

DOI: <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2025.3.1>

УДК: 537.876

О ГРУППОВОЙ СКОРОСТИ ВИДЕОСИГНАЛА В ДИЭЛЕКТРИКЕ

Н.С. Бухман

Самарский государственный технический университет,
443100, Самара, ул. Молодогвардейская, д.244

Статья поступила в редакцию 3 сентября 2024 г.

Аннотация. Показано, что голоморфные (бесконечно дифференцируемые) видеосигналы достаточной длительности способны (как и голоморфные радиосигналы достаточной длительности) распространяться в диэлектрике без существенных искажений с некоторой групповой скоростью, отличной как от скорости света в вакууме, так и от групповой скорости радиосигнала на радиочастотах. Показано, что эта групповая скорость видеосигнала совпадает с его фазовой скоростью. Она ниже вакуумной скорости света в средах с доминированием поглощения на низких частотах и выше вакуумной скорости света в средах с доминированием усиления на низких частотах. Вычислена групповая скорость видеосигнала в нормальной атмосфере. Показано, что эта групповая скорость гораздо ближе к вакуумной скорости света, чем групповая скорость радиосигнала на радиочастотах. Поэтому на дистанциях менее 100 км можно считать, что любой (в том числе и разрывной) видеосигнал с длительностью более 10^{-10} секунд распространяется «как в вакууме» – без затухания, как единое целое и практически со скоростью света в вакууме.

Ключевые слова: видеосигнал, групповая скорость, нормальная атмосфера, голоморфный сигнал, кусочно-голоморфный сигнал, передача информации, шаровая молния.

Автор для переписки: Бухман Николай Сергеевич, nik3142@yandex.ru

Введение

Хорошо известно [1-4], что при достаточной продолжительности узкополосного сигнала с частотой несущей ω его распространение происходит с так называемой групповой скоростью $v_{gr}(\omega) = \left(\frac{\partial k(\omega)}{\partial \omega} \right)^{-1}$, где $k(\omega) = (\omega/c)\sqrt{\varepsilon(\omega)}$ – волновое число.

В данной работе изучается групповая скорость видеосигнала, то есть сигнала без несущей или, если угодно, с нулевой частотой несущей, распространяющегося в диэлектрике (формально – в среде, комплексная диэлектрическая проницаемость которой не имеет особенностей (включая корни) на нулевой частоте и имеет на этой частоте положительную вещественную часть).

Обычно считается, что понятие групповой скорости имеет смысл только для узкополосных сигналов, то есть для сигналов, ширина спектра которых мала в сравнении с частотой несущей. Так, например, в [3] указано, что «групповая скорость волн – скорость движения группы или цуга волн, образующих в каждый данный момент времени локализованный в пространстве волновой пакет, огибающая которого представляет собой плавную в масштабе длины волны кривую». Аналогичная ситуация имеет место и для так называемой групповой задержки узкополосного сигнала при пропускании через линейный фильтр¹.

Тем не менее, ничто не мешает использовать понятие групповой скорости не только для узкополосных радиосигналов, но и для видеосигналов. В этом последнем случае групповая скорость, очевидно, относится к нулевой частоте несущей.

Действительно, математической основой понятия групповой скорости является приближенная линеаризация волнового числа по частоте вблизи частоты несущей и общеизвестная теорема сдвига из фурье-анализа [5].

¹ Единственное отличие заключается в том, что в случае линейного фильтра речь идет не о линеаризации волнового числа, а о линеаризации логарифма частотной характеристики фильтра.

Разумеется, эта линейаризация является приближенной и ее точность зависит от ширины спектра сигнала – эта ширина должна быть достаточно мала для того, чтобы в ее пределах можно было пренебречь отклонениями от линейной аппроксимации волнового числа в окрестности несущей частоты. Другими словами, приближение групповой скорости является достаточно точным лишь для сигналов с достаточно узким спектром. Существенно, что абсолютно никаких ограничений на соотношение между шириной спектра сигнала и частотой его несущей при этом нет – даже при нулевой частоте несущей (видеосигнал) приближение групповой скорости является достаточно точным для сигналов с достаточно узким спектром, то есть тогда, когда в пределах спектра сигнала допустима линейаризация волнового числа по частоте вблизи нуля. Разумеется, упомянутая линейаризация вблизи нулевой частоты возможна только тогда, когда среда сама по себе является непроводящей – в средах со свободными зарядами (проводники, плазма) комплексная диэлектрическая проницаемость как функция частоты имеет гиперболическую особенность в нуле [1] и линейаризация невозможна – поэтому этот случай требует отдельного рассмотрения.

Приближение групповой скорости для видеосигналов в некотором смысле даже «лучше», чем для узкополосных радиосигналов. Действительно, одним из «спорных мест» приближения групповой скорости является ее комплексность – в общем случае $k(\omega) = k_r(\omega) + ik_i(\omega)$ и групповая скорость (а соответственно, и групповое время задержки сигнала) оказываются комплексными [6]. Это многим не нравится, хотя ничего страшного в этом нет – приближение групповой скорости вообще справедливо только для голоморфных сигналов, комплексная огибающая которых является аналитической функцией [6], а для таких сигналов комплексный сдвиг комплексной огибающей происходит «легко и приятно». Групповая скорость узкополосного сигнала является вещественной только тогда, когда $\frac{\partial k_i(\omega)}{\partial \omega} = 0$, а это происходит лишь в исключительных случаях – например, когда частота

несущей сигнала совпадает с центром спектральной линии поглощения или усиления.

К этим же «исключительно приятным случаям», как оказывается, относится и видеосигнал с нулевой частотой несущей в диэлектрике. Действительно, известно [1], что в самом общем случае справедливо равенство $\varepsilon^*(-\omega) = \varepsilon(\omega)$, то есть вещественная (мнимая) часть диэлектрической проницаемости является четной (нечетной) функцией частоты. Отсюда следует, что функции $\frac{\partial k_i(\omega)}{\partial \omega}$ и $\frac{\partial \sqrt{\varepsilon_r(\omega)}}{\partial \omega}$ являются нечетными и потому обращаются в 0 на нулевой частоте (разумеется, если они конечны на этой частоте, что и имеет место в диэлектрике). В результате оказывается, что групповая скорость видеосигнала всегда вещественна и определяется формулой:

$$v_{gr} = \frac{c}{n(0)}, \quad (1)$$

где $n(0) = \sqrt{\varepsilon_r(0)} = \sqrt{\varepsilon(0)}$ – вещественный (при $\varepsilon_r(0) > 0$)² показатель преломления среды на нулевой частоте. Нетрудно заметить, что в дополнение к прочим «приятностям» оказывается, что групповая скорость видеосигнала совпадает с его фазовой скоростью, если считать фазовой скоростью отношение вакуумной скорости света к показателю преломления вещества.

Следует отметить, что в зависимости от величины показателя преломления среды на нулевой частоте групповая скорость видеосигнала может быть как досветовой, так и сверхсветовой. В этом нет ничего странного или удивительного (см. [6-31]).

В случае видеосигнала для выяснения вопроса о групповой скорости видеосигнала можно воспользоваться соотношениями Крамерса-Кронига [1], одно из которых в данном случае можно записать как:

² В случае $\varepsilon_r(0) \leq 0$ мы имеем среду со свободными зарядами, которая в данной работе не рассматривается.

$$\varepsilon_r(0) = 1 + \frac{2}{\pi} \int_0^{+\infty} \frac{\varepsilon_i(\omega)}{\omega} d\omega. \quad (2)$$

Интеграл в (2) не является несобственным или интегралом в смысле главного значения, потому что в связи с нечетностью $\varepsilon_i(\omega)$ особенность подынтегральной функции на нижнем пределе интегрирования – устранимая и подынтегральная функция везде конечна.

Теперь видно, что выбор между досветовой и сверхсветовой групповой скоростью видеосигнала зависит от того, что доминирует в данной среде при низких частотах – поглощение ($\varepsilon_i(\omega) > 0$, $\varepsilon_r(0) > 1$, досветовая скорость) или усиление ($\varepsilon_i(\omega) < 0$, $\varepsilon_r(0) < 1$, сверхсветовая скорость).

В принципе при достаточном уровне усиления среды возможна ситуация, при которой $\varepsilon_r(0) < 0$ и среда оказывается плазмоподобной не «сама по себе», а из-за чрезвычайно высокого уровня инверсии населенностей. Этот явно экзотический случай мы, как указано выше, здесь не рассматриваем, хотя следует отметить, что подобного рода среда подозрительно похожа на шаровую молнию.

Групповая скорость видеосигнала в нормальной атмосфере

Для отыскания групповой скорости видеосигнала необходимо или знать диэлектрическую проницаемость среды на нулевой частоте, или найти эту диэлектрическую проницаемость с помощью (2), для чего необходимо иметь информацию о частотной зависимости поглощения среды при низких частотах. К сожалению, автору не удалось обнаружить в литературе экспериментальных данных ни первого, ни второго типа за единственным исключением – в [32,33] имеются данные о поглощении радиоволн (вплоть до нулевой частоты) в «безоблачной атмосфере при нормальных условиях». Вероятно, это связано с особой важностью данной среды для приложений.

С учетом близости показателя преломления воздуха к 1 вместо (2) имеем:

$$n(0) = 1 + \Delta n, \quad (3)$$

где:

$$\Delta n = \frac{c}{\pi} \int_0^{+\infty} \frac{\alpha(\omega)}{\omega^2} d\omega, \quad (4)$$

а вместо (1):

$$v_{gr} = c(1 - \Delta n). \quad (5)$$

Необходимые для вычисления (4) данные (полученные путем оцифровки рис. 24.8.4 из [32]) приведены на рисунке 1. На рис. 1.а приведена зависимость коэффициента поглощения $\gamma, \text{дБ/км}$ от частоты $\nu, \text{ГГц}$, на рис. 1б – зависимость коэффициента поглощения по интенсивности $\alpha, 1/\text{м}$ от циклической частоты ω , на рис. 1в – зависимость функции α/ω^2 от циклической частоты ω .

Из рис. 1в видно, что основной вклад в интеграл (2) (а следовательно, в диэлектрическую проницаемость на нулевой частоте и в величину групповой скорости видеосигнала) вносит линия или группа линий поглощения на частоте около 60 ГГц, связанная с молекулярным кислородом. Роль линий поглощения водяного пара вблизи 22 ГГц, 183 ГГц и выше невелика. Видно также, что экспериментальных данных в пределах 0-300 ГГц вполне достаточно для вычисления интеграла (2).

Численный счет интеграла в (4) с использованием данных рис. 1в дает $\Delta n = 3.63 \times 10^{-7}$. Это примерно на три порядка меньше, чем приведенное в [34] отклонение показателя преломления воздуха (при нормальных условиях) для радиоволн от 1 ($\Delta n = 3.25 \times 10^{-4}$).

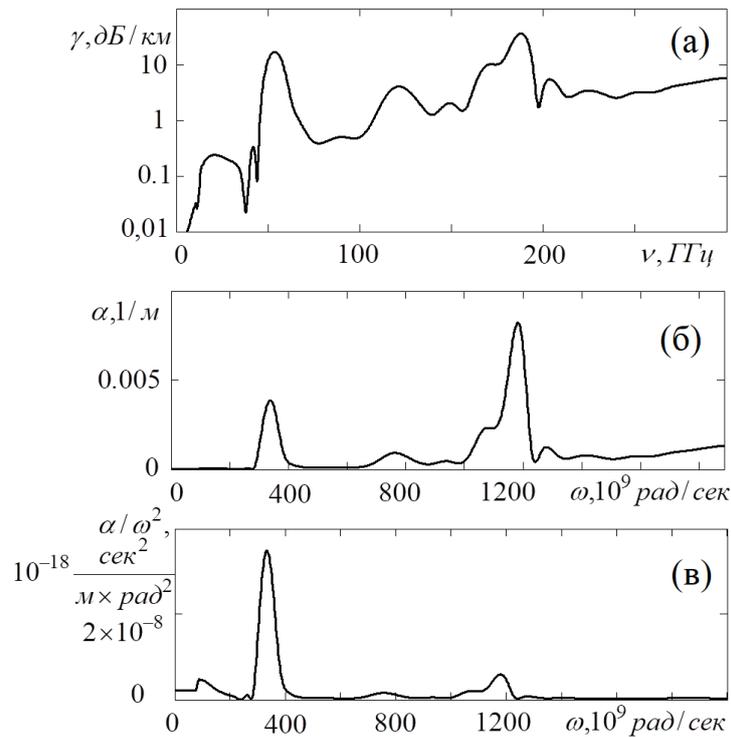


Рис. 1. а) зависимость коэффициента поглощения $\gamma, \text{дБ/км}$ от частоты $\nu, \text{ГГц}$; б) зависимость коэффициента поглощения по интенсивности $\alpha, 1/\text{м}$ от циклической частоты ω ; в) зависимость функции α / ω^2 от циклической частоты ω .

Для применимости приближения групповой скорости для видеосигнала необходимо выполнение условия $T_{sig} \omega_m \gg 1$, где T_{sig} – длительность сигнала, ω_m – расстояние от нуля до ближайшей особенности диэлектрической проницаемости среды на комплексной плоскости (в нашем случае – до ближайшей существенной спектральной линии, $\omega_m = 2\pi \times 60 \text{ ГГц}$). Для типичной тактовой частоты современных процессоров (3 ГГц) $T_{sig} = 0.33 \times 10^{-9} \text{ сек}$ и это условие выполняется с запасом. Нетрудно проверить, что отставание сигнала от «вакуумного» времени задержки оказывается равно продолжительности сигнала (то есть является существенным) лишь на дистанции более 275 км, что очень много – обычно сигналы чужих процессоров пытаются принимать на гораздо меньших дистанциях. Отметим, что такое же ($0.33 \times 10^{-9} \text{ сек}$) дополнительное к вакууму запаздывание радиосигнала (при показателе преломления воздуха для радиоволн [34] $n = 1 + 3.25 \times 10^{-4}$) возникает на гораздо меньших дистанциях (307 м).

Заключение

Основным выводом проведенного рассмотрения является вывод о том, что голоморфные видеосигналы достаточной длительности вообще способны (как и радиосигналы достаточной длительности) распространяться без существенных искажений с некоторой групповой скоростью, причем в принципе отличной как от скорости света в вакууме, так и от групповой скорости радиосигнала на ненулевой частоте.

Неожиданным результатом является также совпадение групповой скорости видеосигнала с его фазовой скоростью.

Следует отметить, что групповая скорость видеосигнала (как и групповая скорость радиосигнала) имеет смысл только для голоморфных (бесконечно дифференцируемых) сигналов и не имеет смысла для кусочно-голоморфных (разрывных) сигналов – разрывы (предвестники [35-44]) всегда перемещаются в точности с вакуумной скоростью света и потому кусочно-голоморфные сигналы в диспергирующей среде никогда не перемещаются как единое целое.

Тем не менее, если говорить конкретно о воздухе, то на дистанциях менее 100 км отставание голоморфного сигнала от собственного предвестника [35-44] (распространяющегося с вакуумной скоростью света) мало в сравнении с длительностью сигнала и потому на этих дистанциях можно считать, что любой (в том числе и разрывный) видеосигнал с длительностью более 10^{-10} секунд распространяется «как в вакууме» – без затухания, как единое целое и практически со скоростью света в вакууме.

Литература

1. Виноградова М.Б., Руденко О.В., Сухоруков А.П. Теория волн. – 1979.
2. Вайнштейн Л.А. Распространение импульсов //Успехи физических наук. – 1976. – Т. 118. – №. 2. – С. 339-367. <https://doi.org/10.3367/UFNr.0118.197602h.0339>
3. Прохоров А.М. Физическая энциклопедия. – Рипол Классик, 1988. – Т. 1.
4. Прохоров А.М. и др. (ред.). Физический энциклопедический словарь. – Советская энциклопедия, 1983.

5. Смирнов В.И. Курс высшей математики. – Рипол Классик, 1961.
6. Бухман Н.С. О принципе причинности и сверхсветовых скоростях распространения сигналов // Радиотехника и электроника. – 2021. – Т. 66. – №. 3. – С. 209-225.
7. Wang L.J., Kuzmich A., Dogariu A. Gain-assisted superluminal light propagation //Nature. – 2000. – Т. 406. – №. 6793. – С. 277-279. <https://doi.org/10.1038/35018520>
8. Talukder M.A.I., Amagishi Y., Tomita M. Superluminal to subluminal transition in the pulse propagation in a resonantly absorbing medium //Physical Review Letters. – 2001. – Т. 86. – №. 16. – С. 3546. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.86.3546>
9. Dogariu A., Kuzmich A., Wang L.J. Transparent anomalous dispersion and superluminal light-pulse propagation at a negative group velocity // Physical Review A. – 2001. – Т. 63. – №. 5. – С. 053806. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.63.053806>
10. Акульшин А.М., Чиммино А., Опат Д.И. Отрицательная групповая скорость светового импульса в парах цезия //Квантовая электроника. – 2002. – Т. 32. – №. 7. – С. 567-569. <https://doi.org/10.1070/QE2002v032n07ABEH002249>
11. Macke B., Ségard B. Propagation of light-pulses at a negative group-velocity //The European Physical Journal D-Atomic, Molecular, Optical and Plasma Physics. – 2003. – Т. 23. – С. 125-141. <https://doi.org/10.1140/epjd/e2003-00022-0>
12. Akulshin A.M. et al. Pulses of " fast light," the signal velocity, and giant Kerr nonlinearity //LASER PHYSICS-LAWRENCE-. – 2005. – Т. 15. – №. 9. – С. 1252.
13. Золотовский И.О., Семенцов Д.И. Скорость максимума огибающей частотно-модулированного гауссова импульса в усиливающей нелинейной среде //Оптика и спектроскопия. – 2005. – Т. 99. – №. 1. – С. 89-92.
14. Золотовский И.О., Семенцов Д.И. Скорость огибающей импульса в туннельно-связанных оптических волноводах с сильно различающимися параметрами //Оптика и спектроскопия. – 2006. – Т. 101. – №. 1. – С. 120-123. <https://doi.org/10.1134/S0030400X06070204>

15. Macke B., Ségard B. From fast to slow light in a resonantly driven absorbing medium //Physical Review A—Atomic, Molecular, and Optical Physics. – 2010. – Т. 82. – №. 2. – С. 023816. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.82.023816>
16. Akulshin A.M., McLean R. J. Fast light in atomic media //Journal of Optics. – 2010. – Т. 12. – №. 10. – С. 104001. <https://doi.org/10.1088/2040-8978/12/10/104001>
17. Малыкин Г.Б., Романец Е.А. Сверхсветовые движения (обзор) // Оптика и спектроскопия. – 2012. – Т. 112. – №. 6. – С. 993-993. <https://doi.org/10.1134/S0030400X12040145>
18. Золотовский И.О., Минвалиев Р.Н., Семенцов Д.И. Динамика частотно-модулированных волновых пакетов в световодах с комплексными материальными параметрами // Успехи физических наук. – 2013. – Т. 183. – №. 12. – С. 1353-1365. <https://doi.org/10.3367/UFNr.0183.201312e.1353>
19. Macke B., Ségard B. Simultaneous slow and fast light involving the Faraday effect //Physical Review A. – 2016. – Т. 94. – №. 4. – С. 043801. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.94.043801>
20. Macke B., Ségard B. Optical precursors with self-induced transparency //Physical Review A—Atomic, Molecular, and Optical Physics. – 2010. – Т. 81. – №. 1. – С. 015803.
21. Macke B., Ségard B. Optical precursors in transparent media //Physical Review A—Atomic, Molecular, and Optical Physics. – 2009. – Т. 80. – №. 1. – С. 011803.
22. Boyd and R. W., Gauthier D. J. "Slow"and" fastlight // Progress in Optics. – 2002. – V. 43. – P. 497.
23. Macke B., Ségard B. Simple asymptotic forms for Sommerfeld and Brillouin precursors //Physical Review A—Atomic, Molecular, and Optical Physics. – 2012. – Т. 86. – №. 1. – С. 013837. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.86.013837>
24. Ravelo B. Investigation on microwave negative group delay circuit //Electromagnetics. – 2011. – Т. 31. – №. 8. – С. 537-549. <https://doi.org/10.1080/02726343.2011.621106>
25. Macke B., Ségard B. // Opt. Commun. 2008. V. 281. № 1. P. 12-17. <https://doi.org/10.1016/j.optcom.2007.09.007>

26. Aaviksoo J., Kuhl J., Ploog K. Observation of optical precursors at pulse propagation in GaAs //Physical Review A. – 1991. – Т. 44. – №. 9. – С. R5353. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.44.R5353>
27. Österberg U., Andersson D., Lisak M. On precursor propagation in linear dielectrics //Optics communications. – 2007. – Т. 277. – №. 1. – С. 5-13. <https://doi.org/10.1016/j.optcom.2007.04.050>
28. Tanaka H. et al. Propagation of optical pulses in a resonantly absorbing medium: Observation of negative velocity in Rb vapor //Physical Review A. – 2003. – Т. 68. – №. 5. – С. 053801. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.68.053801>
29. Du S. et al. Observation of optical precursors at the biphoton level //Optics letters. – 2008. – Т. 33. – №. 18. – С. 2149-2151. <https://doi.org/10.1364/OL.33.002149>
30. Macke B., Ségard B. Brillouin precursors in Debye media //Physical Review A. – 2015. – Т. 91. – №. 5. – С. 053814. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.91.053814>
31. Macke B., Ségard B. On-resonance material fast light //Physical Review A. – 2018. – Т. 97. – №. 6. – С. 063830. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.80.011803>
32. Атмосфера. Справочник (справочные данные, модели) //Л.: Гидрометеиздат. – 1991.
33. Зражевский А.Ю., Титов С.В. Молекулярное поглощение в атмосферных парах воды в 0-1 ТГц частотном диапазоне //Журнал радиоэлектроники. – 2012. – №. 10. – С. 1-1.
34. Никольский В.В. Никольская Т.И. Электродинамика и распространение радиоволн. – Наука, 1989.
35. Macke B., Ségard B. Optical precursors with self-induced transparency //Physical Review A—Atomic, Molecular, and Optical Physics. – 2010. – Т. 81. – №. 1. – С. 015803.
36. Macke B., Ségard B. Optical precursors in transparent media //Physical Review A—Atomic, Molecular, and Optical Physics. – 2009. – Т. 80. – №. 1. – С. 011803.
37. Boyd and R. W., Gauthier D. J. "Slow"and" fast"light // Progress in Optics. – 2002. – V. 43. – P. 497.

38. Macke B., Ségard B. Simple asymptotic forms for Sommerfeld and Brillouin precursors //Physical Review A—Atomic, Molecular, and Optical Physics. – 2012. – Т. 86. – №. 1. – С. 013837. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.86.013837>
39. Sommerfeld A. Über die Fortpflanzung des Lichtes in dispergierenden Medien //Annalen der Physik. – 1914. – Т. 349. – №. 10. – С. 177-202.
40. Brillouin L. Über die Fortpflanzung des Lichtes in dispergierenden Medien //Annalen der Physik. – 1914. – Т. 349. – №. 10. – С. 203-240.
41. Aaviksoo J., Kuhl J., Ploog K. Observation of optical precursors at pulse propagation in GaAs //Physical Review A. – 1991. – Т. 44. – №. 9. – С. R5353. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.44.R5353>
42. Österberg U., Andersson D., Lisak M. On precursor propagation in linear dielectrics //Optics communications. – 2007. – Т. 277. – №. 1. – С. 5-13. <https://doi.org/10.1016/j.optcom.2007.04.050>
43. Du S. et al. Observation of optical precursors at the biphoton level //Optics letters. – 2008. – Т. 33. – №. 18. – С. 2149-2151. <https://doi.org/10.1364/OL.33.002149>
44. Macke B., Ségard B. Brillouin precursors in Debye media //Physical Review A. – 2015. – Т. 91. – №. 5. – С. 053814. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.91.053814>

Для цитирования:

Бухман Н.С. О групповой скорости видеосигнала в диэлектрике. // Журнал радиоэлектроники. – 2025 – № 3. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2025.3.1>