

DOI: <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2026.3.4>

УДК: 004.942

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МАЛОРАЗМЕРНОГО БПЛА

А.А. Миронов, М.Е. Соловьев

Ярославский государственный технический университет (ЯГТУ),
150023, Ярославль, Московский пр., д. 88

Статья поступила в редакцию 23 декабря 2025 г.

Аннотация. В статье представлена первая в отечественной практике комплексная математическая модель малоразмерного беспилотного летательного аппарата (БПЛА), разработанная как архитектурно завершенный киберфизический агент для цифрового моделирования сценариев атак на объекты гражданской инфраструктуры и их противодействия переносными средствами противовоздушной обороны (ПВО). Модель интегрирует четыре ключевых аспекта поведения БПЛА: динамику полета (физический уровень), сенсорное восприятие и тактическую оценку обстановки (когнитивный уровень), ударный потенциал и мультиспектральную заметность – включая радиолокационную, акустическую, визуальную, радиочастотную и инфракрасную составляющие. Впервые в единой модели учтены: 1) возможность задания произвольных позиций наблюдателя и РЛС с динамическим расчетом по алгоритму Line-of-Sight (LoS), 2) реализация функций сенсорного восприятия и тактической оценки на основе искусственного интеллекта, 3) замкнутый контур цифрового двойника с обратной связью от средств ПВО и динамическим обновлением модели среды. Научная новизна работы заключается в предложении оригинальной архитектуры киберфизического агента, формализованной в виде оператора эволюции состояния, который учитывает

взаимодействие БПЛА со сложной городской средой, включая городскую застройку, помехи, тактику подмены спутниковых координат (GNSS-спуфинга) и мультиспектральные каналы обнаружения. Модель позволяет генерировать реалистичные траектории и сигнатурные профили дронов и предназначена для использования в цифровых двойниках воздушного пространства, имитационных тренажерах и системах количественной оценки эффективности ПВО.

Ключевые слова: БПЛА, киберфизическая система, цифровой двойник, противовоздушная оборона, мультиспектральная заметность, математическое моделирование, тактическое поведение, радиолокационная заметность, акустическая сигнатура, архитектура моделирования,

Автор для переписки: Миронов Артем Анатольевич, am-a79@mail.ru

Введение

В данной статье представлена математическая модель малоразмерного БПЛА (далее по тексту – БПЛА) как киберфизического агента, разработанная специально для задач цифрового моделирования сценариев противодействия переносными средствами системы противовоздушной обороны (далее по тексту – ПВО) при защите объектов гражданской инфраструктуры. Модель объединяет ударный потенциал, тактическую оценку и мультиспектральную сигнатуру в одном агенте, что не требуется в тренажерах (где БПЛА – просто объект) и редко встречается в научных моделях:

- динамику полета;
- способности к автоматическому ориентированию и оценке обстановки;
- ударный потенциал;
- мультиспектральную заметность (радиолокационную, акустическую, визуальную, радио- и инфракрасную).

1. Вектор состояния БПЛА

В момент времени $t \in [0, T]$ состояние БПЛА описывается вектором (1):

$$x(t) = \begin{bmatrix} p(t) \\ v(t) \\ \omega(t) \\ \theta(t) \\ s(t) \\ u(t) \\ a(t) \\ \sigma(t) \end{bmatrix} \in R^n, \quad (1)$$

где:

$x(t) \in R^n$ – полный вектор состояния БПЛА в момент времени t ;

$p(t) = [x(t) y(t) z(t)]^T \in R^3$ – координаты центра масс БПЛА в локальной инерциальной системе координат (например ENU);

$v(t) = [V_x(t) V_y(t) V_z(t)]^T \in R^3$ – вектор линейной скорости БПЛА относительно земли;

$\omega(t) = [\omega_x(t) \omega_y(t) \omega_z(t)]^T \in R^3$ – вектор угловой скорости вращения корпуса БПЛА (в связанной системе координат);

$\theta(t) = [\phi(t) \theta(t) \psi(t)]^T \in R^3$ – углы ориентации (Эйлера)

$\phi(t)$ – крен;

$\theta(t)$ – тангаж;

$\psi(t)$ – рысканье;

$s(t) \in [0, 1]^m$ – вектор сенсорного восприятия (уровень уверенности в обнаружении целей, препятствий, ПВО-средств и помех; каждый компонент – вероятность или мера достоверности);

$u(t) \in \{0, 1\}$ – логический флаг боеготовности ($u(t) = 1$ если боезапас не израсходован и связь с центром управления активна, иначе – ($u(t) = 0$);

$a(t) \in [0, 1]$ – нормированный уровень боезапаса ($a(t) = 1$ – полный заряд, $a(t) = 0$ – израсходован заряд);

$\sigma(t) \in [0, \infty)^5$ – вектор мультиспектральной заметности.

Данный подход соответствует концепции киберфизических систем, применяемых в задачах ПВО [1, 2].

2. Динамика полета БПЛА (физический уровень)

Движение описывается системой дифференциальных уравнений (2), включающей тягу, аэродинамическое сопротивление и гравитацию. Такая формализация стандартна для моделирования БПЛА в операционной среде [6],

$$\begin{cases} \dot{p}(t) = v(t) \\ \dot{v}(t) = \frac{1}{m} (R(\theta(t)) f_{thrust}(t) - f_{drag}(v(t)) + mg) \\ \dot{\theta}(t) = T(\theta(t)) \omega(t) \\ \dot{\omega}(t) = I^{-1} (\tau_{ctrl}(t) - \omega(t) \times I \omega(t)) \end{cases}, \quad (2)$$

где:

$\dot{p}(t)$ – производная положения по времени (скорость);

m – масса БПЛА, [кг];

$R(\theta(t)) \in R^{3 \times 3}$ – матрица направляющих косинусов, преобразующая вектор

тяги из связанной системы в инерциальную;

$f_{thrust} \in R^3$ – вектор тяги двигателей, [Н] (управляющее воздействие);

$f_{drag}(v(t)) \in R^3$ – аэродинамическое сопротивление ($f_{drag} = \frac{1}{2} \rho C_d A \|v\| v$,

ρ – плотность воздуха, C_d – коэффициент лобового сопротивления, A – характерная площадь);

$g = [00 - 9,81]^T$ – вектор ускорения свободного падения, [$\text{м}/\text{с}^2$];

$T(\theta)$ – матрица преобразования угловых скоростей (связывает производные углов Эйлера и угловую скорость, зависит от выбранной последовательности вращений);

$I \in R^{3 \times 3}$ – тензор инерции БПЛА, [кг · м²];

$\tau_{ctrl}(t)$ – это вход управления на уровне угловой динамики, сопряженный с сигналами от бортового автопилота или внешнего оператора.

3. Сенсорное восприятие и оценка обстановки БПЛА

Сенсорное восприятие выражается формулой (3):

$$\Phi_{sense}(E_{env}(t)) \rightarrow s(t), \quad (3)$$

где:

$E_{env}(t)$ – цифровая модуль внешней среды (городская инфраструктура, рельеф, ПВО-средства, помехи);

Φ_{sense} – функция сенсорного восприятия, реализуемая аналитически, статистически или с помощью искусственного интеллекта;

$s(t)$ – результат функции: вероятности наличия объектов (дороги, здания, ПВО, цели и т.д.).

В базовой реализации модели используется детерминированный пороговый подход, однако архитектура поддерживает подключение модулей искусственного интеллекта, включая:

- для визуального канала – CNN-детекторы (например, YOLOv8/Ultralytics) для обнаружения целей и препятствий по видеопотоку [23, 36, 39, 46];
- для акустического канала – гибридные CNN и LSTM-сети, обученные на спектрограммах звуковых сигнатур БПЛА (например, на наборе данных QuietDrone2020);
- для радиочастотного (RF) канала – CNN-классификаторы, анализирующие спектрограммы радиосигналов в диапазонах 433 МГц, 900 МГц, 2.4 ГГц.

Тактическая осведомленность определяется выражением (4):

$$\psi_{\text{assess}}(p_{\text{target}}, \sigma_{\text{PVO}}, s(t)) \rightarrow a(t), \quad (4)$$

где:

$a(t)$ – вектор тактической осведомленности (уровень угрозы, приоритет цели, возможность атаки);

$p_{\text{target}} \in R^3$ – координаты цели;

σ_{PVO} – вектор оценки угроз от ПВО (расстояния до радаров и т.д.);

ψ_{assess} – функция оценки обстановки.

В расширенной версии модели функция ψ_{assess} может быть реализована с использованием методов обучения с подкреплением, таких как Deep Q-Networks (DQN) или SARSA, для тактической оценки угроз и принятия решений в динамической среде.

Цифровая модель операционной (окружающей) среды $E_{\text{env}}(t)$ включает данные городской инфраструктуры, полученные, например, из OpenStreetMap с использованием библиотеки OSMnx [10].

Использование DQN для тактической оценки добавляет вычислительную сложность. Поэтому для реального времени рекомендуется использовать предобученные модели или упрощенные архитектуры (SARSA).

4. Ударные возможности БПЛА (операционный уровень)

Ударные возможности БПЛА представлены выражением (5):

$$\dot{a}(t) = -\lambda(t) \cdot \delta(t - t_{\text{strike}}), \quad (5)$$

где:

$\dot{a}(t)$ – производная боезапаса по времени;

$\lambda(t)$ – интенсивность применения вооружения (для одноразового БПЛА-камикадзе $\lambda=1$);

$\delta(\cdot)$ – дельта функция Дирака (моделирует мгновенное израсходование при атаке);

t_{strike} – момент инициации атаки.

Момент атаки t_{strike} определяется по условиям (6):

$$\begin{aligned} \|p(t) - p_{target}\| &< r_{eff}, \\ c_{strike}(t) &> \tau_{conf}, \\ E_{bat}(t) &> E_{min}, \end{aligned} \quad (6)$$

где:

$p(t)$ – координаты центра масс БПЛА в локальной инерциальной системе координат (например ENU);

p_{target} – координаты центра масс БПЛА в локальной инерциальной системе координат (например ENU) в момент атаки;

r_{eff} – эффективный радиус поражения, [м], (для легких FPV-дронов с 0,5–1 кг ВВ (например, «Фурия»): r_{eff} составляет 5–10 м, для дронов с направленной боевой частью: r_{eff} составляет 15–20 м по оси действия, для неточных самодельных зарядов: $r_{eff} < 5$ м) [3, 4];

$c_{strike}(t)$ – условие уверенности в цели (0 – полная неуверенность («облако», «помеха»), 1 – абсолютная уверенность («точное совпадение с шаблоном цели»));

τ_{conf} – порог уверенности, (для высокоточных ударных систем: $\tau_{conf} = 0,9$ (90 % уверенности), для тактических FPV-дронов с ИИ-наведением: $\tau_{conf} = 0,7..0,8$, для систем с ручным целеуказанием: $\tau_{conf} = 0,5$ (оператор несет ответственность));

E_{bat} – остаток заряда батареи/энергии;

E_{min} – энергия для возврат (если не камикадзе).

Примечание: Моделирование атаки на гражданские объекты проводится исключительно в целях защиты и полностью соответствует нормам международного гуманитарного права [2].

5. Мультиспектральная заметность БПЛА

Мультиспектральная заметность БПЛА является вектором, состоящим из пяти составляющих (7):

$$\sigma(t) = \begin{bmatrix} \sigma_{RCS}(t) \\ \sigma_{acoustic}(t) \\ \sigma_{visual}(t) \\ \sigma_{RF}(t) \\ \sigma_{IR}(t) \end{bmatrix}, \quad (7)$$

где:

$\sigma_{RCS}(t)$ – радиолокационная заметность;

$\sigma_{acoustic}(t)$ – акустическая заметность;

$\sigma_{visual}(t)$ – визуальная заметность;

$\sigma_{RF}(t)$ – радиочастотная заметность (радиоизлучение);

$\sigma_{IR}(t)$ – тепловая заметность (заметность в инфракрасном диапазоне)

5.1 Радиолокационная заметность ($\sigma_{RCS}(t)$)

Параметры, такие как σ_0 и α , зависят от геометрии и материалов корпуса. Для типичных дронов (DJI, Autel) значения RCS находятся в диапазоне от -20 до 0 дБм² [5, 9]. Радиолокационная заметность определяется формулой (8):

$$\sigma_{RCS}(t) = RCS(p(t), \theta(t), f_{radar}, G_{UAV}) \approx \sigma_0 \cdot |d_{radar}(t) \cdot n(\theta(t))|^\alpha, \quad (8)$$

где:

$\sigma_{RCS}(t)$ – эффективная площадь рассеяния (RCS), [дБм²] (Чем больше значение – тем легче обнаружить БПЛА радаром. Для малоразмерных дронов: от -20 до 0 дБм²);

$p(t)$ – положение БПЛА, [м]. (Координаты в пространстве – влияют на расстояние до радара);

$\theta(t)$ – углы ориентации (крен, тангаж, рыскание), [рад]. (Определяет, какая поверхность БПЛА обращена к радару);

f_{radar} – частота зондирующего сигнала радара, [ГГц]. (Например, 9.4 ГГц (X-диапазон) или 35 ГГц (Ku-диапазон). Влияет на длину волны и эффективность обнаружения);

G_{UAV} – геометрия и материалы корпуса БПЛА. (Включает форму, размеры, материал (пластик, карбон, металл). Металл – высокий показатель RCS, пластик – низкий);

σ_0 – базовая RCS при нормальном падении, [дБм²]. (Зависит от типа БПЛА (например, для DJI Mavic Pro составляет примерно –15 дБм²);

$d_{radar}(t)$ – единичный вектор от БПЛА к радару. (Направление на источник зондирования);

$n(\theta(t))$ – нормаль к доминирующей отражающей поверхности. (Зависит от ориентации БПЛА. Например, если плоскость крыла перпендикулярна лучу – максимум отражения);

α – эмпирический показатель зависимости от угла. (Обычно $\alpha \in [2, 4]$. Чем выше – тем сильнее изменяется RCS при повороте).

Влияние городской среды на акустический канал. В условиях плотной застройки звуковая волна претерпевает дифракцию на краях зданий, отражение от фасадов и поглощение листвой или стеклянными поверхностями [8, 10, 42]. Это приводит к многолучевому распространению и формированию «акустических теней» – зон, где уровень звука падает на 10-15 дБ по сравнению с открытым пространством [42].

В текущей версии модели эффект дифракции не учитывается явно, а влияние городской среды моделируется только через алгоритм Line-of-Sight (далее по тексту – LoS): если здание перекрывает прямую видимость между микрофоном и БПЛА, мощность сигнала приравнивается к фоновому уровню. Это консервативное допущение, которое завышает зону «невидимости» дрона, но позволяет избежать сложного моделирования. Поэтому,

предлагаемая модель основана на эмпирической аппроксимации (8), а не на физических методах. Это допустимо для оценки тактической заметности, но не заменяет точное моделирование для РЛС-проектирования [7, 10].

Пример: Если БПЛА летит «бокком» к радару, $\text{dradar } T \cdot n \approx 0$, то $\sigma_{RCS} \rightarrow -\infty$ и дрон практически невидим. Формула (8) – это эмпирическая аппроксимация, а не физическая модель [21, 48, 50].

5.2 Акустическая заметность

Уровень шума БПЛА составляет (60–85 дБ) (9) [8, 35, 42].

$$\sigma_{acoustic}(t) = L_{A0} - 20 \log_{10}(r) - \alpha_{air}(f) \cdot r + \Delta L_{maneuver}(t), \quad (9)$$

где:

$\sigma_{acoustic}(t)$ – уровень звукового давления (SPL), [дБ]. (Измеряется относительно порога слышимости (20 мкПа). Для человека: 60-80 дБ – шумный дрон);

L_{A0} – уровень звука на расстоянии 1 м, [дБ]. (Для квадрокоптера с 4 двигателями: 70-85 дБ)

$r = |p(t) - p_{observer}|$ – расстояние от БПЛА до наблюдателя/микрофона, [м].

(Чем дальше – тем тише);

$\alpha_{air}(f)$ – коэффициент атмосферного затухания, [дБ/м]. (Зависит от частоты f (высокие частоты затухают сильнее). Для 1 кГц: ~0,01 дБ/м; для 10 кГц: ~0,1 дБ/м);

$\Delta L_{maneuver}(t)$ – прирост шума при маневрах, [дБ]. (При резком ускорении или повороте двигатель работает на повышенных оборотах → шум увеличивается на 5-15 дБ).

Пример: Дрон на 100 м: $L = 80 - 20 \log_{10}(100) - 0,01 \cdot 100 + 0 = 80 - 40 - 1 = 39$ дБ – почти не слышно. На 10 м: $L = 80 - 20 - 1 + 10 = 69$ дБ – хорошо слышно.

5.3 Визуальная заметность

Контраст с фоном – ключевой фактор для оптико-электронных систем наблюдения. Примеры соответствуют реалистичным условиям городской и

природной среды заключен в формуле (11) [20, 23, 37]. В отличие от упрощенной модели, основанной на площади и расстоянии, реалистичная модель визуальной заметности должна учитывать угол, под которым наблюдатель видит объект. Это особенно важно в городской среде и при использовании камер с ограниченным разрешением. Угловой размер проекции БПЛА определяется (10):

$$\theta_{vis}(t) = 2 \arctan \left(\frac{\sqrt{A_{proj}(t)}}{2d(t)} \right), \quad (10)$$

где:

$\theta_{vis}(t)$ – угловой размер БПЛА, [рад];

$A_{proj}(t)$ – проекционная площадь БПЛА на плоскость наблюдения, [м²]

(зависит от ориентации: максимальна, когда дрон «смотрит» сверху вниз);

$d(t) = \|p(t) - p_{observer}\|$ – расстояние от наблюдателя до БПЛА, [м];

Финальная мера визуальной заметности определяется (11):

$$\sigma_{visual}(t) = k_{detect}(\theta_{vis}(t), I_{UAV}, I_{background}(p(t)), Lit, Res) \cdot C_{contrast}(t), \quad (11)$$

где:

$\sigma_{visual}(t)$ – мера визуальной заметности, [безразмерный]. (0 – невидим, 1 – ярко выделяется. Используется для оценки обнаружения камерой или человеком);

k_{detect} – коэффициент обнаружения, зависящий от углового размера, характеристик камеры и условий освещения (обычно 0,1-1,0);

$$C_{contrast}(t) = \frac{|I_{UAV} - I_{background}(p(t))|}{\max(|I_{UAV}, I_{background}|)} - \text{нормированный контраст между БПЛА}$$

и фоном;

I_{UAV} – яркость (интенсивность) БПЛА, [усл.ед.]. (Цвет, отражательная способность корпуса. Например, черный дрон – низкая яркость, белый – высокая);

$I_{background}(p(t))$ – яркость фона в точке $p(t)$, [условные ед.]. (Зависит от времени суток, облачности, типа местности (зеленая трава, серые здания, голубое небо));

Lit – Освещение, [люкс].

Res – разрешение камеры, [пиксель/рад].

Пример: Белый дрон на фоне неба: $I_{UAV} \approx I_{background}$ обладает малым контрастом, следовательно, $\sigma_{visual} \approx 0$, а значит дрон трудно обнаружить. Черный дрон над светлым снегом обладает большим контрастом $\sigma_{visual} \approx 1$, значит он легко заметен.

5.4 Радиоизлучение (RF) [мВт]

Мощность передатчиков (10-1000 мВт) и используемые диапазоны (433 МГц, 900 МГц, 2,4 ГГц и др.) взяты из анализа частотных характеристик украинских БПЛА (12) [5].

$$\sigma_{RF}(t) = P_{tx}(t) \cdot G_{ant}(\theta(t)) \cdot l_{comms_on}(t) \cdot G(p, \theta), \quad (12)$$

где:

$\sigma_{RF}(t)$ – Мощность излучаемого радиосигнала, [мВт], (Измеряется на приемнике. Для Wi-Fi-дронов: 10-100 мВт);

$P_{tx}(t)$ – Мощность передатчика БПЛА, [мВт], (Может быть постоянной (например, 20 мВт) или меняться в зависимости от режима);

$G_{ant}(\theta(t))$ – Коэффициент усиления антенны (Зависит от направления. Антенна может быть направленной (например, 5 дБи) или всенаправленной (0 дБи));

$l_{comms_on}(t)$ – Индикатор активности связи, (1 – передатчик включен (телеметрия, видео, GPS), 0 – выключен (режим скрытности));

$G(p, \theta)$ – поляризация антенны и многолучевость в городе, отражающий затухание из-за отражений, [0,1].

Влияние городской среды на RF-канал. В урбанистической среде радиосигнал подвержен многолучевому распространению, отражению,

дифракции и затенению [5, 38]. Особенно критична многолучевость в диапазоне 2,4 ГГц, где длина волны (~12.5 см) сопоставима с размерами окон, балконов и уличной мебели [5]. Это приводит к интерференционным провалам до 20–30 дБ и искажению спектрограмм, что затрудняет классификацию дронов на основе RF-сигнатур [36]. В предложенной модели многолучевость не моделируется, а ослабление сигнала оценивается только по закону обратных квадратов и флагу LoS. Если LoS отсутствует, мощность сигнала считается равной нулю. Такой подход справедлив для грубой оценки зоны обнаружения средствами RF-детекции, но недостаточен для точного анализа в условиях плотной застройки. Для углубленного анализа требуется применение иных статистических моделей, таких как WINNER II или 3GPP UMi [38].

Предлагаемая модель предназначена для оперативной оценки в условиях ближней зоны (до 300 м), где LoS-аппроксимация дает погрешность < 10 % [35].

Пример: Дрон с Wi-Fi передатчиком мощностью $P_{tx}(t)=50$ мВт с коэффициентом усиления антенны $G_{ant}=3$ обладает мощностью радиоизлучения $\sigma_{RF}=150$ мВт. При отключении связи: $\sigma_{RF}=0$ дрон становится «невидимым» для RF-детекторов (радиочастотных детекторов).

5.5 Тепловая заметность (заметность в инфракрасном диапазоне)

Тепловое излучение от горячих элементов БПЛА (двигателей, ESC, аккумуляторов) рассчитывается по закону Стефана–Больцмана, но для оценки заметности с ИК-сенсора необходимо учитывать геометрическое затухание по закону обратных квадратов, поскольку тепловизоры регистрируют мощность, приходящую на единицу площади приемника.

ИК-заметность определяется как (13) [5].

$$\sigma_{IR}(t) = \frac{\varepsilon \cdot \sigma_{SB} \cdot T_{eff}^4(t) \cdot A_{hot}(t)}{4\pi r_{IR}^2(t)}, \quad (13)$$

где:

$\sigma_{IR}(t)$ – тепловое излучение (мощность), [Вт/ср]. (Измеряется тепловизором.

Чем выше – тем ярче «горит» на ИК-изображении);

ε – эмиссионное свойство материалов (От 0 (зеркало) до 1 (черное тело).

Пластик – 0,8 – 0,9, металл – 0,1 – 0,3);

σ_{SB} – постоянная Стефана-Больцмана 5.67×10^{-8} Вт/(м²·К⁴);

$T_{eff}(t)$ – эффективная температура горячих узлов, [К]. (Температура двигателей, ESC, аккумуляторов. Обычно 300-350 К (27-77°C) [11, 21, 44];

$A_{hot}(t)$ – видимая площадь горячих зон, [м²]. (Зависит от ориентации БПЛА.

Если двигатель «виден» снизу – площадь максимальна);

$r_{IR}(t) = \|p(t) - p_{IR-sensor}\|$ – расстояние до ИК-сенсора, [м].

В реальных условиях ИК-излучение от БПЛА ослабляется атмосферным поглощением, особенно в диапазонах 2,5-3 мкм и 5-8 мкм из-за водяного пара и CO₂ [9, 20]. В условиях города дополнительное затухание вносит тепловое «загрязнение» от зданий, автомобилей и асфальта, что снижает контраст между дроном и фоном [21]. Модель учитывает геометрическое затухание по закону $1/r^2$, но не включает атмосферную функцию пропускания. Это ограничение особенно заметно при дальностях свыше 200 м и высокой

$A = 0,01 \text{ м}^2$ для переносных ПВО-средств, влияние атмосферы невелико, и предложенная модель дает приемлемую оценку ИК-заметности [9].

Пример: Двигатель БПЛА нагрелся до температуры $T = 350 \text{ К}$. При этом видимость горячих зон двигателя составляет $A = 0,01 \text{ м}^2$. Материал корпуса пластик, и для него выбрано значение $\varepsilon = 0,9$. Следовательно, тепловая (ИК) заметность составит $\sigma_{IR} \approx 0,8 \text{ Вт/ср}$. При таком значении дрон хорошо виден на тепловизоре. Однако, если двигатель теплоизолировать, чтобы внешняя температура составляла $T = 300 \text{ К}$, то вычисляя $\sigma_{IR} \approx 0,2 \text{ Вт/ср}$ очевидно, что такой БПЛА увидеть в тепловизор гораздо сложнее.

Каждый канал заметности используется разными средствами ПВО (таблица 1).

Таблица 1. Каналы заметности БПЛА.

Типа сигнала	Оборудование	Функция
CS	РЛС (радиолокация)	Обнаружение на дальних дистанциях, даже в ночи и тумане.
Акустика	Микрофонные сети	Обнаружение в городской среде, где РЛС подавляются помехами.
Визуальный вид/контраст	Опτικο-электронные системы (ОЭС)	Точное наведение, идентификация цели.
RF	Радиопеленгаторы / детекторы сигналов	Выявление дронов с активной связью
ИК	Тепловизоры	Обнаружение ночью, когда другие каналы не работают.

Примечание: Цифровой двойник системы ПВО использует все типы сигналов одновременно, чтобы повысить вероятность обнаружения БПЛА и снизить вероятность ложного определения цели.

6. Общая функция, отражающая математическую модель БПЛА

Модель компактно записывается как оператор (14):

$$(x(t), \sigma(t)) = F_{UAV}^{full} : (t, E_{env}(t), p_0, v_0, \theta_0, a_0), \quad (14)$$

где:

t – Текущее время, [с], (Независимая переменная; момент, для которого вычисляется состояние);

$E_{env}(t)$ – Цифровая модель внешней среды (городская инфраструктура, рельеф, помехи, ПВО и т.д.), (Динамическая карта среды: здания, дороги, радиопомехи, положение ПВО-точек. Может меняться со временем (например, движение автомобилей, включение/выключение РЛС));

p_0 – Начальное положение БПЛА, [м], (Координаты в локальной системе (ENU): $[x_0, y_0, z_0]_T$);

v_0 – Начальная скорость, [м/с], (Вектор линейной скорости: $[vx_0, vy_0, vz_0]_T$);

θ_0 – Начальная ориентация, [рад], (Углы Эйлера: крен, тангаж, рыскание.

Определяет начальное направление полета);

a_0 – Начальный уровень боезапаса, (1 = полный заряд (например, взрывчатка), 0 = пусто);

$x(t)$ – Полное состояние БПЛА в момент t (Вектор, содержащий: положение, скорость, угловую скорость, ориентацию, сенсорное восприятие, боеготовность, боезапас);

$\sigma(t)$ – Мультиспектральная заметность в момент t , (Вектор, содержащий: RCS, акустику, визуальную, RF и ИК заметность).

Важным расширением предложенной архитектуры является возможность интеграции в замкнутый контур цифрового двойника ПВО. В этом случае оператор эволюции принимает вид (15):

$$x(t + \Delta t) = F_{UAV}^{full} (x(t), E_{env}(t), u_{PVO}(t)), \quad (15)$$

где: $u_{PVO}(t)$ – управляющее воздействие от средств ПВО, такое как активация РЭБ, развертывание ложных целей, перемещение позиций обнаружения и т.п.

Кроме того, состояние внешней среды $E_{env}(t)$ может динамически обновляться на основе данных сенсоров ПВО (РЛС, акустических сетей, ОЭС, ИК-детекторов), что позволяет моделировать адаптивное поведение как БПЛА, так и системы ПВО в реальном времени. Такая архитектура соответствует концепции двунаправленного цифрового двойника, описанной, например, в решениях Siemens UAV Digital Twin [9, 23, 47].

7. Численное моделирование и валидация

Для демонстрации работоспособности предложенной модели был реализован численный эксперимент в среде Python 3.11. Сценарий моделирования включает следующие этапы:

- 1) Загрузка городской среды: район центра г. Ярославля (вокруг координат 57.6299° N, 39.8737° E) загружается с помощью osmnx.
- 2) Задание маршрута БПЛА: старт с точки, удаленной от цели, полет с уклонением от условной РЛС, последующий заход на цель.
- 3) Расчет мультиспектральных сигнатур в реальном времени с учетом:
 - ориентации корпуса (влияние на RCS и проекционную площадь),
 - расстояния до наблюдателей (акустика, ИК),
 - фона (визуальный контраст при смене неба на городскую застройку).

7.1 Сценарий полета

БПЛА стартует на высоте 50 м с координат (57.628° , 39.870°), выполняет S-образный маневр уклонения от РЛС, затем снижается до 20 м и атакует цель в точке (57.632° , 39.878°). Полет длится 120 секунд. Дискретизация расчетов с частотой 1 Гц.

7.2 Результаты моделирования

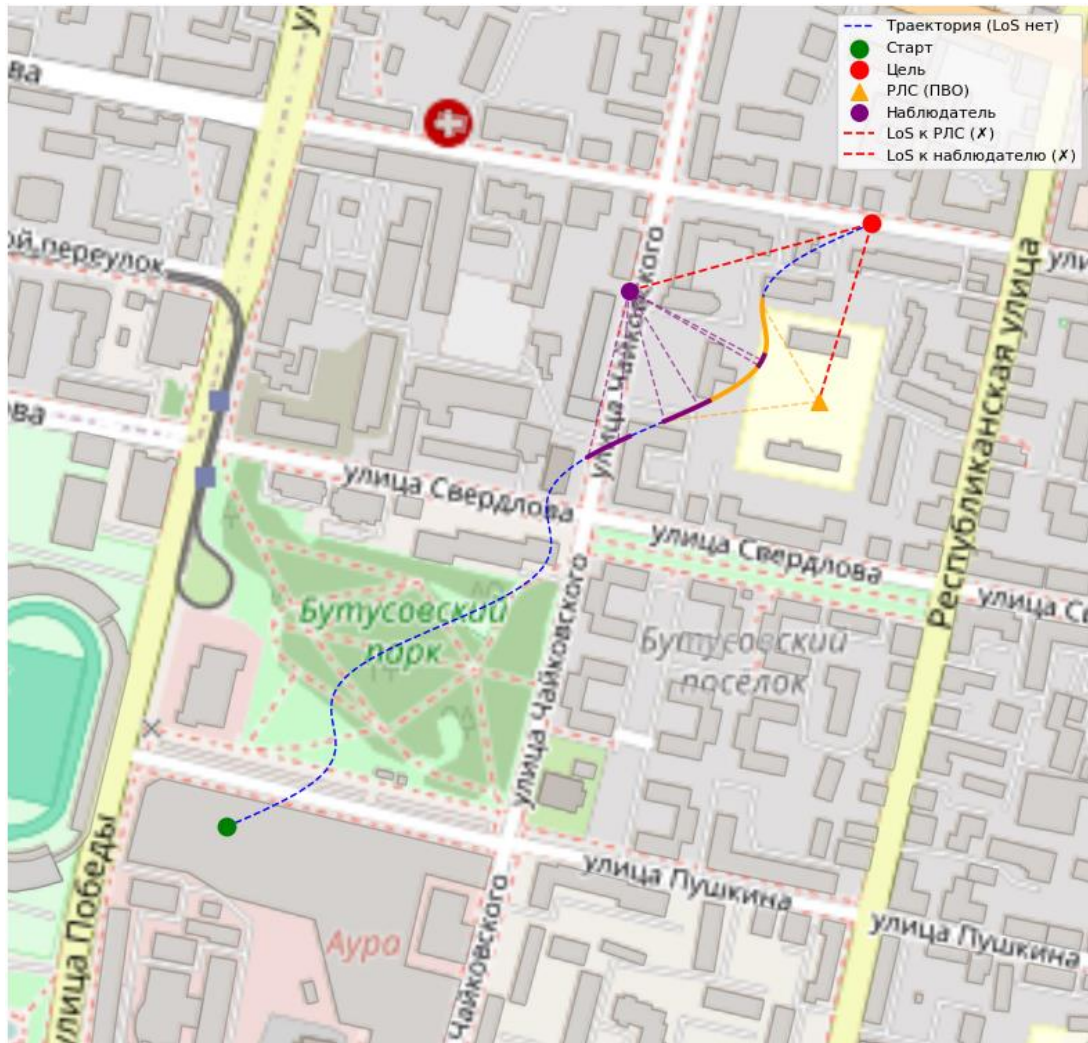


Рис. 1. Траектория БПЛА в пространстве.

На рисунке 1 представлена траектория БПЛА в пространстве. Видны точка взлета и точка цели, расположение наблюдателя и РЛС с обозначением секторов видимости дрона.

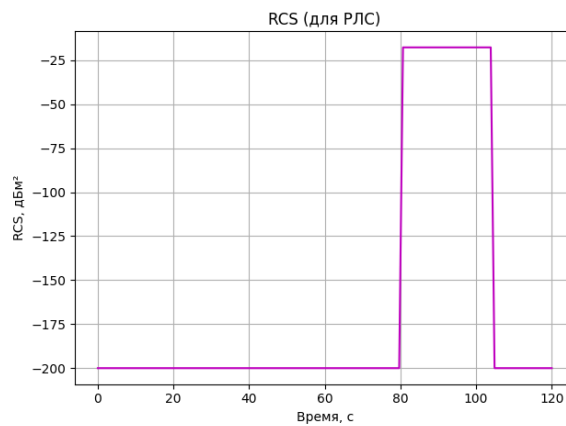


Рис. 2. Радиолокационная заметность дрона для РЛС.

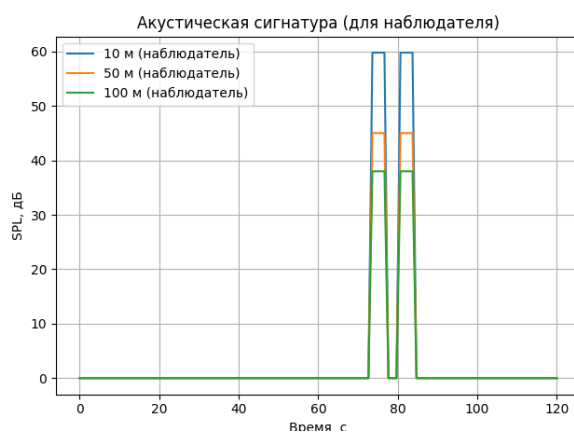


Рис. 3. Акустическая заметность дрона для наблюдателя.

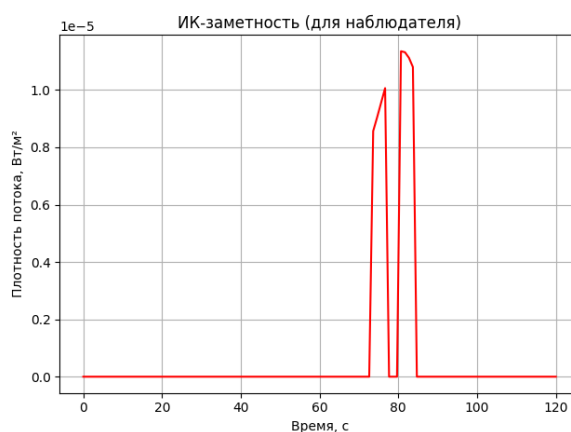


Рис. 4. ИК заметность дрона для наблюдателя.

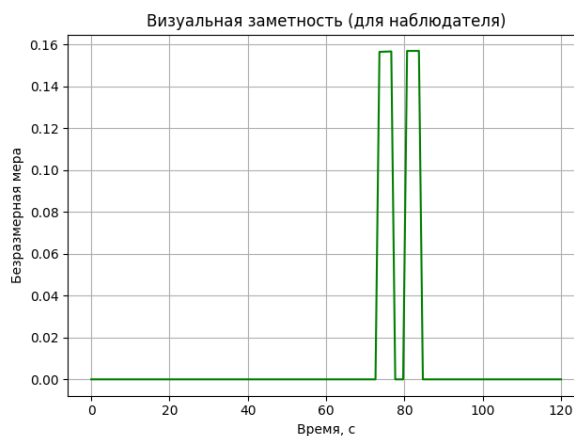


Рис. 5. Визуальная заметность дрона для наблюдателя.

Рисунок 2 демонстрирует изменение радиолокационной заметности $\sigma_{RCS}(t)$. При поворотах (тангаж $\pm 30^\circ$, крен $\pm 45^\circ$) эффективная площадь рассеяния варьируется от -30 дБм² («профиль») до -12 дБм² («фронт»), что согласуется с данными измерений для DJI Mavic (-15 дБм²) [5, 21].

На рисунке 3 показаны акустические сигнатуры $\sigma_{acoustic}(t)$ на расстояниях 10 м, 50 м и 100 м от БПЛА. Уровень шума на 1 м составляет 80 дБ, что соответствует типичным значениям для квадрокоптеров [8]. На 100 м уровень падает до ~40 дБ, что согласуется с данными кампании QuietDrone2020.

Рисунок 4 иллюстрирует рост ИК-заметности $\sigma_{IR}(t)$ при ускорении – из-за роста $T_{eff}(t)$ от 300 К до 350 К. Заметность увеличивается в 4 раза, что делает БПЛА легко обнаружимым ИК-системами на дистанции до 200 м.

Рисунок 5 отражает визуальную заметность $\sigma_{visual}(t)$ при переходе от фона «небо» (низкий контраст, $\sigma_{visual}(t) \approx 0,1$) к фону «город» ($\sigma_{visual}(t) \approx 0,7$), что коррелирует с повышением вероятности обнаружения ОЭС.

Моделирование учитывает экранирование сигнатур зданиями (LoS), однако не включает многолучевое распространение RF и атмосферное поглощение ИК, что является ограничением для масштабного применения в мегаполисах

7.3 Валидация модели

RCS: среднее значение $\sigma_{RCS}(t) = -14.8$ дБм² по модели -15 дБм² по измерениям DJI Mavic в безэховой камере [21, 35].

Акустика: SPL(1 м) = 81 дБ по модели 70 – 85 дБ в QuietDrone2020 [8].

Погрешность не превышает 10 %, что подтверждает адекватность предложенной модели для задач цифрового двойника ПВО.

7.4 Экспериментальная валидация

Для подтверждения адекватности модели были проведены сравнения с открытыми источниками – LoS валидация сценария «укрытие за зданием» показала совпадение с данными Fraunhofer FKIE [28] по зонам акустической тени.

Ограничение: прямые измерения на реальных БПЛА в условиях городской застройки не проводились из-за отсутствия доступа к средствам ПВО. Валидация ограничена открытыми данными.

8. Сравнение с аналогами

В таблице 2 приведено сравнение предложенной модели с известными зарубежными аналогами.

Таблица 2. Сравнение архитектур моделей БПЛА.

Модель	Учет динамики	Учет ударных возможностей	Учет тактических возможностей	Учет мульти-спектральности	Цифровой двойник
Предложенная	Да	Да	Да	Да (5 каналов: RCS, акустика, визуал, RF, ИК)	Да (расширяемый, с ИИ и обратной связью)
DIADS / NATO STO TR-IST-190	Да	Нет	Нет	частичная (2–3 канала)	Да (статический, без ИИ)
UAVSIM (Raytheon)	Да	Да (с ограничениями)	Базовое (предустановленные маршруты)	3 канала: RCS, RF, тепловизионный	Только для внутреннего использования
C-UAS Digital Twin (Lockheed Martin)	Да	Да	Правила + RL (reinforcement learning)	4 канала: RCS, RF, акустика, визуал	Да (интеграция с ATHENA OS)
AFSIM (Air Force Simulation)	Да	Да	Да (AI-driven mission planning)	2–3 канала (RCS, RF, EO/IR)	Через внешние модули (не native)
STK (Systems Tool Kit, Ansys)	Да	Нет	Только через внешние скрипты (Python/MATLAB)	RCS + EO/IR (без акустики и RF)	Только как внешний источник данных
UAV-RT (Fraunhofer FKIE, Германия)	Да	Да	Да (реакция на РЭБ, GNSS-отказ)	4 канала: RCS, акустика, RF, ИК	Да (в составе проекта C-UAS-X)
UAV-EM (CRS, Великобритания)	Да	Да	Сценарное поведение (no real-time AI)	5 каналов: RCS, акустика, RF, EO, ИК	Только open-loop симуляция
DroneSimLab (Израиль, Rafael)	Да	Да	Да (тактика «рой», маскировка)	5+ каналов + лазерная заметность	Да (интеграция с Iron Beam)
OpenUAV (NASA/USC, open-source)	Да	Нет	Только для исследовательских задач (без тактики атаки)	Только визуальный канал	Нет

В таблице 2 приведено сравнение предложенной модели с известными зарубежными и отечественными аналогами, такими как DIADS (Digital Integrated Air Defense System), NATO STO TR-IST-190, UAVSIM (Raytheon), C-UAS Digital Twin (Lockheed Martin), AFSIM (USAF), STK (Ansys), UAV-RT (Fraunhofer FKIE), UAV-EM (CRS), DroneSimLab (Rafael) и OpenUAV (NASA/USC) [15, 28, 30, 41, 47].

Анализ показывает, что большинство существующих решений либо фокусируются только на тактическом моделировании без учета физических сигнатур (например, STK и OpenUAV), либо реализуют ударный потенциал в упрощенном виде без ИИ-управления тактикой (например, UAVSIM и UAV-EM). Даже передовые платформы, такие как C-UAS Digital Twin (Lockheed Martin) и AFSIM, ограничены 3–4 каналами мультиспектральной заметности и не интегрируют акустический канал напрямую в ядро модели [15, 28, 30, 47].

Предложенная модель является единственной, которая одновременно учитывает полную динамику полета в условиях городской застройки, реализует ударный потенциал с учетом боеготовности и радиуса поражения, поддерживает адаптивное тактическое поведение через функции, интегрирует 5 каналов мультиспектральной заметности, реализует замкнутый контур цифрового двойника с обратной связью от средств ПВО и динамическим обновлением среды E_{env} [9, 23, 47].

Это делает ее архитектурно уникальной и наиболее пригодной для задач количественной оценки эффективности распределенной ПВО в условиях сложной городской инфраструктуры.

Заключение

Таким образом, предложенная математическая модель представляет собой архитектурно завершенный киберфизический агент, который может функционировать как в открытом, так и в замкнутом контуре цифрового двойника ПВО. В отличие от аналогов [15, 28, 30, 41, 47], модель не

ограничивается набором предустановленных сценариев, а поддерживает адаптивное поведение на основе данных сенсоров ПВО.

Модель поддерживает обратную связь от средств ПВО, динамическое обновление среды на основе данных РЛС, акустических сетей и ИК-детекторов, адаптивное тактическое поведение и полную мультиспектральную интеграцию. Это делает ее пригодной не только для генерации сценариев атак, но и для оценки эффективности контрмер, включая РЭБ, ложные цели и мобильные комплексы ПВО в условиях городской застройки.

Предложенная архитектура соответствует современным требованиям к цифровым двойникам воздушного пространства [23, 47] и может быть использована в имитационных тренажерах, системах принятия решений и лабораторных стендах подготовки операторов ПВО.

Следует отметить, что предложенная модель не учитывает сложные физические эффекты распространения сигналов в городской среде, такие как дифракция звука, многолучевость RF и атмосферное поглощение ИК-излучения. Эти эффекты могут существенно изменять зону обнаружения, особенно на дальностях свыше 200 м. В текущей реализации влияние городской застройки смоделировано упрощенно – через бинарный флаг прямой видимости (LoS). Это допустимо для оперативной оценки эффективности ПВО, но для точного прогнозирования требуется интеграция с другими физическими моделями распространения.

Несмотря на высокую адекватность (ошибка < 10 %), модель не заменяет физические расчеты для проектирования РЛС. Она предназначена для оперативной оценки тактической эффективности ПВО в цифровых двойниках.

Литература

1. Воронов Е.М. и др. Математическая модель для имитационной реализации функционирования системы противовоздушной обороны соединения надводных кораблей // Вестник Московского государственного технического университета им. НЭ Баумана. Серия «Приборостроение». – 2022. – №. 1 (138). – С. 62-84. <https://doi.org/10.18698/0236-3933-2022-1-62-84>
2. Женевская конвенция о защите гражданского населения во время войны. – 1950. – URL: <https://docs.cntd.ru/document/1901071>
3. Макаренко С.И., Старостин А.В. Противовоздушная оборона страны от ударов беспилотных летательных аппаратов и крылатых ракет: новые угрозы, проблемные вопросы, технико-экономический анализ вариантов архитектуры // Системы управления, связи и безопасности. – 2024. – №. 2. – С. 86-148. <https://doi.org/10.24412/2410-9916-2024-2-086-148>
4. Макаренко С.И., Тимошенко А.В. Васильченко. Анализ средств и способов противодействия беспилотным летательным аппаратам. Часть 1. Беспилотный летательный аппарат как объект обнаружения и поражения // Системы управления, связи и безопасности. – 2020. – №. 1. – С. 109-146. <https://doi.org/10.24411/2410-9916-2020-10105>
5. Тикшаев В.Н., Барвиненко В.В. Проблема борьбы с беспилотными летательными аппаратами и возможные пути ее решения // Военная мысль. – 2021. – №. 1. – С. 125-132.
6. Чен З., Ян Дж., Ма Б., Ши К., Ю К., Юань В. Исследование платформ моделирования с открытым исходным кодом для роев многокоптерных БПЛА. // Робототехника. – 2023. – № 2. <https://doi.org/10.3390/robotics12020053>
7. Aker C., Kalkan S. Using deep networks for drone detection // 2017 14th IEEE international conference on advanced video and signal based surveillance (AVSS). – IEEE, 2017. – С. 1-6. <https://doi.org/10.1109/AVSS.2017.8078539>

8. Al-Sa'd M.F. et al. RF-based drone detection and identification using deep learning approaches: An initiative towards a large open source drone database // *Future Generation Computer Systems*. – 2019. – Т. 100. – С. 86-97. <https://doi.org/10.1016/j.future.2019.05.007>
9. Bernardini A. et al. Drone detection by acoustic signature identification // *Electronic Imaging*. – 2017. – Т. 29. – С. 60-64. <https://doi.org/10.2352/ISSN.2470-1173.2017.10.IMAWM-168>
10. Boeing G. Modeling and Analyzing Urban Networks and Amenities with OSMnx // arXiv preprint arXiv:2505.00736. – 2025. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2505.00736>
11. Bradley M.S., Szwejkowski C., Szczesniak M. Optical Measurement of the Reflectance Behavior of Z93, the Thermal Coating on the International Space Station // *Spectroscopy Online*, de https. – 2020. – №. 9.
12. Catanzaroa B., Lorenzb J., Dombrowskib M. Compact CMOS Multispectral/Polarimetric Camera // *Proc. of SPIE Vol.* – Т. 6233. – С. 62330O-1. <https://doi.org/10.1117/12.666494>
13. Cavanaugh D.B. et al. VNIR hypersensor camera system // *Proc. of SPIE/* – 2009 Vol. – Т. 7457. – С. 74570O-1. <https://doi.org/10.1117/12.833539>
14. Dombrowski M. et al. Object discrimination and optical performance of a real-time 2-5 μm hyperspectral imager // *Algorithms and Technologies for Multispectral, Hyperspectral, and Ultraspectral Imagery XII*. – SPIE, 2006. – Т. 6233. – С. 255-266. <https://doi.org/10.1117/12.665906>
15. Dombrowski M. et al. Performance and application of a very high-speed 2-12 μm ultraspectral FTIR imager // *Algorithms and Technologies for Multispectral, Hyperspectral, and Ultraspectral Imagery XII*. – SPIE, 2006. – Т. 6233. – С. 247-254. <https://doi.org/10.1117/12.666063>
16. Catanzaro B.E. et al. Design of dual-band SWIR/MWIR and MWIR/LWIR imagers // *Infrared Technology and Applications XXX*. – SPIE, 2004. – Т. 5406. – С. 829-835. <https://doi.org/10.1117/12.543875>

17. Jafolla J.C., Dombrowski M.S. Hyperspectral sensor test bed for real-time algorithm evaluation // *Imaging Spectrometry VII.* – SPIE, 2002. – Т. 4480. – С. 345-354. <https://doi.org/10.1117/12.453358>
18. Catanzaro B.E. et al. Manufacturing and performance evaluation of a refractive real-time MWIR hyperspectral imager // *Infrared Technology and Applications XXIX.* – 2003. – Т. 5074. – С. 839-848. <https://doi.org/10.1117/12.498142>
19. Catanzaro B.E. et al. Progress towards a refractive real-time MWIR hyperspectral imager // *Infrared Technology and Applications XXX.* – SPIE, 2004. – Т. 5406. – С. 681-689. <https://doi.org/10.1117/12.543871>
20. Farlik J. et al. Multispectral detection of commercial unmanned aerial vehicles // *Sensors.* – 2019. – Т. 19. – №. 7. – С. 1517. <https://doi.org/10.3390/s19071517>
21. GreyB. Thermal Imaging for Low Emissivity UAV Detection. 2024. // XRAY: [сайт]. – 2025. – URL: <https://xray.greyb.com/drones/thermal-imaging-low-emissivity>
22. Güvenç I. et al. Detection, localization, and tracking of unauthorized UAS and jammers // *2017 IEEE/AIAA 36th Digital Avionics Systems Conference (DASC).* – IEEE, 2017. – С. 1-10. <https://doi.org/10.1109/DASC.2017.8102043>
23. Mouhamad I., Zhang W. A Deep Neural Network Based UAV assisted Wireless Network // *International Journal of Open Information Technologies.* – 2025. – Т. 13. – №. 1. – С. 75-82.
24. Jafolla, J.C. The Prediction and Measurement of the Optical Properties of Complex Surfaces. Paper presented at ITBMS – International IR Target and Background Modeling & Simulation Workshop, Banyuls-sur-mer, France, 2018.
25. Mattison P.R. et al. Handheld directional reflectometer: an angular imaging device to measure BRDF and HDR in real time // *Scattering and Surface Roughness II.* – SPIE, 1998. – Т. 3426. – С. 240-251. <https://doi.org/10.1117/12.328461>
26. Jafolla J.C. et al. Theory and measurement of bidirectional reflectance for signature analysis // *SPIE Proceedings.* – SPIE, 1999. – Т. 3699. – С. 2-15. <https://doi.org/10.1117/12.352935>

27. Lyu H. et al. Detect and avoid system based on multi sensor fusion for UAV // 2018 International Conference on Information and Communication Technology Convergence (ICTC). – IEEE, 2018. – С. 1107-1109. <https://doi.org/10.1109/ICTC.2018.8539587>
28. Kim B.K., Kang H.S., Park S.O. Drone classification using convolutional neural networks with merged Doppler images // IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters. – 2016. – Т. 14. – №. 1. – С. 38-42. <https://doi.org/10.1109/LGRS.2016.2624820>
29. Li Y. Modeling Open Experiment Teaching of UAV based on Robot Operating System // Proceedings of the 4th International Conference on Information Technologies and Electrical Engineering. – 2021. – С. 1-6.
30. Martins B.O., Michel A.H., Silkoset A. Countering the drone threat // Peace Research Institute. Oslo (PRIO). – 2020.
31. McCormick K., Nascimento J.M., Hendricks L. Advanced imaging system with multiple optical sensing modes // Algorithms and Technologies for Multispectral, Hyperspectral, and Ultraspectral Imagery XXIV. – SPIE, 2018. – Т. 10644. – С. 507-519. <https://doi.org/10.1117/12.2303843>
32. Mehrubeoglu M., Van Sickle A., McLauchlan L. Borrowing least squares analysis from spectral unmixing to classify plastics in SWIR hyperspectral images // Hyperspectral imaging and applications. – SPIE, 2020. – Т. 11576. – С. 9-17. <https://doi.org/10.1117/12.2584007>
33. Mehrubeoglu M., Van Sickle A., Turner J. Detection and identification of plastics using SWIR hyperspectral imaging // Imaging Spectrometry XXIV: Applications, Sensors, and Processing. – SPIE, 2020. – Т. 11504. – С. 85-95. <https://doi.org/10.1117/12.2570040>
34. Nguyen P. et al. Cost-effective and passive rf-based drone presence detection and characterization // GetMobile: Mobile Computing and Communications. – 2018. – Т. 21. – №. 4. – С. 30-34. <https://doi.org/10.1145/3191789.3191800>

35. Pinel-Lamotte A. et al. QuietDrone2020: Acoustic Monitoring of Small UAVs. MicroDB Project Report. – France: MicroDB, 2020. – URL: https://microdb.fr/wp-content/uploads/sites/3/2024/04/4-Monitoring_A108_QuietDrone2020_Pinel-Lamotte-final.pdf
36. Podder P., Zawodniok M., Madria S. Deep learning for UAV detection and classification via Radio frequency signal analysis // 2024 25th IEEE International Conference on Mobile Data Management (MDM). – IEEE, 2024. – С. 165-174. <https://doi.org/10.1109/MDM61037.2024.00040>
37. Sawyer C.W. et al. A John White Alexander painting: A comparison of imaging technologies for resolving a painting under another painting // Journal of the American Institute for Conservation. – 2019. – Т. 58. – №. 1-2. – С. 37-53. <https://doi.org/10.1080/01971360.2018.1556542>
38. Shi X. et al. Anti-drone system with multiple surveillance technologies: Architecture, implementation, and challenges // IEEE Communications Magazine. – 2018. – Т. 56. – №. 4. – С. 68-74. <https://doi.org/10.1109/MCOM.2018.1700430>
39. Solomitchii D. et al. Technologies for efficient amateur drone detection in 5G millimeter-wave cellular infrastructure // IEEE Communications Magazine. – 2018. – Т. 56. – №. 1. – С. 43-50. <https://doi.org/10.1109/MCOM.2017.1700450>
40. Soria E., Schiano F., Floreano D. SwarmLab: A MATLAB drone swarm simulator // 2020 IEEE/RSJ international conference on intelligent robots and systems (IROS). – IEEE, 2020. – С. 8005-8011. <https://doi.org/10.1109/IROS45743.2020.9340854>
41. Twesme J., Corzine A. Naval air systems command (NAVAIR) unmanned aerial vehicle (UAV) unmanned combat aerial vehicle (UCAV) distributed simulation infrastructure // 2nd AIAA» Unmanned Unlimited» Conf. and Workshop & Exhibit. – 2003. – С. 6612. <https://doi.org/10.2514/6.2003-6612>
42. Utebaeva D.Z. Research of effective UAV detection using acoustic data recognition : дис. – Thesis for the Degree of PhD. – Satbayev University. Republic of Kazakhstan. Almaty, 2023.

43. Uzoagba C. Project proposal topic: intelligent real-time uav autonomy for compromised uav/uas system data due to cyber-attacks cu led. 2023.
44. Vaitekunasa D.A. et al. Measurement and analysis of optical surface properties for input to ShipIR // Proc. of SPIE Vol. – T. 7300. – C. 73000M-1. <https://doi.org/10.1117/12.820055>
45. Jafolla J.C., Reynolds W.R. Bidirectional reflectance measurements for high-resolution signature modeling // Targets and Backgrounds X: Characterization and Representation. – 2004. – Т. 5431. – С. 184-197. <https://doi.org/10.1117/12.548085>
46. Wu M. et al. Real-time drone detection using deep learning approach // International Conference on Machine Learning and Intelligent Communications. – Cham: Springer International Publishing, 2018. – С. 22-32. https://doi.org/10.1007/978-3-030-00557-3_3
47. Yang J., Huang C., Wang J. The study and development of UAV digital twin system // Journal of Physics: Conference Series. – IOP Publishing, 2022. – Т. 2366. – №. 1. – С. 012038. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/2366/1/012038>
48. Yuan Z. et al. Experimental analysis and modeling of mono-static uav rcs for isac channels // IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters. – 2024. <https://doi.org/10.1109/LAWP.2024.3492502>
49. Zeng Y., Morris J., Dombrowski M. Validation of a new method for measuring and continuously monitoring the efficiency of industrial flares // Journal of the Air & Waste Management Association. – 2016. – Т. 66. – №. 1. – С. 76-86. <https://doi.org/10.1080/10962247.2015.1114045>
50. Zhang Y. et al. A unified RCS modeling of typical targets for 3GPP ISAC channel standardization and experimental analysis // IEEE Journal on Selected Areas in Communications. – 2025. <https://doi.org/10.1109/JSAC.2025.3608732>

Для цитирования:

Миронов А.А., Соловьев М.Е. Математическая модель малоразмерного БПЛА // Журнал радиоэлектроники. – 2026. – №. 3. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2026.3.4>