



DOI: <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2022.5.5>

УДК: 621.396.67.012.12

СИНТЕЗ РАЗРЕЖЕННОЙ ЛИНЕЙНОЙ АНТЕННОЙ РЕШЕТКИ С СОХРАНЕНИЕМ ШИРИНЫ ГЛАВНОГО ЛЕПЕСТКА И МИНИМАЛЬНЫМ ПИКОВЫМ УРОВНЕМ БОКОВЫХ ЛЕПЕСТКОВ ПРИ ПОМОЩИ ГЕНЕТИЧЕСКОГО АЛГОРИТМА

А.С. Карасев, М.А. Степанов

Новосибирский государственный технический университет,
630073, Новосибирск, пр. Карла Маркса 20

Статья поступила в редакцию 27 апреля 2022 г.

Аннотация. В данной работе описан генетический алгоритм, использующийся в качестве инструмента для синтеза разреженных антенных решеток. Алгоритм позволяет синтезировать разреженные линейные антенные решетки с низким пиковым уровнем боковых лепестков и сохранением ширины главного лепестка полной антенной решетки. Вводится система типов разрежения, основанная на результатах синтеза известных подходов к разрежению антенных решеток. На основании максимально достижимого уровня боковых лепестков определяется оптимальный тип разрежения. Рассмотрены зависимости основных параметров диаграммы направленности антенных решеток с различными амплитудными распределениями от коэффициента разрежения.

Ключевые слова: линейная антенная решетка, разреженная антенная решетка, генетический алгоритм, тип разрежения, коэффициент разрежения.

Автор для переписки: Карасев Алексей Сергеевич, lexys30@gmail.com

Введение

Разреженная антенная решетка представляет собой фазированную антенную решетку с уменьшенным количеством излучателей. Существует ряд причин для разрежения решетки: начиная от экономических, заканчивая техническими. В случае с экономическими причинами, удаление нескольких десятков модулей может заметно уменьшить цену производства современных антенных решеток, состоящих из сотен и тысяч модулей. В качестве возможной технической причины можно рассматривать вопрос уменьшения массы антенной решетки, упрощая ее установку и эксплуатацию.

Вопрос разрежения антенных решеток исследуется с середины прошлого века. Изначально подход к разрежению антенных решеток был строго статистический [1-3], что заложило основу в исследование разреженных антенных решеток. При таком подходе плотность распределения вероятности элементов решетки формируется из непрерывной функции распределения амплитуд. С развитием технологий исследования перешли в среду алгоритмов, основанных на создании популяций, таких как генетический алгоритм [4-6], такие роевые алгоритмы как метод роя частиц [7, 8], алгоритм пчелиной колонии [9, 10] и муравьиный алгоритм [11], метод дифференциальной эволюции [12]. Подобные алгоритмы адаптируют известные эволюционные законы и повадки из животного мира для оптимизации сложных многокритериальных задач. Как один из возможных не статистических подходов используется многократное БПФ [13], либо квантовое преобразование Фурье [14].

Уменьшение количества активных излучателей в антенной решетке зачастую приводит к деформации диаграммы направленности – к росту уровня боковых лепестков и расширению главного лепестка. Схематично оцениваемые параметры диаграммы направленности разреженной антенной решетки изображены на рис. 1.

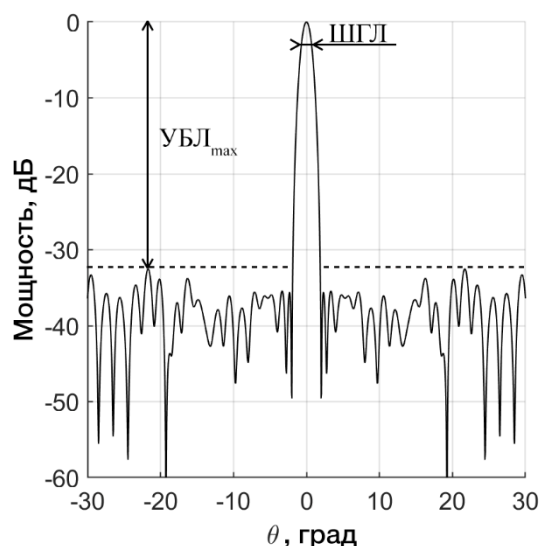


Рис. 1. Оцениваемые параметры разреженной антенной решетки

С подобранной согласно необходимым задачам целевой функцией возможно минимизировать ухудшение параметров, а в некоторых случаях добиться лучших параметров, чем у полной антенной решетки. В настоящей работе предложен генетический алгоритм способный синтезировать разреженные антенные решетки близкие по пиковому значению уровня боковых лепестков к максимально достижимому при сохранении неизменной ширины главного лепестка диаграммы направленности. Цель работы: определить взаимосвязь количества неактивных элементов разреженной антенной решетки и уровня боковых лепестков ее диаграммы направленности для различных амплитудных распределений поля по апертуре.

1. Генетический алгоритм

Генетический алгоритм, будучи подклассом эволюционных алгоритмов, позволяет решать комплексные многокритериальные оптимизационные задачи [15-17]. За годы существования алгоритма его структура неоднократно претерпевала многочисленные видоизменения в соответствии с поставленными задачами. Однако, главный принцип остается неизменным – итерационный поиск решения с сохранением накопленного прогресса.

Применительно к разреженным антенным решеткам генетический алгоритм используют для синтеза амплитудного распределения. Таким образом,

амплитудное распределение разреженной антенной решетки определяется выражением:

$$D_{\text{РАР}}(i) = D(i) \cdot D_{\text{ГА}}(i),$$

где $D(i)$ – амплитудное распределение антенной решетки, $D_{\text{ГА}}(i)$ – распределение активных и неактивных излучателей, полученное с использованием генетического алгоритма, i – номер элемента.

Предложенный алгоритм (рис. 2) основывается на принципе представления распределения активных и неактивных излучателей антенных решеток в бинарном виде. В этом случае равенство $D_{\text{ГА}}(i)$ единице определяет активный i -тый излучатель, нулю – неактивный. Рассмотрим структуру генетического алгоритма.

В первую очередь необходимо сформировать начальную популяцию особей – набор матриц состояний – с требуемыми параметрами, на основании которых будет проводиться поиск оптимального решения. Особью является двоичная последовательность состояний излучателей разреженной антенной решетки, где ноль означает неактивный излучатель, единица – активный. Эти элементы последовательности называются генами. В качестве основополагающих параметров выступают: коэффициент разрежения и тип разрежения.



Рис. 2. Блок-схема предложенного генетического алгоритма

Коэффициент разрежения (k) – это соотношение количества неактивных излучателей разреженной антенной решетки к количеству активных излучателей полной антенной решетки. Значения коэффициента k находятся в интервале $[0, 1]$, где $k = 1$ является полностью разреженной антенной решеткой без активных излучателей, $k = 0$ – полная антенная решетка.

Типом разрежения называется принцип, согласно которому неактивные излучатели разреженной антенной решетки располагаются на ее апертуре:

- 1) симметричное краевое (неактивные излучатели симметрично расположены по краям решетки);
- 2) симметричное произвольное (случайное расположение неактивных излучателей симметрично относительно центра решетки);
- 3) ассиметричное краевое (неактивные излучатели расположены по краям решетки без симметрии);
- 4) симметричное произвольное (случайное расположение неактивных излучателей без симметрии относительно центра решетки).

Примеры разрежений $D_{ГА}(i)$ согласно предложенной классификации показаны на рисунке 3. Закрашенные точки – активные излучатели, пустые точки – неактивные излучатели.

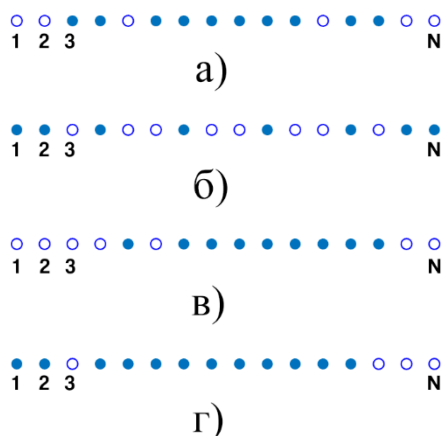


Рис. 3. Примеры типов разрежения антенных решеток:
 а) симметричное краевое; б) симметричное произвольное;
 в) ассиметричное краевое; г) симметричное произвольное

Сформированная первая популяция особей переходит к следующему этапу – вычислению значения целевой функции. Согласно цели данной работы, целевая функция направлена на сохранение ширины главного лепестка (ШГЛ) диаграммы направленности полной антенной решетки и уменьшение пикового уровня боковых лепестков (УБЛ) после ее разрежения и имеет следующий вид:

$$f(n) = |S_n| \cdot \frac{\Delta\theta_{\text{полн}}}{|\Delta\theta_{\text{полн}} - \Delta\theta_n|},$$

где S_n – пиковый УБЛ разреженной антенной решетки n -ой особи, $\Delta\theta_{\text{полн}}$ – ШГЛ полной антенной решетки, $\Delta\theta_n$ – ШГЛ разреженной антенной решетки n -ой реализации. Достичь пикового УБЛ возможно при максимизации предложенной целевой функции.

По завершению первичной оценки популяция вступает на циклический путь эволюции. Первым этапом на этом пути является селекция. Селекцией называется процесс определения двух особей-родителей [15, 16]. Существует несколько способов селекции. *Случайный способ* селекции не несет в себе никаких особенностей, присущих иным способам, и заключается в слепом выборе двух особей из всей популяции. Селекция по принципу *рулетки* основывается на значении целевой функции особи. Вероятность перехода к этапу кроссинговера выше у особей с высоким значением целевой функции и

равна $p_{\text{ссл}} = \frac{f(n)}{\sum_{j=1}^N f(j)}$, где N – размер всей популяции. В обоих случаях особи

могут выбираться по несколько раз. *Отсекающий метод* селекции заключается в отборе некой части особей (например, $m = 0.33$) с лучшими значениями целевой функции, которые в дальнейшем проходят этап кроссинговера $1/m$ раз.

В данной работе используется *турнирная система селекции «4 в 2»* (рис. 4), при которой из популяции выбирается группа из четырех особей, еще не участвовавших в турнире в текущем эволюционном цикле. Произвольным образом формируются две пары, среди которых выявляется особь с бóльшим

значением целевой функции. Таким образом, получаем одну пару сильных особей-родителей, которые в дальнейшем перейдут к этапу кроссинговера.

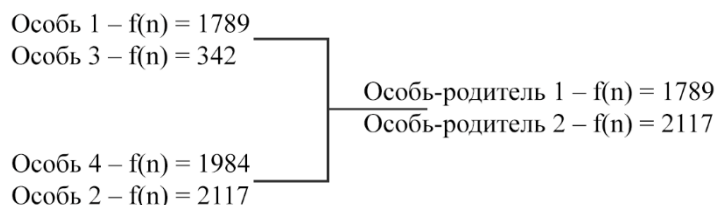


Рис. 4. Пример одного из исходов турнирной селекции

Кроссинговер – процесс рекомбинации, при котором происходит обмен генами двух особей-родителей с целью получения новых особей. Одним из базовых параметров генетического алгоритма является количество особей-отпрысков, получаемых в результате кроссинговера. В данной работе с целью сохранения объема изначальной популяции это количество равно двум. Кроссинговер осуществляется по трем законам с равной вероятностью:

- 1) Кроссинговер по $K = 1$ точек в геноме (матрице состояний для одной особи). В геноме особей-родителей произвольным образом задается точка, разделяющая его на две части. Одна часть наследуется первой особью-отпрыском, другая – второй особью-отпрыском (рис. 5, а).
- 2) Кроссинговер по $K = 2$ точек в геноме. В геноме особей-родителей случайным образом задаются две точки, обозначающие границы сегментов матрицы состояний (рис. 5, б).
- 3) Равномерное скрещивание (рис. 5, в). Генерируется бинарная последовательность с равной вероятностью нулей и единиц, не зависящая от значений целевых функций особей-родителей. Данная последовательность определяет какие гены будут унаследованы особью-отпрыском от первой или второй особи-родителя.

Схематично пример реализации законов скрещивания изображен на рисунке 5, где серым изображен геном особи-родителя №2, белые области соответствуют геному первой особи-родителя.

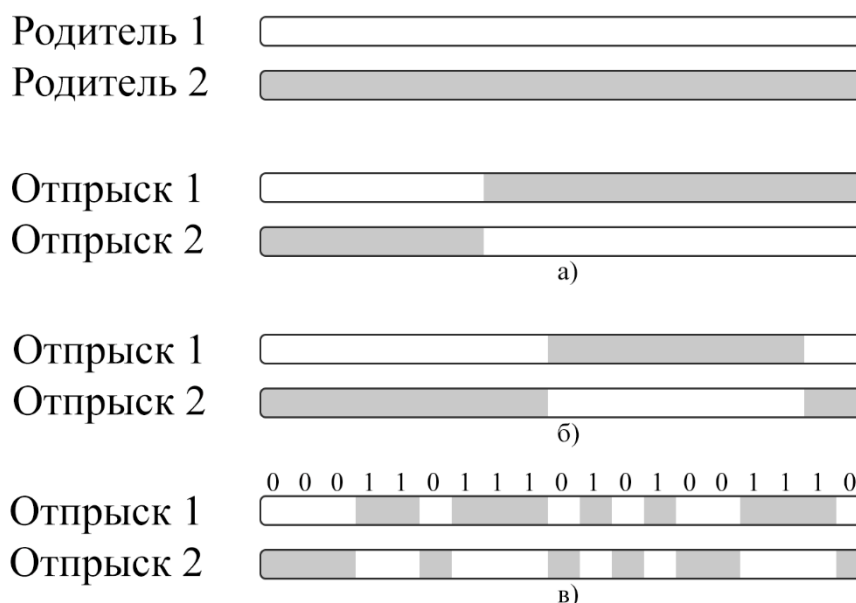


Рис. 5. Иллюстрация законов скрещивания:
 а) кроссинговер по одной точке; б) кроссинговер по двум точкам;
 в) равномерный кроссинговер

Полученная в результате кроссинговера популяция отпрысков проходит через этап отбраковки. В качестве критериев брака выступает заданный коэффициент разрежения. Допустимое значение равно $k_{\text{зад}} \pm 0.03$, что позволяет сохранить заданный коэффициент разрежения.

Нередко оптимизационные задачи обладают сложным оптимизационным рельефом с множеством экстремумов. Во избежание застревания алгоритма в одном из локальных экстремумов вводится вероятность мутации особей $p_{\text{мут}}$, позволяющая сдвинуть решение с мертвой точки. Поскольку спектр задач, решаемых генетическим алгоритмом достаточно разнообразен, на данный момент не существует какого-либо стандартного значения $p_{\text{мут}}$. Данная вероятность задается для одиночного гена, а не всего генома целиком. Для особей формируется логический вектор $\bar{P}_{\text{мут}}$ за счет сравнения случайных численных значений с вероятностью $p_{\text{мут}}$. Данный вектор указывает какие из генов особей будут мутированы. В случае с бинарными последовательностями, значения генов будут изменены на противоположные, то есть неактивные излучатели разреженной антенной решетки станут активными и наоборот.

Оптимальная $p_{\text{мут}}$, то есть та вероятность, при которой удается стабильно добиваться высоких значений целевой функции, определялась опытным путем.

В качестве референсных значений использовались $p_{\text{мут}} = 0$ и $p_{\text{мут}} = 0.20$ (рис. 6, а, в). При полном отсутствии мутации не удается достичь высоких значений целевой функции, и решение достаточно быстро застревает в локальном экстремуме. Вероятность мутации равная 0.2 приносит в имеющуюся систему совершенно обратный эффект – значения целевой функции на несколько порядков выше, наблюдается их рост. Однако становятся заметны откровенно слабые поколения, которым требуется пара циклов только на то, чтобы восстановиться на должный уровень целевой функции. Это приводит к отсутствию стабильного улучшения значений целевой функции особей-отпрысков. Экспериментальным путем получили $p_{\text{мут}} = 0.05$. Подобная вероятность гарантирует стабильный прогресс с минимальным количеством слабых особей на протяжении всего эволюционного цикла (рис. 6, б).

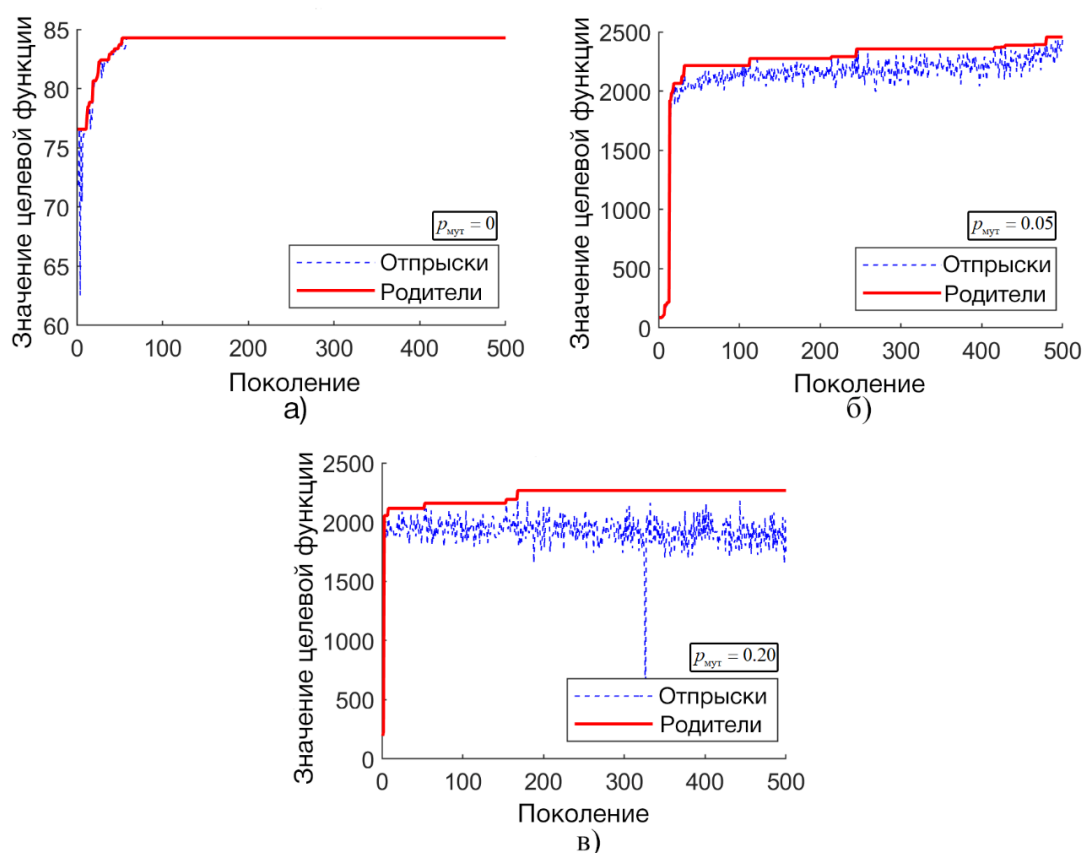


Рис. 6. Изменение значения целевой функции в ходе оптимизации разреженной антенной решетки при различных вероятностях мутации

После формирования поколения отпрысков происходит объединение с поколением родителей. Полученная популяция сортируется по убыванию значения целевой функции. Половина слабейших особей отбрасывается с целью продолжения эволюционного цикла. После заданного количества итераций, особь с наибольшим значением целевой функции признается результатом синтеза генетического алгоритма.

Вполне очевидно, что использование генетического алгоритма не гарантирует получения оптимального решения задачи, особенно если оптимизационный рельеф решаемой задачи имеет множество локальных экстремумов. Найти лучшее решение, то есть глобальный экстремум, можно с помощью простейшего метода перебора. При этом для антенной решетки осуществляется перебор всех возможных комбинаций матрицы состояний, среди которых выбирается та, которая обеспечивает минимальное или максимальное значение целевой функции.

Метод перебора достаточно требовательный в плане вычислительных ресурсов, поэтому сравнение ведется только при краевом симметричном разрежении. При такой конфигурации удастся найти решения для разреженных решеток размером вплоть до 64 излучателей. Расхождение между методом перебора и генетическим алгоритмом не превышает 1.5 дБ по уровню боковых лепестков. Исходя из этого, заключаем, что предложенный генетический алгоритм способен синтезировать разреженные решетки близкие к оптимальным.

2. Выявление оптимального типа разрежения

Тип разрежения антенных решеток прежде всего влияет на параметры их диаграммы направленности, такие как пиковый УБЛ и ШГЛ. Применим разработанный генетический алгоритм для оценки предельно достижимых УБЛ при различных типах разрежения. Оценку проведем для разреженной линейной антенной решетки из 128 изотропных излучателей с равномерным амплитудным распределением. Излучатели расположены на расстоянии $\lambda / 2$ друг от друга.

Длина волны равна $\lambda = 33$ мм. Далее в работе будут рассматриваться антенные решетки с теми же параметрами.

На рисунках 7а и 7б представлены зависимости пикового УБЛ и ШГЛ от коэффициента разрежения, соответственно, для всех четырех типов разрежения при равномерном амплитудном распределении исходной антенной решетки. Ширина главного лепестка разреженных антенных решеток нормирована на ширину главного лепестка полной решетки. Для каждого значения k зависимости получены путем усреднения по десяти реализациям.

По приведенным зависимостям видно, что использование краевого типа разрежения приводит к стабильному достижению значений пикового УБЛ значительно лучше (на 4÷5 дБ), чем при произвольном разрежении. Подобная зависимость соблюдается на всем протяжении значений $k = [0.1, 0.45]$ как для симметричного типа разрежения, так и для асимметричного.

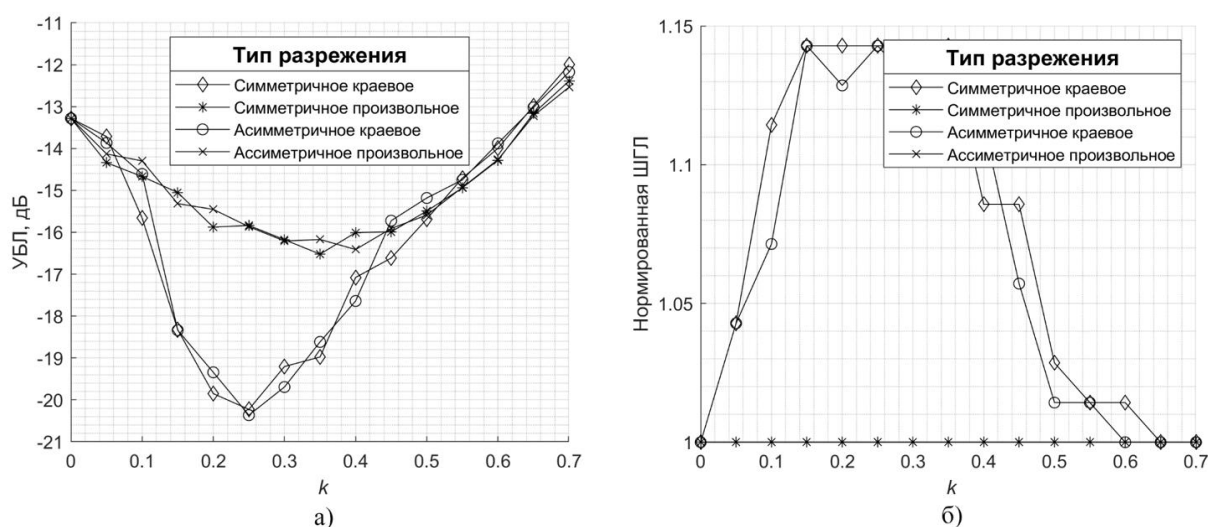


Рис. 7. Зависимости пикового уровня боковых лепестков (а) и нормированной ширины главного лепестка (б) от коэффициента разрежения при различных типах разрежения

На рисунке 7б видно, что при произвольном разрежении, будь то симметричное или асимметричное, удается сохранить ширину главного лепестка полной антенной решетки. Тогда как при краевом разрежении происходит неизбежное расширение главного лепестка вплоть до 14%.

Нетрудно заметить, что отличия между симметричным и асимметричным типом разрежения минимальны. Основным решающим фактором в данном

случае является детерминизм подхода к разрежению изначальной популяции. При краевом разрежении решетка способна заметно улучшить значения пикового УБЛ, заплатив за это шириной главного лепестка. Важно отметить, что синтез симметрично разреженных антенных решеток происходит быстрее из-за особенностей формирования начальной популяции, заключающихся в генерации только половины последовательности особи.

3. Влияние k на параметры диаграммы направленности разреженной антенной решетки

Выявление оптимального типа разрежения проводилось для антенных решеток с равномерным амплитудным распределением. Очевидно, что подобное распределение не является единственно возможным. Для улучшения формы диаграммы направленности антенной решетки зачастую используют иные амплитудные распределения, позволяющие улучшить пиковый уровень боковых лепестков ($D(i)$ в (1)).

Как уже упоминалось ранее, результатом работы генетического алгоритма является одно из множества решений, удовлетворяющих поставленной задаче. В случае с сохранением ширины главного лепестка полной антенной решетки и достижения минимального пикового УБЛ у разреженной антенной решетки, оптимизационная поверхность имеет множество локальных экстремумов для фиксированного вида амплитудного распределения и коэффициента k , поэтому исследуемые зависимости в настоящем разделе представлены усредненными по 10 реализациям.

Зависимости получены для наиболее часто используемых амплитудных распределений: равномерное, Хэмминга, Тейлора с уровнем боковых лепестков -30 дБ и -50 дБ, Чебышева с уровнем боковых лепестков -60 дБ и -100 дБ, Блэкмана и Блэкман-Харриса.

3.1. Зависимость пикового уровня боковых лепестков от коэффициента разрежения

В качестве одного из аргументов предложенной целевой функции выступает пиковый уровень боковых лепестков. Зависимости пикового УБЛ для разреженных антенных решеток с рассматриваемыми амплитудными распределениями от k представлены на рисунке 8.

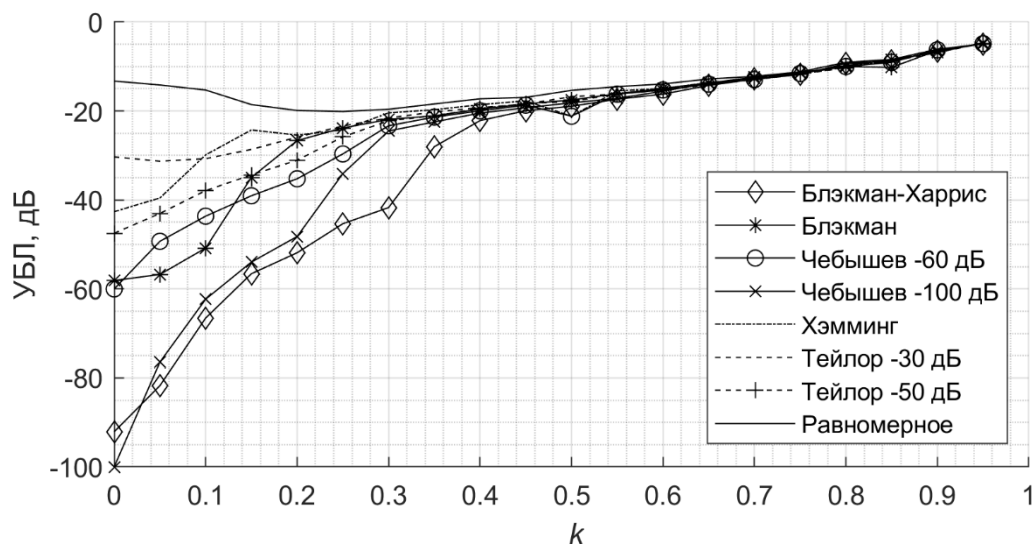


Рис. 8. Зависимость пикового уровня боковых лепестков разреженных антенных решеток от коэффициента разрежения

Видно, что при увеличении количества неактивных излучателей антенной решетки, то есть при росте k , значения пикового УБЛ стремятся к нулю. После разрежения решеток более чем на половину, отличия между рассматриваемыми амплитудными распределениями поля по апертуре решетки по величине пикового УБЛ диаграммы направленности минимальны. Основные различия наблюдаются на промежутке $k = [0, 0.5]$.

На этом промежутке происходит возрастание пикового УБЛ для большинства исследуемых решеток. Исключениями являются равномерное амплитудное распределение и распределение Тейлора с заданным уровнем боковых лепестков равным -30 дБ. Разреженные антенные решетки с данными амплитудными распределениями способны достигать более низкого пикового УБЛ по сравнению с уровнем полной антенной решетки.

Промежуток, на котором происходит улучшение пикового УБЛ, для решеток с распределением Тейлора (-30 дБ) довольно узок и равен $[0.05, 0.1]$. Решетки с равномерным распределением несколько устойчивее к разрежению – они способны выигрывать по пиковому УБЛ относительно полной решетки на широком интервале значений k . Пиковые значения УБЛ порядка -20 дБ сохраняются в диапазоне значений $k = [0.2, 0.3]$, при этом с равномерным распределением разреженные решетки обеспечивают меньший уровень боковых лепестков, чем полная решетка вплоть до $k = 0.6$.

Так же, для некоторых из рассматриваемых амплитудных распределений наблюдается локальное улучшение пикового УБЛ по сравнению с менее разреженной решеткой (меньшим k). Таковыми являются разреженные антенные решетки с распределениями Блэкмана при $k = 0.85$, Чебышева (-60 дБ) при $k = 0.5$ и Хэмминга при $k = 0.2$. Допускается, что это является погрешностью измерений при недостаточном размере выборки.

3.2. Зависимость ширины главного лепестка от коэффициента разрежения

В предыдущем разделе было установлено, что при использовании равномерного амплитудного распределения и распределения Тейлора с изначальным пиковым УБЛ равным -30 дБ в разреженных решетках возможно добиться лучшего значения пикового УБЛ. Однако подобного улучшения с шириной главного лепестка наблюдаться не может, исходя из формулировки целевой функции. Основной ее задачей является сохранение ШГЛ полной антенной решетки при разрежении, но не обужение главного лепестка.

Среди рассматриваемых амплитудных распределений, полная антенная решетка с равномерным распределением обладает наименьшей шириной главного лепестка. Нормируем к ней остальные ширины главных лепестков разреженных решеток (рис. 9).

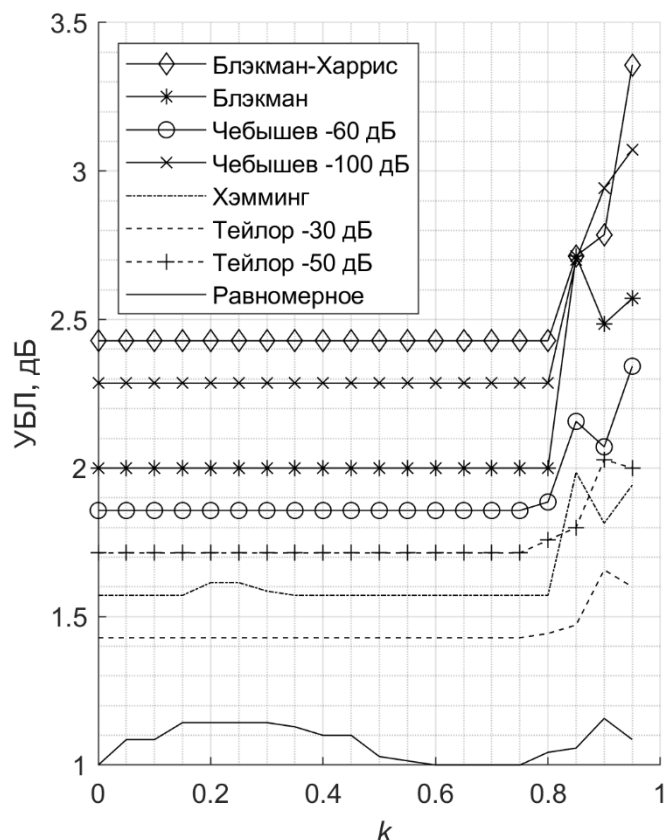


Рис. 9. Зависимость нормированной ширины главного лепестка от коэффициента разрежения.

В большинстве случаев разреженным антенным решеткам удается сохранить ШГЛ полной антенной решетки вплоть до $k = 0.8$. Когда активных излучателей становится еще меньше, происходит неминуемое лавинообразное расширение главного лепестка вдобавок к низкому пиковому УБЛ.

Из рассматриваемых распределений выделяются два: амплитудное распределение Хэмминга и равномерное. Значение целевой функции для разреженных антенных решеток с данными распределениями является максимальным на определенном интервале значений k . Говоря иными словами, несмотря на расширение главного лепестка, выигрыш по пиковому УБЛ при этих значениях k перевешивает принцип сохранения ШГЛ полной антенной решетки, заложенный в целевую функцию.

Улучшение пикового УБЛ для амплитудного распределения Хэмминга происходит при единственном значении $k = 0.2$, расширение главного лепестка случается на интервале $k = [0.2, 0.3]$. Для равномерного распределения

совпадение не заканчивается только на одной точке в случае расширения главного лепестка, k принимает значения на интервале $k = [0.05, 0.45]$, тогда как улучшение УБЛ происходит на интервале $k = [0.05, 0.65]$.

3.3. Оптимальный коэффициент разрежения

Введем понятие оптимального коэффициента разрежения $k_{\text{опт}}$ при котором выигрыш по пиковому УБЛ относительного уровня полной антенной решетки максимален. Для равномерного распределения $k_{\text{опт}} = 0.15$, а для распределения Тейлора (-30 дБ) $k_{\text{опт}} = 0.05$. Уровни боковых лепестков для полной и разреженной антенной решетки с оптимальным k показаны в таблице 1.

Таблица 1. Максимальное значение пикового УБЛ [дБ] при различных коэффициентах разрежения

АР	$k=0$	$k_{\text{опт}}$
Равномерное	-13.28	-20.13
Тейлор (-30 дБ)	-30.32	-31.30

На диаграммах направленности полных антенных решеток и синтезированных разреженных антенных решеток с коэффициентом разрежения $k_{\text{опт}}$ для равномерного амплитудного распределения (рис. 10, а) и амплитудного распределения Тейлора (-30 дБ) (рис. 10, б) видно, что возникает нерегулярность боковых лепестков разреженных решеток. Выражается это в изменении форм боковых лепестков и менее выраженных нулях диаграммы направленности. При этом уровень боковых лепестков разреженных антенных решеток остается практически постоянным, тогда как для полной антенной решетки наблюдается спад УБЛ по мере отдаления от главного лепестка. В реальных разреженных антенных решетках спад уровня боковых лепестков по мере отдаления от главного будет наблюдаться за счет взвешивания диаграммой направленности элемента (в этом исследовании она положена изотропной), однако скорость этого спада будет всегда ниже, чем для изначальной (полной) эквидистантной

антенной решетки. Примеры полученных амплитудных распределений при $k = k_{\text{опт}}$ представлены на рисунке 11.

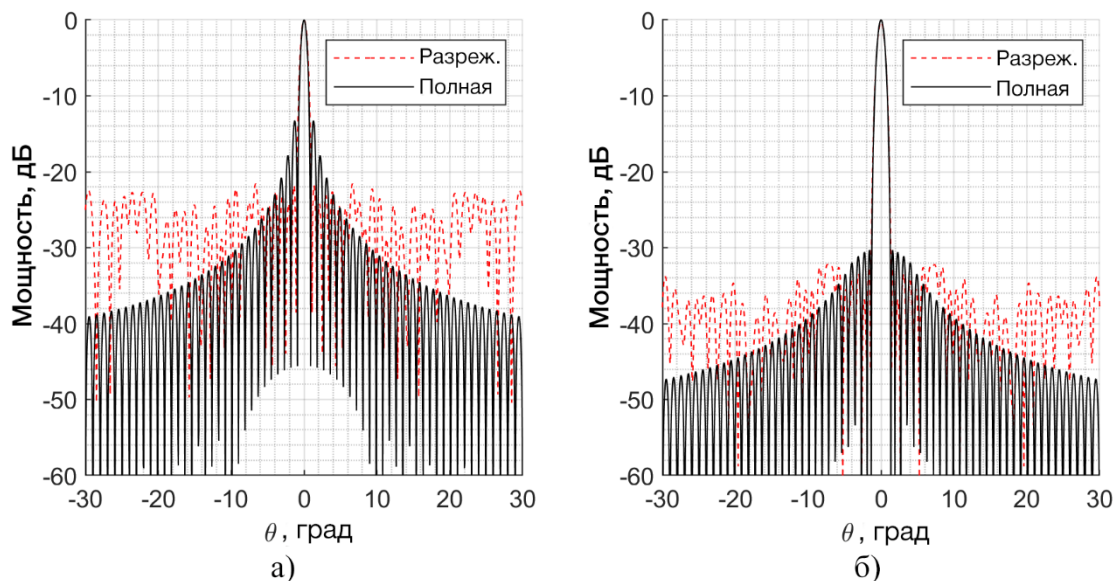


Рис. 10. Диаграммы направленности полной и разреженной антенных решеток для равномерного амплитудного распределения (а) и распределения Тейлора (б)

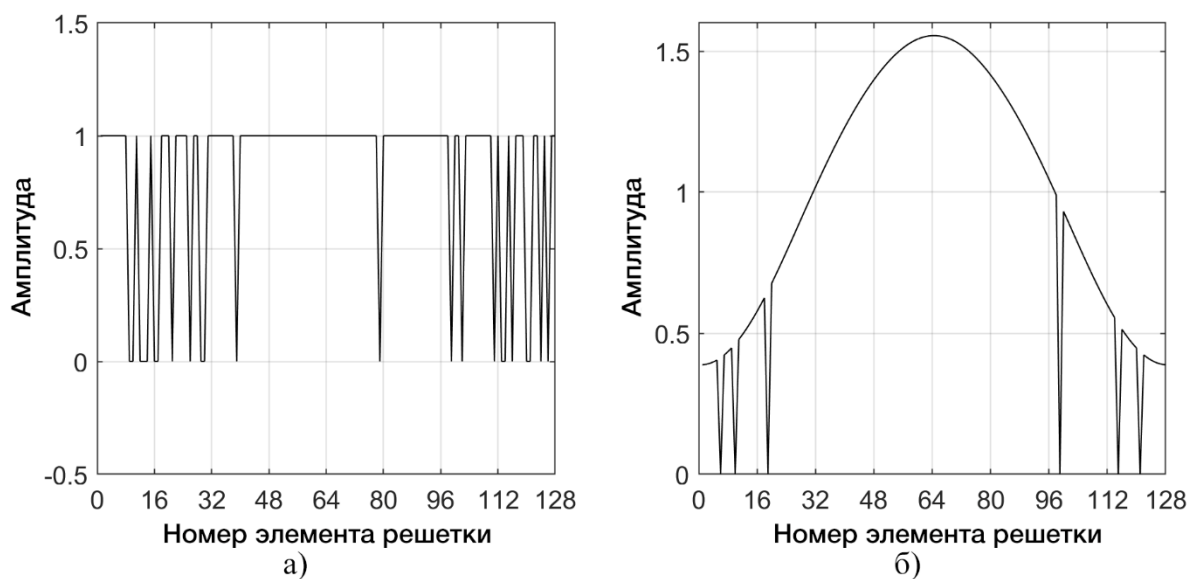


Рис. 11. Амплитудные распределения при оптимальном коэффициенте разрежения: а) равномерное; б) Тейлор (-30 дБ)

Заключение

Разработанный генетический алгоритм способен синтезировать оптимальные решения для разреженных антенных решеток с предложенной целевой функцией, направленной на сохранение ширины главного лепестка полной антенной решетки после ее разрежения и минимизацию пикового уровня боковых лепестков.

При симметрично краевом типе разрежения удастся быстрее (за меньшее количество расчетного времени) достичь значений пикового уровня боковых лепестков, чем при других типах.

При разрежении антенной решетки более чем на половину различия между используемыми амплитудными распределениями поля по апертуре полной решетки минимизируются. Наибольшие отличия как по пиковому уровню боковых лепестков, так и по ширине главного лепестка наблюдаются при коэффициенте разрежения на интервале $k = [0, 0.5]$.

Антенные решетки с равномерным амплитудным распределением обладают оптимальным коэффициентом разрежения. При $k_{\text{опт}}$ удастся добиться значений пикового УБЛ меньше, чем для полных решеток. Однако сохранить ширину главного лепестка полной антенной решетки после разрежения не удастся при подобных значениях УБЛ.

Литература

1. Skolnik M., Sherman J., Ogg F. Statistically designed density-tapered arrays. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*. 1964. V.12. №4. P.408-417. <https://doi.org/10.1109/TAP.1964.1138239>
2. Lo Y. A mathematical theory of antenna arrays with randomly spaced elements. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*. 1964. V.12. №3. P.257-268. <https://doi.org/10.1109/TAP.1964.1138220>
3. Lo Y., Lee S. A study of space tapered arrays. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*. 1966. V.14. №1. P.22-30. <https://doi.org/10.1109/TAP.1966.1138612>

4. Haupt R.L. Thinned arrays using genetic algorithms. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*. 1994. V.42. №7. P.993-999. <https://doi.org/10.1109/8.299602>
5. Jijenth M., Suman K.K., Gangwar V.S., Singh A.K., Singh S.P. A novel technique based on modified genetic algorithm for the synthesis of thinned planar antenna array with low peak side lobe level over desired scan volume. *2017 IEEE MTT-S International Microwave and RF Conference (IMaRC)*. 2017. P.251-254. <https://doi.org/10.1109/IMaRC.2017.8611242>
6. Ha B.V., Mussetta M., Pirinoli P., Zich R.E. Modified Compact Genetic Algorithm for Thinned Array Synthesis. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*. 2016. V.15. P.1105-1108. <https://doi.org/10.1109/LAWP.2015.2494839>
7. Dong Liu, Quanyuan Feng, Wei-Bo Wang. Discrete Optimization Problems of Linear Array Synthesis by Using Real Number Particle Swarm Optimization. *Progress In Electromagnetics Research*. 2013. V.133. P.407-424. <https://doi.org/10.2528/PIER12080804>
8. Gangwar V.S., Singh A.K., Thomas E., Singh S.P. Side lobe level suppression in a thinned linear antenna array using particle swarm optimization. *2015 International Conference on Applied and Theoretical Computing and Communication Technology (iCATccT)*. 2015. P.787-790. <https://doi.org/10.1109/ICATCCT.2015.7456989>
9. Song-Han Yang, Jean-Fu Kiang. Two-Dimensional Pattern Synthesis of Stacked Concentric Circular Antenna Arrays Using Bee Colony Algorithms. *Progress In Electromagnetics Research B*. 2013. V.55. P.151-168. <https://doi.org/10.2528/PIERB13072406>
10. Basu B., Mahanti G.K. Artificial Bees Colony Optimization for Synthesis of Thinned Mutually Coupled Linear Array Using Inverse Fast Fourier Transform. *2011 International Conference on Devices and Communications (ICDeCom)*. 2011. P.1-5. <https://doi.org/10.1109/ICDECOM.2011.5738513>

11. Quevedo-Teruel O., Rajo-Iglesias E. Ant Colony Optimization in Thinned Array Synthesis With Minimum Sidelobe Level. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*. 2006. V.5. P.349-352. <https://doi.org/10.1109/LAWP.2006.880693>
12. Pradipta Ghosh, Swagatam Das. Synthesis of Thinned Planar Concentric Circular Antenna Arrays – a Differential Evolutionary Approach. *Progress In Electromagnetics Research B*. 2011. V.29. P.63-82. <https://doi.org/10.2528/PIERB11020204>
13. Keizer W.P.M.N. Amplitude-Only Low Sidelobe Synthesis for Large Thinned Circular Array Antennas. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*. 2012. V.60. №2. P.1157-1161. <https://doi.org/10.1109/TAP.2011.2173119>
14. Rocca P., Anselmi N., Oliveri G., Polo A., Massa A. Antenna Array Thinning Through Quantum Fourier Transform. *IEEE Access*. 2021. V.9. P.124313-124323. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2021.3109938>
15. Simon D. *Evolutionary Optimization Algorithms*. NJ, Wiley-Blackwell. 2013. 742 p.
16. Гладков Л.А., Курейчик В.В., Курейчик В.М. *Генетические алгоритмы: Учебное пособие*. Ростов-на-Дону, ООО «Ростиздат». 2004. 400 с.
17. Engelbrecht A.P. *Computational intelligence: An introduction*. John Wiley and Sons. 2007. 640 p.

Для цитирования:

Карасев А.С., Степанов М.А. Синтез разреженной линейной антенной решетки с сохранением ширины главного лепестка и минимальным пиковым уровнем боковых лепестков при помощи генетического алгоритма. *Журнал радиоэлектроники* [электронный журнал]. 2022. №5. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2022.5.5>