

DOI 10.30898/1684-1719.2020.5.4

УДК 621.391.01

## АЛГОРИТМЫ ИТЕРАТИВНОГО ПРИЕМА БЛОКОВЫХ ТУРБО-КОДОВ НА ОСНОВЕ НИЗКОПЛОТНОСТНЫХ КОДОВ КОНЕЧНОЙ ЕВКЛИДОВОЙ ГЕОМЕТРИИ

Л. Е. Назаров, З. Т. Назарова

Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,  
141190, Московская область, г. Фрязино, пл. академика Введенского, д.1

Статья поступила в редакцию 21 апреля 2020 г.

**Аннотация.** Приведены результаты исследований двух наиболее эффективных алгоритмов итеративного посимвольного приема корректирующих (помехоустойчивых) блочных турбо-кодов, формируемых с использованием составляющих блочных кодов. В качестве составляющих кодов рассмотрены помехоустойчивые блочные низкоплотностные коды конечной Евклидовой геометрии с циклической структурой, что определяет низкую сложность формирования алгоритмов формирования кодовых слов и алгоритмов приема. Показано, что при приеме этих турбо-кодов можно применить алгоритмы итеративного приема, разработанные для общего класса низкоплотностных кодов, в частности, алгоритм ВР и его модификация MIN\_SUM\_ВР. Даны результаты моделирования этих алгоритмов итеративного приема для ряда рассматриваемых турбо-кодов для канала с аддитивным белым гауссовским шумом и для Релеевского канала с замиранием сигналов.

**Ключевые слова:** помехоустойчивые низкоплотностные коды, блочные турбо-коды, Евклидова геометрия.

**Abstract.** The focus of this paper is directed towards the investigation of the characteristics of symbol-by-symbol iterative decoding algorithms for error-correcting block turbo-codes which enable communication at relatively low received signal/noise and provide high power efficiency. Specific feature of investigated turbo-codes is

construction with usage of low-density parity-check codes (LDPC) and these turbo-codes are in the class of LDPC too. According to this fact the considered turbo-codes have symbol-by-symbol decoding algorithms developed for total class LDPC codes, namely BP (belief propagation) and modification (MIN\_SUM\_BP). The BP decoding algorithm is iterative and for implementation the signal/noise is required, for implementation of MIN\_SUM\_BP decoding algorithm the signal/noise is not required. The resulted characteristics of turbo-codes constructed with usage of LDPC based on Euclidean geometry (namely, duration of code words, information volume, code rate, error performances) are presented in this paper. These component LDPC codes are cyclic and have encoding and decoding algorithms with low complexity implementation. The computer simulations for encoding and iterative decoding algorithms for the number of turbo-codes with different code rate and information volumes are performed. The results of computer simulations have shown that MIN\_SUM\_BP decoding algorithm is more effective than BP decoding algorithm for AWGN channel concerning error-performances. For Relay channel these decoding algorithms are equivalent concerning error-performances.

**Key words:** block product codes, Euclidean low-density parity-check codes, iterative decoding.

## Введение

Коды, корректирующие ошибки, используются для помехоустойчивой передачи информации по каналам широкого назначения [1-3]. Кодовые конструкции под общим названием турбо-коды рассматриваются как одни из наиболее эффективных относительно вероятностных характеристик при приеме (вероятность ошибочного приема информационных битов  $P_b$  [3, 5, 6]).

Развитие теории класса блоковых турбо-кодов (БТК) составляет самостоятельное научное направление [3,5-8]. Для этих турбо-кодов разработаны алгоритмы итеративного приема, более простые при реализации, чем алгоритмы

оптимального приема при незначительной деградации вероятностных характеристик [5]. Исследования показывают, что при увеличении информационных объемов БТК достигаются вероятностные характеристики при приеме близкие к предельным характеристикам, определяемым пропускной способностью каналов передачи с аддитивным белым гауссовским шумом (АБГШ) [3].

БТК формируются на основе составляющих блоковых корректирующих кодов [1,3,5]. Сложность разработанных алгоритмов итеративного приема БТК определяется сложностью алгоритмов приема составляющих блоковых кодов. Класс составляющих кодов, удовлетворяющих условию низкой сложности алгоритмов приема, ограничен - используются блоковые коды Хэмминга, коды с обобщенной проверкой на четность [3,5].

Открытой является проблема расширения класса БТК с вариацией их параметров (информационный объем, кодовая скорость). Для решения этой проблемы в работах [7,9] рассматривается использование составляющих блоковых низкоплотностных кодов, в частности, низкоплотностных кодов конечной Евклидовой геометрии [1,2].

Актуальной задачей является исследование и сравнительный анализ алгоритмов итеративного приема относительно вероятностных характеристик для рассматриваемого класса БТК.

### **Постановка задачи**

Кодовые слова БТК на основе составляющих блоковых кодов  $C_1, C_2$  с параметрами  $(n_1, k_1, d_1)$  и  $(n_2, k_2, d_2)$  представляются двумерной матрицей. Строки матрицы - кодовые слова кода  $C_1$ , столбцы - кодовые слова кода  $C_2$  [1]. Здесь  $n, k, d$  - длина, информационный объем и минимальный вес Хэмминга кодовых слов кода. Для рассматриваемых БТК  $n = n_1 n_2, k = k_1 k_2$ , минимальный вес Хэмминга  $d = d_1 d_2$ , кодовая скорость  $R = k/n$ .

Алгоритмы оптимального приема кодов  $(n, k, d)$ , основаны на реализации корреляторов, их объем равен  $\min(2^k, 2^{(n-k)})$  [4]. При условии  $\min(k, n - k) \gg 1$  реализация этих алгоритмов в реальном времени представляет сложную проблему. Для решения этой проблемы разработаны алгоритмы итеративного приема БТК, реализующие принцип турбо-декодирования [3,5]. Эти алгоритмы по сравнению с алгоритмами оптимального приема имеют существенно меньшую сложность реализации при незначительных энергетических потерях. Суть этих алгоритмов – представление оптимального приема в виде итеративной процедуры приема кодов  $C_1, C_2$ . Итерация включает два шага обработки. На первом шаге вычисляются апостериорные вероятности для символов кода  $C_1$  на основе отсчетов входной реализации и априорных вероятностей кодовых символов [5]. Функционалы от вычисленных апостериорных вероятностей используются как априорные вероятности для кодовых символов на втором шаге итерации при вычислении апостериорных вероятностей символов кода  $C_2$ . После выполнения задаваемого числа итераций принимаются решения относительно кодовых символов БТК.

БТК на основе составляющих низкоплотностных кодов также входят в класс низкоплотностных кодов [1,7]. Вследствие этого при приеме этих БТК можно применить другой ряд алгоритмов итеративного приема, разработанных для низкоплотностных кодов. Ниже рассматриваются составляющие низкоплотностные коды конечной Евклидовой геометрии, которые являются перспективными для приложений вследствие низкой сложности реализации алгоритмов формирования кодовых слов и алгоритмов итеративного приема, обусловленной их циклической структурой [1].

Суть задачи - исследование и сравнительный анализ алгоритмов итеративного приема БТК на основе составляющих низкоплотностных кодов конечной Евклидовой геометрии относительно вероятностных характеристик для ряда моделей каналов передачи.

## Низкоплотностные коды конечной Евклидовой геометрии и БТК на их основе

Пусть  $EG(m, 2^s)$  -  $m$ -мерная конечная Евклидова геометрия над полем  $GF(2^s)$ ,  $m, s$  - положительные целые числа [1]. Эта геометрия содержит  $2^{ms}$  точек, эквивалентных векторам с  $m$  компонентами поля  $GF(2^s)$ . Геометрия  $EG(m, 2^s)$  содержит  $2^{(m-1)s}(2^{ms} - 1)/(2^s - 1)$  линий с  $2^s$  точками в своем составе и рассматривается как расширение поля  $GF(2^{ms})$  над  $GF(2^s)$  [1,2]. Пусть  $\alpha$  - примитивный элемент поля  $GF(2^{ms})$ , множество  $0, \alpha^0, \alpha^1, \dots, \alpha^{2^{ms}-2}$  эквивалентно  $2^{ms}$  точкам геометрии  $EG(m, 2^s)$ . Пусть  $\alpha^i, \alpha^j$  - линейно независимые точки, множество точек  $\{\alpha^i + \beta\alpha^j; \beta \in GF(2^s)\}$  определяет линию, проходящую через  $\alpha^i, \alpha^j$ . Пусть  $H_{EG}(m, s)$  - матрица с элементами из  $GF(2)$ , строки которой эквивалентны линиям геометрии  $EG(m, 2^s)$ . Эта матрица является проверочной матрицей низкоплотностного кода геометрии  $EG(m, 2^s)$ , она содержит  $J = (2^{(m-1)s} - 1)/(2^s - 1)$  строк и  $n = 2^{ms} - 1$  столбцов. Строки и столбцы матрицы  $H_{EG}(m, s)$  имеют вес Хэмминга  $J_l = 2^s$  и  $J_r = (2^{ms} - 1)/(2^s - 1) - 1$  соответственно [2].

Низкоплотностные коды геометрии  $EG(m, 2^s)$  являются циклическими кодами - длина кодовых слов  $n = 2^{ms} - 1$ , минимальный вес Хэмминга равен  $d \geq J_r + 1$ , размерность  $k$  определяется степенью порождающего многочлена  $g_{EG}(x)$ . Пусть  $\alpha$  - примитивный элемент поля  $GF(2^{ms})$ , элемент  $\alpha^h$  является корнем  $g_{EG}(x)$  кода при условии [1]:

$$0 < \max_{0 \leq l < s} (W_{2^s}(h^{(l)})) \leq (m - 1)(2^s - 1), \quad (1)$$

$$W_{2^s}(h) = \delta_0 + \delta_1 + \dots + \delta_{m-1}, \quad (2)$$

$$h = \delta_0 + \delta_1 2^s + \dots + \delta_{m-1} 2^{(m-1)s}, \quad 0 \leq \delta_i < 2^s, \quad 0 \leq i < m. \quad (3)$$

Здесь  $0 \leq \delta_i < 2^s$ ,  $0 \leq i < m$  - коэффициенты при разложении (3) показателя степени  $h$  элемента  $\alpha$ ;  $h^{(l)}$  - остаток  $h2^l$  по модулю  $(2^{ms} - 1)$ .

В таблице 1 приведены параметры  $n, k, d, J_l, J_r$ , а также степени примитивного элемента  $\alpha$  для многочленов  $g_{EG}(x)$  для ряда кодов  $EG(m, 2^S)$ . БТК на основе этих низкоплотных кодов с параметрами  $J_l$  и  $J_r$ , входят в класс низкоплотных кодов с параметрами  $J_l$  и  $2J_r$  [9]. В таблице 2 приведены параметры  $n, k, d, J_l, J_r$  для рассматриваемых БТК.

Таблица 1. Параметры низкоплотных кодов геометрии  $EG(m, 2^S)$  ( $\alpha$  - примитивный элемент поля  $GF(2^{mS})$ ).

$(m, 2^S)$	$n$	$k$	$d$	$J_l$	$J_r$	Показатели степени $\alpha^i$
EG (2, 2 <sup>2</sup> )	15	7	5	4	4	1,3
EG (2, 2 <sup>3</sup> )	63	37	9	8	8	1,3,5,7,21

Таблица 2. Параметры БТК на основе низкоплотных кодов (таблица 1).

Составляющий код	$n$	$k$	$d$	$J_l$	$J_r$	$R$
EG (2, 2 <sup>2</sup> )	225	49	25	4	8	0.22
EG (2, 2 <sup>3</sup> )	3969	1369	81	8	16	0.34

Ниже рассмотрены наиболее эффективные относительно вероятностных характеристик алгоритмы итеративного посимвольного приема низкоплотных кодов - алгоритм ВР (belief propagation) и его модификация MIN\_SUM\_ВР [2, 10-12].

Обозначим  $H = (h_{li}; 0 \leq l < n - k; 0 \leq i < n)$  проверочную матрицу низкоплотного кода  $(n, k)$  с кодовыми словами  $\vec{B} = (b_0, b_1, \dots, b_{n-1})$ . Пусть  $\vec{Y} = (y_0, y_1, \dots, y_{n-1})$  - дискретная реализация с отсчетами  $y_i = s_i + n_i$  с выхода демодулятора сигналов. Здесь  $s_i, n_i$  - сигнальные и помеховые составляющие,

$i = 0, 1, \dots, n - 1$ . Введем обозначение  $\vec{x} = (x_0, x_1, \dots, x_{n-1})$  - “жесткие” решения:  $x_i = 0$  при условии  $y_i \geq 0$  и  $x_i = 1$  в противном случае.

Низкоплотностные коды геометрии  $EG(m, 2^S)$  обладают свойством организации ортогональных проверочных соотношений для символов  $b_i$  слов  $\vec{B}$  [1,2]. Пусть  $N(m) = (i: h_{mi} = 1)$  - множество номеров кодовых символов объемом  $J_N(m)$ , образующих  $m$ -е проверочное соотношение;  $N(m)/l$  - множество  $N(m)$  без  $l$ -го символа;  $D(l) = (m: h_{ml} = 1)$  - множество проверочных ортогональных соотношений для кодового символа  $b_l$  объемом  $J_D(l)$ ;  $D(l)/m$  - множество ортогональных соотношений  $D(l)$  без  $m$ -ой проверки. Для рассматриваемых низкоплотностных кодов выполняются условия  $J_N(m) = J_l, J_D(l) = J_r$ .

### Алгоритм итеративного приема ВР

При использовании алгоритма ВР требуется оценка энергетического параметра канала  $\gamma = 2A/N_0$ ,  $A$  - амплитуда сигнальной составляющей,  $N_0$  - спектральная плотность (односторонняя) АБГШ. Перед выполнением итерации алгоритма ВР для посимвольного приема кодового символа  $b_{ij}$  производится инициализация величин  $z_{mi} = (\gamma y_i; m \in J_D(i), 0 \leq i < n)$ . Итерация включает выполнение следующих шагов [2].

Шаг 1. Вычисляются элементы массивов  $T_{mi}$  и  $L_{mi}$  ( $m \in J_D(i), 0 \leq i < n$ )

$$T_{mi} = \prod_{l \in N(m)/i} \tanh(z_{li}/2), \quad (4)$$

$$L_{mi} = \ln((1 - T_{mi})/(1 + T_{mi})). \quad (5)$$

Шаг 2. Для символа  $b_i$  вычисляются величины  $z_{mi} = y_i + \mu \sum_{l \in D(i)/m} L_{li}$ .

Шаг 3. Если критерий остановки алгоритма итеративного приема не выполняется, то процесс продолжается с шага 1). При выполнении критерия остановки (например, при достижении задаваемого числа итераций  $I$ ) вычисляются величины  $z_i = y_i + \mu \sum_{l \in D(i)} L_{li}$  и принимаются решения относительно значений кодовых символов:  $b_i = 0$  при условии  $z_i > 0$ , иначе  $b_i = 1$ . Здесь  $\mu$  - постоянная, ее значение определяется путем моделирования алгоритма ВР (один из критериев

выбора основан на достижении минимальных значений вероятности ошибки при приеме).

Более простым по отношению к алгоритму ВР является алгоритм приема MIN\_SUM\_ВР [2]. В этом случае не требуется оценка энергетического параметра  $\gamma$ . Перед выполнением итерации алгоритма производится инициализация величин  $z_{mi} = y_i; m \in J_D(i), 0 \leq i < n$ . Итерация этого алгоритма включает следующие шаги [2,10].

Шаг 1. Вычисляются “жесткие” решения

$$\sigma_{mi} = \begin{cases} 1, z_{mi} > 0, \\ 0, z_{mi} \leq 0. \end{cases} \quad (6)$$

Для каждой ортогональной проверки  $m$  вычисляются величины  $\sigma_m, L_{mi}$

$$\sigma_m = \sum_{i \in N(m)} \sigma_{mi}, \quad (7)$$

$$L_{mi} = (-1)^{\sigma_m \oplus \sigma_{mi} \oplus 1} \min_{i' \in N(m)/i} (|z_{mi'}|). \quad (8)$$

Операция сложения  $\oplus$  в (8) осуществляется в поле  $GF(2)$ .

Шаг 2. На основе  $L_{mi}$  вычисляются величины  $z_{mi}$

$$z_{mi} = y_i + \mu \sum_{m' \in D(i)/m} L_{m'i}. \quad (9)$$

Шаг 3. При невыполнении критерия остановки выполняется шаг 1 следующей итерации, иначе принимается решение относительно кодовых символов  $b_i$  с использованием величин  $z_i = y_i + \mu \sum_{m \in D(i)} L_{mi}$ : принимается решение  $b_i = 0$ , если  $z_i \geq 0$ , иначе  $b_i = 1$ .

### Результаты моделирования

Ниже приведены результаты моделирования алгоритмов ВР и MIN\_SUM\_ВР для БТК, параметры которых приведены в [таблице 2](#). Полученные кривые соответствуют зависимостям вероятности ошибки  $P_6$  от отношения сигнал/помеха  $E_6/N_0$  с использованием сигналов с двоичной фазовой манипуляцией для канала с АБГШ и Релеевского канала с медленными

замираниями амплитуды сигналов (амплитуды сигналов постоянные на длительности строк кодовых слов) [4]. Здесь  $E_b$  - энергия сигналов на бит,  $N_0$  - спектральная плотность (односторонняя) АБГШ.

При моделировании производились интервальные оценки  $P_b$  путем вычисления частоты  $x/u$ , где  $x$  - число ошибок в последовательности переданных кодовых символов (кодовых слов)  $u$ . Требуемый объем  $u$  определялся размером доверительного интервала  $[0.5P_b, 1.5P_b]$  с доверительной вероятностью  $P_{\text{дов}} = 0.95$  [13].

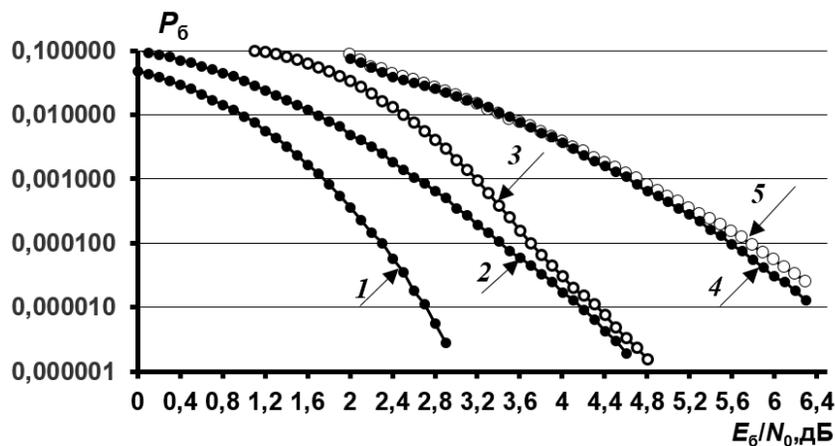


Рис.1. Вероятности  $P_b$  итеративного приема БТК (225,49) на основе EG кода (15,7): 1 - верхняя граница случайного кодирования (канал АБГШ); 2 - алгоритм итеративного приема MIN\_SUM\_BP (канал АБГШ); 3 - алгоритм итеративного приема BP (канал АБГШ); 4 - алгоритм итеративного приема MIN\_SUM\_BP (Релеевский канал); 5 - алгоритм итеративного приема BP (Релеевский канал).

На рис.1 приведены значения  $P_b$  для БТК на основе EG кода (15,7) (параметры БТК  $n = 225$ ,  $k = 25$ ,  $d = 49$ , кодовая скорость  $R = 0.22$ ). Кривая 1 соответствует верхней границе  $P_b$  случайного кодирования для АБГШ, которая показывает существование кода с параметрами рассматриваемого БТК с приведенными вероятностными характеристиками [4].

Кривая 2 соответствует применению алгоритма MIN\_SUM\_BP (параметр  $\mu = 0.2$ ), кривая 3 алгоритму BP (параметр  $\mu = 0.2$ ) для канала АБГШ. Видно, что алгоритм MIN\_SUM\_BP и алгоритм BP для АБГШ определяют энергетический

проигрыш по отношению к теоретической кривой 1 до 1.5 дБ для значений  $P_6 > 10^{-5}$ . При этом вероятностные кривые 2 и 3 для алгоритмов MIN\_SUM\_BP и BP практически совпадают для  $P_6 < 10^{-5}$ , для значений  $P_6 > 10^{-5}$  алгоритм MIN\_SUM\_BP более эффективен чем алгоритм BP - энергетический выигрыш первого алгоритма достигает 0.8 дБ.

Кривая 4 соответствует алгоритму BP (параметр  $\mu = 0.225$ ), кривая 5 алгоритму MIN\_SUM\_BP (параметр  $\mu = 0.225$ ) для стационарного канала с замиранием амплитуды сигналов  $A$ , описываемым законом Релея [4]. Видно, что эти кривые практически совпадают для анализируемых значений вероятностей ошибки  $P_6$  - энергетический проигрыш по отношению к теоретической кривой 1 достигает 3.6 дБ для  $P_6 \approx 10^{-5}$ .

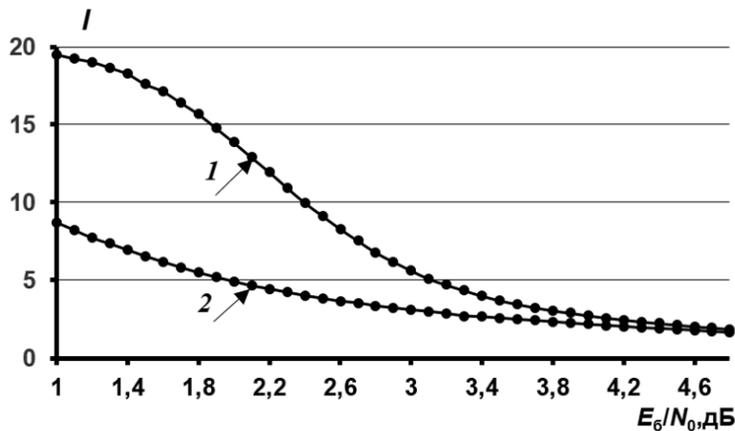


Рис.2. Средние значения итераций  $I$  итеративного приема БТК (225,49) от отношения сигнал/помеха: 1 - алгоритм BP; 2 - алгоритм MIN\_SUM\_BP.

На рис.2 приведены зависимости средних значений количества итераций  $I$  от отношения  $E_6/N_0$  при реализации рассматриваемых алгоритмов итеративного приема БТК (225,49) при ограничении  $I \leq 20$ . Кривая 1 соответствует алгоритму BP, кривая 2 алгоритму MIN\_SUM\_BP. Для значений  $E_6/N_0 > 3.8$  дБ среднее количество  $I$  требуемых итераций для исследуемых алгоритмов итеративного приема практически совпадают и не превышают 3.

На рис.3 приведены вероятности ошибочного приема  $P_6$  для БТК на основе EG кода (63,47) (параметры  $n = 3969$ ,  $k = 1369$ ,  $d = 81$ ,  $R = 0.34$ ). Кривая 1

соответствует верхней границе  $P_6$  случайного кодирования [4] для АБГШ при применении кода с параметрами, тождественными параметрам рассматриваемого БТК.

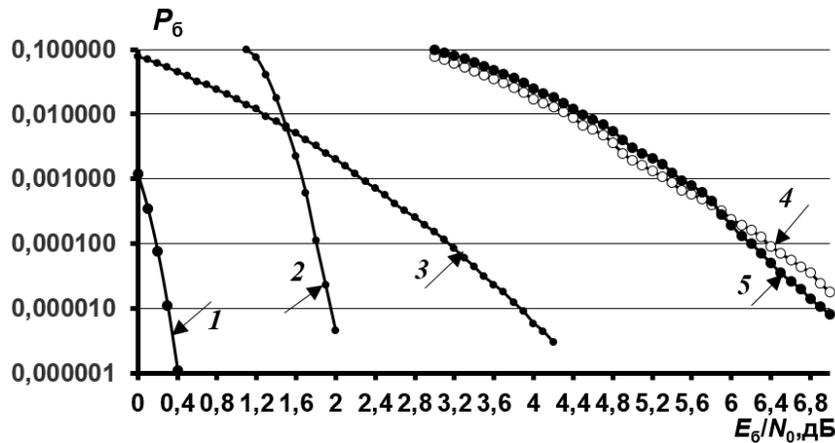


Рис.3. Вероятности  $P_6$  итеративного приема БТК (3969,1369) на основе EG кода (63,37): 1 - верхняя граница случайного кодирования (канал АБГШ); 2 - алгоритм итеративного приема MIN\_SUM\_BP и алгоритм NP (канал АБГШ); 3 - алгоритм приема Витерби сверточного кода с кодовой скоростью  $R = 1/3$ ; (канал АБГШ); 4 - алгоритм итеративного приема MIN\_SUM\_BP (Релеевский канал); 5 - алгоритм итеративного приема BP (Релеевский канал).

Кривая 2 соответствует алгоритму MIN\_SUM\_BP и алгоритму BP (параметр  $\mu = 0.275$ ) для АБГШ (вероятностные кривые для этих алгоритмов совпадают). Видно, что применение алгоритмов MIN\_SUM\_BP и BP определяют энергетический проигрыш по отношению к теоретической кривой 1 до 1.3 дБ для  $P_6 > 10^{-5}$ .

Кривая 3 соответствует сверточному коду с эквивалентной кодовой скоростью  $R = 1/3$  (длина кодового ограничения 7, алгоритм приема Витерби [4]). Для  $P_6 = 10^{-5}$  энергетический выигрыш для БТК по отношению к сверточному коду составляет 2.0 дБ.

Кривая 4 соответствует алгоритму BP (параметр  $\mu = 0.225$ ), кривая 5 алгоритму MIN\_SUM\_BP (параметр  $\mu = 0.175$ ) для Релеевского канала. Видно, что эти кривые практически совпадают для анализируемых значений вероятностей

ошибки  $P_6$  - энергетический проигрыш по отношению к теоретической кривой 1 достигает  $\approx 6.3$  дБ для  $P_6 \approx 10^{-5}$ .

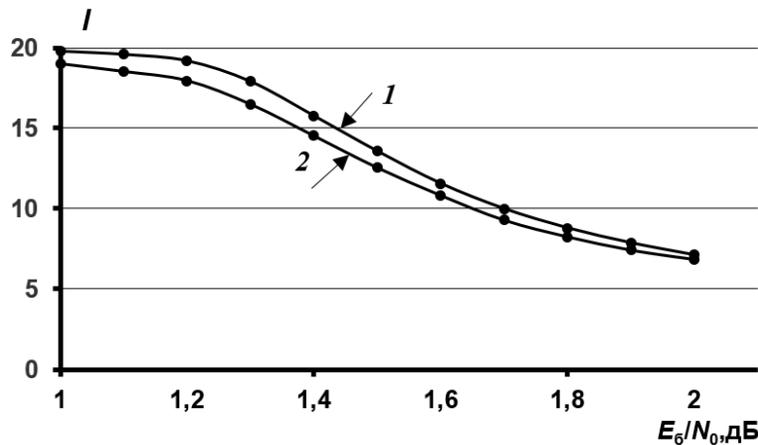


Рис.4. Средние значения итераций  $I$  итеративного приема БТК (3969,1369) от отношения сигнал/помеха: 1 - алгоритм ВР; 2 - алгоритм MIN\_SUM\_ВР.

На рис.4 приведены зависимости средних значений количества итераций  $I$  от  $E_6/N_0$  при реализации рассматриваемых алгоритмов итеративного приема БТК (3969,1369) при ограничении  $I \leq 20$ . Кривая 1 соответствует алгоритму ВР, кривая 2 алгоритму MIN\_SUM\_ВР. Для  $E_6/N_0 > 1,9$  дБ средние значения  $I$  требуемых итераций для исследуемых алгоритмов итеративного приема практически совпадают и не превышают 8.

## Заключение

Даны результаты исследований вероятностных характеристик для блочных турбо-кодов, особенностью которых является то, что они формируются на основе составляющих низкоплотностных кодов и также являются низкоплотностными кодами. Вследствие этого при их приеме можно применить алгоритмы итеративного приема, разработанные для общего класса низкоплотностных кодов, в частности, алгоритм ВР и его модификацию MIN\_SUM\_ВР. Приведены результирующие параметры рассматриваемых БТК (длительность кодовых слов, информационный объем, минимальный вес Хэмминга, кодовая скорость),

формируемых с использованием составляющих низкоплотностных кодов на основе конечной Евклидовой геометрии.

Для двух рассматриваемых БТК проведено компьютерное моделирование исследуемых алгоритмов итеративного приема для канала АБГШ и Релеевского канала с замиранием сигналов. Наиболее эффективным относительно вероятностных характеристик для канала АБГШ является алгоритм MIN\_SUM\_BP, в этом случае не требуется оценка энергетического параметра. Для модели Релеевского канала рассматриваемые алгоритмы итеративного приема практически эквивалентны относительно вероятностных характеристик.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект №20-07-00525).

### Литература

1. Питерсон У., Уэлдон Э. Коды, исправляющие ошибки. М.: Мир, 1976.
2. Li J., Lin S., Abdel-Chaffar K., Ryan W.E., Costello D.J. Jr. LDPC Code Designs, Constructions, and Unification. Cambridge. University Press. United Kingdom, 2017.
3. Johnson S.J. Iterative Error Correction: Turbo, Low-Density Parity-Check and Repeat-Accumulate Codes. Cambridge: Univ. Press, 2010.
4. Зюко А.Г., Фалько А.И., Панфилов И.П., Банкет В.Л., Иващенко П.В. Помехоустойчивость и эффективность систем передачи информации. М.: Радио и связь, 1985.
5. Pyndiah R.M. Near-optimum decoding of product-codes: block turbo-codes. // IEEE Transactions on Communications. 1998. Vol.46. No.8. P.1003-1010.
6. Назаров Л.Е., Головкин И.В. Реализация алгоритмов итеративного приема блоковых турбо-кодов. // Цифровая обработка сигналов. 2009. № 2. С. 2-6.
7. Назаров Л.Е., Шишкин П.В. Исследование вероятностных характеристик блоковых турбо-кодов на основе низкоплотностных кодов конечных геометрий. //

Журнал радиоэлектроники. 2018 №5. Режим доступа:

<http://jre.cplire.ru/jre/may18/1/text.pdf>. DOI: [10.30898/1684-1719.2018.5.1](https://doi.org/10.30898/1684-1719.2018.5.1)

8. Kumar1 Ch. Ravi, K. Padmaraju K. Hard Decision Decoding Performance Improved Using Turbo Product Codes. // International Journal of Engineering &Technology. 2018. Vol.7. P. 228-231.

9. Назаров Л.Е., Шишкин П.В. Характеристики помехоустойчивых блочных турбокодов на основе низкоплотностных кодов. // Информационные технологии. 2018. Т.24. №6. С. 427-432.

10. Liu Z., Pados D.A. The decoding algorithms for finite-geometry LDPC codes. // IEEE Transactions on Communications. 2005. Vol. 53. No.3. P.415-421.

11. MacKay D.J.C., Neal R.M. Near Shannon limit performance of low density parity check codes. // Electronics Letters. 1997. Vol.33. P.457-458.

12. Назаров Л.Е., Щеглов М.А. Характеристики полных и укороченных помехоустойчивых низкоплотностных кодов на основе конечных геометрий. // Успехи современной радиоэлектроники. 2017. №6. С.23-30.

13. Дунин-Барковский И.В., Смирнов Н.В. Теория вероятностей и математическая статистика в технике. М.: Гостехтеориздат, 1955.

**Для цитирования:**

Назаров Л. Е., Назарова З.Т. Алгоритмы итеративного приема блочных турбо-кодов на основе низкоплотностных кодов конечной евклидовой геометрии. Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2020. №5. Режим доступа: <http://jre.cplire.ru/jre/may20/4/text.pdf>. DOI 10.30898/1684-1719.2020.5.4