваемых сигналов с каждой антенны размера  $M_t$ ,  $\mathbf{N}$  – вектор аддитивного шума размера  $M_r$ . Число передающих антенн –  $M_t$ , число принимающих антенн –  $M_r$ . При условиях: прямой видимости, отсутствии многолучевого распространения и/или узкой диаграммы направленности антенн, значительно

подавляющей все сигнальные лучи кроме главного, на основе модели (2) удаётся пространственно разделить канал связи на *субканалы* общим числом от двух до четырёх, а в лабораторных условиях даже более. Подобные многантенные системы имеют международное название MIMO (Multiple Input Multiple Output). При увеличении числа антенн существенно возрастает размерность системы уравнений (2) в результате чего повышается вычислительная сложность, что затрудняет реализацию пространственного мультиплексирования в режиме реального времени. Для канала связи, моделируемого уравнением (2), при достаточно больших значениях  $M_t$  с коррелированными [3] и некоррелированными замираниями [4] количество взаимной информации асимптотически сходится к:

$$I(X, Y) = 2F M_r \log \left( \frac{P_s}{P_N} + 1 \right). \quad (3)$$

Выражение (1) для оценки максимального количества информации, которую возможно передать, используя ресурс частота-время  $F \times T$ , не содержит пространственных характеристик канала связи и не зависит от пространственных параметров. Выражение (3) косвенно учитывает пространственные характеристики в виде числа принимающих антенн. Анализ тенденции развития современных средств связи показывает, что пространственное разделение сигналов возможно не только в теории, но и на практике. Причем технологии пространственного разделения электромагнитных волн непрерывно совершенствуются, за счёт чего происходит информационное уплотнение каналов связи [5], что в свою очередь позволяет повышать скорость и/или помехоустойчивость передачи информации. Отметим отсутствие математического аппарата, позволяющего в общем случае непосредственно оценить предельную пропускную способность и информационную емкость ресурса пространство, частота, время (ПЧВ). Поэтому исследование информационной емкости ресурса ПЧВ и предельной информационной пропускной способности приёмных, передающих устройств

имеет существенное значение для развития методов и средств связи, теории информации и формирования различных информационных моделей.

Таким образом, определяется цель исследования: разработка метода оценки предельной информационной пропускной способности и информационной емкости ресурса: ПЧВ.

## **1. Принципы и фундаментальные ограничения при пространственном мультиплексировании**

Регистрация видеоизображения с помощью видеокамеры с экрана монитора является хорошим примером, визуально демонстрирующим пространственное мультиплексирование в системе связи монитор-видеокамера. При этом если каждый пиксель монитора будет отображаться на «свою» ячейку фоточувствительной матрицы мы получим максимальное пространственное разрешение для данной системы. В случае если монитор находится вне зоны прямой видимости, но его свет доходит до фоточувствительной матрицы видеокамеры, в большинстве случаев, из-за особенностей отражающих поверхностей и/или преломляющей среды, достичь максимального пространственного разрешения не представляется возможным, а скорее всего, использовать пространственное мультиплексирование будет невозможно вовсе. Исключение составляет случай, когда изображение, сформированное монитором, отражается от зеркальной поверхности. При понижении качества зеркальной поверхности (снижении отражающей способности, повышении шероховатости и кривизны) характеристики пространственного мультиплексирования сначала ухудшаются, а затем пространственное мультиплексирование становится невозможным.

В естественной среде могут возникать условия, когда при отсутствии прямой видимости можно наблюдать объекты с различным и порою достаточно высоким пространственным разрешением. Например: отражения от поверхности гладкой воды или миражи, возникающие при отражении и преломлении оптических лучей в локальных оптических неоднородностях

воздушной среды обычно образующихся в результате неравномерного разогрева атмосферной толщи.

В случае радиоволн, имеющих большие протяжённости по сравнению с волнами оптического диапазона, при отсутствии прямой видимости условия достаточные для пространственного мультиплексирования в естественной среде могут возникать значительно чаще, чем в оптическом диапазоне. Например, гигантским зеркалом над всей планетой Земля для радиоволн вплоть до частот 1...10 МГц является ионосфера, т.к. в диапазоне частот 1...10 МГц в зависимости происходит отражение радиоволн на различных высотах в зависимости от частоты и плотности распределения электронов  $N_e(h)$ , где  $h$  – высота. Радиоволны УВЧ и СВЧ диапазона, в той или иной степени сохраняя пространственное разделение, отражаются от поверхностей зданий, сооружений. Волны КВ диапазона будут отражаться от поверхности горной гряды и т.д. Следует отметить, что отражения могут приводить к существенным искажениям исходной волны. Например, отражение от ионосферы радиоволн в диапазоне 1...10 МГц приводит к значительным амплитудно-, а особенно, фазо-частотным искажениям первичного сигнала. В некоторых случаях, зная свойства среды и/или характеристики вносимых ею искажений, можно избавиться от этих искажений и восстановить исходный сигнал.

Благодаря пространственной избирательности оптическая система фотоприёмного устройства производит формирование пучка света (образа) соответствующего регистрируемому оптическому прообразу и направляет этот пучок на фотоматрицу. Отдельной задачей является разработка преломляющих систем для реализации пространственной избирательности для радиочастотных диапазонов электромагнитного излучения. Следует отметить, что современные многоантенные радиочастотные системы связи с несколькими передающими и принимающими элементами в условиях многолучевого распространения (и даже при условии отсутствия прямой видимости) способны производить пространственное мультиплексирование на 2-4 субканала только за счёт обработки сигналов, принятых пространственно разнесёнными антеннами.

Другой вид пространственного мультиплексирования реализуют лазерные приёмо-передающие (ПП) системы связи, использующие для передачи информации пучок лазерных лучей, разнесённых в пространстве. Пространственное мультиплексирование может быть использовано, когда отдельные лучи разделены физическими носителями, т.е. передаются по отдельным оптическим волокнам, волноводам или радиочастотным кабельным линиям. В таком случае создаётся искусственная среда, благоприятствующая пространственному разделению.

Параболический радиотелескоп последовательно регистрирует радиоизлучение с отдельных секторов пространства. Последующее сложение зарегистрированных данных с учётом положения радиотелескопа для каждой регистрации позволяет получить пространственное изображение наблюдаемого сектора космического пространства. Подобный принцип формирования изображений применяется в однопиксельных фотокамерах. Однако, в данном случае, пространственное мультиплексирование не происходит, но реализуется временное мультиплексирование, т.к. в каждый момент времени регистрируется информация только по одному пространственному каналу. Если используется несколько приёмных устройств (радиотелескопов, однопиксельных камер и пр.) одновременно, то реализация пространственного мультиплексирования возможна.

Антенные системы, имеющие линейное геометрическое расположение нескольких антенн регистрируют линейный пучок электромагнитных волн. Последовательная регистрация линейных пучков с изменением положения или диаграммы направленности линейного регистратора позволяет получить плоское изображение регистрируемого излучения. Например, во многих графических сканерах в качестве сканирующего элемента используется фоточувствительная линейка. Существуют радиотелескопы, образованные двумя, тремя или четырьмя линиями отдельных радиоприёмных устройств расходящихся из общего центра [6,7]. Подобные радиотелескопы способны работать в режиме пространственного мультиплексирования. Приёмные

системы, имеющие линейное геометрическое расположение приёмных элементов способные разделять линейный пучок волн на отдельные лучи или группы лучей, способны реализовывать пространственное мультиплексирование.

Антенные решётки способны изменять свою диаграмму направленности не изменяя пространственного положения, за счёт фазового согласования отдельных антенн, принимая или излучая сигнал с общим волновым фронтом в заданном направлении. В таком случае массив антенн решётки не осуществляет пространственное мультиплексирование. Антенные решётки, осуществляющие пространственное мультиплексирование, способны принимать пучки электромагнитного излучения и разделять их на отдельные сигналы, т.е. субканалы соответствующие отдельным лучам или группам лучей. При такой работе антенны решётки подобны фоточувствительной матрице. Отметим, что существуют линейные и плоские антенные решётки.

Таким образом, разделение в приёмной системе принятых сигналов на отдельные лучи или группы лучей (подпучки) осуществимо за счёт:

- 1) физически реализованной пространственной избирательности;
- 2) за счёт обработки принятых сигналов;
- 3) за счёт совместного применения пп. (1.) и (2.).

Второй случай (2.) обычно реализуется в два этапа. Сначала решается обратная задача, в ходе которой передатчики последовательно излучают зондирующие импульсные сигналы, на основании которых определяются каналные свойства среды распространения от каждого передатчика до каждого приёмника (определяются характеристики канальной модели); затем на основании полученных данных и модели канала связи решается задача непосредственно пространственного мультиплексирования, т.е. разделения на субканалы. Канальные свойства среды распространения: фазовые задержки в результате многолучевого распространения; затухания в различных лучах распространения; перекрёстный приём, т.е. каждое приёмное устройство,

принимает некоторую часть лучей излучённых всеми передающими устройствами.

В общем случае пространственное мультиплексирование доступно, когда приёмная система получает пучок или несколько пучков лучей, который можно разделить на отдельные лучи или группы лучей (подпучки) соответствующие лучам, излучённым отдельными элементами или группами элементов передатчика. Говоря другими словами, пространственное мультиплексирование есть пространственное разделение канала на субканалы.

ПП системы по форме и возможности пространственного мультиплексирования за счёт пространственной избирательности можно разделить на следующие виды:

– точечные, способны принимать пучок лучей, пространственное мультиплексирование не производят;

– линейные, способны принимать линейный пучок лучей и разделять его на отдельные лучи или группы лучей, способны производить пространственное мультиплексирование;

– плоские, способны принимать пучок лучей и разделять на отдельные лучи или группы лучей, способны производить пространственное мультиплексирование.

Таким образом, сама возможность пространственного мультиплексирования связана с геометрической формой принимающей системы.

По функциональному назначению многоэлементные ПП системы можно разделить на следующие виды [5]:

- реализующие пространственное разнесение;
- реализующие формирование диаграммы направленности;
- реализующие пространственное мультиплексирование.

Пространственное разнесение позволяет несколькими антеннами принимать сигнал  $(x_s^i + x_n^i)(t)$ , где  $x_s^i$  – полезный сигнал, принятый на антенну  $i$ ,  $x_n^i$  – шум принятый на антенну  $i$ , номер антенны  $i = 1 \dots N$ .

За счёт взаимной удалённости антенн принимаемая различными антеннами шумовая компонента  $x_n^i(t)$  имеет слабую взаимную корреляцию,  $(x_n^i \cdot x_n^j)(t) \rightarrow 0$ ;  $i, j \in \{1 \dots N\}, i \neq j$ . Далее учитывая фазовые задержки  $\Delta_i$  полезного сигнала на различных антеннах, сигналы складывают  $\sum_{i=1}^N (x_s^i + x_n^i)(t + \Delta_i)$ , за счёт чего повышается отношение сигнал/шум, что приводит к увеличению пропускной способности канала связи. Подобные решения относятся к технологии RAKE и в том числе применяются в системах MIMO&UWB (Multiple Input Multiple Output & Ultra-Wide Band) [5].

Формирование диаграммы направленности на (фазированных) антенных решётках реализуется за счёт формирования направленного волнового фронта с помощью управления фазами излучения (приёма) отдельных ПП элементов.

Пространственное мультиплексирование заключается в создании многоканальной системы связи, за счёт формирования передающей стороной пучка электромагнитных волн и пространственного разделения пучка электромагнитных волн на отдельные лучи или группы лучей на принимающей стороне.

В фазированных антенных решётках периодичность следования ПП элементов обычно имеет значение не более половины длины волны  $\lambda$ , периодичность следования антенных решёток систем реализующих пространственное разнесение составляет от половины до нескольких длин волн  $\lambda$  [8,9]. В антенных решётках реализующих пространственное разнесение, взаимная корреляция шума и взаимное электромагнитное влияние между соседними ПП элементами существенно снижается уже при периодичности следования равного длине волны  $\lambda$  [10].

При реализации пространственного мультиплексирования необходимая периодичность следования ПП элементов может варьироваться в значительных пределах в зависимости от диаграммы направленности и диаметра отдельных лучей в пучке. Например, предел разрешения оптических микроскопов оценивается как:  $z = \frac{0,5 \lambda}{\sin(0,5 \varphi)}$ , где  $\lambda$  – длина волны в мкм,  $\varphi$  – угловая апертура

(у современных микроскопов достигает  $140^\circ$ ). В качестве примера примем  $\lambda = 0.555$  мкм, тогда  $z \approx 0,3$  мкм, т.е. период следования ПП элементов может быть меньше длины волны. При этом увеличение угловой апертуры будет уменьшать пространственную селективность отдельных приёмо-передающих элементов за счёт взаимного проникновения субканалов.

Таким образом, практика исследований и применения электромагнитных приёмников в различных диапазонах частот показывает, что пространственная периодичность следования ПП элементов, достаточная для снижения взаимного влияния каналов при пространственном мультиплексировании, составляет величину равную длине волны, при этом сами ПП элементы могут иметь размеры существенно меньше чем длина волны.

## 2. Оценка количества информации, проходящей через линейный участок пространства за определённое время и в заданной полосе частот

Пусть за время  $T$  осуществляется передача информации посредством сигнала образованного электромагнитным полем в полосе частот  $F = f_{max} - f_{min}$ , где  $f_{max}$  и  $f_{min}$  верхняя и нижняя границы, соответственно, для полосы частот  $F$ . Тогда, без учёта поляризационного разделения, число ортогональных гармонических компонент (мощность ортогонального множества) в составе такого сигнала может быть определена как:  $2N = 2FT$ , где множитель «2» образуется за счёт квадратурного разделения гармонических сигналов на взаимно ортогональные компоненты. Частота приращения во множестве ортогональных компонент определяется как:  $\Delta f = \frac{1}{T}$ . Для заданной длины волны  $\lambda = \frac{c}{f}$ , где  $c$  – скорость и  $f$  – частота электромагнитной волны,  $\left\lfloor \frac{L_x}{\lambda} \right\rfloor$  – есть число волн полностью уместившихся на участке длиной  $L_x$ , в данном случае прямые скобки с нижним уголком [...] означают округление до целого в меньшую сторону. При плотности размещения ПП элементов  $d_x$  – отношение длины волны к периоду следования ПП элементов  $\left\lfloor \frac{d_x L_x}{\lambda} \right\rfloor$  – есть число ПП

элементов, полностью уместившихся на участке длиной  $L_x$ , что соответствует числу субканалов пространственного мультиплексирования без учёта поляризационного разделения. При  $d_x = 1$  величина  $\left\lfloor \frac{d_x L_x}{\lambda} \right\rfloor$  будет равна числу волн длиной  $\lambda$  полностью уместившихся на участке длиной  $L_x$ . При реализации линейного ПП устройства длиной  $L_x$  способного к пространственному мультиплексированию сигналов, вычислим число взаимно ортогональных волн полностью уместившихся на ПП устройстве длиной  $L_x$  в полосе частот ( $f_{min} \dots f_{max}$ ):

$$I_{d,1} = 2 \sum_{n=1}^N \left\lfloor \frac{L_x}{c} (f_{min} + n\Delta f) \right\rfloor. \quad (4)$$

Полученное выражение (4) определяет предельное количество информации  $I_{d,1}$ , проходящее через линейный участок пространства  $L_x$  в полосе частот  $F$  за время  $T$ . Тогда скорость прохождения информации через линейный участок  $L_x$  за время  $T$ :

$$V_{d,1} = \frac{I_{d,1}}{T} = \frac{2}{T} \sum_{n=1}^N \left\lfloor \frac{L_x}{c} (f_{min} + n\Delta f) \right\rfloor. \quad (5)$$

Если учитывать полное число волн, а не только целое (5), разместившихся на линейном участке  $L_x$ , получим следующее выражение для скорости прохождения информации через участок  $L_x$  за время  $T$ :

$$V_{f,1} = \frac{I_{f,1}}{T} = \frac{2L_x}{Tc} \sum_{n=1}^N (f_{min} + n\Delta f). \quad (6)$$

Учитывая, что  $\Delta f = \frac{1}{T}$ , запишем (6) в виде:

$$V_{f,1} = \frac{2L_x}{c} \sum_{n=1}^N (f_{min} + n\Delta f) \Delta f. \quad (7)$$

При достаточно больших относительных значениях  $T$ ,  $\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} = \lim_{T \rightarrow \infty} \Delta f \rightarrow df$ , используя (7) запишем интегральную форму выражения для расчёта скорости прохождения информации через линейный участок  $L_x$  за время  $T$ :

$$V_{i,1} = \frac{2L_x}{c} \int_{f_{min}}^{f_{max}} f df = \frac{L_x}{c} (f_{max}^2 - f_{min}^2). \quad (8)$$

Количество информации, проходящее через  $L_x$  линейный участок пространства за время  $T$  в полосе частот  $(f_{max} \dots f_{min})$ , вычислим как:

$$I_{i,1} = V_{i,1}T = \frac{2TL_x}{c} \int_{f_{min}}^{f_{max}} f df = \frac{TL_x}{c} (f_{max}^2 - f_{min}^2). \quad (9)$$

Учитывая (1) возможность увеличения количества информации проходящего через линейный участок  $L_x$  за счёт повышения величины отношения сигнал/шум  $\left(\frac{P_s}{P_N}\right)$  сформулируем следующую теорему.

**Теорема 1.** Максимальное количество информации, проходящее через  $L_x$  – линейный участок пространства за время  $T$  в полосе частот  $(f_{max} \dots f_{min})$ :

$$I_1 = \frac{2TL_x}{c} \log\left(\frac{P_s}{P_N} + 1\right) \int_{f_{min}}^{f_{max}} f df = \frac{TL_x}{c} (f_{max}^2 - f_{min}^2) \log\left(\frac{P_s}{P_N} + 1\right). \quad (10)$$

**Замечание 1.1.** При плотности заполнения  $d_x \neq 1$  выражение (10) можно записать в виде:

$$I_1 = \frac{2Td_xL_x}{c} \log\left(\frac{P_s}{P_N} + 1\right) \int_{f_{min}}^{f_{max}} f df = \frac{Td_xL_x}{c} (f_{max}^2 - f_{min}^2) \log\left(\frac{P_s}{P_N} + 1\right). \quad (11)$$

Если плотность заполнения  $d_x(f)$  зависит от частоты, то выражение (11) будет иметь вид:

$$I_1 = \frac{2TL_x}{c} \log\left(\frac{P_s}{P_N} + 1\right) \int_{f_{min}}^{f_{max}} f d_x(f) df. \quad (12)$$

### 3. Оценка количества информации, проходящей через заданный плоский участок пространства за заданное время в заданной полосе частот

Волны, находящиеся во взаимно ортогональных поляризациях, не интерферируют друг с другом, поэтому при передаче информации с помощью электромагнитных волн можно использовать поляризационное разделение сигналов, обеспечивающее их ортогональность. Известны следующие виды поляризации электромагнитной волны: линейная, эллиптическая и круговая как частный случай эллиптической. При реализации плоского прямоугольного ПП

устройства с линейными размерами  $L_x \times L_y$ , способного к пространственному мультиплексированию сигналов и к разделению сигналов за счёт поляризации в полосе частот  $F$ , используя ранее полученные результаты (5-13), вычислим число взаимно ортогональных волн в полосе частот  $(f_{min} \dots f_{max})$  полностью уместившихся на плоском прямоугольном ПП устройстве с линейными размерами  $L_x \times L_y$ :

$$I_{d,2} = 4 \sum_{n=1}^N \text{RS} \left( \frac{L_x}{c} (f_{min} + n\Delta f), \frac{L_y}{c} (f_{min} + n\Delta f) \right), \quad (13)$$

где  $\text{RS}(a, b)$  – функция от двух аргументов  $a, b$  определённая следующим

$$\text{образом: } \text{RS}(a, b) = \begin{cases} [a], [b] < 1 \\ [b], [a] < 1 \\ [a][b], [a] \geq 1 \text{ and } [b] \geq 1 \end{cases},$$

название функции образовано от англ. rounding selection – выбор округления.

Полученное выражение (13) определяет предельное количество информации  $I_{d,2}$ , проходящее через плоский участок пространства  $L_x \times L_y$  в полосе частот  $F$  за время  $T$ , при условии размещения на плоском участке  $L_x \times L_y$  волн из ортогонального множества только целое число раз. Плоское ПП устройство представляет собой матрицу, образованную взаимно ортогональными линейками ПП элементов, таким образом, что для каждой частоты  $f_n = f_{min} + n\Delta f$  по  $L_x$  число линейных ПП элементов  $\left[ \frac{d_y L_y}{c} f_n \right]$  и по  $L_y$  число линейных ПП элементов  $\left[ \frac{d_x L_x}{c} f_n \right]$ , где  $d_x$  и  $d_y$  – плотности размещения отдельных ПП элементов по  $L_x$  и  $L_y$ , соответственно. В результате поляризационного разделения сигналов в (13) добавлен дополнительный множитель «2».

Используя ранее сформулированные результаты, запишем выражение для скорости прохождения информации через плоский участок  $L_x \times L_y$  за время  $T$ :

$$V_{d,2} = \frac{I_{d,2}}{T} = \frac{4}{T} \sum_{n=1}^N \text{RS} \left( \frac{L_x}{c} (f_{min} + n\Delta f), \frac{L_y}{c} (f_{min} + n\Delta f) \right). \quad (14)$$

Для полного числа волн, разместившихся на плоском участке  $L_x \times L_y$ , используя (14) получим следующее выражение для скорости прохождения информации через плоский участок  $L_x \times L_y$  за время  $T$ :

$$V_{f,2} = \frac{I_{f,2}}{T} = \frac{4L_x L_y}{T c^2} \sum_{n=1}^N (f_{min} + n\Delta f)^2. \quad (15)$$

Используя (6-9) запишем интегральную форму выражения (15) для расчёта скорости прохождения информации через плоский участок  $L_x \times L_y$  за время  $T$ :

$$V_{i,2} = \frac{4L_x L_y}{c^2} \int_{f_{min}}^{f_{max}} f^2 df = \frac{4L_x L_y}{3c^2} (f_{max}^3 - f_{min}^3). \quad (16)$$

**Теорема 2.** Максимальное количество информации, проходящее через  $L_x \times L_y$  – плоский участок пространства за время  $T$  в полосе частот  $(f_{max} \dots f_{min})$ :

$$I_2 = \frac{4TL_x L_y}{c^2} \log\left(\frac{P_s}{P_N} + 1\right) \int_{f_{min}}^{f_{max}} f^2 df = \frac{4TL_x L_y}{3c^2} (f_{max}^3 - f_{min}^3) \log\left(\frac{P_s}{P_N} + 1\right). \quad (17)$$

**Замечание 2.1.** Учитывая в (17) плотность заполнения отдельными ПП элементами  $d_x$  и  $d_y$  по  $L_x$  и  $L_y$ , соответственно, получим:

$$\begin{aligned} I_2 &= \frac{4Td_x d_y L_x L_y}{c^2} \log\left(\frac{P_s}{P_N} + 1\right) \int_{f_{min}}^{f_{max}} f^2 df = \\ &= \frac{4Td_x d_y L_x L_y}{3c^2} (f_{max}^3 - f_{min}^3) \log\left(\frac{P_s}{P_N} + 1\right). \end{aligned} \quad (18)$$

Если плотность заполнения  $d_x(f)$  и  $d_y(f)$  зависит от частоты, то выражение (18) будет иметь вид:

$$I_2 = \frac{4TL_x L_y}{c^2} \log\left(\frac{P_s}{P_N} + 1\right) \int_{f_{min}}^{f_{max}} d_x(f) d_y(f) f^2 df. \quad (19)$$

#### 4. Оценка информационной плотности электромагнитного поля в заданном объёме пространства

Пусть задан некоторый прямоугольный параллелепипед, длина рёбер которого  $L_x, L_y, L_z$ . Пусть три взаимно ортогональные грани данного параллелепипеда принимают или излучают три пучка электромагнитных волн. Причём первый из них ограничен спектром в диапазоне  $(f_{z,min} \dots f_{z,max})$ , параллелен ребру  $L_z$  и перпендикулярен плоскости  $L_x \times L_y$ ; второй ограничен спектром в диапазоне  $(f_{y,min} \dots f_{y,max})$ , параллелен ребру  $L_y$  и перпендикулярен плоскости  $L_x \times L_z$ ; третий ограничен спектром в диапазоне  $(f_{x,min} \dots f_{x,max})$ , параллелен ребру  $L_x$  и перпендикулярен плоскости  $L_z \times L_y$ . Используя (18) запишем выражение и сформулируем теорему, для расчёта количества информации, которую способны принять или излучить три грани рассматриваемого параллелепипеда.

**Теорема 3.** Предельное суммарное количество информации, излучаемое или принимаемое тремя гранями прямоугольного параллелепипеда за счёт трёх пучков электромагнитного излучения вычислимо как:

$$\left\{ \begin{array}{l} I_{3D} = A_x \int_{f_{x,min}}^{f_{x,max}} f^2 df + A_y \int_{f_{y,min}}^{f_{y,max}} f^2 df + A_z \int_{f_{z,min}}^{f_{z,max}} f^2 df \\ A_x = \frac{4TL_zL_y}{c^2} \log \left( \frac{P_{x,S}}{P_{x,N}} + 1 \right) \\ A_y = \frac{4TL_xL_z}{c^2} \log \left( \frac{P_{y,S}}{P_{y,N}} + 1 \right) \\ A_z = \frac{4TL_xL_y}{c^2} \log \left( \frac{P_{z,S}}{P_{z,N}} + 1 \right) \end{array} \right. \quad (20)$$

**Замечание 2.2.** Используя изложенный принцип и выражение (18) несложно вычислить количество информации, излучаемое или принимаемое всеми шестью гранями прямоугольного параллелепипеда за счёт шести пучков электромагнитного излучения.

## 5. Оценка информационной плотности электромагнитного поля в заданном объёме пространства

Применяя полученное выражение (20), учитывая принцип волновой суперпозиции, произведём расчёт количества информации, проходящей сквозь кубический объём пространства, т.е.  $L_x = L_y = L_z = L$ . Положим, что в три взаимно перпендикулярные грани куба входят и из трёх взаимно перпендикулярных граней куба выходят пучки электромагнитного излучения (условие 1). Таким образом, через куб насквозь проходит три пучка электромагнитного излучения.

Пусть  $f_{x,min} = f_{y,min} = f_{z,min} = f_{min}$ ,  $f_{x,max} = f_{y,max} = f_{z,max} = f_{max}$  и  $\log\left(\frac{P_{x,S}}{P_{x,N}} + 1\right) = \log\left(\frac{P_{y,S}}{P_{y,N}} + 1\right) = \log\left(\frac{P_{z,S}}{P_{z,N}} + 1\right) = 1$ , т.е. полоса частот всех пучков одинакова и мощность сигнала равна мощности шума. Время прохождения сквозь куб электромагнитной волны ортогональной к грани куба  $T_c = \frac{L}{c}$ , тогда получим:

$$I_{3D} = \frac{12T_c L^2}{c^2} \int_{f_{min}}^{f_{max}} f^2 df = 4 \left(\frac{L}{c}\right)^3 (f_{max}^3 - f_{min}^3), \quad (21)$$

Объём куба  $\Upsilon = L^3$ , запишем выражение для оценки информационной плотности кубического объёма пространства:

$$\Theta_{I3D} = \frac{I_{3D}}{\Upsilon} = 4 \frac{1}{c^3} (f_{max}^3 - f_{min}^3). \quad (22)$$

Используя полученное выражение (21), в качестве примера, произведём расчёт количества информации, проходящий через один кубический метр пространства, т.е.  $L = 1$  м, при выполнении условия 1. Полосу частот ограничим снизу  $f_{min} = 3 \cdot 10^8$  Гц (длина волны приблизительно один метр) и сверху  $f_{max} = 6 \cdot 10^{19}$  Гц (на сегодняшний день предел технически регистрируемых излучений). Время полного обновления информации в заданном кубическом единичном объёме  $T_c = \frac{L}{c}$ .

Пологая, что средняя мощность сигнала равна средней мощности шума, т.е.  $\log\left(\frac{P_s}{P_N} + 1\right) = 1$ , получим:  $I_{1м3} = \frac{12L^3}{c^3} \int_{f_{min}}^{f_{max}} f^2 df = 4\left(\frac{L}{c}\right)^3 (f_{max}^3 - f_{min}^3) = \frac{4}{(299 \cdot 10^6)^3} ((6 \cdot 10^{19})^3 - (3 \cdot 10^8)^3) \approx 3,207 \cdot 10^{34}$  бит информации за время  $T_c$  проходит сквозь один кубический метр пространства в виде электромагнитного излучения заданного вида.

Из [11] известно выражение оценки количества информации содержащейся в массе  $M_{об}$  обычного вещества:  $I_{об} = \frac{c^2}{kT_K} M_{об}$ , где  $k = 1,380649 \cdot 10^{-23}$  Дж/К – постоянная Больцмана,  $T_K$  – абсолютная температура в кельвинах. Численно оценим массу обыкновенного вещества, которая при ( $20^\circ\text{C}$ ) может содержать полученное ранее количество информации  $I_{1м3}$ :  $M_{об} = \frac{I_{1м3} k T}{c^2} \approx \frac{3,207 \cdot 10^{34} \cdot 1,381 \cdot 10^{-23} \cdot 293,150}{(299 \cdot 10^6)^2} \approx 1,444$  г. Полученная величина, позволяет сделать вывод, что при крайне высокой информационной плотности электромагнитного поля количество информации, проходящее сквозь один кубический метр эквивалентно количеству информации содержащейся в веществе массой 1,444 г при  $20^\circ\text{C}$ . Отметим, что плотность вещества порядка  $\sim 1,5$  г/м<sup>3</sup> характерна для термосферы, т.е. для некоторых слоёв из толщи ионосферы. В этих слоях присутствуют электромагнитные излучения в широком диапазоне частот, как порождённые в результате преобразования энергии в самой ионосфере, так и пришедшие из космоса (дального и ближнего) и излучённые с поверхности Земли.

## Заключение

Произведено исследование предельной пропускной способности ресурса: пространство, частота, время при пространственном мультиплексировании в системах передачи информации с помощью электромагнитного поля. В результате исследований получены выражения для оценки пропускной способности при пространственном мультиплексировании для линейных и плоских приёмо-передающих систем, а так же для оценки предельной

информационной плотности электромагнитного поля проходящей сквозь заданный в форме параллелепипеда объём пространства. Полученные оценки значительно превосходят технически достижимые на сегодняшний день результаты и показывают, что имеется ещё значительный потенциал в развитии технологий пространственного мультиплексирования. На основании анализа можно сформулировать ключевые проблемы повышения эффективности пространственного мультиплексирования:

- создание эффективных широкополосных антенных решёток с плотностью заполнения близкой к единице во всём диапазоне рабочих частот;

- совершенствование и разработка систем формирования пучка электромагнитных волн на передающей стороне;

- совершенствование и разработка систем пространственного разделения пучка электромагнитных волн на отдельные лучи или группы лучей на принимающей стороне;

- совершенствование и разработка высокоэффективных моделей многолучевого распространения для реализации пространственного мультиплексирования;

- совершенствование методов аналоговой и цифровой обработки сигналов с учётом информации о канале связи в системах с пространственным мультиплексированием.

На сегодняшний день применение пространственного мультиплексирования используется или, учитывая уровень технологического развития, может быть использовано в:

- наземных стационарных системах опто- и радиорелейной связи с прямой видимостью между ретрансляторами;

- системах связи типа Земля-космос и космос-космос с прямой видимостью между приёмо-передающими узлами;

- лазерных многолучевых системах связи типа FSO (Free-Space Optics);

- многопроводных, в том числе оптоволоконных, линиях связи;

– в системах, использующих технологии беспроводной сети (Wi-Fi, LTE, WiMAX и др.).

Расширение существующей области применения пространственного мультиплексирования – дело будущего и зависит от скорости и качества решения научно-технических и инженерных задач теории и практики передачи, обработки и хранения информации на основе повышения эффективности использования ресурса: пространство, частота, время.

**Финансирование:** Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации, проект тематики научных исследований № 2019-0898.

### Литература

1. Arslan H., Chen Z.N., Di Benedetto M. G. *Ultra wideband wireless communication*. John Wiley & Sons, 2006. 640 p.
2. Голдсмит А. *Беспроводные коммуникации*. Москва, Техносфера. 2011. 904 с.
3. Lozano A., Tulino A.M., Verdu s. Multiple-antenna capacity in the low-power regime. *IEEE Trans. inform. theory*. 2003. P.2527-2571. <http://dx.doi.org/10.1109/tit.2003.817429>
4. Grant A. Rayleigh fading multiple-antenna channels. *Eurasip Journal on advances in signal*. 2002. №3. P. 16-29.
5. Arslan H., Chen Z.N., Di Benedetto M.G. *Ultra wideband wireless communication*. John Wiley & Sons, 2006. 640 p.
6. Gray R.H., Mooley K.A. A search for radio signals from m31 and m33. *The astronomical journal*. V.153. №3. P.1-12. <http://dx.doi.org/10.3847/1538-3881/153/3/110>
7. Taylor J. *Deep space communications*. John Wiley & Sons. 2016. 67 p.
8. Ипатов В. *Широкополосные системы и кодовое разделение сигналов. Принципы и приложения*. Москва, Техносфера. 2007. 488 с.
9. Хансен Р.С. *Фазированные антенные решётки*. Москва, Техносфера. 2012. 560 с.

10. Sibille A., Bories S. Spatial diversity for uwb communications. *5-th european personal mobile communications conference*. 2003. №492.  
<http://dx.doi.org/10.1049/cp:20030279>

11. Гуревич И.М. Законы информатики в проблеме познания сложных систем. *Системы и средства информатики*. Спецвыпуск. 2006. С.325-380.

**Для цитирования:**

Гришенцев А.Ю. Пропускная способность и информационная емкость ресурса: пространство, частота, время. // Журнал радиоэлектроники. – 2024. – №. 3.  
<https://doi.org/10.30898/1684-1719.2024.3.3>