

DOI 10.30898/1684-1719.2020.5.5

УДК 621.396. 6

## ОБОБЩЕННЫЙ МЕТОД СТАТИСТИЧЕСКОГО ОЦЕНИВАНИЯ ЧАСТОТЫ ОДНОВРЕМЕННО И НЕЗАВИСИМО ФУНКЦИОНИРУЮЩИХ ГЕНЕРАТОРОВ

Д. Д. Габриэльян<sup>1</sup>, О. А. Сафарьян<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Ростовский-на-Дону научно-исследовательский институт радиосвязи,  
344038, Ростов-на-Дону, ул. Нансена, 130

<sup>2</sup> Донской государственный технический университет,  
Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1

Статья поступила в редакцию 19 апреля 2020 г.

**Аннотация.** Рассмотрены вопросы оценивания текущей частоты каждого из генераторов при их одновременном и независимом функционировании в составе радиоэлектронной или информационно-телекоммуникационной системы. Получение оценок частоты проводится на основе измерений фаз сигналов каждого из генераторов на каждом временном интервале измерений, определении отклонений измеряемых значений фаз от предполагаемых номинальных значений и получении оценок из условия максимума сформированной функции правдоподобия. Предлагаемое в статье подход является обобщением ранее предложенного метода статистической стабилизации частоты системы одновременно и независимо функционирующих генераторов, в котором на основе нахождения экстремума одномерной функции правдоподобия определялась текущая длительность временного интервала измерений и соответственно текущее значение частоты генератора. Предложенное обобщение заключается в следующем:

- формирование трехмерной функции правдоподобия, аргументами которой являются отклонение длительности временного интервала измерений от номинального значения, отклонения значений номинальных частот каждого из генераторов от соответствующих предполагаемых значений, отклонения

значений относительных нестабильностей каждого из генераторов от соответствующих предполагаемых значений;

- совместное оценивание длительности каждого из временных интервалов измерений, отклонений частот и относительных нестабильностей каждого из генераторов от соответствующих предполагаемых значений;

- проведение измерений фаз сигналов каждого из генераторов на каждом временном интервале измерения.

Предлагаемое обобщение позволяет отказаться от предположений о точно известных значениях номинальной частоты и относительной нестабильности каждого из генераторов. В то же время использование предлагаемой функции правдоподобия приводит к необходимости проведения измерений фаз сигналов каждого из генераторов не на одном, а нескольких измерительных интервалах. На основе численного моделирования проанализировано повышение точности оценивания длительности временных интервалов измерений и соответственно частоты генераторов. Показано, что уточнение значений относительной нестабильности частоты каждого из генераторов не приводит к практически значимому повышению точности оценок текущих значений частоты генераторов. Предложен переход к упрощенной функции правдоподобия, при которой проводится оценка только длительности временного интервала измерений и номинальной частоты каждого из генераторов.

**Ключевые слова:** генераторы высокочастотных колебаний, статистический метод стабилизации частоты, многомерная функция распределения, стабильность частоты.

**Abstract.** The questions of estimating the current frequency of each of the generators when they function simultaneously and independently as parts of a radio-electronic or information-telecommunication system are considered. Frequency estimates are obtained based on measurements of the signal phases of each of the generators at each measurement time interval, determining the deviations of the measured phase values from the assumed nominal values, and obtaining estimates from the maximum

condition of the generated likelihood function. The proposed approach is a generalization of the previously proposed method of statistical frequency stabilization of the system of simultaneously and independently operating generators, which is based on finding the extremum of the one-dimensional likelihood function was determined for the current time interval measurement and, accordingly, the current value of the oscillator frequency. The proposed generalization is as follows:

- formation of a three-dimensional likelihood function, the arguments of which are the deviation of the duration of the time interval of measurements from the nominal value, the deviation of the nominal frequency values of each of the generators from the corresponding assumed values, the deviation of the relative instability values of each of the generators from the corresponding assumed values;

- joint estimation of the duration of each of the measurement time intervals, frequency deviations and relative instabilities of each of the generators from the corresponding assumed values;

- measurement of the signal phases of each generator at each measurement time interval.

The proposed generalization allows us to reject assumptions about exactly known values of the nominal frequency and relative instability of each of the generators. At the same time, the use of the proposed likelihood function leads to the need to measure the signal phases of each of the generators not at one, but several measurement intervals. On the basis of numerical modeling, we analyzed the increase in the accuracy of estimating the duration of time intervals of measurements and, accordingly, the frequency of generators. It is shown that refining the values of relative frequency instability of each generator does not lead to a practically significant increase in the accuracy of estimates of the current frequency values of generators. A transition to a simplified likelihood function is proposed, in which only the duration of the time interval of measurements and the nominal frequency of each of the generators are evaluated.

**Key words:** high-frequency oscillators, statistical method of frequency stabilization, the multivariate distribution function, frequency stability.

## Введение

Особенностью современных радиоэлектронных систем является модульный принцип построения, при котором система состоит из большого числа функционально завершенных блоков и устройств. Использование такого принципа приводит к наличию в составе системы большого числа одновременно и независимо функционирующих генераторов сигналов. Информационно-телекоммуникационные системы, объединяющие большое число абонентов, радиоэлектронные системы каждого из которых имеют в своем составе генераторы сигналов, также являются примером системы, включающей большое число одновременно и независимо работающих генераторов.

Наличие большого числа одновременно и независимо функционирующих генераторов в составе радиоэлектронной системы позволяет повысить стабильность частоты генераторов без использования методов фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ), связанных с применением сложных и дорогих высокостабильных генераторов [1-6]. Это дает возможность без значительного усложнения самой радиоэлектронной системы повысить эффективность ее применения (снизить вероятность битовой ошибки в каналах связи, повысить точность определения радиолокационных и радионавигационных параметров и т.д.), в значительной степени связанную со стабильностью частоты и ее соответствием номинальному значению.

Повышение стабильности частоты в указанных условиях может быть достигнуто путем применения метода статистической стабилизации частоты, основанного на одновременном измерении фаз сигналов каждого генератора на некотором измерительном интервале и формировании оценок текущей частоты сигналов для последующего уменьшения указанных отклонений [1, 2]. Однако приведенные в [1-6] результаты относятся к случаю априорно известных значений номинальной частоты и относительной нестабильности генераторов, объединенных в стабилизируемую систему. В то же время при серийном производстве указанные параметры, как правило, определяются не для каждого

генератора в отдельности, а путем проведения статистических испытаний отдельных образцов из партии [7]. Кроме того, указанные параметры могут изменяться как с течением времени, так и при отклонении условий функционирования (температуры, величины подключаемой нагрузки и т.д.). Вследствие этого реальные параметры каждого из генераторов будут отличаться от предполагаемых значений.

Возникающие отличия используемых значений параметров генераторов (номинальной частоты и относительной нестабильности) от истинных (рабочих) значений могут приводить, как показано в [3], к получению смещенных оценок частоты сигнала и ухудшению стабильности частоты. Таким образом, с учетом указанных обстоятельств известные результаты, полученные для метода статистической стабилизации частоты генераторов, должны быть обобщены на случай, при котором действительные значения параметров отличаются от предполагаемых. Это делает актуальным решение задачи оценивания не только текущего отклонения частоты от номинального значения, но и уточнения истинных значений номинальной частоты и относительной нестабильности сигналов генераторов.

Целью работы является обобщение метода статистической стабилизации частоты в системе одновременно и независимо функционирующих генераторов на случай совместного уточнения параметров (номинальной частоты, относительной нестабильности и текущего отклонения частоты от номинального значения) таких генераторов для повышения стабильности формируемых сигналов.

## 1. Теоретический анализ

Рассмотрим, как и в [3], систему  $N+1$  генераторов, каждый из которых формирует гармонические сигналы. Сигналы каждого из генераторов поступают в соответствии с функциональными взаимосвязями в блоки формирования информационных сигналов и, кроме того, одновременно в устройство определения оценок текущих значений частоты и формирования

управляющих сигналов для стабилизации частоты генераторов, как показано на рис. 1.

Номинальная частота и относительная нестабильность каждого из генераторов по результатам проводимых испытаний на этапе выпуска продукции предполагаются соответственно равными  $f_n^{(0)}$   $\sigma_n^{(0)}$  ( $n = 1, \dots, N$ ).

Система стабилизации частоты в этом случае включает генератор  $\Gamma_0$ , формирующий измерительный интервал, измерительное и вычислительное устройства, формирующие оценки длительности измерительного интервала и текущих значений частоты стабилизируемых генераторов. Измеренные значения фаз  $N$  генераторов поступают на вход вычислительного устройства (Выч.), где определяются текущие значения частоты генератора. В соответствии с этими значениями формируются сигналы управления генераторами, обеспечивающие приближение текущего значения частоты каждого из  $N$  генераторов к номинальному значению.

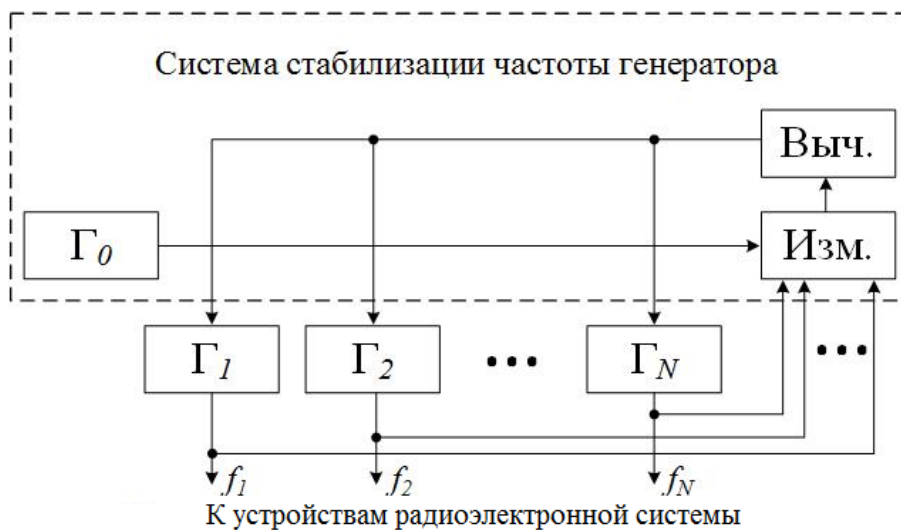


Рис. 1. Система стабилизации частоты на основе статистического метода.

Основными соотношениями, определяющими метод стабилизации частоты, являются следующие [1-4]:

- соотношение для оценки отклонения длительности временного интервала измерений от номинального значения, обусловленной нестабильностью задающего временной интервал измерений генератора

$$\Delta \hat{f}^{(0)} = \frac{\sum_{n=1}^N (\Delta \Phi_n - 2\pi \cdot f_n^{(0)} \cdot t_0) \cdot (\sigma_n^{(0)})^{-2} \cdot (f_n^{(0)})^{-1}}{\sum_{n=1}^N (\sigma_n^{(0)})^{-2}}, \quad (1)$$

- оценка отклонения частоты генератора  $f_n$  на интервале измерений от соответствующего номинального значения [2-4]

$$\Delta \hat{f}_n^{(0)} = \frac{1}{2\pi \cdot t_0} \left\{ \frac{\Delta \Phi_n - 2\pi \cdot f_n^{(0)} \cdot \sum_{p=1}^N (\Delta \varphi_p - 2\pi \cdot f_p^{(0)} \cdot t_0) \cdot (\sigma_p^{(0)})^{-2} \cdot (f_p^{(0)})^{-1}}{\sum_{p=1}^N (\sigma_p^{(0)})^{-2}} \right\}, \quad (2)$$

где  $\Delta \Phi_n = f_n \cdot t - f_n^{(0)} \cdot t_0$  - отклонение измеренного значения фазы  $n$ -го генератора от номинального значения, обусловленное отклонениями как частоты  $f_n$  собственно  $n$ -го генератора, так и длительности  $t$  измерительного интервала, задаваемого генератором с  $n=0$ , связанных с воздействием различных факторов, от соответствующих номинальных значений ( $n = 1, \dots, N$ ). Значения  $f_n^{(0)}$  и  $\sigma_n^{(0)}$  ( $p = 1, \dots, N$ ) являются известными. Оценка текущего значения частоты  $n$ -го генератора в этом случае определяется как

$$f_n = f_n^{(0)} + \Delta \hat{f}_n^{(0)}. \quad (3)$$

Однако, как было отмечено выше, из-за влияния различных факторов при производстве и эксплуатации генераторов истинные значения номинальной частоты  $f_{0,n}$  и относительной нестабильности  $\sigma_{0,n}$  генераторов отличаются от предполагаемых значений  $f_n^{(0)}$  и  $\sigma_n^{(0)}$ . Это приводит к тому, что получаемая оценка отклонения частоты  $\Delta \hat{f}_n$  от номинального значения, как показано в [3], отличается от  $\Delta \hat{f}_n^{(0)}$ . Кроме того, истинное и предполагаемое значения частоты отличаются друг от друга на величину  $\delta f_n$  ( $\delta f_n = f_{0,n} - f_n^{(0)}$ ), и соответственно получаемая с использованием соотношений (1)-(3) оценка текущего значения частоты является смещенной и несостоятельной.

Проведенный анализ показывает, что в указанных условиях повышение стабильности частоты связано с совместным оцениванием  $\Delta t$ ,  $\delta f_n$  и  $\delta \sigma_n$ ,

( $n = 1, \dots, N$ ). Указанные оценки могут быть получены только при условии проведения измерений на  $M$  измерительных интервалах ( $M > 1$ ). При этом без ограничения общности будем считать, что номинальные длительности всех  $M$  измерительных интервалов выбираются равными  $t_0$ . Кроме того, будем считать, что при проведении измерений на всех  $M$  интервалах параметры каждого из  $N$  генераторов (номинальная частота и относительная нестабильность) не меняются.

Представим измеряемое значение фазы сигнала  $n$ -го генератора на  $m$ -м измерительном интервале следующим выражением

$$\Phi_n^{(m)} = \Phi_n^{(0)} + f_n^{(0)} \cdot \Delta t_m + (\Delta f_n + 2\delta f_n) \cdot t_0, \quad m = 1, \dots, M, \quad (4)$$

где  $\Phi_n^{(m)}$  - измеренная фаза сигнала  $n$ -го генератора на  $m$ -м измерительном интервале;  $\Phi_n^{(0)} = f_n^{(0)} \cdot t_0$ ;  $\Delta f_n = f_n - f_{0,n}$ ;  $\Delta t_m$  - отклонение длительности  $m$ -го измерительного интервала от номинального значения, обусловленное нестабильностью генератора  $G_0$  ( $m = 1, \dots, M$ ).

С учетом (4) отклонение частоты  $n$ -го генератора от номинального значения может быть представлено в виде

$$\Delta f_n = \frac{\Delta \Phi_n^{(m)} - f_n^{(0)} \cdot \Delta t_m}{t_0} - 2\delta f_n, \quad (5)$$

где  $\Delta \Phi_n^{(m)} = \Phi_n^{(m)} - \Phi_n^{(0)}$ .

Плотность распределения отклонений частоты  $n$ -го генератора принимается подчиненной нормальному закону распределения [8] и определяется выражением

$$p(\Delta f_n) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{0,n}} \exp \left[ -\frac{(\Delta \Phi_n^{(m)} - f_n^{(0)} \cdot \Delta t_m - 2\delta f_n \cdot t_0)^2}{2\sigma_{0,n}^2 \cdot t_0^2} \right]. \quad (6)$$

Соотношение (6) позволяет записать логарифмическую функцию правдоподобия, зависящую от всех оцениваемых параметров  $\Delta t_m$ ,  $\delta f_n$  и  $\delta \sigma_n$



$$\begin{aligned}
 L(\Delta \mathbf{t}, \delta \mathbf{f}, \delta \boldsymbol{\sigma}) &= \\
 &= \ln \prod_{n=1}^N \left\{ \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{0,n}} \exp \left[ -\frac{(\Delta \Phi_n - f_n^{(0)} \cdot \Delta t_m - 2\delta f_n \cdot t_0)^2}{2\sigma_{0,n}^2 \cdot t_0^2} \right] \right\} =, \\
 &= \sum_{n=1}^N \left\{ -\ln(\sqrt{2\pi}\sigma_{0,n}) - \frac{(\Delta \Phi_n - f_n^{(0)} \cdot \Delta t_m - 2\delta f_n \cdot t_0)^2}{2\sigma_{0,n}^2 \cdot t_0^2} \right\}
 \end{aligned} \tag{7}$$

где  $\Delta \mathbf{t} = \{\Delta t_1, \dots, \Delta t_M\}$ ;  $\delta \mathbf{f} = \{\delta f_1, \dots, \delta f_N\}$ ;  $\delta \boldsymbol{\sigma} = \{\delta \sigma_1, \dots, \delta \sigma_N\}$ .

Дополнительно учтем, что для практического приложения получаемых результатов можно считать  $\delta \sigma_n = \sigma_{0,n} - \sigma_n^{(0)} \ll \sigma_n^{(0)}$ . Это позволяет выполнить преобразование, связанное с линеаризацией логарифмической функции правдоподобия и привести выражение (7) к виду

$$\begin{aligned}
 L(\Delta \mathbf{t}, \delta \mathbf{f}, \delta \boldsymbol{\sigma}) &= \\
 &= \sum_{n=1}^N \left\{ -\ln(\sqrt{2\pi}\sigma_{0,n}) - \frac{\delta \sigma_n}{\sigma_n^{(0)}} - \frac{(\Delta \Phi_n - f_n^{(0)} \cdot \Delta t_m - 2\delta f_n \cdot t_0)^2}{2(\sigma_n^{(0)})^2 \cdot t_0^2} \left( 1 - \frac{2\delta \sigma_n}{\sigma_n^{(0)}} \right) \right\}.
 \end{aligned} \tag{8}$$

Оценки  $\Delta \hat{t}_m$ , определяются из условия максимума функции (8), что приводит к решению системы  $2N + M$  уравнений

$$\begin{cases} \frac{\partial L(\Delta \mathbf{t}, \delta \mathbf{f}, \delta \boldsymbol{\sigma})}{\partial \Delta t_m} = 0, m = 1, \dots, M, \\ \frac{\partial L(\Delta \mathbf{t}, \delta \mathbf{f}, \delta \boldsymbol{\sigma})}{\partial \delta f_n} = 0, n = 1, \dots, N, m = 1, \dots, M, \\ \frac{\partial L(\Delta \mathbf{t}, \delta \mathbf{f}, \delta \boldsymbol{\sigma})}{\partial \delta \sigma_n} = 0, n = 1, \dots, N, m = 1, \dots, M. \end{cases} \tag{9}$$

Общее число выполняемых измерений составляет  $N \cdot M$ . При условии  $N \cdot M > 2N + M$  переопределенная система уравнений (9) может иметь решение только в смысле минимизации квадратов невязок [9].

Возможность совместного оценивания не только нестабильности временного интервала измерений, но и номинальной частоты и относительной

нестабильности каждого из стабилизируемых генераторов определяют основное отличие рассматриваемого метода от метода статистической стабилизации частоты. Следствием возможности получения большего объема информации о параметрах генераторов является необходимость оценивания  $2N + M$  параметров и проведения измерений фаз сигналов генераторов на  $M$  измерительных интервалах.

Частные производные логарифмической функции правдоподобия из системы уравнений (9) легко вычисляются и имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial L(\Delta t, \delta f, \delta \sigma)}{\partial \Delta t_m} &= \\ &= \sum_{n=1}^N \frac{(\Delta \Phi_n^{(m)} - f_n^{(0)} \cdot \Delta t_m - 2\delta f_n \cdot t_0 - 2 \cdot \Delta \Phi_n^{(m)} \cdot \delta \sigma_n / \sigma_n^{(0)}) \cdot f_n^{(0)}}{(\sigma_n^{(0)})^2 \cdot t_0^2}, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\frac{\partial L(\Delta t, \delta f, \delta \sigma)}{\partial \delta f_n} = \frac{(\Delta \Phi_n^{(m)} - f_n^{(0)} \cdot \Delta t_m - 2\delta f_n \cdot t_0 - 2 \cdot \Delta \Phi_n^{(m)} \cdot \delta \sigma_n / \sigma_n^{(0)}) \cdot t_0}{(\sigma_n^{(0)})^2 \cdot t_0^2}, \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial L(\Delta t, \delta f, \delta \sigma)}{\partial \delta \sigma_n} &= \\ &= \frac{1}{\sigma_n^{(0)}} \left\{ 1 - \frac{(\Delta \Phi_n^{(m)} - f_n^{(0)} \cdot \Delta t_m - 2\delta f_n \cdot t_0 - \Delta \Phi_n^{(m)} \cdot \delta \sigma_n / \sigma_n^{(0)})^2}{(\sigma_n^{(0)})^2 \cdot t_0^2} \right\}, \end{aligned} \quad (12)$$

С учетом соотношений (10)-(12) система уравнений (9) преобразуется следующим образом

$$\left\{ \begin{aligned} \sum_{n=1}^N \frac{(f_n^{(0)} \Delta t_m + 2\delta f_n t_0 + 2\Delta \Phi_n^{(m)} \delta \sigma_n / \sigma_n^{(0)}) f_n^{(0)}}{(\sigma_n^{(0)})^2} &= \sum_{n=1}^N \frac{\Delta \Phi_n^{(m)} f_n^{(0)}}{(\sigma_n^{(0)})^2}, m = 1, \dots, M, \\ f_n^{(0)} \cdot \Delta t_m + 2\delta f_n \cdot t_0 + 2\Delta \Phi_n^{(m)} \delta \sigma_n / \sigma_n^{(0)} &= \Delta \Phi_n^{(m)}, n = 1, \dots, N, m = 1, \dots, M, \\ \frac{\Delta \Phi_n^{(m)} - f_n^{(0)} \Delta t_m - 2\delta f_n t_0 - \Delta \Phi_n^{(m)} \delta \sigma_n / \sigma_n^{(0)}}{\sigma_n^{(0)} t_0} &= \pm 1, n = 1, \dots, N, m = 1, \dots, M. \end{aligned} \right. \quad (13)$$

Система уравнений (13) является линейной относительно параметров  $\Delta t$ ,  $\delta f$  и  $\delta \sigma$ . Это позволяет свести ее решение к решению системы нормальных уравнений размерности  $2N + M$ . Результатом решения будут среднеквадратические погрешности (СКП) оценок  $\Delta t_m$ , ( $m = 1, \dots, M$ ),  $\delta f_n$ ,  $\delta \sigma_n$  ( $n = 1, \dots, N$ ) [9].

В случае если одна из производных (11) или (12) значительно меньше другой, представление логарифмической функции правдоподобия (7) может быть упрощено путем использования предполагаемого значения указанной переменной и исключения соответствующего уравнения из системы (9). Это позволяет перейти от оценивания значений трех параметров к оцениванию значений двух параметров. В частном случае совпадения истинных и предполагаемых значений номинальной частоты  $f_n^{(0)} = f_{0,n}$  и относительной нестабильности  $\sigma_n^{(0)} = \sigma_{0,n}$  достаточно проведение измерений на одном интервале ( $M = 1$ ). При этом оцениваемым параметром является только одно значение  $\Delta t$ . Решение системы уравнений (13) сводится только к решению первого уравнения, а два других уравнения превращаются в тождества.

## 2. Результаты численного моделирования

Исследование основных закономерностей для случая системы  $N$  генераторов с одинаковыми предполагаемыми номинальными значениями параметров  $f_n^{(0)} = f^{(0)}$  и  $\sigma_n^{(0)} = \sigma^{(0)}$  ( $n = 1, \dots, N$ ). Наиболее характерные относительные изменения параметров генератора приведены в таблице 1 [10].

Значения  $\delta f_1, \dots, \delta f_N$  (отклонения истинных и предполагаемых значений номинальной частоты генераторов) подчинены нормальному закону распределения с среднеквадратическим отклонением (СКО)  $2,5 \cdot 10^{-6}$ , значения  $\delta f_1, \dots, \delta f_N$  (отклонения истинных и предполагаемых значений относительной нестабильности частоты генераторов) также подчинены нормальному закону распределения с СКО  $4 \cdot 10^{-6}$ .

Таблица 1. Основные факторы, вызывающие изменения параметров генераторов, управляемых напряжением.

№ п/п	Факторы, приводящие к изменению номинальных параметров генератора	Числовое значение
1	Относительное отклонение номинальной частоты генератора, обусловленное технологией производства (точность настройки на номинальную частоту)	$< \pm 3 \cdot 10^{-6}$
2	Температурная нестабильность	$< \pm 5 \cdot 10^{-6}$
3	Нестабильность частоты от изменения напряжения питания	$< \pm 2 \cdot 10^{-6}$
4	Долговременная нестабильность: - в течение первого года: - в течение 10 лет	$< \pm 4 \cdot 10^{-6}$ $< \pm 6 \cdot 10^{-6}$

Результаты исследования относительной точности оценивания, определяемого как отношение среднего значения оценок длительности временных интервалов измерений к среднему значению длительности интервалов, достигаемого при совместной оценке  $\Delta t$  и одного из двух или обоих значений  $\delta f$  и  $\delta \sigma$ . при проведении измерений на 100 интервалах ( $M=100$ ), приведены в таблице 2.

Таблица 2. Относительная точность оценивания длительности временного интервала измерений.

№ п/п	Вариант оценивания длительности временного интервала измерений	Относительная точность оценивания
1	Оценивание на основе исходного метода - соотношение (1)	
2	Совместное оценивание $\Delta t$ и $\delta \sigma$	
3	Совместное оценивание $\Delta t$ и $\delta f$	
4	Совместное оценивание $\Delta t$ , $\delta f$ и $\delta \sigma$	

Приведенные результаты показывают, что отказ от учета различия предполагаемого и истинного значений относительной нестабильности генераторов практически не приводит к изменению точности получаемой оценки длительности временного интервала измерений. В свою очередь, учет

различия предполагаемого и истинного значений номинальной частоты генератора обеспечивает повышение точности оценки длительности временного интервала измерений. Это позволяет с достаточной для практического приложения точностью перейти от системы уравнений (9) к следующей системе уравнений

$$\begin{cases} \frac{\partial L(\Delta t, \delta f, \delta \sigma)}{\partial \Delta t_m} = 0, m = 1, \dots, M, \\ \frac{\partial L(\Delta t, \delta f, \delta \sigma)}{\partial \delta f_n} = 0, n = 1, \dots, N, m = 1, \dots, M, \end{cases} \quad (14)$$

решение которой в общем случае требует меньшего объема вычислений.

### Заключение

Использование многомерной функции правдоподобия, аргументами которой являются отклонения длительностей временных интервалов измерений от номинальных значений, а также для каждого из генераторов отклонения между истинными и предполагаемыми значениями номинальной частоты и отклонения между истинными и предполагаемыми значениями относительной нестабильности позволяет получить более точные оценки текущей частоты генераторов. Проведенный численный эксперимент показал, что уточнение значений относительной нестабильности генераторов не приводит к практически значимому повышению точности оценивания текущих значений частоты генераторов. С учетом этого возможен переход к функции правдоподобия относительно только переменных отклонения длительностей временных интервалов измерений от номинальных значений и отклонения между истинными и предполагаемыми значениями номинальной частоты для каждого из генераторов.

Таким образом, можно отметить, что совместная обработка отклонений фаз сигналов в системе одновременно и независимо функционирующих для предложенной функции правдоподобия принципиально снимает ограничения на требования точного задания значений параметров генераторов.

## Благодарности

Работа выполнена при материальной поддержке РФФИ, грант № 19-01-00151/20.

## Литература

1. Пат. №2219654, RU, МПК7 Н 03 L 7/00, G 01 R 23/12 , Способ стабилизации частот генераторов / Д.Д. Габриэльян, А.Г. Прыгунов, В.В. Хуторцев, В.В. Трепачев – опубл. 20.12.03 в Бюл. № 35.
2. Габриэльян Д.Д., Прыгунов А.А., Прыгунов А.Г., Сафарьян О.А. Метод оценки частот в системе генераторов // Физические основы приборостроения. 2012. Т. 1. № 2. С. 72-77.
3. Габриэльян Д.Д., Сафарьян О.А. Проявление свойства эмерджентности в системе независимо функционирующих генераторов при использовании метода статистической стабилизации частоты. // Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2019. № 8. Режим доступа: <http://jre.cplire.ru/jre/aug19/2/text.pdf>. DOI: [10.30898/1684-1719.2019.8.2](https://doi.org/10.30898/1684-1719.2019.8.2)
4. Акимов П.А., Деревянкин А.В., Магасов А.И. Гарантирующий подход и I-аппроксимация в задачах оценивания параметров БИНС при стендовых испытаниях. – М.: «Изд-во МГУ», 2012. – 296 с.
5. Сафарьян О.А. Моделирование процесса стабилизации частоты генераторов в инфокоммуникационных системах // Вестник ДГТУ, 2016, Т. 16, № 4 (87), Ч. 2. - С. 150-154.
6. Safaryan O., Sakharov I., Boldyrikhin N., Yengibaryan I. Method of Reducing Phase Noise in the System Simultaneously and Independently Operating the High-Frequency Signal Generators // Engineering Computations. 2017. Vol.34. No.8 (2). P. 2586-2594.
7. Никитин Л.Н. Испытания и диагностика телевизионных систем: испытания радиоэлектронной аппаратуры: учеб пособие / Л.Н. Никитин. Воронеж: ГОУ ВПО «Воронежский государственный технический университет», 2009.

8. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. Книга первая. – М.: Сов. радио, 1969. – 752 с.
9. Мазмишвили А.И. Теория ошибок и метод наименьших квадратов. – М.: Недра, 1978. – 310 с.
10. Сайт компании «Морион». Режим доступа: <http://www.morion.com.ru> (дата обращения 10.03.2020 г.).

**Для цитирования:**

Габриэлян Д.Д., Сафарьян О.А. Обобщенный метод статистического оценивания частоты одновременно и независимо функционирующих генераторов. Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2020. №5. Режим доступа: <http://jre.cplire.ru/jre/may20/5/text.pdf>. DOI 10.30898/1684-1719.2020.5.5