DOI: https://doi.org/10.30898/1684-1719.2025.3.2

УДК: 537.876

О ГОЛОМОРФНЫХ И КУСОЧНО-ГОЛОМОРФНЫХ СИГНАЛАХ

Н.С. Бухман

Самарский государственный технический университет
443100, Самара, ул. Молодогвардейская, д.244

Статья поступила в редакцию 9 августа 2024 г.

Аннотация. Проведено сравнение свойств голоморфных и кусочно-голоморфных сигналов при распространении в диспергирующей среде. Показано, что статус сигнала (голоморфный или кусочно-голоморфный) не может быть изменен никаким физически реализуемым (то есть не нарушающим принцип причинности) фильтром. Показано, что свойства голоморфных и кусочно-голоморфных сигналов не только различны, но и обычно прямо противоположны. Так, например, кусочно-голоморфные сигналы (в отличие от голоморфных) обязательно имеют предвестники, затухают в поглощающей среде по гиперболическому (а не экспоненциальному) закону, имеют антропогенное (а не природное) происхождение, переносят (в отличие от голоморфных) информацию. Голоморфные сигналы (в отличие от кусочно-голоморфных) способны распространяться как целое с групповой скоростью (причем любой – досветовой, сверхсветовой, отрицательной и комплексной).

Ключевые слова: голономный сигнал, кусочно-голономный сигнал, голоморфный сигнал, кусочно-голоморфный сигнал, передача информации, групповая скорость, сверхсветовая скорость, сигналы внеземных цивилизаций.

Автор для переписки: Бухман Николай Сергеевич, e-mail: nik3142@yandex.ru

Введение

В данной работе проводится сравнительный анализ двух типов сигналов [1,2] – голоморфных и кусочно-голоморфных. Под голоморфным сигналом мы понимаем сигнал, огибающая которого (или сам сигнал, если он не является узкополосным) является аналитической функцией на всей вещественной оси, а под кусочно-голоморфным – сигнал, совпадающий с разными аналитическими функциями на разных интервалах вещественной оси. Ясно, что наиболее точно ситуацию отражал бы термин «аналитический» и «кусочно-аналитический» сигнал, но термин «аналитический сигнал» давно занят в радиотехнике и его использование здесь привело бы к путанице. Ранее в работах по данной тематике [3-5] автор вместо термина «голоморфный» использовал неудачный термин «голономный».

1. Голоморфные и кусочно-голоморфные сигналы

Пусть узкополосный сигнал $E(z,t)$ с частотой несущей ω_c и комплексной огибающей $A(z,t)$ распространяется в однородной изотропной среде вдоль оси z. Тогда [1,2]:

$$
\begin{gathered}
E(z,t)=\int_{-\infty}^{+\infty} E_\omega(z,\omega)\exp(-i\omega t)\,d\omega,\\
E_\omega(z,\omega)=(2\pi)^{-1}\int_{-\infty}^{+\infty} E(z,t)\exp(i\omega t)\,dt,\\
E(z,t)=A(z,t)\exp(-i\omega_c t)+A^*(z,t)\exp(i\omega_c t)=\\
=2\left|A(z,t)\right|\cos(\omega_c t-\arg(A(z,t))),\\
A(z,t)=\int_{-\infty}^{+\infty} A_\Omega(z,\Omega)\exp(-i\Omega t)\,d\Omega,\\
A_\Omega(z,\Omega)=(2\pi)^{-1}\int_{-\infty}^{+\infty} A(z,t)\exp(i\Omega t)\,dt,\\
E_\omega(z,\omega)=A_\Omega(z,\omega-\omega_c)+\left(A_\Omega(z,-\omega-\omega_c)\right)^*.
\end{gathered}
\tag{1}
$$

Здесь $E(z,t)$ и $E_\omega(z,\omega)$ – высокочастотный сигнал и его спектр в точке z, $A(z,t)$ и $A_\Omega(z,\Omega)$ – низкочастотная комплексная огибающая сигнала и ее спектр в точке z.

В стартовой точке ($z=0$), очевидно:

$$A_\Omega(0,\Omega) = (2\pi)^{-1} \int_{-\infty}^{+\infty} A(0,t) \exp(i\Omega t) dt \,. \tag{2}$$

Учтя, что в произвольной точке трассы z имеют место равенства:

$$\begin{aligned} E_\omega(z,\omega) &= E_\omega(0,\omega) \exp(ik(\omega)z), \\ A_\Omega(z,\Omega) &= A_\Omega(0,\Omega) \exp(ik(\omega_0+\Omega)z), \end{aligned} \tag{3}$$

где $k(\omega) = (\omega/c)\sqrt{\varepsilon(\omega)}$ – волновое число, нетрудно найти комплексную огибающую сигнала (а следовательно, и сам сигнал) в произвольной точке среды:

$$A(z,t) = \int_{-\infty}^{+\infty} A_\Omega(0,\Omega) \exp(ik(\omega_0+\Omega)z) \exp(-i\Omega t) d\Omega \,. \tag{4}$$

Соотношения (1)-(4) – точные. Они являются основными как для численного счета, так и для различных аналитических приближений для временной зависимости узкополосного сигнала в произвольной точке трассы. В частности, предполагая, что сигнал является узкополосным (то есть ширина спектра сигнала мала в сравнении с частотой несущей ω_c), последнее из равенств (1) можно заменить на:

$$E_\omega(z,\omega) \approx \begin{cases} A_\Omega(z,\omega-\omega_c), \omega > 0 \\ \left(A_\Omega(z,-(\omega+\omega_c))\right)^*, \omega < 0 \end{cases}, \tag{5}$$

и пренебречь наложением положительно- и отрицательно-частотной частей спектра сигнала. В результате, можно, например, вычислять коэффициент ослабления сигнала на трассе z не по точной формуле:

$$P(z)=\frac{\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\left|E_{\omega}(0,\omega)\right|^{2}\exp(-2\operatorname{Im}k(\omega)z)d\omega}{\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\left|E_{\omega}(0,\omega)\right|^{2}d\omega}, \tag{6}$$

а по приближенной формуле:

$$P(z)=\frac{\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\left|A_{\Omega}(0,\Omega)\right|^{2}\exp(-2\operatorname{Im}k(\omega_0+\Omega)z)d\Omega}{\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\left|A_{\Omega}(0,\Omega)\right|^{2}d\Omega}, \tag{7}$$

и быть уверенным в том, что этот коэффициент ослабления в соответствии с (7) действительно не зависит от начальной фазы сигнала, то есть одинаков для сигналов со стартовой временной зависимостью $E(0,t)=2\left|A(0,t)\right|\cos(\omega_0 t-\varphi_1)$ и $E(0,t)=2\left|A(0,t)\right|\cos(\omega_0 t-\varphi_2)$. В общем случае (при невыполнении (5)) это не так [3].

В зависимости от исходной временной зависимости $E(0,t)$ (а следовательно, и от исходного спектра сигнала $E_{\omega}(0,\omega)$) все сигналы распадаются на два качественно различных типа – голоморфные сигналы и кусочно-голоморфные сигналы [2,3-5]. Голоморфными сигналами вслед за [2] мы будем именовать сигналы, представляющие собой голоморфную (аналитическую) функцию на всей вещественной оси, а кусочно-голоморфными (в соответствии с [3-5]) – сигналы, совпадающие с разными голоморфными сигналами на разных интервалах вещественной оси и, естественно, имеющие разрыв самого сигнала или его производных того или иного порядка на границах интервалов голоморфности.

Будем называть кусочно-голоморфными сигналами с начальной (или конечной) точкой кусочно-голоморфные сигналы, тождественно равные нулю до (или после) некоторого момента времени t_0, именуемого началом (или концом) сигнала и совпадающие с некоторой голоморфной функцией при $t \ge t_0$ (или при $t \le t_0$). Очевидно, что любой кусочно-голоморфный сигнал можно представить (причем единственным образом) в виде суммы некоторого голоморфного сигнала и нескольких (по количеству точек нарушения голоморфности) кусочно-голоморфных сигналов с начальными точками (в роли которых выступают точки нарушения голоморфности). Поэтому для изучения свойств произвольного кусочно-голоморфного сигнала в принципе достаточно изучить свойства кусочно-голоморфного сигнала с начальной точкой.

Рангом k кусочно-голоморфного сигнала с начальной точкой будем называть [3-5] наинизший порядок производной, терпящей разрыв в начале сигнала[1] (если разрыв испытывает не производная, а сам сигнал, то $k=0$).

Для спектра кусочно-голоморфного сигнала $E(0,t)$ с начальной точкой t_0 справедливо асимптотическое разложение в окрестности бесконечной частоты [6,7]:

$$E_\omega(0,\omega)=\frac{\exp(i\omega t_0)}{2\pi}\sum_{l=k}^{\infty}\left(\frac{E^{(l)}(0,t_0)}{(-i\omega)^{l+1}}\right)\approx\frac{\exp(i\omega t_0)E^{(k)}(0,t_0)}{2\pi(-i\omega)^{k+1}}, \tag{8}$$

где k – ранг сигнала.

Из (8) видно, что имеет место простое соответствие между величиной и временем разрывов тех или иных производных временной зависимости сигнала и соответствующими членами асимптотического разложения его спектра на бесконечности. Это соответствие позволяет по времени и величине разрывов временной зависимости сигнала либо его производных немедленно выписать соответствующие члены асимптотического разложения его спектра и наоборот – по величине и фазе различных членов асимптотического разложения спектра восстановить время и величину разрывов его временной зависимости.

---

[1] Существуют кусочно-голоморфные сигналы бесконечного ранга, не имеющие разрывов временной зависимости сигнала или ее производных любого конечного порядка на вещественной оси, зато имеющие на этой оси нечто худшее – существенно особые (в смысле теории аналитических функций) точки – например, сигнал Ван Бладела $A(0,t)=C\exp\left(-a^2/4t(a-t)\right)$ при $0\le t\le a$, $A(0,t)=0$ при $t<0$ или $t>a$. Из физических соображений можно предположить, что свойства таких сигналов не слишком отличаются от свойств кусочно-голоморфных сигналов конечного ранга, но математически такие сигналы требуют отдельного изучения и здесь не рассматриваются.

Существенно, что старший (соответствующий рангу сигнала) член асимптотики спектра любого кусочно-голоморфного сигнала при $\omega \to \infty$ не изменяется с ростом протяженности трассы z, потому что в самом общем случае [8, п.78] $\varepsilon(\omega) \to 1$ при $\omega \to \infty$ ($k(\omega) \to \omega / c$). В результате в произвольной точке трассы z и в произвольной среде для старшего члена асимптотики (8) имеем:

$$E_{\omega}(z,\omega) \to \frac{\exp(i\omega(t_0 + z/c))E^{(k)}(0,t_0)}{2\pi(-i\omega)^{k+1}}. \tag{9}$$

Из этого равенства видно, что ни ранг, ни величина скачка старшей (соответствующей рангу) производной временной зависимости любого кусочно-голоморфного сигнала не изменяются в процессе его распространения, причем скачок старшей производной в любой среде распространяется в точности с вакуумной скоростью света без изменения своей величины. Так, например, если в точке старта сигнал скачком возрастает от 0 до 3.62, то в любой другой точке трассы (и в любой, в том числе диспергирующей и поглощающей среде) он будет возникать скачком от 0 до 3.62. Поэтому любой сигнал, являющийся голоморфным в точке старта, продолжает оставаться голоморфным в любой точке трассы и любой сигнал, являющийся кусочно-голоморфным в точке старта, продолжает оставаться кусочно-голоморфным сигналом того же ранга в любой точке трассы.

Пропускание кусочно-голоморфного сигнала через любой физически реализуемый (не нарушающий принцип причинности) линейный фильтр с целью «сглаживания» сигнала может изменить его ранг (порядок разрыва), но не может изменить его статус с кусочно-голоморфного на голоморфный или наоборот, потому что временная функция отклика любого физически реализуемого фильтра имеет точку начала.

Заодно можно отметить, что частотная характеристика линейного фильтра и его временная функция отклика связаны фурье-преобразованием [1,2], причем временная функция отклика любого физически-реализуемого (не нарушающего принцип причинности) фильтра имеет начальную точку [1,2] и потому является кусочно-голоморфной функцией. Поэтому частотная характеристика любого физически реализуемого фильтра с удалением от его полосы пропускания уменьшается весьма медленно – по «дальнодействующему» гиперболическому закону, никогда не обращаясь в ноль.

В самом общем случае можно двояко понимать голоморфность (или кусочно-голоморфность) узкополосного сигнала либо как непрерывность (разрывность) самого высокочастотного сигнала $E(z,t)$ или его производных, либо как непрерывность (разрывность) его комплексной огибающей $A(z,t)$ или ее производных. Нетрудно заметить, что любой голоморфный (или кусочно-голоморфный) в смысле огибающей узкополосный сигнал одновременно является голоморфным (или кусочно-голоморфным) и в смысле высокочастотного сигнала и наоборот, но их ранги (и тем более – величины скачков производных в точке нарушения голоморфности) могут отличаться (см. [3]).

Действительно, пусть огибающая $A(0,t)$ имеет разрыв ранга k при $t=t_0$. Это означает, что $A(0,t)=0$ при $t<t_0$, $A(0,t)\to \left(A^{(k)}(0,t_0)/k!\right)(t-t_0)^k$ при $t\to t_0+0$. Тогда (1) $E(0,t)=0$ при $t<t_0$ и:

$$E(0,t)\to\begin{cases}\left(2\left|A^{(k)}(0,t_0)\right|\cos(\omega_c t_0-\varphi)/k!\right)(t-t_0)^k, \omega_c t_0-\varphi\neq\pi(l+1/2)\\ \left(2\omega_c\left|A^{(k)}(0,t_0)\right|(-1)^{l+1}/k!\right)(t-t_0)^{k+1}, \omega_c t_0-\varphi=\pi(l+1/2)\end{cases}, \quad (10)$$

при $t\to t_0+0$. В (10) $l=0,\pm1,\pm2,...$ – произвольное целое число. Теперь видно, что при $\omega_c t_0-\varphi\neq\pi(l+1/2)$ ранги разрыва огибающей и высокочастотного сигнала совпадают, а при $\omega_c t_0-\varphi=\pi(l+1/2)$ ранг разрыва высокочастотного сигнала на 1 выше ранга разрыва огибающей.

Разумеется, для спектра огибающей кусочно-голоморфного сигнала с начальной точкой $A_\Omega(0,\Omega)$, тоже можно записать асимптотическое разложение типа (8):

$$A_\Omega(0,\Omega)=\frac{\exp(i\Omega t_0)}{2\pi}\sum_{l=k}^{\infty}\left(\frac{A^{(l)}(0,t_0)}{(-i\Omega)^{l+1}}\right)\approx\frac{\exp(i\Omega t_0)A^{(k)}(0,t_0)}{2\pi(-i\Omega)^{k+1}} \quad (11)$$

с аналогичными последствиями, но теперь уже не для распространения скачков самой временной зависимости сигнала в вакуумной скоростью света c, а для распространения «скачков» его огибающей, (возможно) плавных в масштабе осцилляций несущей, но быстрых в масштабе общей длительности сигнала [7]. Скачки огибающей распространяются с «нерезонансной» фазовой скоростью c/n_0, где n_0 – «фоновое» значение показателя преломления среды [7]. Любопытно, что скачки комплексной огибающей сигнала (в отличие от скачков самой вещественной временной зависимости сигнала) могут быть комплексными, причем старшие (соответствующие рангу огибающей сигнала) скачки огибающей (как и скачки временной зависимости) распространяются в любой среде без изменения своей (теперь уже комплексной) величины. При этом скачок фазы фазоманипулированного сигнала постоянной амплитуды воспринимается сигналом как «полноценный» скачок его комплексной огибающей, что в диспергирующей среде приводит к превращению фазоманипулированного сигнала с постоянной вещественной амплитудой в «зубообразный» сигнал с резким изменением вещественной амплитуды в точках смены фазы [7].

В случае узкополосного кусочно-голоморфного сигнала для асимптотики спектра временной зависимости кусочно-голоморфного сигнала из (11) и последней из формул (1) следует:

$$E_\omega(0,\omega)=\frac{\exp(i(\omega-\omega_c)t_0)}{2\pi}\sum_{l=k}^{\infty}\left(\frac{A^{(l)}(0,t_0)}{(-i(\omega-\omega_c))^{l+1}}\right)+ \\ +\frac{\exp(i(\omega+\omega_c)t_0)}{2\pi}\sum_{l=k}^{\infty}\left(\frac{A^{(l)*}(0,t_0)}{(i(\omega+\omega_c))^{l+1}}\right). \tag{12}$$

Разумеется, соотношение (8) является асимптотической формой соотношения (12) при $\omega >> \omega_c$. С помощью (12) можно выяснить, при каких частотах можно, а при каких нельзя пренебрегать взаимным влиянием положительно- и отрицательно-частотных частей спектра узкополосного кусочно-голоморфного сигнала. Потребовав, чтобы в (12) отношение модулей положительно- и отрицательно-частотной частей спектра сигнала было не менее некоторого числа $q > 1$ и оставив в (12) только старшие члены асимптотик, нетрудно проверить, что для этого должно выполняться условие $\omega_{bl} < \omega < \omega_{bu}$, где $\omega_{bu} = \omega_c \left[(q^{\frac{1}{k+1}} + 1) \Big/ (q^{\frac{1}{k+1}} - 1) \right]$, $\omega_{bl} = \omega_c \left[(q^{\frac{1}{k+1}} - 1) \Big/ (q^{\frac{1}{k+1}} + 1) \right]$. При любом конечном значении параметров $q > 1$ и k частоты $\omega_{bu} > \omega_c$ и $\omega_{bl} < \omega_c$ конечны. Так, например, при $q = 2$ и $k = 0$ (разрыв огибающей) $\omega_{bu} = 3\omega_c$ $\omega_{bl} = \omega_c / 3$. Это означает, что при $\omega > 3\omega_c$ или $0 < \omega < \omega_c / 3$ отрицательно-частотная часть спектра составляет более 50% от положительно-частотной и пренебрегать ей нельзя. Это существенно, потому что при распространении в поглощающей среде обычно «выжигается» центральная часть спектра сигнала и перенос энергии осуществляется именно «дальнодействующей», высокочастотной частью спектра. Поэтому при расчете энергии предвестников [3] и приходится пользоваться не формулой (7), а формулой (6).

С другой стороны, при любом конечном значении параметров $q > 1$ и неограниченном росте ранга сигнала ($k \to \infty$) имеем $\omega_{bu} \to \omega_c \, 2(k+1)/\ln q \to \infty$ и $\omega_{bl} \to \omega_c \ln q / 2(k+1) \to 0$. Рассматривая голоморфные сигналы как предельный случай кусочно-голоморфных сигналов конечного ранга при стремлении этого ранга к бесконечности ($k \to \infty$), можно заключить, что для узкополосных голоморфных сигналов «развязка» положительно- и отрицательно-частотной части спектра «абсолютна» в том смысле, что соотношение (5) справедливо при любой частоте и формулу (7) можно применять при любой протяженности трассы, то есть ограничиться положительно-частотной частью спектра сигнала (по существу, это и есть «приближение узкополосности сигнала»).

Поскольку в процессе распространения сигнала происходит деформация его амплитудно-частотного спектра (постепенно «выжигаются» его назкочастотные компоненты), становится ясно, что при распространении кусочно-голоморфного сигнала сначала (пока сигнал еще может считаться узкополосным) от сигнала остается узкополосный «предвестник огибающей» [7], а затем (при переходе спектра сигнала в высокочастотную область) остается широкополосный «предвестник сигнала» [6]. Для голоморфного сигнала (не имеющего «долгоиграющей» асимптотики спектра) ничего подобного (в том числе и возникновения предвестников как таковых) не происходит [5].

Как видно из (7), спектр кусочно-голоморфных сигналов с начальной точкой при $\omega \to \infty$ уменьшается по гиперболическому закону – $E_{\omega}(z,\omega) \sim \omega^{-(k+1)}$, где k – ранг сигнала. Спектр же голоморфного сигнала (по определению не имеющего разрывов производных огибающей любого порядка) с удалением от частоты несущей затухает существенно быстрее – по крайней мере быстрее, чем $\sim \omega^{-(k+1)}$, где k – любое сколь угодно большое целое число. Действительно, наличие в асимптотике спектра огибающей сигнала члена $\sim \omega^{-(k+1)}$ в соответствии с (7) означало бы разрыв производной порядка k огибающей сигнала, что для голоморфного сигнала невозможно по определению при любом k (ограниченная на вещественной оси аналитическая функция непрерывно дифференцируема любое количество раз в любой точке вещественной оси). К сожалению, это определение имеет «негативный» характер – ничего более конкретного о характере убывания спектра произвольного голоморфного сигнала сказать не удается (см. [9, стр. 155]).

2. Сравнение свойств голоморфных и кусочно- голоморфных сигналов

Займемся теперь прямым сравнением свойств голоморфных и кусочно-голоморфных сигналов.

2.1. Предвестники.

Для любого кусочно-голоморфного сигнала с начальной точкой t_0 из (7) и (8) следует, что в произвольной точке трассы z $E(z,t) = 0$ при $t < t_0 + z/c$, $E(z,t) \to \left(E^{(k)}(0,t_0)/k!\right)(t-(t_0+z/c))^k$ при $t \to t_0 + z/c + 0$. Это означает, что любой кусочно-голоморфный сигнал с начальной точкой имеет предвестник [10-19] – распространяющийся в любой среде в точности с вакуумной скоростью света без изменения своей величины стартовый скачок временной зависимости сигнала или ее производной. Поскольку скачок временной зависимости сигнала или его производной не способен (в отличие от улыбки Чеширского Кота) существовать без самого сигнала, за этим скачком следует более или менее протяженный «хвост», постепенно сокращающийся [6,7] с ростом протяженности трассы z. Этот объект (скачок + хвост) обычно и называется предвестником сигнала [10-19]. Ясно, что любой кусочно-голоморфный сигнал имеет ровно столько же предвестников, сколько имеется точек нарушения голоморфности сигнала в точке старта.

Голоморфные же сигналы не имеют ни точек нарушения голоморфности, ни, соответственно, чего-либо, напоминающего предвестники самого сигнала либо его огибающей – непосредственно это обстоятельство проверено, например, в [5].

2.2. Затухание в поглощающей среде.

Медленное (в сравнении с голоморфными сигналами) снижение спектра кусочно-голоморфных сигналов с ростом частоты приводит к качественному различию в характере поглощения голоморфных и кусочно-голоморфных сигналов в поглощающей среде [3]. Если голоморфные сигналы затухают по экспоненциальному закону и потому при достаточной протяженности трассы практически исчезают, то кусочно-голоморфные сигналы затухают существенно медленнее – по гиперболическому закону и потому даже при значительной протяженности трассы продолжают существовать. Это связано с тем, что высокочастотная часть спектра кусочно-голоморфного сигнала неизбежно оказывается в области слабого поглощения среды.

Альтернативная точка зрения на тот же самый эффект заключается в том, что амплитуда предвестников (являющихся «временным» представлением высокочастотной части спектра и неизбежным атрибутом любого кусочно-голоморфного сигнала) даже в поглощающей среде снижается крайне медленно (по гиперболическому закону) или не снижается вовсе (для сигналов нулевого ранга). Поэтому при достаточной протяженности трассы в поглощающей среде голоморфные сигналы практически исчезают, а от кусочно-голоморфных остаются слабые и короткие, но практически не затухающие предвестники [4].

2.3. Распространение в усиливающей среде.

Рассмотрим распространение узкополосного кусочно-голоморфного сигнала ранга 0 с частотой несущей ω_c и спектральной полушириной $\Delta\omega_c$ в термодинамически неравновесной (усиливающей) среде с полосой усиления $(\omega_m - \Delta\omega_m, \omega_m + \Delta\omega_m)$ и коэффициентом усиления по интенсивности $|F|^2_{\max}$. Если для конкретности говорить о космических мазерах [20-23], то в качестве типичных значений можно принять $\omega_m = 10$ ГГц ($\lambda_m = 18{,}8$ см), $\Delta\omega_m = 0.5$ МГц, $|F|^2_{\max} = 10^{13}$. Поскольку спектр кусочно-голоморфного сигнала с удалением от несущей частоты снижается по «медленному» гиперболическому закону, часть его энергии попадает в полосу усиления мазера и сигнал усиливается даже в том случае, когда его несущая частота существенно меньше частоты мазера и не попадает в полосу усиления мазера. Предполагая, что разность между частотой несущей сигнала и центральной частотой полосы усиления мазера велика в сравнении с шириной полосы усиления мазера и шириной спектра сигнала, для коэффициента усиления сигнала по максимальной мгновенной интенсивности нетрудно получить грубую (по порядку величины) оценку:

$$K_{\mathrm{int\,max}} \approx 10\left(\Delta\omega_m/\omega_m\right)^2 \left(|F|^2_{\max} \Big/ \ln(|F|^2_{\max})\right), \qquad (13)$$

где ω_m и $\Delta\omega_m$ – частота и ширина линии усиления мазера, $|F|^2_{\max}$ – максимальное значение коэффициента усиления мазера по интенсивности. Для типичного мазера оценка (13) дает примерно 10^4, то есть около 40 Дб. Это означает, что кусочно-голоморфный сигнал километрового (например) диапазона усиливается в тысячи раз и практически «переходит» в сантиметровый диапазон.

Разумеется, усиленные сигналы в этом случае совершенно не походят на «исходные» – они испытывают сильную «нормализацию» (их временная зависимость становится близка к гауссовой) и их свойства практически не зависят от параметров исходного сигнала (разумеется, за исключением его мощности). Причина состоит в большой оптической толщине слоя и практически постоянном спектре кусочно-голоморфного сигнала в пределах полосы усиления мазера.

Ясно, что для голоморфных сигналов с их «короткодействующим» спектром ничего подобного не происходит – если их спектр не попадает в полосу усиления мазера, то они просто распространяются без особого поглощения или усиления (со сверхсветовой скоростью, разумеется [24-40]).

2.4. Приближение узкополосного сигнала.

В п. 1 показано, что характерная для узкополосных сигналов независимость положительно-частотной и отрицательно-частотной частей спектра «абсолютна» для голоморфных сигналов «относительна» для кусочно-голоморфных. Это означает, что для узкополосного голоморфного сигнала соотношение (5) выполняется при любой частоте (за исключением нулевой), а для узкополосного кусочно-голоморфного сигнала – лишь в некоторой ограниченной частотной полосе вблизи частоты несущей.

Другими словами, при $\omega >> \omega_c$ положительно- и отрицательно-частотная части спектра кусочно-голоморфного сигнала одинаковы по амплитуде – в правой части равенства $E_\omega(z,\omega) = A_\Omega(z,\omega-\omega_c) + \left(A_\Omega(z,-(\omega+\omega_c))\right)^*$ (см. выше) оба слагаемых примерно одинаковы по величине. Это приводит к тому, например [3], что коэффициент поглощения кусочно-голоморфного сигнала со стартовой временной зависимостью $E(0,t) = \begin{cases} t^n \exp\left(-\beta t^2\right)\cos(\omega_0 t + \varphi), t \geq 0 \\ 0, t < 0 \end{cases}$ существенно зависит от стартовой фазы φ в отличие, например, от коэффициента поглощения голоморфного сигнала $E(0,t) = t^n \exp\left(-\beta t^2\right)\cos\left(\omega_0 t + \varphi\right)$. Очевидно, этот факт связан с упомянутой в п. 1 зависимостью ранга узкополосного кусочно-голоморфного сигнала от фазы его низкочастотной огибающей.

2.5. Групповая скорость.

В [4] показано, что приближение групповой скорости (оно же – приближение группового времени задержки) является асимптотически точным при неограниченном росте длительности сигнала и одновременном соответствующем росте протяженности трассы. Это связано с тем, что при увеличении стартовой продолжительности сигнала в n раз протяженность области применимости этого приближения возрастает в n^2 раз, что при $n \to \infty$ обеспечивает достижение сколь угодно большого относительного (по отношению к длительности сигнала) времени групповой задержки без выхода из области применимости приближения групповой задержки. Существенно, что этим замечательным свойством обладает только приближение комплексной групповой скорости [4] (с одновременным равноправным учетом дисперсии преломления и поглощения), но не обладает приближение вещественной групповой скорости [1]. В связи с этим возникает вопрос – что делать с разрывными сигналами и как их «продолжать на комплексную плоскость» в соответствии с комплексным временем их задержки в приближении комплексного времени групповой задержки?

Ответ оказывается очень простым – приближение групповой скорости вообще применимо только для голоморфных сигналов, огибающая которых является аналитической функцией и без проблем продолжается на комплексную плоскость. Кусочно-голоморфные же сигналы имеют точки нарушения голоморфности, которые порождают предвестники, всегда перемещающиеся в любой среде в точности с вакуумной скоростью света, обычно не совпадающей с групповой скоростью. Поэтому кусочно-голоморфные сигналы никогда (ни при какой продолжительности) не распространяются как единое целое с какой-либо групповой скоростью – предвестники перемещаются с вакуумной скоростью света, а «остальное» – с групповой скоростью. Понять это очень легко на примере импульса с П-образной огибающей – никакое «растягивание» этого сигнала не может сделать его начальный и конечный скачок «более пологим» и потому «подходящим» для приближения групповой скорости.

Разумеется, любой кусочно-голоморфный сигнал, на старте тождественно равный нулю вне некоторого интервала времен на вещественной оси и совпадающий с некоторой аналитической функцией на этом интервале, можно рассматривать как суперпозицию соответствующего голоморфного сигнала («основной сигнал») и двух кусочно-голоморфных сигналов – «начала сигнала» (кусочно-голоморфный сигнал с конечной точкой) и «хвоста сигнала» (кусочно-голоморфный сигнал с начальной точкой). При этом «основной сигнал» распространяется с групповой скоростью (которая может быть комплексной, меньше или больше световой, отрицательной и т.д. [24-40]) в «рамке» из двух точек нарушения голоморфности (головной и хвостовой предвестники), перемещающейся в точности с вакуумной скоростью света. В случае сверхсветовой групповой скорости при этом происходит «разрушение» головной части сигнала, «упирающейся» в головной предвестник и «регенерация» его непереданной хвостовой части, «убегающей» от хвостового предвестника [4]. В случае досветовой групповой скорости происходит, напротив, «затирание» хвостовой части сигнала догоняющим ее хвостовым предвестником и «восстановление» непереданной головной части сигнала, отстающей от головного предвестника [41]. Существенно, что при достаточной протяженности трассы «основной» (голоморфный) сигнал неизбежно исчезает в результате поглощения и от сигнала остаются два предвестника, даже если в стартовой точке «начало сигнала» и «хвост сигнала» и были пренебрежимо слабы в сравнении с «основным» сигналом.

2.6. Передача информации.

Голоморфный сигнал не способен переносить информацию в принципе. Действительно, по теореме о единственности аналитической функции [42] ни одна аналитическая функция (кроме тождественного нуля) не может быть равна нулю ни на одном конечном отрезке вещественной оси. Поэтому любой голоморфный сигнал начинается в момент времени $t=-\infty$ и заканчивается в момент времени $t=+\infty$. В результате оказывается, что «решение о передаче голоморфного сигнала» в точке передачи должно быть принято в момент времени $t=-\infty$, чего ни одно разумное существо (не «божественной природы»), очевидно, сделать не в состоянии. Кроме того, каково бы ни было расстояние между точкой передачи и точкой приема сигнала, в этой точке приема в любой момент времени (кроме $t=-\infty$) уже принята бесконечная часть переданного сигнала и прием оставшейся части сигнала (по той же теореме о единственности аналитического продолжения) просто не нужен – в принципе оставшаяся часть сигнала может быть восстановлена по уже принятой части в соответствии с принципом аналитического продолжения (или, что то же самое – банальной экстраполяцией).

Получается, что сознательная передача голоморфного сигнала невозможна (во-первых) и не нужна (во-вторых). Действительно, полная информация, то есть информация о прошлом, настоящем и будущем однажды переданного голоморфного сигнала в принципе уже доступна в любой точке пространства и в любой момент времени[2]. В некотором смысле голоморфные сигналы вообще не распространяются – любой существующий в нашей Вселенной голоморфный сигнал уже есть в полном объеме в любой точке мирового пространства и в любой момент времени. Это обстоятельство, кстати, и «оправдывает» сверхсветовую или отрицательную групповую скорость голоморфного сигнала – групповая скорость (в том числе и сверхсветовая)

[2] Про любой голоморфный сигнал можно абсолютно буквально (не метафорически) сказать «Все, что было, есть и будет – уже есть».

вообще есть только у голоморфных сигналов, которые вообще не переносят информацию, что снимает противоречие между сверхсветовыми групповыми скоростями и принципом предельности вакуумной скорости света для передачи информации.

Очевидно, передача информации возможна только с помощью кусочно-голоморфных сигналов с начальной точкой, характеристики которых в принципе невозможно предугадать до момента прихода (с вакуумной скоростью света) стартового предвестника в точку приема.

Сказанное не следует рассматривать как попытку «дискредитации» аналоговой связи, практическое значение которой общеизвестно. Речь идет лишь о принципиальной стороне вопроса и законах физики. Скорость света была предельной скоростью распространения информации даже при Александре Македонском, несмотря на то, что вся практически важная информация в те времена передавалась со скоростью конного гонца.

2.7. Неантропогенный характер голоморфных и антропогенный характер кусочно-голоморфных сигналов.

Голоморфные и кусочно-голоморфные сигналы качественно отличаются не только по своим свойствам, но и по происхождению. Как уже говорилось выше, голоморфный сигнал не может иметь ни начала, ни конца и любой его конечный фрагмент содержит полную информацию обо всем сигнале (в этом смысле он похож на голограмму). Поэтому голоморфный сигнал в принципе не может использоваться для передачи информации и в этом смысле сигналом, строго говоря, вообще не является. Такие сигналы можно назвать «природными» или «неантропогенными» – ни один голоморфный сигнал не может быть создан по чьему-то сознательному умыслу просто потому, что «сознательный умысел» в этом случае должен был бы иметь место в момент времени $t = -\infty$. По существу, люди не могут не только создавать, но и изменять голоморфные сигналы[3] – люди могут создавать сколько угодно «своих», кусочно-голоморфных сигналов, которые могут интерферировать с голоморфными, но сами по себе голоморфные сигналы «идут мимо нас из минус бесконечности в плюс бесконечность», являясь неподконтрольной для любых конечных во времени разумных существ стационарной частью окружающей среды.

С другой стороны, любой созданный человеком сигнал, очевидно, имеет точку начала и потому неизбежно является кусочно-голоморфным, причем пропускание кусочно-голоморфного сигнала через любой физически реализуемый фильтр не может изменить его статус с кусочно-голоморфного на голоморфный (см. п. 1). Такие и только такие сигналы можно считать «истинными» сигналами, способными переносить информацию.

Разумеется, временная зависимость кусочно-голоморфного сигнала может очень сильно напоминать временную зависимость некоторого кусочно-голоморфного сигнала с другим рангом или даже голоморфного сигнала, что делает трудной задачу экспериментального выяснения статуса сигнала «по осциллограмме». Тем не менее, статус сигнала (голоморфный или кусочно-голоморфный (+ранг)) является не «ненаблюдаемой», а всего лишь «недокументированной», хотя и вполне реальной его характеристикой. В качестве аналогии можно привести пример марки стали, из которой изготовлен нож. Ее просто так (на глаз) тоже не определить, но она вполне реальна и весьма существенна. Чтобы ее узнать, достаточно либо обратиться к заводской документации (в случае сигнала – внимательно проанализировать реальный механизм его создания), либо просто провести испытание ножа (в случае сигнала – посмотреть, как именно он затухает при большой оптической толщине слоя).

---

[3] Попытка мгновенного выключения голоморфного сигнала не делает его кусочно-голоморфным. Голоморфный сигнал остается «неповрежденным» – просто мы в дополнение к нему создаем еще один «дополнительный» кусочно-голоморфный сигнал. Убедиться в реальном существовании «полного» голоморфного сигнала даже после его «обрезания» можно, вспомнив эффект «регенерации непереданного хвоста» обрезанного голоморфного сигнала [4].

Таким образом, любой антропогенный сигнал является кусочно-голоморфным, а любой голоморфный сигнал является неантропогенным. Открытым остается вопрос о существовании неантропогенных (то есть природного происхождения) кусочно-голоморфных сигналов. Автор считает возможным выдвинуть гипотезу о том, что таких сигналов просто нет, то есть любая система, генерирующая кусочно-голоморфные сигналы, в том или ином смысле является продуктом разумной жизни, обладающей свободой воли (что, в сущности, является обязательным атрибутом разумной жизни независимо от физической природы ее носителя)[4].

Разумеется, практическое использование испытавших сильное затухание (или сильное усиление в случае усиливающей среды) кусочно-голоморфных сигналов, совершенно не похожих на самих себя в точке старта, вряд ли возможно (что давно отмечалось в [2]). Скорее они играют роль «цифрового загрязнения окружающей среды»[5], уровень которого непрерывно нарастает вместе с непрерывным ростом информационного трафика.

[4] С этой точки зрения эксперимент по обнаружению кусочно-голоморфных сигналов вообще можно интерпретировать как «experimentum crucis» по выяснению реального существования в нашем мире свободы воли (или, в случае их отсутствия, напротив, как указание на физическую реальность доктрины предопределения), а эксперимент по обнаружению кусочно-голоморфных сигналов внеземного происхождения – как тест на существование внеземного разума.

[5] Наличие крайне медленно затухающих предвестников у антропогенных кусочно-голоморфных сигналов и их отсутствие у неантропогенных (природных) голоморфных сигналов заставляет вспомнить известную фразу «Книги не горят».

Заключение

Резюмируя, можно заключить, что единственным общим свойством голоморфных и кусочно-голоморфных сигналов является использование слова «сигнал» в их названии. Все прочие существенные свойства этих сигналов по меньшей мере сильно отличаются, а обычно – просто являются диаметрально-противоположными.

Существенным и не вполне ясным вопросом является вопрос о реальном существовании или несуществовании кусочно-голоморфных сигналов. Как отмечено в [4], попытка ответить на этот вопрос приводит к заведомо неприемлемому выбору между философским волюнтаризмом (это очень плохо) и философским провиденциализмом (это еще хуже). Автор склоняется к первому варианту и считает возможным отметить, что выбор между этими вариантами в принципе может быть сделан не на основе умозрительных философских рассуждений, а на основе прямого физического эксперимента (см. п. 2.7).

Литература

1. Виноградова М.Б., Руденко О.В., Сухоруков А.П. Теория волн. – 1979.
2. Вайнштейн Л.А. Распространение импульсов //Успехи физических наук. – 1976. – Т. 118. – №. 2. – С. 339-367. https://doi.org/10.3367/UFNr.0118.197602h.0339
3. Бухман Н.С. О поглощении узкополосного сигнала в диспергирующей среде// Известия вузов. Радиофизика. – 2022. – Т. 65. – № 12. – С. 988-1002. https://doi.org/10.1007/s11141-023-10266-8
4. Бухман Н.С. О принципе причинности и сверхсветовых скоростях распространения сигналов //Радиотехника и электроника. – 2021. – Т. 66. – №. 3. – С. 209-225. https://doi.org/10.31857/S0033849421030049
5. Бухман Н.С., Куликова А.В. О влиянии дисперсии поглощения на временную зависимость голономного узкополосного сигнала вдали от точки излучения //журнал радиоэлектроники. – 2023. – №. 2. https://doi.org/10.30898/1684-1719.2023.2.5

6. Бухман Н.С. Об искажении переднего фронта сигнала без несущей //Радиотехника и электроника. – 2016. – Т. 61. – №. 12. – С. 1148-1158. https://doi.org/10.7868/S0033849416120056
7. Бухман Н.С. Об искажении переднего фронта квазимонохроматического сигнала в резонансно-поглощающей среде //Радиотехника и электроника. – 2019. – Т. 64. – №. 3. – С. 231-245. https://doi.org/10.1134/S0033849419030045
8. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. – Гостехиздат, 1957.
9. Федорюк М.В. Асимптотика: интегралы и ряды. – 1987.
10. Macke B., Ségard B. Optical precursors with self-induced transparency //Physical Review A–Atomic, Molecular, and Optical Physics. – 2010. – Т. 81. – №. 1. – С. 015803.
11. Macke B., Ségard B. Optical precursors in transparent media //Physical Review A–Atomic, Molecular, and Optical Physics. – 2009. – Т. 80. – №. 1. – С. 011803.
12. Boyd and R.W., Gauthier D.J. « Slow"and» fasf'light // Progress in Optics. – 2002. – V. 43. – P. 497.
13. Macke B., Ségard B. Simple asymptotic forms for Sommerfeld and Brillouin precursors //Physical Review A–Atomic, Molecular, and Optical Physics. – 2012. – Т. 86. – №. 1. – С. 013837. https://doi.org/10.1103/PhysRevA.86.013837
14. Sommerfeld A. Über die Fortpflanzung des Lichtes in dispergierenden Medien //Annalen der Physik. – 1914. – Т. 349. – №. 10. – С. 177-202.
15. Brillouin L. Über die Fortpflanzung des Lichtes in dispergierenden Medien //Annalen der Physik. – 1914. – Т. 349. – №. 10. – С. 203-240.
16. Aaviksoo J., Kuhl J., Ploog K. Observation of optical precursors at pulse propagation in GaAs //Physical Review A. – 1991. – Т. 44. – №. 9. – С. R5353. https://doi.org/10.1103/PhysRevA.44.R5353
17. Österberg U., Andersson D., Lisak M. On precursor propagation in linear dielectrics //Optics communications. – 2007. – Т. 277. – №. 1. – С. 5-13. https://doi.org/10.1016/j.optcom.2007.04.050

18. Du S. et al. Observation of optical precursors at the biphoton level //Optics letters. – 2008. – Т. 33. – №. 18. – С. 2149-2151. https://doi.org/10.1364/OL.33.002149
19. Macke B., Ségard B. Brillouin precursors in Debye media //Physical Review A. – 2015. – Т. 91. – №. 5. – С. 053814. https://doi.org/10.1103/PhysRevA.91.053814
20. Стрельницкий В.С. Космические мазеры //Успехи физических наук. – 1974. – Т. 113. – №. 7. – С. 463-502. https://doi.org/10.3367/UFNr.0113.197407c.0463
21. Таунс Ч.Х. Космические мазеры и лазеры //Квантовая электроника. – 1997. – Т. 24. – №. 12. – С. 1063-1066.
22. Варшалович Д.А. Мазерный эффект в космосе // Физика космоса: Маленькая энциклопедия / Под ред. Р.А. Сюняева, Ю.Н. Дрожжина-Лабинского, Я.Б. Зельдовича и др.. – 2-е изд. – М.: Советская энциклопедия, 1986. – С. 376–378.
23. Дикинсон Д. Космические мазеры //Успехи физических наук. – 1979. – Т. 128. – №. 6. – С. 345-362.
24. Wang L.J., Kuzmich A., Dogariu A. Gain-assisted superluminal light propagation //Nature. – 2000. – Т. 406. – №. 6793. – С. 277-279. https://doi.org/10.1038/35018520
25. Talukder M. A. I., Amagishi Y., Tomita M. Superluminal to subluminal transition in the pulse propagation in a resonantly absorbing medium //Physical Review Letters. – 2001. – Т. 86. – №. 16. – С. 3546. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.86.3546
26. Dogariu A., Kuzmich A., Wang L.J. Transparent anomalous dispersion and superluminal light-pulse propagation at a negative group velocity //Physical Review A. – 2001. – Т. 63. – №. 5. – С. 053806. https://doi.org/10.1103/PhysRevA.63.053806
27. Акульшин А.М., Чиммино А., Опат Д.И. Отрицательная групповая скорость светового импульса в парах цезия //Квантовая электроника. – 2002. – Т. 32. – №. 7. – С. 567-569. https://doi.org/10.1070/QE2002v032n07ABEH002249
28. Macke B., Ségard B. Propagation of light-pulses at a negative group-velocity //The European Physical Journal D-Atomic, Molecular, Optical and Plasma Physics. – 2003. – Т. 23. – С. 125-141. https://doi.org/10.1140/epjd/e2003-00022-0

29. Akulshin A.M. et al. Pulses of» fast light,» the signal velocity, and giant Kerr nonlinearity //LASER PHYSICS-LAWRENCE-. – 2005. – Т. 15. – №. 9. – С. 1252.
30. Золотовский И.О., Семенцов Д.И. Скорость максимума огибающей частотно-модулированного гауссова импульса в усиливающей нелинейной среде //Оптика и спектроскопия. – 2005. – Т. 99. – №. 1. – С. 89-92.
31. Золотовский И.О., Семенцов Д.И. Скорость огибающей импульса в туннельно-связанных оптических волноводах с сильно различающимися параметрами //Оптика и спектроскопия. – 2006. – Т. 101. – №. 1. – С. 120-123. https://doi.org/10.1134/S0030400X06070204
32. Macke B., Ségard B. From fast to slow light in a resonantly driven absorbing medium //Physical Review A–Atomic, Molecular, and Optical Physics. – 2010. – Т. 82. – №. 2. – С. 023816. https://doi.org/10.1103/PhysRevA.82.023816
33. Akulshin A.M., McLean R.J. Fast light in atomic media //Journal of Optics. – 2010. – Т. 12. – №. 10. – С. 104001. https://doi.org/10.1088/2040-8978/12/10/104001
34. Малыкин Г.Б., Романец Е.А. Сверхсветовые движения (обзор) //Оптика и спектроскопия. – 2012. – Т. 112. – №. 6. – С. 993-993. https://doi.org/10.1134/S0030400X12040145
35. Золотовский И.О., Минвалиев Р.Н., Семенцов Д.И. Динамика частотно-модулированных волновых пакетов в световодах с комплексными материальными параметрами //Успехи физических наук. – 2013. – Т. 183. – №. 12. – С. 1353-1365. https://doi.org/10.3367/UFNr.0183.201312e.1353
36. Macke B., Ségard B. Simultaneous slow and fast light involving the Faraday effect //Physical Review A. – 2016. – Т. 94. – №. 4. – С. 043801. https://doi.org/10.1103/PhysRevA.94.043801
37. Ravelo B. Investigation on microwave negative group delay circuit //Electromagnetics. – 2011. – Т. 31. – №. 8. – С. 537-549. https://doi.org/10.1080/02726343.2011.621106
38. Macke B., Ségard B. // Opt. Commun. 2008. V. 281. № 1. P. 12-17. https://doi.org/10.1016/j.optcom.2007.09.007

39. Tanaka H. et al. Propagation of optical pulses in a resonantly absorbing medium: Observation of negative velocity in Rb vapor //Physical Review A. – 2003. – Т. 68. – №. 5. – С. 053801. https://doi.org/10.1103/PhysRevA.68.053801
40. Macke B., Ségard B. On-resonance material fast light //Physical Review A. – 2018. – Т. 97. – №. 6. – С. 063830. https://doi.org/10.1103/PhysRevA.80.011803
41. Бухман Н.С. О скорости распространения частотно-модулированного волнового пакета в диспергирующей поглощающей среде //Оптика и спектроскопия. – 2004. – Т. 97. – №. 1. – С. 123-130. https://doi.org/10.1134/1.1781291
42. Смирнов В.И. Курс высшей математики. Том 3, часть 2. – Рипол Классик, 1961.

Для цитирования:

Бухман Н.С. О голоморфных и кусочно-голоморфных сигналах. // Журнал радиоэлектроники. – 2025 – № 3. https://doi.org/10.30898/1684-1719.2025.3.2