УДК 621.3.09, 537.874

# ФОРМУЛЫ ДЛЯ ОЦЕНКИ ЭФФЕКТИВНОЙ ПОВЕРХНОСТИ РАССЕЯНИЯ УЗКИХ КАНАВОК И СКВОЗНЫХ ЗАЗОРОВ

# А. М. Лебедев, Т. А. Фурманова, А. И. Федоренко, И. И. Краснолобов Институт теоретической и прикладной электродинамики Российской академии наук, 125412, г. Москва, ул. Ижорская, д.13

Статья поступила в редакцию 24 апреля 2018 г., после доработки – 22 мая 2018 г.

Аннотация. Решена задача оценки интенсивности обратного рассеяния узкими прямыми щелями, представляющими собой либо канавки, либо сквозные зазоры в локально плоской поверхности металлического объекта. Полагается, что щели имеют прямоугольное поперечное сечение, а ширина и длина щели, соответственно, много меньше и много больше длины волны. Оценивается наиболее интенсивное рассеяние в плоскости, перпендикулярной щели. Раскрыты причины постоянства амплитуды двухпозиционного и обратного рассеяния щелью при вариации направления облучения. В одномодовом приближении и с использованием аппарата эквивалентных поверхностных токов, вводимых по обе стороны от плоскостей входа в щель и выхода из неё (последнее - для сквозного зазора), получены простые формулы для оценки эффективной поверхности рассеяния канавки и сквозного зазора. Предложен способ численного определения адмиттанса внешней области, примыкающей ко входу в щель (и к выходу из неё для сквозного зазора). Показано, что значение адмиттанса внешней области, найденное для определённой ширины входа в щель, может быть использовано далее для оценки рассеяния щелью той же ширины и при этом любого типа (канавка, зазор) и глубины. Решение задачи рассеяния на щели в одномодовом приближении при учёте адмиттанса внешней области даёт высокую точность вычисления обратного рассеяния щелью, в том числе в окрестности резонансов в канавке, когда обратное рассеяние канавкой максимально.

Ключевые слова: Обратное рассеяние, узкая длинная щель, канавка, сквозной зазор, формулы для оценки эффективной поверхности рассеяния, одномодовое приближение, адмиттанс внешней области.

**Abstract.** The task of narrow straight slot backscattering intensity estimation has been solved. Here the slot is a groove or a through-thickness gap in locally flat surface of metal object. The slot's cross-section is supposed to be rectangular, while the width and the length of the slot are, correspondingly, much less and much more than wavelength. Most intensive scattering in the plane, perpendicular to the slot, has been estimated. The reasons for two-position and one-position scattering intensity constancy, while the direction of incidence is varying, have been found out. Simple formulae to estimate groove's and through-thickness gap's radar cross section have been obtained, using the one-mode approach and the equivalent surface currents technique for entering and exit (the latest in case of through-thickness gap) surfaces of the slot. The approach to numerically evaluate the admittance of external region, adjoining to the entry (and exit) surface of the slot, has been suggested.

It has been shown that once found admittance of external region for a particular width of the slot can be used to evaluate scattering from the slot of the same width, but of any type (groove, through-thickness gap) and depth. One-mode approach with the accounting for the external region admittance results in high accuracy calculation of slot's backscattering, particularly in the vicinity of resonances in the groove, where its backscattering is the highest.

**Key words:** backscattering, long narrow slot, groove, through-thickness gap, formulae for radar cross section evaluation, one-mode approximation, external region admittance

### 1. Постановка задачи

В данной работе решается задача получения формул для оценки максимальных уровней обратного рассеяния электромагнитной волны полыми, прямыми, длинными и узкими щелями в локально плоской поверхности металлического объекта. Щель либо имеет дно и представляет собой канавку,

либо не имеет дна и является тогда сквозным зазором. В этой работе рассматривается обратное рассеяние обоими типами щелей: и канавками, и сквозными зазорами. Искомое максимальное обратное рассеяние щелью имеет перпендикулярной щели, место в плоскости, при TOM, что вектор напряжённости электрического поля падающей волны находится в плоскости падения и также перпендикулярен щели. Первое обстоятельство объясняется тем, что именно в плоскости, перпендикулярной щели, все участки по длине щели вносят синфазный вклад в поле обратного рассеяния. Второе связано с тем, что только для указанной поляризации падающей волны токи, наводимые в окрестности щели, пересекают её, что и приводит к переизлучению щелью. Наоборот, если электрическое поле падающей волны параллельно краям щели, то и поверхностные токи параллельны щели и не возбуждают её - узкая щель практически не рассеивает.

Пример участка щели представлен на рис. 1. Принято, что длина щели много больше длины волны  $L >> \lambda$ , а ширина, наоборот, много меньше  $W << \lambda$ . Будем полагать, что у щели прямоугольное поперечное сечение  $W \times D$ , где D - глубина щели. Показана также локальная система координат, связанная со щелью, в которой векторы  $\{\vec{n}, \vec{\tau}, \vec{z}\}$  образуют правую тройку, причём  $\vec{z}$  ориентирован вдоль щели,  $\vec{\tau}$  - поперёк щели,  $\vec{n}$  - перпендикулярно поверхности, окружающей щель.

Ещё раз подчеркнём, что все полученные в этой работе соотношения относятся к случаю падения плоской волны на щель в плоскости  $(n, \tau)$ , то есть по нормали к границам щели, и в предположении, что вектор напряжённости электрического поля падающей волны лежит в плоскости  $(n, \tau)$  и перпендикулярен щели.

электромагнитной Интенсивность рассеяния волны щелью будем eë эффективной поверхностью рассеяния **(ЭПР)** характеризовать  $\sigma$ , измеряемой в м<sup>2</sup> [1, 2]. Поверхность в окрестности щели будем полагать локально плоской - слабо искривлённой в поперечном (по отношению к ходу щели) направлении на масштабе много больше длины волны. Например,

рассматриваемая ситуация имеет место в случае швов в виде канавок между большими металлическими листами обшивки на близких к плоским участках поверхности размерного объекта, либо для зазоров между прямыми краями створок, закрывающих вход в полость.



Рис. 1. Полая прямая щель длиной *L* в виде канавки в локально плоской поверхности металлического объекта. Полагается, что щель имеет прямоугольное поперечное сечение *W* × *D*, где *W* - ширина щели, *D* - её глубина

В плоскости  $(n, \tau)$ , перпендикулярной узкой щели, интенсивность обратного рассеяния весьма однородна по углу: от направления по нормали к поверхности со щелью, до направлений, близких к скользящим вдоль этой поверхности (смотри примеры рассчитанных диаграмм рассеяния щелей, приведённые в следующем пункте). Здесь и далее угловая однородность рассеяния щелью означает, что в некотором угловом интервале наблюдается слабое изменение, близость ЭПР к постоянной величине при вариации направления визирования. Таким образом, формулы, полученные в данной работе, пригодны для оценки ЭПР щелей в широких угловых интервалах в плоскости, перпендикулярной щели.

#### ЖУРНАЛ РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ, ISSN 1684-1719, N5, 2018

Синфазное суммирование вкладов в поле рассеяния в дальней зоне от отдельных участков по длине щели приводит к пропорциональности ЭПР щели квадрату её длины  $\sigma \sim L^2$  в плоскости, перпендикулярной щели. В свою очередь, это позволяет использовать погонную ЭПР  $\tilde{\sigma}$  [м<sup>2</sup>], то есть ЭПР, приходящуюся на 1м длины щели, как характеристику интенсивности рассеяния щелью. Тогда для ЭПР щели длиной *L* имеем  $\sigma = \tilde{\sigma} \cdot (L/1 \text{ м})^2$ .

В данной работе представлены два варианта формул для оценки ЭПР щелей. Первый, упрощённый вариант позволяет оценить обратное рассеяние щелями, имеющими малую ЭПР, например, узкими, неглубокими канавками с  $D \ll \lambda$ . Второй вариант более универсальный и предназначен для оценки ЭПР узких щелей обоих типов: и канавок, и сквозных зазоров, - при любой глубине щели D.

Тестовые расчёты диаграмм двухпозиционного рассеяния (ДДПР) и диаграмм обратного рассеяния (ДОР) щелей  $\sigma(\theta)$  в данной работе выполнялись с использованием модели в виде шестиугольной идеально проводящей пластины с двумя заострёнными носами друг напротив друга и щелью посередине. Вид используемой модели показан на рис. 2. Угол  $\theta$  отсчитывается от нормали к шестиугольной пластине в плоскости её симметрии, перпендикулярной щели и проходящей через заострённые носы (рис. 2).

Шестиугольная пластина имеет малую собственную ЭПР в широких угловых интервалах. Однопозиционная ЭПР пластины мала для направлений от близких к нормальному до близких к скользящим вдоль пластины. Двухпозиционная ЭПР пластины мала для направлений от близких к направлению зеркального отражения луча, либо теневого максимума, до близких к скользящим. Причина малости ЭПР пластины в направлениях незеркального рассеяния заключается в том, что здесь основными вкладчиками в ЭПР являются края пластины, а вклад краёв в виде заострённых носов мал, существенно меньше вкладов ровных краёв [2]. Повышение собственной ЭПР шестиугольной пластины из-за

дифракционных эффектов на заострённых носах становится заметным только в направлениях, близких к скользящим [3].



Рис. 2. Диаграмма двухпозиционного рассеяния шестиугольной идеально проводящей пластины, имеющей бесконечно малую толщину, заострённые носы и поперечный сквозной зазор посередине, при облучении волной с вектором  $\vec{E}_{nad}$ , перпендикулярным зазору, с направления  $\theta_o = 30^o$ 

Все представленные в данной работе диаграммы рассеяния рассчитаны, либо измерены для частоты 10 ГГц ( $\lambda = 30$  мм) при ширине шестиугольной пластины 300 мм и, соответственно, той же длине щелей L = 300 мм.

Расчёты диаграмм рассеяния проводились методом поверхностных интегральных уравнений с помощью пакета программ FEKO, предназначенного для электродинамического моделирования и используемого по лицензии.

Заметим, что применение интегральных уравнений электрического поля, как в FEKO, позволяет рассчитывать рассеяние в том числе и идеально проводящей, бесконечно тонкой шестиугольной пластиной - в этом случае невозможно задать канавку, однако можно ввести сквозной зазор с также

исчезающе малой, фактически нулевой глубиной  $D \to 0$  мм, и исследовать рассеяние таким зазором.

# 2. Угловая однородность диаграмм двухпозиционного и обратного рассеяния щелей

Узкие щели имеют необычные рассеивающие свойства. Действительно, в плоскости, перпендикулярной щели, во-первых, ДДПР узких щелей однородна по углу, и, во-вторых, ЭПР двухпозиционного рассеяния приблизительно постоянна при вариации направления облучения. Следствием двух указанных свойств ДДПР узких щелей является угловая однородность их ДОР.

Отмеченные закономерности рассеяния узкими щелями подтверждаются следующими результатами расчётов. В примере на рис. 2 в сферической системе координат, привязанной к центру пластины, представлена ДДПР сквозного зазора с шириной W = 4 мм и исчезающе малой глубиной в идеально проводящей, бесконечно тонкой шестиугольной пластине, при облучении пластины под углом  $\theta_0 = 30^\circ$  к её нормали. Видно, что вне пределов малой угловой окрестности зеркального и теневого направлений для пластины и вне двух узких угловых секторов, примыкающих к направлению вдоль пластины (в этих направлениях преобладающие на пластине продольные токи не излучают), угловое распределение двухпозиционной ЭПР сквозного зазора однородно, в том числе для прошедшего за пластину поля. При этом сохранение интенсивности двухпозиционного рассеяния за пластину на том же уровне, что для рассеяния перед пластиной, является свойством сквозного зазора именно нулевой глубины. Рассеяние узкой щелью можно приближённо заменить излучением нити магнитного тока (смотри далее в этом пункте) - это даёт основание утверждать, что двухпозиционная ЭПР щелей остаётся практически постоянной также и в окрестности зеркального и теневого направлений, хотя вид ДДПР здесь преимущественно определяется вкладом в рассеяние от пластины как таковой.

Далее, на рис. 3 представлены графики трёх ДДПР сквозного зазора ширины W = 4 мм и исчезающе малой глубины в идеально проводящей, бесконечно тонкой шестиугольной пластине при её облучении с направлений  $\theta_0 = 0^\circ$ ,  $30^\circ$  и  $60^\circ$  к нормали. Видно, что при существенно отличающихся



Рис. 3. Диаграммы двухпозиционного рассеяния бесконечно тонким сквозным зазором шириной 4 мм и длиной 300 мм в идеально проводящей пластине при облучении с направлений θ<sub>0</sub>=0°, 30° и 60°

направлениях облучения все три диаграммы двухпозиционного рассеяния действительно имеют очень близкие уровни ЭПР всюду, кроме малых угловых окрестностей зеркального  $-\theta_o$  и теневого  $-180^o + \theta_o$  направлений, при

стремлении уровня двухпозиционной ЭПР к нулю в окрестности направлений вдоль пластины  $\pm 90^{\circ}$ .

Наконец, угловую однородность ДОР узких щелей иллюстрируют графики на рис. 4. Здесь приведены рассчитанные ДОР канавки с W = D = 5 мм и сквозного зазора с W = 4 мм, D = 8 мм в шестиугольной пластине. Видно, что однопозиционные ЭПР этих щелей близки к постоянным в широких угловых



Рис. 4. Диаграммы обратного рассеяния канавки шириной 4 мм, глубиной 8 мм и сквозного зазора шириной 5 мм, глубиной 3 мм. Щели выполнены в идеально проводящей пластине, длина щелей 300 мм

интервалах, за исключением малой угловой окрестности направления нормали к пластине и узких угловых интервалов, соответствующих близким к скользящим вдоль пластины направлениям. Отметим, что есть физические основания полагать практически постоянным уровень однопозиционной ЭПР узкой щели и в той малой угловой окрестности направления нормали к пластине, где в обратном рассеянии от шестиугольной пластины со щелью преобладает вклад пластины как таковой.

Угловая однородность ДДПР и ДОР длинных и узких щелей в виде канавок и сквозных зазоров, хотя и ограниченная (для поляризации, для которой вектор напряжённости электрического поля перпендикулярен щели), сближает узкие щели по рассеивающим свойствам с такими известными объектами, имеющими практически однородные либо слабо неоднородные по углу диаграммы двухпозиционного и однопозиционного рассеяния, как металлические сфера и полость, последняя - с хаотическим распространением электромагнитной волны внутри. При этом сфера и полость должны иметь значительные размеры в длинах волн [1, 2].

Угловую однородность ДДПР узких щелей поясним следующим образом. Согласно теореме эквивалентности, рассеяние щелью на поверхности металлического объекта можно заменить излучением листка магнитного тока нулевой толщины, повторяющего контуры щели и расположенного на исчезающе малом расстоянии над заметаллизированной плоскостью входа в щель (и выхода из неё для сквозного зазора). При этом магнитный ток ориентирован ВДОЛЬ щели, а его поверхностная плотность равна тангенциальной к плоскости входа в щель (выхода из щели) составляющей напряжённости электрического поля  $J^{\mathcal{M}}(\tau) = E_{\tau}(\tau)$ . Если же поверхность металла, в котором имеется щель, плоская, то возможна ещё одна замена: излучение листка магнитного тока на металле можно заменить излучением листка удвоенного магнитного тока в свободном пространстве. Указанные замены используются как при расчёте апертурных и щелевых антенн [4], так и как методические приёмы при разработке численных методов электродинамики для случаев связи областей через отверстие в металлическом экране [5]. Здесь использование указанных замен позволяет наглядно объяснить угловую однородность ДДПР узких щелей: листок эквивалентного магнитного тока в

свободном пространстве, вследствие узости поперечного сечения, может излучать только практически постоянную по амплитуде волну в поперечной (перпендикулярной щели) плоскости. Действительно, если поперечное сечение листка эквивалентного поверхностного магнитного тока дополнительно поделить на части и выделить из листка более узкие полоски магнитного тока с указанными меньшими поперечными сечениями, то вклады в поле рассеяния от узких полосок тока будут складываться во всех направлениях с малым запаздыванием, почти синфазно.

Приблизительное постоянство двухпозиционной ЭПР узких щелей при изменении направления облучения и, соответственно, угловая однородность уровня однопозиционной ЭПР узких щелей будут объяснены далее в этой работе в рамках одномодового приближения.

Отметим, что для упрощения вида формул однопозиционных ЭПР узких щелей в данной работе рассеяние щелью заменяется излучением нити магнитного тока, то есть поперечное сечение листка эквивалентного поверхностного магнитного тока стягивается в точку. Поэтому приводимые далее формулы однопозиционных ЭПР, хотя и применимы для оценки обратного рассеяния узкими щелями в широких угловых интервалах, но наиболее точны в направлениях вблизи нормали к поверхности со щелью, поскольку именно в этих направлениях вся поверхность листка эквивалентного магнитного тока даёт практически синфазный вклад в поле обратного рассеяния. В остальных же направлениях есть малая, но конечная разность фаз между вкладами в обратное рассеяние от участков эквивалентного магнитного тока, на которые его можно поделить в направлении поперёк щели.

Формулы для однопозиционной ЭПР узкой щели можно использовать и для оценки двухпозиционной ЭПР узкой щели, но по тем же основаниям оценки будут наиболее точны для направлений вблизи направления зеркального отражения от поверхности со щелью.

### 3. Одномодовое приближение для решения задачи рассеяния щелью

В данной работе задача рассеяния узкими щелями решается в одномодовом приближении. Для щели с прямоугольным поперечным сечением одномодовое приближение означает, что поля внутри щели полагаются имеющими вид *TEM*-волн, двигающихся во встречных направлениях между входом и дном канавки, либо между входом и выходом сквозного зазора.

Будем далее для удобства все величины на входе в щель помечать индексом A, на выходе из щели (на дне канавки) - индексом B. В одномодовом приближении постоянны поля по плоской поверхности входа в щель  $E_{\tau A}$ ,  $H_{\tau A}$  и по поверхности выхода из неё  $E_{\tau B}$ ,  $H_{\tau B}$ . При этом для канавки  $E_{\tau B} = 0$  (выход закорочен). В одномодовом приближении входные адмиттансы  $Y_{ex}$  и канавки, и сквозного зазора, связывающие поля  $E_{\tau A}$  и  $H_{\tau A}$  во входной плоскости щели как  $H_{\tau A} = Y_{ex} \cdot E_{\tau A}$ , полностью определяются процессом распространения *TEM*-волн внутри щели и поэтому не зависят от направления облучения. Здесь очевидна аналогия с падением волны на оптически плотную среду, когда преломлённая волна идёт практически по нормали к поверхности при любом угле падения.

Заметим, что поверхностные электрические токи перетекают через кромки входа в щель, оставаясь непрерывными и конечными. Однако электрическое поле  $E_{\tau}$  в плоскости входа в щель имеет особенности: рост поля до бесконечности  $E_{\tau} \rightarrow \infty$  на идеально острых кромках. Сказанное подтверждает вид распределений электрического поля  $E_{\tau}(\tau)$  посередине канавки, полученных численно для некоторых направлений облучения. Видно, что возрастание поля  $E_{\tau}$  у кромок щели становится существенно ассимметричным при ненулевом угле  $\theta_0$  между направлениями облучения и нормалью к плоскости входа, рис. 5. Имеет место существенно более быстрое возрастание электрического поля  $E_{\tau}$  у кромки, ближайшей к направлению облучения, и более медленное на дальней кромке.

Вместе с тем характер рассеяния узкими щелями, а именно угловая однородность двухпозиционной и однопозиционной диаграмм рассеяния при



Рис. 5. Распределение составляющей напряжённости электрического поля  $E_{\tau}(\tau)$  в плоскости входа в канавку, в направлении поперёк канавки. Ширина канавки W = 5 мм, глубина D = 5 мм

вариации направления облучения, указывает на то, что амплитуду поля рассеяния определяют отнюдь не особенности электрического поля  $E_{\tau}$  на кромках щели. Наоборот, именно в рамках одномодового приближения угловая однородность двухпозиционной и однопозиционной ЭПР находит объяснение, смотри пункты 4, 5 ниже.

## 4. Упрощённая формула ЭПР канавки

Предположим, что структура магнитного поля и в окрестности канавки, и на входе в саму канавку меняется мало, по сравнению с отсутствием канавки, так что  $H_{\tau A} \approx 2 \cdot H_{na\partial}$ . Таким образом, в сделанном предположении "входное воздействие" в виде  $H_{\tau A}$  в плоскости входа в канавку не зависит от направления облучения. Но и входной адмиттанс канавки, имеющий в одномодовом приближении вид

$$Y_{ex} = -iZ_o^{-1} \cdot ctg(k_o D) = Z_o^{-1} \cdot \widetilde{Y}_{AA}, \qquad (1)$$

где  $Z_o$  - характеристическое сопротивление свободного пространства и  $\widetilde{Y}_{AA} = -i \cdot ctg(k_o D)$  - нормированный входной адмиттанс, также не зависит от направления облучения. Тогда составляющая электрического поля, касательная к плоскости входа в щель и выражающаяся как

$$E_{\tau A} \approx 2 \cdot H_{na\partial} / Y_{ex} , \qquad (2)$$

не зависит от направления облучения, поскольку ни делимое, ни делитель в правой части выражения (2) от этого направления не зависят. Рассеяние узкой канавкой заменим излучением нити магнитного тока

$$I^{\mathcal{M}} = W \cdot E_{\tau A}, \tag{3}$$

лежащей на плоской поверхности металла, либо излучением нити магнитного тока  $2 \cdot I^{M}$  в свободном пространстве. В любом случае сила магнитного тока, текущего по нити, вновь не зависит от направления облучения.

Таким образом, в одномодовом приближении и в предположении сохранения структуры магнитного поля над канавкой получено объяснение "в первом приближении" для независимости однопозиционной ЭПР канавки от направления облучения.

Отметим, что предположение сохранения структуры магнитного поля над канавкой такой же, как при отсутствии канавки, обосновано, пока канавка относительно мало заметна на фоне окружающей металлической поверхности, а именно при достаточно малой глубине канавки. Тогда входной адмиттанс

канавки велик по абсолютной величине. Следовательно, модуль входного импеданса канавки будет относительно малым, не отличаясь заметно от нулевого импеданса окружающей металлической поверхности, что и будет приводить к сохранению структуры магнитного поля над канавкой в первом приближении.

В плоскости, перпендикулярной канавке, магнитный векторный потенциал нити удвоенного магнитного тока в свободном пространстве, замещающей канавку, записывается в дальней зоне как

$$A_{z}^{M} = \frac{1}{4\pi} \cdot (2 \cdot I^{M}) \cdot L \cdot \frac{e^{-ik_{o}r}}{r}.$$
(4)

Для электрического поля нити тока  $\vec{E} = -rot \vec{A}_z^{M}$ , точнее - его единственной  $\varphi$  - овой компоненты имеем также в дальней зоне и в плоскости, перпендикулярной канавке:

$$E_{\varphi} = -ik_o \cdot A_z^{\ M} = \hat{E}_{\varphi} \cdot \frac{e^{-ik_o r}}{r}, \qquad (5)$$

где  $\hat{E}_{\varphi}$  - комплексный коэффициент в представлении (5) поля в дальней зоне. Используя (3, 4), получаем выражение для  $\hat{E}_{\varphi}$ :

$$\hat{E}_{\varphi} = -i \cdot \frac{L \cdot W}{\lambda} \cdot E_{\tau A} \,. \tag{6}$$

Подставляя теперь в (6) выражения для  $E_{\tau A}$  из (2) и для  $Y_{ex}$  из (1), получаем для  $\hat{E}_{\varphi}$ :

$$\hat{E}_{\varphi} \approx -2i \cdot \frac{L \cdot W \cdot E_{na\partial}}{\lambda \cdot \tilde{Y}_{AA}}.$$
(7)

ЭПР щели, замещаемой нитью тока, выражается через  $\hat{E}_{\varphi}$  как

$$\sigma = 4\pi \cdot \left| \hat{E}_{\varphi} \right|^2 / \left| E_{na\partial} \right|^2.$$
(8)

Тогда упрощённую формулу ЭПР канавки длиной *L* получаем, подставляя (7) в (8):

<u>ЖУРНАЛ РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ, ISSN 1684-1719, N5, 2018</u>

$$\sigma \approx 16\pi \cdot \frac{1}{\left|\tilde{Y}_{AA}\right|^{2}} \cdot \frac{W^{2} \cdot L^{2}}{\lambda^{2}}.$$
(9)

Формула (9) напоминает по структуре физикооптическую формулу для однопозиционной ЭПР плоской площадки в направлении по нормали к ней [1, 2], с учётом того, что произведение  $W \cdot L$  определяет площадь входного отверстия канавки.

О степени изменения структуры магнитного поля над канавкой, по сравнению с магнитным полем над металлом, можно судить по величине  $\frac{1}{\left|\tilde{Y}_{AA}\right|^2}$ , характеризующей заметность канавки (через скачок модуля импеданса 1

от нуля до  $\frac{1}{|Y_{AA}|}$  при переходе через границы входа в канавку). С возрастанием глубины канавки *D* от нуля формула (9) становится неприменимой в широкой окрестности резонансов в щели, когда  $ctg(k_oD) \rightarrow 0$ .

Достоинством формулы (9) является явное выражение зависимости ЭПР канавки от физических параметров задачи, хотя оно и справедливо только для относительно малозаметных канавок. Так, для малых  $k_o D$  тангенс может быть заменён его аргументом, откуда, в соответствии с (9),  $\sigma \sim 1/\lambda^4$  и  $\sigma \sim S_{\perp}^2$ , где  $S_{\perp} = D \cdot W$  - площадь поперечного сечения канавки.

Упрощённая формула (9) принципиально позволяет оценить и ЭПР сквозного зазора, но применимость формулы ограничена необходимостью выполнения условия малого изменения магнитного поля на входе в зазор  $H_{\tau A} \approx 2 \cdot H_{nad}$ , либо связанного условия малой заметности зазора. Между тем физические условия малой заметности сквозного зазора не очевидны, а ЭПР зазора хотя и осциллирует с изменением глубины зазора, но не приближается к нулю ни при какой глубине, в том числе и при стремящейся к нулю глубине (в отличие от ЭПР канавки). Следовательно, для определения применимости (9) необходима оценка ЭПР сквозного зазора для конкретной глубины, которую можно провести с использованием более последовательного подхода, как,

например, в пункте 5 ниже. Далее, для расчёта по (9) требуется выражение для входного адмиттанса зазора  $Y_{ex}$ , аналогичное выражению (1) для канавки, которое можно получить только с учётом "нагружености" зазора на внешнюю область за металлическим экраном со щелью. Такой учёт возможен при более последовательном решении задачи рассеяния зазором, как в пункте 5. Однако поскольку в рамках более последовательного подхода можно получить оценку ЭПР щели, в частности - сквозного зазора, не делая предположения о малом возмущении структуры магнитного поля на входе в щель, то использование формулы (9) для оценки ЭПР зазора следует признать нецелесообразным.

# 5. Последовательное решение задачи рассеяния на щели в одномодовом приближении

Для уточнения процедуры определения полей  $E_{\tau}$  и  $H_{\tau}$  на входе A и выходе B (для сквозного зазора) щели в рамках одномодового приближения, предлагается ввести в рассмотрение адмиттанс  $Y_{ext}$  области, примыкающей извне ко входу в щель и к выходу из неё (для сквозного зазора), а также матрицу адмиттансов внутренней области щели  $Y_{int} = \begin{bmatrix} Y_{AA} & Y_{AB} \\ Y_{BA} & Y_{BB} \end{bmatrix}$ , где  $Y_{AA} = Y_{BB} = -iZ_o^{-1} \cdot ctg(k_oD), \quad Y_{AB} = Y_{BA} = -iZ_o^{-1} \cdot \frac{1}{\sin(k_oD)}.$  Адмиттанс  $Y_{ext}$ 

характеризует свойства внешней, по отношению к щели, области по входу, геометрически полностью соответствующему входу в щель (либо выходу из неё).

Тогда для магнитного поля  $H_{\tau}$  по обе стороны от границ A и B получаем:

$$\begin{cases}
H_{\tau A} = Y_{ext} \cdot (-E_{\tau A}) + 2 \cdot H_{na\partial} \\
H_{\tau A} = Y_{AA} \cdot E_{\tau A} + Y_{AB} \cdot (-E_{\tau B}) \\
H_{\tau B} = Y_{BA} \cdot E_{\tau A} + Y_{BB} \cdot (-E_{\tau B}) \\
H_{\tau B} = Y_{ext} \cdot E_{\tau B}
\end{cases}$$
(10)

При записи выражений для  $H_{\tau A}$ ,  $H_{\tau B}$  в системе уравнений (10) использован аппарат эквивалентных поверхностных магнитных токов,

накладываемых на заметаллизированные плоские вход и выход щели, с заменой поверхностных плотностей магнитных токов на тангенциальные к границе составляющие напряжённости электрического поля.

В системе уравнений (10) для нахождения полей  $E_{\tau A}$ ,  $E_{\tau B}$  вновь и все адмиттансы, и входное воздействие в виде  $2 \cdot H_{nad}$  не зависят от направления падения волны на щель. Отсюда следует вывод, что и при более последовательном подходе в рамках одномодового приближения результирующие ЭПР узкой щели  $\sigma_A$ ,  $\sigma_B$  ( $\sigma_A$  для поля, рассеянного перед щелью и  $\sigma_B$  для поля, прошедшего за сквозной зазор) от направления облучения не зависят.

Отметим, что из второго - четвёртого уравнений системы (10) следует  $Y_{ex} = Y_{AA}$  для канавки и  $Y_{ex} = Y_{AA} - Y_{AB} \cdot (Y_{BB} + Y_{ext})^{-1} \cdot Y_{BA}$  для сквозного зазора.

Из той же системы (10) относительно  $E_{\tau A}$ ,  $E_{\tau B}$  получаем для сквозного зазора исчезающе малой глубины

$$E_{\tau A} = \frac{H_{na\partial}}{Y_{ext}},\tag{11}$$

для канавки

$$E_{\tau A} = \frac{2 \cdot H_{na\partial}}{Y_{AA} + Y_{ext}},\tag{12}$$

для сквозного зазора конечной глубины

$$E_{\tau A} = \frac{2 \cdot (Y_{AA} + Y_{ext}) \cdot H_{na\partial}}{(Y_{AA} + Y_{ext})^2 - Y_{AB}^2}, \quad E_{\tau B} = \frac{2 \cdot Y_{AB} \cdot H_{na\partial}}{(Y_{AA} + Y_{ext})^2 - Y_{AB}^2}.$$
 (13)

Формула (12) уточняет формулу (2) для поля  $E_{\tau A}$  на входе в канавку за счёт замены  $Y_{AA}$  на  $Y_{AA} + Y_{ext}$  в знаменателе. Отсюда ясна область применимости формулы (9) - для малозаметных канавок с  $|Y_{AA}| >> |Y_{ext}|$ . Физическое содержание уточнения заключается в том, что больше не накладывается условие  $H_{\tau A} \approx 2 \cdot H_{nad}$  малого возмущения структуры магнитного поля на входе в канавку, по сравнению с магнитным полем на

#### ЖУРНАЛ РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ, ISSN 1684-1719, N5, 2018

поверхности металла, окружающей вход в щель. Наоборот, допускается существенное отличие  $H_{\tau A}$  от  $2 \cdot H_{na\partial}$ , что позволяет описать рассеяние канавкой в том числе при резонансной глубине щели, когда  $|Y_{AA}| \rightarrow 0$ .

Расчёт  $E_{\tau A}$  по формулам (11-13) требует знания адмиттанса  $Y_{ext}$  внешней, по отношению к щели, области. В данной работе опробована следующая методика расчёта ЭПР канавок и сквозных зазоров конечной глубины D > 0 (результаты тестирования методики представлены далее в пункте 6). Для конкретной ширины щели значение адмиттанса внешней области определялось из численного решения задачи дифракции плоской электромагнитной волны на сквозном зазоре той же ширины и при этом исчезающе малой толщины. Геометрия задачи соответствует рис. 2, зазор проходил посередине идеально проводящей, бесконечно тонкой шестиугольной пластины. Задача дифракции на бесконечно тонкой пластине была выбрана как имеющая наименьшую размерность при численном решении. В программе FEKO, с помощью которой выполнялись расчёты, электрическое поле, рассеянное В некотором направлении, в дальней зоне характеризуется как раз комплексным коэффициентом  $\hat{E}_{\varphi}$ . Используя (6), по  $\hat{E}_{\varphi}$  определялось  $E_{\tau A}$ , а далее из формулы (11) вычислялся внешний адмиттанс, являющийся комплексным числом. Проверка показала, что значение внешнего адмиттанса  $Y_{ext}$ , полученное для сквозного зазора определённой ширины, может быть использовано при расчёте ЭПР щели той же ширины, и при этом любого типа (канавка, сквозной зазор) и глубины.

После нахождения  $E_{\tau A}$  на входе в щель по (11), либо (12), либо (13), с помощью соотношения (6), связывающего поле в дальней зоне и на входе в щель, находится коэффициент в представлении поля в дальней зоне  $\hat{E}_{\varphi}$ , и далее, используя соотношение (8), определяется ЭПР щели.

# 6. Результаты расчётов ЭПР канавки и сквозного зазора в зависимости от глубины

С использованием формул (6), (8), (12, 13) были рассчитаны зависимости погонной ЭПР канавки и сквозного зазора, представленные на рис. 6. График ЭПР канавки шириной W = 3 мм в зависимости от глубины D показан красной линией, а ЭПР канавки шириной W = 5 мм - синей. График ЭПР сквозного зазора шириной W = 4 мм от глубины D представлен последовательностью серых кружков. Видно, что ЭПР канавок может достигать значений как существенно больше максимумов, так и существенно меньше минимумов ЭПР сквозных зазоров, при вариации их глубины. При этом ЭПР сквозного зазора не обращается в ноль ни при какой его глубине, а осциллирует от умеренно малого до умеренно большого значений с вариацией глубины. Указанный характер изменения ЭПР щелей с изменением глубины объясняется тем, что аналогичным образом меняется модуль входного адмиттанса  $|Y_{ex}|$  канавки и сквозного зазора.

Расчёт по формулам был верифицирован численным определением ЭПР соответствующих щелей на шестиугольной пластине. Рассчитанные значения ЭПР канавок и сквозных зазоров помечены значками на рис. 6: квадратами для канавки шириной W = 3 мм, треугольниками для канавки шириной W = 5 мм и кружками для сквозного зазора шириной W = 4 мм. Таким образом, тестирование показало высокую точность расчётов ЭПР щелей по формулам (11-13) при любых глубинах D, в том числе для канавок - в окрестностях резонансов при  $D = \frac{\lambda_o}{4} + n \cdot \frac{\lambda_o}{2}$ , n = 0, 1, 2, ..., где ЭПР канавок максимальна.

Заметим, что получение зависимостей ЭПР от глубины щелей в серии расчётов, либо измерений чрезвычайно трудоёмко. В отличие от этого, расчёт по формулам вида (11-13) простой и быстрый.

Результаты расчётов ЭПР канавок в зависимости от глубины по упрощённой формуле (9) представлены на рис. 6 красной и синей пунктирными кривыми для канавок шириной, соответственно, 3 и 5 мм. Видно, что при

вариации глубины *D* расчёт ЭПР канавки по (9) действительно даёт удовлетворительную точность до значений глубины порядка  $D \sim \lambda/10$ , а далее даёт весьма грубую оценку ЭПР канавки вплоть до её глубины  $D \approx \lambda/5$ . Вблизи резонансов, упомянутых выше, погрешность упрощённой формулы очень велика, однако в окрестности глубин канавки, кратных половине длины волны  $D = m \cdot \frac{\lambda_o}{2}, m = 1, 2, ...,$  погрешность расчёта ЭПР канавки по формуле (9) вновь становится умеренной.



Рис. 6. ЭПР канавки и сквозного зазора в зависимости от их глубины



Рис. 7. Измеренные диаграммы обратного рассеяния канавок различной ширины W и глубины D в шестиугольной металлической пластине и соответствующие уровни ЭПР, рассчитанные по формулам (6), (8), (12). Длина канавок 300 мм

Точность оценки ЭПР канавок по формулам (6), (8), (12) была подтверждена сравнением с результатами измерений ДОР канавок различного поперечного сечения. Для примера на рис. 7 представлены измеренные ДОР трёх канавок шириной W = 3, 4 и 5 мм и глубиной D = 2.9, 4 и вновь 2.9 мм, выполненных в шестиугольной металлической пластине, смотри красную, синюю и зелёную кривые на рис. 7. Уровни ЭПР канавок, рассчитанные по формулам, показаны на рисунке горизонтальными пунктирными отрезками

соответствующего цвета. Видно, что уровень ЭПР для измеренных ДОР хорошо согласуется с расчётной оценкой в значительных интервалах изменения  $|\theta|$  от 5 до 70-80 градусов.

## 7. Заключение

1. Приблизительное амплитуды постоянство двухпозиционного И различных направлениях однопозиционного рассеяния при облучения объясняется в рамках одномодового приближения следующими двумя причинами. Во-первых, это независящий от направления облучения входной адмиттанс щели, который для полой щели определяется исключительно геометрей eë поперечного Во-вторых, сечения. ЭТО постоянство тангенциального ко входу в щель магнитного поля падающей волны. Вместе обе эти причины приводят к постоянству электрического поля  $E_{\tau}$  на входе в щель (для сквозного зазора - и на выходе из щели) при вариации направления облучения.

2. Решение задачи рассеяния электромагнитной волны на щели в одномодовом приближении при учёте адмиттанса внешней области, примыкающей извне ко входу в щель, даёт высокую точность вычисления ЭПР щели, в том числе в окрестности резонансов в канавке, где ЭПР канавки максимальна.

3. Наличие массива значений адмиттанса примыкающей к щели внешней области при разных значениях ширины щели, полученного из предварительного численного решения последовательности простых задач, позволяет рассчитывать далее заметность щелей разного типа (канавки, сквозные зазоры) и любой глубины.

4. Проведённое исследование можно рассматривать как комплексную проверку применимости одномодового приближения при оценке ЭПР щелей. Совпадение однопозиционных ЭПР щелей, фактических (рассчитанных измеренных) и рассчитанных численным методом, либо строгим В приближении, одномодовом co всей определённостью подтверждает применимость одномодового приближения.

# Литература

- 1. Кобак В.О. Радиолокационные отражатели. М.: Советское радио, 1975, 248 с.
- Radar Cross Section / E.F. Knott, J.F. Shaeffer, M.T. Tuley. 2<sup>nd</sup> ed., SciTech Publishing, Inc., USA. - 2004
- Лебедев А.М., Фурманова Т.А. Уменьшение дифракционного шума металлической пластины путём подавления волн, распространяющихся вдоль её краёв // IV Всероссийская Микроволновая конференция. Сборник трудов. - Москва, ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН. - 2016. С.442–447
- 4. Сазонов Д.М. Антенны и устройства СВЧ. М.: Высшая школа, 1988, 434 с.
- Computational Methods For Electromagnetics // A.F. Peterson, L.R. Scott, R. Mittra. - IEEE, Inc., USA. - 1998

## Для цитирования:

А. М. Лебедев, Т. А. Фурманова, А. И. Федоренко, И. И. Краснолобов. Формулы для оценки эффективной поверхности рассеяния узких канавок и сквозных зазоров. Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2018. № 5. Режим доступа: http://jre.cplire.ru/jre/may18/8/text.pdf DOI 10.30898/1684-1719.2018.5.8