

DOI: <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2024.3.7>

УДК: 531.383-11:681.7

АНАЛИТИЧЕСКАЯ И КОМПЬЮТЕРНАЯ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ШУМА ВЫХОДНОГО СИГНАЛА ВОЛОКОННО- ОПТИЧЕСКОГО ГИРОСКОПА, АНАЛИЗ И ВЕРИФИКАЦИЯ

Д.М. Спиридонов^{1,2}, Д.В. Обухович²

¹ Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени
Н.Г. Чернышевского, 410012, Саратов, ул. Астраханская, 83

² НПК «Оптолинк», 124489, Москва, Зеленоград, Сосновая аллея, 6А, стр.5

Статья поступила в редакцию 30 января 2024 г.

Аннотация. Целью данной работы является определение основного источника шума в выходном сигнале волоконно-оптического гироскопа (ВОГ) и путей его снижения. Для достижения заявленной цели было разработано две математических модели шумовой составляющей выходного сигнала ВОГ. Эти модели основаны на фундаментальных выражениях, определяющих дробовый и тепловой шум, а также на выражении для избыточного шума источника оптического излучения. Общее выражение аналитической модели учитывает четыре фундаментальных источника шума в ВОГ и их влияние на шумовую составляющую его выходного сигнала через связь измеряемой мощности оптического излучения с действующей на ВОГ угловой скоростью. Компьютерная модель разработана в среде «Octave». Она реализует циклическое (с заданным количеством циклов) выполнение алгоритма работы ВОГ с замкнутым контуром обратной связи по измерению угловой скорости. В компьютерной модели шум от четырех независимых источников суммируется с заданным полезным сигналом. Вычисление шума выходного сигнала в компьютерной модели реализуется как накопление массива из результатов циклического выполнения кода модели с последующим применением к

данному массиву операции вычисления спектральной плотности шума. В работе проведен анализ влияния глубины вспомогательной фазовой модуляции, величины средней мощности оптического излучения, падающего на фотоприемник и сопротивления резисторов обратной связи трансимеданстного усилителя фототока на уровень шумовой составляющей выходного сигнала. Определен источник шума, имеющий наибольшее значение в выходном сигнале. Определен общий вид зависимостей, характеризующих влияние численных значений изменяемых параметров модели на вклад каждой из шумовых составляющих и на общий уровень шума выходного сигнала ВОГ. Для подтверждения корректности моделей было проведено сравнение результатов, полученных с помощью рассматриваемых моделей и экспериментальных данных, полученных при измерении шума выходного сигнала выборки из серийно выпускаемых ВОГ. Расхождение между результатами моделирования и эксперимента составило не более 10 %.

Ключевые слова: волоконно-оптический гироскоп, ВОГ, дробовый шум, избыточный шум, тепловой шум, шум темнового тока, шум интенсивности, суперлюминесцентный диод, СЛД, интерферометр Саньяка, эффект Саньяка.

Автор для переписки: Спиридонов Дмитрий Михайлович, spiridonov_d_m@mail.ru

Введение

Волоконно-оптический гироскоп является сложным оптико-электронным устройством, в основе работы которого лежит эффект Саньяка [1, 2]. В настоящее время благодаря развитию технологий изготовления элементов интегральной и волоконной оптики, волоконно-оптический гироскоп (ВОГ) является высокоточным инструментом для измерения проекций вектора угловой скорости. Современный уровень развития волоконно-оптической гироскопии позволяет серийно выпускать датчики угловой скорости с порогом чувствительности $0,01 - 0,05$ °/ч (при полосе пропускания 1 Гц), применяемые в системах стабилизации подвижных платформ (в том числе космических

аппаратов), бесплатформенных инерциальных навигационных системах (БИНС) и так далее. Дальнейшее снижение порога чувствительности ВОГ ограничено уровнем шума выходного сигнала, обусловленного фундаментальными физическими явлениями.

Под шумом выходного сигнала ВОГ подразумевается относительно высокочастотная случайная составляющая выходного сигнала. Согласно ряду литературных источников [3, 4], к основным причинам, вносящим наибольший вклад в результирующий шум выходного сигнала ВОГ, относятся дробовый шум, тепловой шум и избыточный шум источника излучения.

Для определения методов снижения уровня шума в выходном сигнале ВОГ необходимо создать математическую модель, отражающую все основные источники шума, их вклад в результирующий шум и их зависимость от параметров элементов ВОГ.

1. Аналитическая модель.

В работе [5] были подробно рассмотрены фундаментальные источники шума, оказывающие основное влияние на шумовую составляющую выходного сигнала волоконно-оптического гироскопа. На основе известных данных о структуре и принципах работы волоконно-оптического гироскопа и выражений для дробового (формула Шоттки), теплового (формула Найквиста) и избыточного шума источника оптического излучения была выведена аналитическая математическая модель шумовой составляющей выходного сигнала ВОГ. Первичная проверка данной математической модели показала достаточно хорошие результаты сходимости теории с экспериментом. Тем не менее, в ходе дальнейших поисков и изучения публикаций по данной тематике [4, 6] была выявлена необходимость добавить в модель коэффициент K_f . Данный коэффициент вносит в модель зависимость избыточного шума источника излучения от формы спектра излучения, характерной для конкретного типа источника (в рассматриваемой схеме в качестве источника излучения рассматривается суперлюминисцентный диод – СЛД). Также из

модели исключен член, отвечающий за зависимость функции чувствительности ВОГ от косинуса разности фаз встречных оптических волн.

С учетом данных уточнений математическая модель шумовой составляющей выходного сигнала ВОГ будет выглядеть следующим образом:

$$\delta\omega_{ш.} = \frac{\sqrt{2}\lambda c}{2\pi DL} \frac{\sqrt{e\eta \frac{1}{2} P_0 (1 + \cos \varphi) + e i_d + \frac{4kT}{R} + \frac{\lambda^2 \eta^2 \frac{1}{4} P_0^2 (1 + \cos \varphi)^2}{2K_f c \Delta \lambda}}{\eta \frac{1}{2} P_0 \sin \varphi}, \quad (1)$$

где $\delta\omega_{ш.}$ – спектральная плотность шума, (рад/с)/ $\sqrt{\text{Гц}}$; λ – средняя длина волны оптического излучения, м; c – скорость света в вакууме, м/с; D – диаметр кольцевого многовиткового волоконного контура, м; L – длина волоконного контура, м; e – заряд электрона, Кл; η – квантовая эффективность фотодиода, А/Вт; P_0 – мощность оптического излучения, падающего на фотодиод при нулевой разности фаз встречных оптических волн в интерферометре, Вт; φ – разность фаз встречных оптических волн, рад; i_d – темновой ток фотодиода, А; k – постоянная Больцмана, Дж/К; T – температура окружающей среды, К; R – сопротивление резисторов обратной связи симметричного трансимпедансного усилителя фототока, Ом; K_f – коэффициент формы спектра оптического излучения; $\Delta\lambda$ – ширина спектра излучения, м.

Первый множитель в правой части выражения (1) – величина обратная к масштабному коэффициенту Саньяка, зависящему от физических параметров интерферометра и связывающему величину разности фаз встречных оптических волн в интерферометре Саньяка с величиной, действующей на него угловой скорости. В числителе второго множителя правой части выражения (1) под знаком корня находится сумма дисперсий четырех независимых (не коррелированных) шумов, слева направо: дробового шума фототока, дробового шума темнового тока фотодиода, теплового шума трансимпедансного усилителя фототока, избыточного шума источника оптического излучения.

В знаменателе находится функция чувствительности интерферометра Саньяка к угловой скорости в зависимости от мощности оптического излучения и разности фаз встречных оптических волн.

2. Компьютерная модель.

На основе выражений, определяющих среднеквадратичные значения отдельных шумовых составляющих и алгоритма работы ВОГ с вспомогательной фазовой модуляцией и замкнутым контуром обратной связи, была разработана «динамическая», то есть, позволяющая воспроизвести реализацию процесса во времени, компьютерная модель ВОГ в программной среде «Octave». На рисунке 1 представлена функциональная блок-схема компьютерной модели.

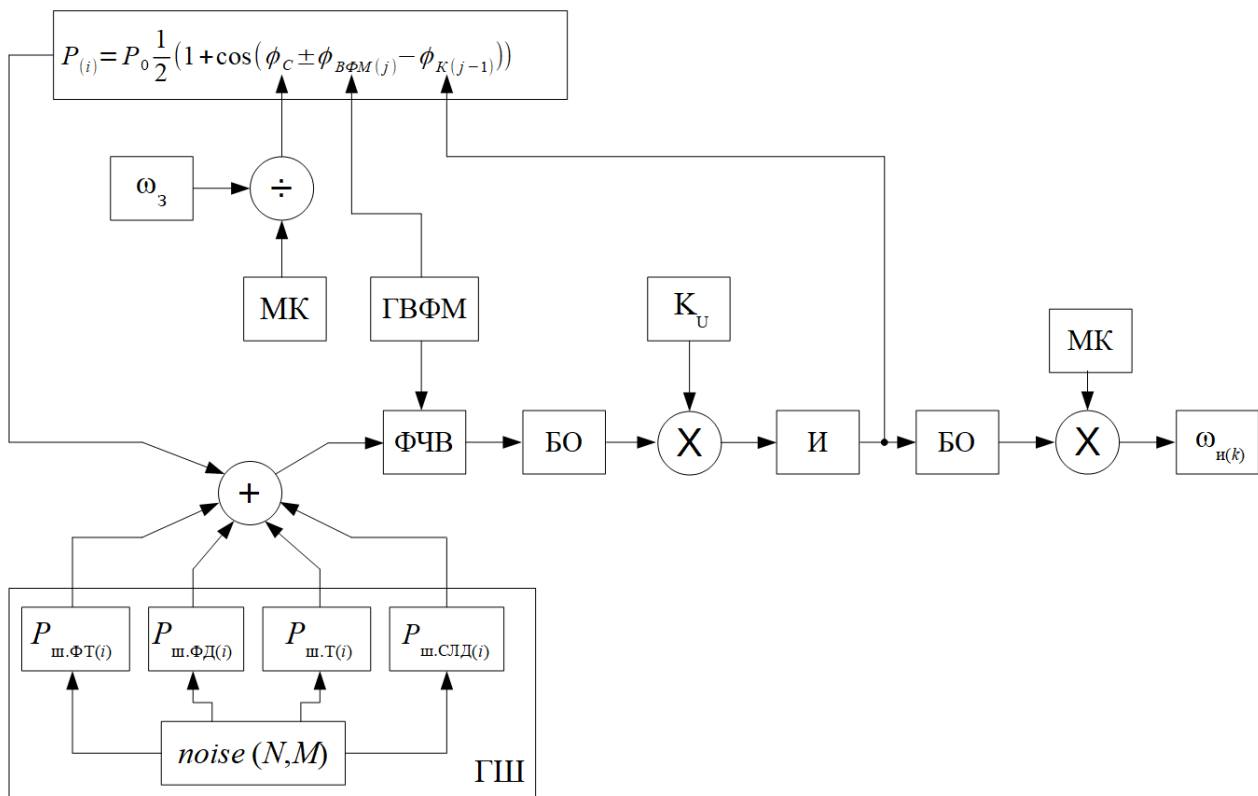


Рис. 1. Блок-схема компьютерной модели ВОГ:

«+» – блок суммирования, «÷» – блок деления, МК – масштабный коэффициент Саньяка, ГВФМ – генератор вспомогательной фазовой модуляции, ФЧВ – фазочувствительный выпрямитель, ГШ – генератор шума, БО – блок осреднения, K_U – коэффициент усиления контура компенсирующей обратной связи, «×» – блок умножения, И – интегратор.

Поведение интерферометра Саньяка в составе модели ВОГ описывается выражением

$$P_{(i)} = P_0 \frac{1}{2} \left(1 + \cos \left(\varphi_c \pm \varphi_{\text{ВФМ}(j)} - \varphi_{\text{К}(j-1)} \right) \right), \quad (2)$$

где $P_{(i)}$ – мощность оптического сигнала, прошедшего через интерферометр, измеряемая фотоприемником, Вт; i – счетчик итераций главного цикла модели; φ_c – разница фаз встречных оптических волн в интерферометре Саньяка, вызванная заданной (действующей) угловой скоростью, рад; $\varphi_{\text{ВФМ}}$ – разница фаз встречных оптических волн в интерферометре Саньяка, вызванная вспомогательной фазовой модуляцией и меняющая свой знак на противоположный на каждом шаге выполнения цикла основного контура ВОГ, рад; j – счетчик итераций цикла основного контура ВОГ; $\varphi_{\text{К}}$ – разница фаз встречных оптических волн в интерферометре Саньяка, вызванная компенсирующей фазовой модуляцией, рад.

Поведение электронной части ВОГ моделируется остальными элементами модели согласно стандартному алгоритму работы ВОГ с вспомогательной импульсной фазовой модуляцией и замкнутым контуром компенсирующей обратной связи по измерению угловой скорости, подробно изложенным, например в [7].

Входной информацией для модели является заданная постоянная угловая скорость ω_3 . Выходной информацией модели является массив вычисленных с заданным временем осреднения значений угловой скорости $\omega_{\text{И}(k)}$, где k – счетчик осредненных значений в массиве. Для полученного массива выполняются операции вычисления среднего значения, среднеквадратического отклонения (СКО) и спектральной плотности шума.

Для моделирования влияния собственных шумов ВОГ в модель вводится массив *noise* (N, M), где $M = 4$ – число независимых каналов шума. Каждый канал шума состоит из последовательности длиной N (N выбирается равной количеству итераций выполнения главного цикла модели), случайных значений, совокупность которых подчиняется Гауссову распределению, имеет

нулевое среднее значение, среднеквадратическое значение, равное единице и плоский спектр в частотном отображении (белый шум). Значения отдельных шумовых составляющих при выполнении каждой итерации главного цикла модели определяются выражениями (3) – (6) для дробового шума фототока $P_{ш.ФТ}$, Вт, шума темнового тока фотодиода $P_{ш.ФД}$, Вт, теплового шума трансимпедансного усилителя фототока $P_{ш.Т}$, Вт, и избыточного шума источника излучения $P_{ш.СЛД}$, Вт, соответственно

$$P_{ш.ФТ(i)} = \sqrt{\frac{2e \cdot P_{(i)} \cdot \Delta f}{\eta}} \cdot noise(i,1), \quad (3)$$

$$P_{ш.ФД(i)} = \sqrt{\frac{2e \cdot i_d \cdot \Delta f}{\eta^2}} \cdot noise(i,2), \quad (4)$$

$$P_{ш.Т(i)} = \sqrt{\frac{4 \cdot k \cdot T \cdot \Delta f}{R \cdot \eta^2}} \cdot noise(i,3), \quad (5)$$

$$P_{ш.СЛД(i)} = \sqrt{\frac{\lambda^2 \cdot \Delta f}{K_f \cdot c \cdot \Delta \lambda}} \cdot P_{(i)} \cdot noise(i,4). \quad (6)$$

где Δf – заданная ширина полосы пропускания шума, Гц; $i = 1 \dots N$.

Шум вводится как аддитивная составляющая к сигналу, формируемому на выходе интерферометра Саньяка.

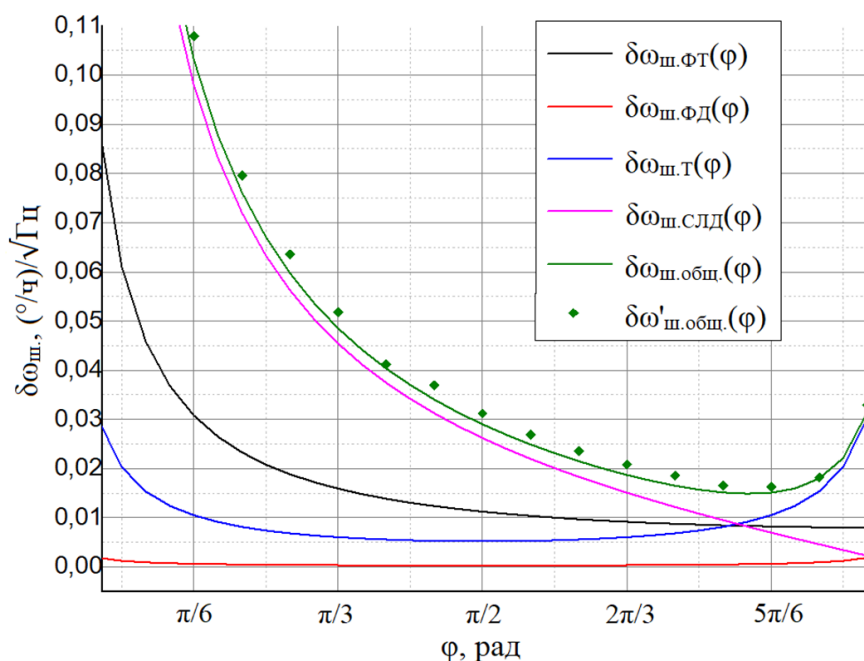
3. Анализ зависимости уровня шума от значений параметров модели.

Ниже представлены результаты моделирования шумовой составляющей выходного сигнала ВОГ с помощью выражения (1) и компьютерной модели (рис. 1) при изменении глубины вспомогательной фазовой модуляции (ВФМ), мощности оптического излучения и сопротивления резисторов обратной связи трансимпедансного усилителя.

На всех приведенных ниже рисунках сплошными линиями изображены графики зависимостей отдельных составляющих и полного уровня шума выходного сигнала ВОГ, описываемые моделью (1), точками обозначены значения, соответствующие результатам моделирования шума выходного

сигнала ВОГ компьютерной моделью. Для удобства восприятия информации спектральная плотность шума на графиках выражена в единицах $(^\circ/\text{ч})/\sqrt{\text{Гц}}$.

На рисунке 2 представлены графики зависимости шума выходного сигнала ВОГ от величины вспомогательной фазовой модуляции $\varphi_{\text{ВФМ}}$. Как видно из графика полного шума ($\delta\omega_{\text{ш.общ}}(\varphi)$) минимальный уровень шума при заданных значениях переменных выражения (1) наблюдается при $\varphi_{\text{ВФМ}} \approx 5\pi/6$. Современные ВОГ, построенные по схеме с вспомогательной фазовой модуляцией и замкнутым контуром компенсирующей обратной связи, как правило, имеют глубину ВФМ равную $\pi/2$, что обосновано выбором рабочей точки на линейном участке передаточной функции (2) интерферометра и одинаковой чувствительностью ВОГ к действующей угловой скорости и угловому ускорению независимо от их знака, что имеет особое значение для ВОГ с большой полосой пропускания или вибростойких ВОГ [8]. Для ВОГ предназначенных для работы в условиях медленного изменения действующей угловой скорости (и других внешних факторов, которые могут приводить к модуляции фазы Саньяка) увеличение глубины ВФМ может привести к уменьшению уровня шума в выходном сигнале без влияния на другие точностные параметры.



$R = 20 \cdot 10^3 \text{ Ом}$
 $\eta = 0,93 \text{ А/Вт}$
 $P_0 = 50 \cdot 10^{-6} \text{ Вт}$
 $I_d = 20 \cdot 10^{-9} \text{ А}$
 $D = 0,15 \text{ м}$
 $L = 1070 \text{ м}$
 $T = 293 \text{ К}$
 $\lambda = 1556 \cdot 10^{-9} \text{ м}$
 $\Delta\lambda = 35 \cdot 10^{-9} \text{ м}$
 $K_f = 3,125$

Рис. 2. Зависимость уровня шума от разности фаз. Справа приведены значения переменных выражения (1) при расчете.

На рисунке 3 приведены графики зависимостей каждой составляющей и полного уровня шума выходного сигнала ВОГ от мощности оптического излучения на фотоприемнике P_0 . Как видно из графика зависимости полного шума ($\delta\omega_{ш.общ}(P_0)$), увеличение мощности оптического излучения приводит к значительному снижению шума выходного сигнала ВОГ. В тоже время, видно, что дальнейшее снижение шума ограничено присутствием в выходном сигнале избыточного шума СЛД (график $\delta\omega_{ш.СЛД}(P_0)$), уровень которого независит от мощности P_0 .

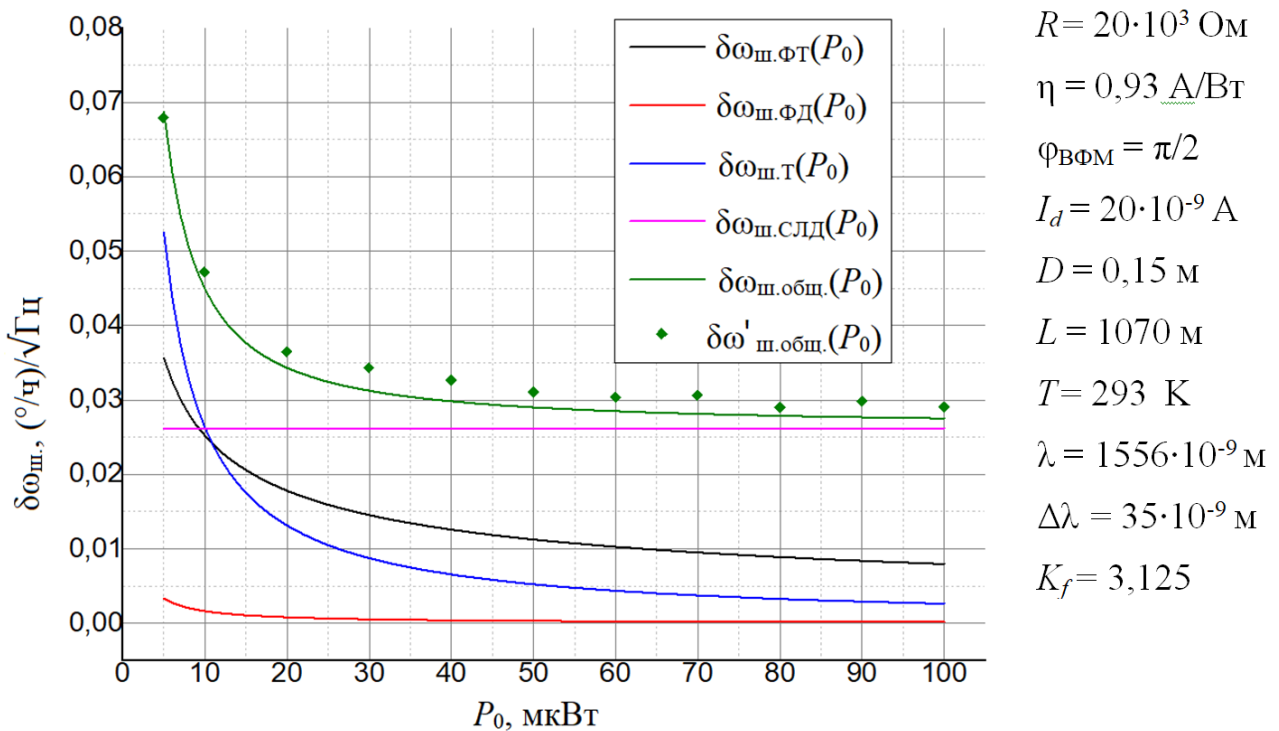
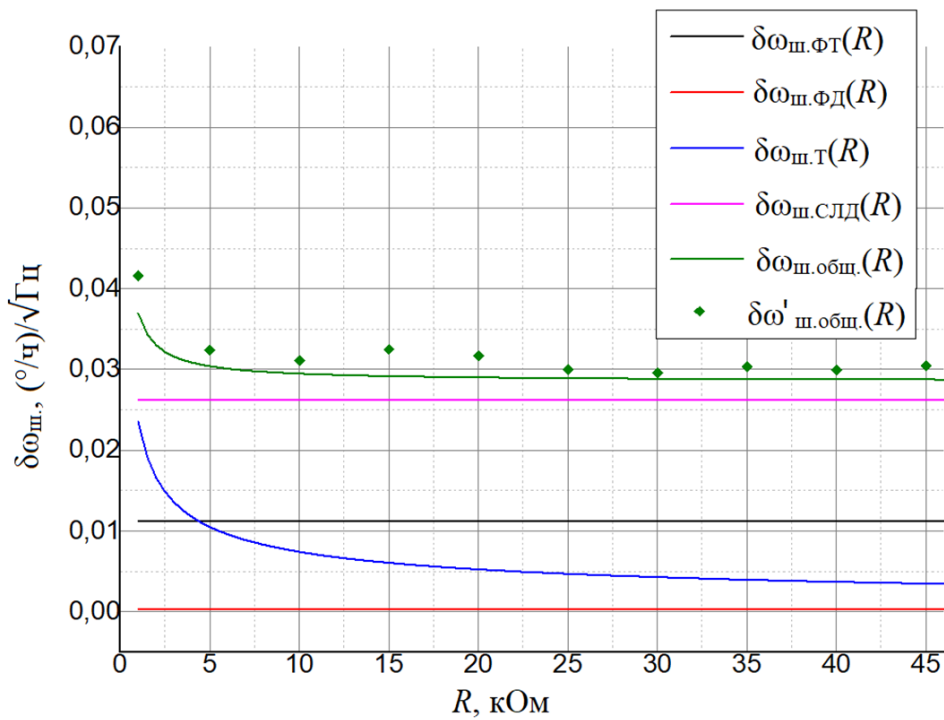


Рис. 3. Зависимость уровня шума от мощности оптического излучения. Справа приведены значения переменных выражения (1) при расчете.

Зависимость шума выходного сигнала ВОГ от сопротивления резисторов усилителя фототока (тепловой шум) представлена на рисунке 4. Поскольку вклад теплового шума резисторов (график $\delta\omega_{ш.Т}(R)$) в полный шум невелик, то начиная от значения сопротивления резисторов в 5 кОм, увеличение сопротивления резисторов не приводит к существенному влиянию на шум выходного сигнала.



$P_0 = 50 \cdot 10^{-6}$ Вт
 $\eta = 0,93$ А/Вт
 $\varphi_{ВФМ} = \pi/2$
 $I_d = 20 \cdot 10^{-9}$ А
 $D = 0,15$ м
 $L = 1070$ м
 $T = 293$ К
 $\lambda = 1556 \cdot 10^{-9}$ м
 $\Delta\lambda = 35 \cdot 10^{-9}$ м
 $K_f = 3,125$

Рис. 4. Зависимость уровня шума от сопротивления резисторов усилителя фототока. Справа приведены значения переменных выражения (1) при расчете.

Анализ данных показывает, что результаты моделирования шума выражением (1) и компьютерной моделью для всех проверенных условий отличаются не более чем на 10%. Также из графиков видно, что в большинстве рассмотренных случаев наибольший вклад в суммарный шумовой сигнал составляет избыточный шум источника излучения.

4. Верификация.

Для верификации рассматриваемых моделей был проведен анализ результатов измерений шумовой составляющей выходного сигнала для выборки из двадцати приборов ОИУС 1000, производства компании НПК «Оптолинк». Для оценки уровня шума проводилась непрерывная запись выходной информации каждого прибора, установленного на неподвижном основании, в течение 10 минут. Запись проводилась с частотой 8 Гц. На каждом опросе данных с приборов выводилось среднее значение угловой скорости, измеренное прибором за время между опросами. Для каждой записи была вычислена спектральная плотность шума (СПШ) по формуле 7

$$\delta\omega_{СПШ} = \sqrt{\frac{1}{m-1} \frac{\sum_{q=1}^m (\omega_q - \omega_{cp})^2}{f}}, \quad (7)$$

где $\delta\omega_{СПШ}$ – спектральная плотность шума, вычисленная по измеренным значениям угловой скорости, $(^\circ/\text{ч})/\sqrt{\text{Гц}}$; $q = 1..m$ (m – общее количество опросов « q » данных с прибора за все время измерения); ω_q – значение угловой скорости, измеренное на q -ом опросе, $^\circ/\text{ч}$; ω_{cp} – среднее значение угловой скорости за время измерения, $^\circ/\text{ч}$; f – частота опроса данных, Гц.

Среднее арифметическое значение СПШ выборки составило $0,0450 (^\circ/\text{ч})/\sqrt{\text{Гц}}$. Подставив в выражение модели (1) и в компьютерную модель численные значения переменных, соответствующие средним значениям параметров приборов, участвовавших в экспериментальной выборке, было вычислено теоретическое значение СПШ по формуле (1), оно составило $0,0417 (^\circ/\text{ч})/\sqrt{\text{Гц}}$. Значение СПШ, полученное после прогона компьютерной модели и вычисленное по формуле (7) из массива значений $\omega_{И(k)}$ составило $0.0446 (^\circ/\text{ч})/\sqrt{\text{Гц}}$.

Заключение

Как видно из графиков рисунков 2 – 4 и из результатов верификации, теоретическая модель дает на 7 % более низкий, по сравнению с компьютерной моделью и экспериментом результат, что связано, вероятно, с присутствием в схеме ВОГ дополнительного источника или усилителя шума, заложенного в алгоритме работы или схемотехнике ВОГ.

В целом, полученные данные согласуются между собой, что позволяет говорить о состоятельности математической модели шумов выходного сигнала ВОГ (1) и компьютерной модели, разработанной в программной среде «Octave». При этом нужно учитывать, что рассматриваемая модель содержит только фундаментальные источники шума, описываемые аналитическими выражениями, и не включает шум, вносимый в выходной сигнал усилителями, преобразователями сигналов, оптической схемой ВОГ, и которые могут в

значительной степени меняться в зависимости от выбранной конфигурации конкретной схемы ВОГ.

Исходя из результатов анализа моделей, можно сделать однозначный вывод о целесообразности увеличения мощности оптического излучения и сопротивления резисторов обратной связи трансимпедансного усилителя в рассматриваемой схеме ВОГ. Увеличение глубины ВФМ требует отдельного детального исследования, так как помимо значительного снижения шума может привести к ухудшению динамических свойств ВОГ, например, в условиях вибрации или при действии знакопеременной угловой скорости.

Литература

1. Sagnac G. The Luminiferous Ether is Detected as a Wind Effect Relative to the Ether Using a Uniformly Rotating Interferometer. – 1913.
2. Sagnac G. Regarding the proof for the existence of a luminiferous ether using a rotating interferometer experiment // Comptes Rendus de l'Academie des Sciences. – 1913. – Т. 157. – С. 1410-1413.
3. Guattari F. et al. Touching the limit of FOG angular random walk: Challenges and applications //2016 DGON Inertial Sensors and Systems (ISS). – 2016. – С. 1-13.
4. Андропова И.А., Малыкин Г.Б. Физические проблемы волоконной гироскопии на эффекте Саньяка // Успехи физических наук. – 2002. – Т. 172. – №. 8. – С. 849-873.
5. Спиридонов Д.М., Игнатъев А.А., Обухович Д.В. Математическая модель шумов выходного сигнала волоконно-оптического гироскопа // ПРОБЛЕМЫ ОПТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ И БИОФОТОНИКИ SFM-2021. – 2021. – С. 72-77.
6. Baney D.M., Sorin W.V. Broadband frequency characterization of optical receivers using intensity noise // Hewlett Packard Journal. – 1995. – Т. 46. – С. 6-6.
7. LEFÈRE H.C. Fundamentals of the interferometric fiber-optic gyroscope //Optical review. – 1997. – Т. 4. – №. 1A. – С. 20-27.

8. Микляшев А.В. Погрешность волоконно-оптического гироскопа при угловых колебаниях // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. – 2019. – Т. 62. – №. 11. – С. 982-988.

Для цитирования:

Спиридонов Д.М., Обухович Д.В. Аналитическая и компьютерная программная математические модели шума выходного сигнала волоконно-оптического гироскопа, анализ и верификация. // Журнал радиоэлектроники. – 2024. №. 4. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2024.3.7>