

DOI: <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2024.5.2>

УДК: 537.874; 537.624

**АЛГОРИТМ ОПРЕДЕЛЕНИЯ НАМАГНИЧЕННОСТЕЙ ПОДРЕШЕТОК  
ДВУХПОДРЕШЕТОЧНОГО ФЕРРИМАГНЕТИКА  
С ТОЧКОЙ КОМПЕНСАЦИИ.  
ЧАСТЬ 1. ФАЗОВАЯ ДИАГРАММА**

**Д.А. Суслов, В.Г. Шавров, В.И. Щеглов**

**Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН  
125009, Москва, ул. Моховая, 11 к.7**

Статья поступила в редакцию 2 апреля 2024 г.

**Аннотация.** Рассмотрен алгоритм определения намагниченностей подрешеток двухподрешеточного ферримагнетика с точкой компенсации. На основе обзора предшествующих работ поставлена задача определения намагниченностей подрешеток по отдельности. Рассмотрена общая схема формирования полной намагниченности ферримагнетика, содержащего две магнитные подрешетки, связанные обменным взаимодействием друг с другом. В геометрии осевой симметрии вдоль направления постоянного поля рассмотрена зависимость ориентации намагниченностей подрешеток от поля. Отмечены условия формирования антипараллельной и параллельной коллинеарных фаз, а также угловой фазы между ними. Введено модельное представление зависимости намагниченности от температуры, включающее в себя степенную зависимость отношения общей температуры к температуре Кюри для данной подрешетки по отдельности. Для простоты и наглядности представления показатель степени положен равным двум. Отмечены условия, необходимые для формирования температурной точки компенсации. Получены зависимости углов отклонения

векторов намагниченности той и другой подрешеток от поля с учетом заданной температуры. Решение полученного уравнения для магнитного поля позволило определить границы переходов системы подрешеток между фазами. На основе полученных температурных зависимостей критических полей переходов построена фазовая диаграмма двухподрешеточного ферримагнетика. Отмечены две расположенные по полю друг над другом ветви, нижняя из которых соответствует антипараллельной фазе, а верхняя – параллельной. Установлено, что нижняя ветвь содержит в себе достаточное количество информации для определения намагниченностей той и другой решеток по отдельности. Предложена методика определения намагниченностей подрешеток по отдельности на основе характерных значений температур и суммарных намагниченностей. На нижней ветви отмечены четыре характерные точки, соответствующие четырем температурам и двум значениям суммарной намагниченности. С использованием этих точек получена система уравнений, решение которой позволило определить значения намагниченностей подрешеток по отдельности. Приведены некоторые рекомендации по дальнейшему развитию работы.

**Ключевые слова:** смешанные ферриты-гранаты, температура компенсации, намагниченности подрешеток.

**Финансирование:** Работа выполнена в рамках государственного задания Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН.

**Автор для переписки:** Щеглов Владимир Игнатьевич, [vshcheg@cplire.ru](mailto:vshcheg@cplire.ru)

## Введение

Важной областью практического применения ферритов является построение на их основе устройств для обработки аналоговой информации в СВЧ диапазоне [1-13]. Другой возможной областью применения является создание устройств обработки и хранения цифровой информации в виде интегральных схем на цилиндрических магнитных доменах [14-16], а также с использованием магниторезистивной памяти [17-18]. Значительный интерес для увеличения быстродействия устройств памяти представляет исследование сверхбыстрой динамики намагниченности пленок ферритов под действием мощных импульсов света от фемтосекундного лазера [19-25].

Весьма перспективным материалом для таких применений можно считать пленки смешанных ферритов-гранатов [26-29], обладающие двумя магнитными подрешетками. Особо следует отметить материалы, обладающие температурной компенсацией, при которой суммарная намагниченность двух подрешеток обращается в нуль. Значительный интерес здесь представляют особенности спиновой динамики подобных материалов [30], открывающие возможности применения в спинтронике [31], сенсорике [32] и сверхбыстром перемагничивании [33].

Для успешного применения таких материалов необходимо знать их магнитные параметры, в первую очередь намагниченности их подрешеток. Однако в большинстве работ [34-36] основным предметом рассмотрения является температурная зависимость суммарной намагниченности обеих подрешеток без выделения специфической части для каждой из них такое обстоятельство обусловлено традиционным методом определения намагниченности с помощью вибрационного магнитометра [1], измеряющего суммарный магнитный момент образца.

Однако можно полагать, что представление магнитной структуры вещества в виде двухподрешеточной модели позволит из анализа температурной зависимости получить намагниченности каждой из подрешеток по отдельности.

Ввиду сложного характера зависимости намагниченности ферромагнетика от температуры [1, 37], математическая трактовка двухподрешеточной модели получается довольно сложной [35], так что встает вопрос о построении достаточно простого модельного представления, удобного для повседневного практического применения.

В этом плане, настоящая работа посвящена описанию алгоритма определения намагниченностей подрешеток двухподрешеточного ферромагнетика с точкой компенсации, имеющего достаточно простой вычислительный характер.

Работа в целом состоит из двух частей. В первой части (настоящая статья) описано построение фазовой диаграммы с использованием степенного приближения температурной зависимости намагниченности, а также предложена основанная на анализе диаграммы методика определения намагниченностей подрешеток. Во второй части (следующая статья) описано применение предложенной методики к определению намагниченностей подрешеток реальных материалов, в том числе установлен оптимальный вид степенного приближения, наиболее соответствующий эксперименту.

## **1. Общая схема формирования намагниченности двухподрешеточного ферромагнетика.**

Общим свойством смешанных ферритов-гранатов является обладание двумя магнитными подрешетками [26-29]. В этом отношении они подобны классическим антиферромагнетикам [3, 38], с тем отличием, что намагниченности решеток антиферромагнетика по величине равны друг другу, а в смешанном феррите гранате – различаются.

Благодаря обменному взаимодействию, в отсутствие внешнего магнитного поля намагниченности подрешеток антипараллельны друг другу [1-4, 35], причем суммарная намагниченность равна разности намагниченностей подрешеток.

Приложенное магнитное поле стремится повернуть обе намагниченности к своему направлению, причем суммарная намагниченность всегда ориентируется вдоль поля.

Классическая схема поведения температурно-полевого поведения подрешеток подобна таковой для антиферромагнетика [38].

При малом поле обменное взаимодействие между намагниченностями преобладает, так что они остаются антипараллельными друг другу, то есть пребывают в «коллинеарной фазе», а при увеличении поля выше некоторого предела коллинеарность нарушается, формируется «угловая фаза», так что намагниченности частично поворачиваются друг к другу, ориентируясь поперек поля, однако их сумма по-прежнему ориентируется вдоль поля. При достаточном увеличении поля намагниченности обеих подрешеток полностью поворачиваются вдоль поля, так что снова становятся коллинеарными друг другу.

Намагниченности той и другой подрешеток зависят от температуры таким образом, что с повышением температуры уменьшаются [1, 37].

Если при низкой температуре намагниченность одной из подрешеток превышает намагниченность другой, но при увеличении температуры намагниченность первой уменьшается скорее, чем уменьшается намагниченность второй, то при некоторой температуре величины намагниченностей обеих подрешеток становятся равными друг другу. При этом, поскольку эти намагниченности в отсутствие поля направлены антипараллельно, то суммарная намагниченности при их равенстве падает до нуля. Эта температура, при которой намагниченности антипараллельных решеток сравниваются, то есть суммарная обращается в нуль, называется «температурой» или «точкой компенсации» [26-29, 35].

## 2. Зависимости ориентации намагниченностей подрешеток от поля.

Сначала отвлечемся от температурных характеристик и рассмотрим поведение намагниченностей двухподрешеточного ферримагнетика при изменении внешнего магнитного поля. Будем следовать математическому аппарату, приведенному в [3, стр. 205-208].

Общая геометрия задачи приведена на рис. 1.

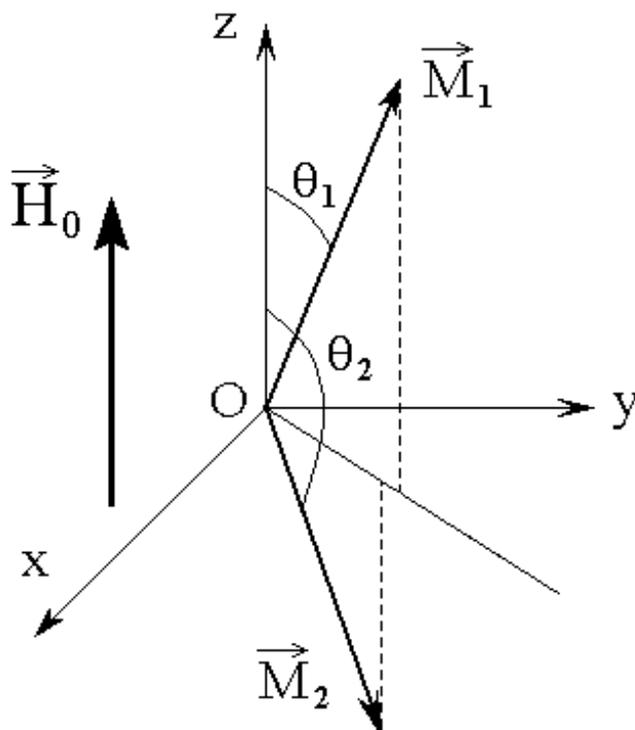


Рис. 1. Общая геометрия задачи.

Здесь  $\vec{M}_1$  и  $\vec{M}_2$  – векторы намагниченностей подрешеток,  $\vec{H}_0$  – вектор магнитного поля, система координат  $Oxyz$  ориентирована таким образом, что ось  $Oz$  направлена вдоль поля,  $\theta_1$  и  $\theta_2$  – полярные углы намагниченностей. Ориентация намагниченностей вокруг оси  $Oz$  безразлична, однако предполагается, что обе они лежат в одной плоскости, азимутальный угол которой безразличен в силу осевой симметрии системы. Для простоты задачи размагничивание и анизотропию не рассматриваем.

Будем полагать, что плотность энергии структуры определяется взаимодействием каждой из намагниченностей с полем, а также

взаимодействием намагниченностей между собой, имеющим обменную природу с параметром  $\Lambda$ :

$$U = -\vec{H}_0\vec{M}_1 - \vec{H}_0\vec{M}_2 + \Lambda\vec{M}_1\vec{M}_2. \quad (1)$$

Входящие в это выражение слагаемые в записи через углы  $\theta_1$  и  $\theta_2$  имеют вид:

$$\vec{H}_0\vec{M}_1 = H_0M_1 \cos \theta_1; \quad (2)$$

$$\vec{H}_0\vec{M}_2 = H_0M_2 \cos \theta_2; \quad (3)$$

$$\Lambda\vec{M}_1\vec{M}_2 = \Lambda M_1M_2 \cos(\theta_2 - \theta_1). \quad (4)$$

Подставляя (2)-(4) в (1), получаем:

$$U = -H_0M_1 \cos \theta_1 - H_0M_2 \cos \theta_2 + \Lambda M_1M_2 (\cos \theta_1 \cos \theta_2 + \sin \theta_1 \sin \theta_2). \quad (5)$$

Задача состоит в том, чтобы найти минимум потенциала  $U$  по углам  $\theta_1$  и  $\theta_2$ .

Дифференцируем по  $\theta_1$  и  $\theta_2$ :

$$\frac{\partial U}{\partial \theta_1} = H_0M_1 \sin \theta_1 - \Lambda M_1M_2 \sin \theta_1 \cos \theta_2 + \Lambda M_1M_2 \cos \theta_1 \sin \theta_2; \quad (6)$$

$$\frac{\partial U}{\partial \theta_2} = H_0M_2 \sin \theta_2 - \Lambda M_1M_2 \cos \theta_1 \sin \theta_2 + \Lambda M_1M_2 \sin \theta_1 \cos \theta_2. \quad (7)$$

Приравниваем производные к нулю и сокращаем на общие множители  $M_1$  и  $M_2$ :

$$H_0 \sin \theta_1 - \Lambda M_2 \sin \theta_1 \cos \theta_2 + \Lambda M_2 \cos \theta_1 \sin \theta_2 = 0; \quad (8)$$

$$H_0 \sin \theta_2 - \Lambda M_1 \cos \theta_1 \sin \theta_2 + \Lambda M_1 \sin \theta_1 \cos \theta_2 = 0. \quad (9)$$

Это – система двух уравнений с двумя неизвестными  $\theta_1$  и  $\theta_2$ .

Теперь надо разрешить эти уравнения относительно  $\theta_1$  и  $\theta_2$ . Уравнения (8) и (9) содержат одинаковые комбинации  $\sin \theta_1 \cos \theta_2$ . Уравнение (8) – во втором слагаемом, (9) – в третьем слагаемом. Выражая из каждого уравнения эти комбинации и приравнивая друг к другу, получаем:

$$\frac{H_0 \sin \theta_1 + \Lambda M_2 \cos \theta_1 \sin \theta_2}{M_2} = \frac{-H_0 \sin \theta_2 + \Lambda M_1 \cos \theta_1 \sin \theta_2}{M_1}. \quad (10)$$

Приводя дроби к общему знаменателю, сокращая одинаковые слагаемые и разделяя на  $H_0$ , получаем:

$$M_1 \sin \theta_1 = -M_2 \sin \theta_2. \quad (11)$$

Это уравнение в совокупности с одним из уравнений (8) или (9) можно рассматривать как систему из двух уравнений с двумя неизвестными  $\theta_1$  и  $\theta_2$ . Такая система будет проще исходной (8)-(9), так как уравнение (11) легко разрешимо относительно одной из неизвестных.

Запишем одну из возможных систем: уравнение (8) и (11):

$$H_0 \sin \theta_1 - \Lambda M_2 \sin \theta_1 \cos \theta_2 + \Lambda M_2 \cos \theta_1 \sin \theta_2 = 0; \quad (12)$$

$$M_1 \sin \theta_1 = -M_2 \sin \theta_2. \quad (13)$$

Теперь надо решить систему (12)-(13) относительно  $\theta_1$  и  $\theta_2$ . Проведем решение методом подстановки. Выразим из (13) неизвестную  $\theta_2$  через  $\theta_1$ , после чего подставим в (12), в результате получится уравнение, содержащее только  $\theta_1$ , которое далее решим непосредственно. Итак, из (13), получаем:

$$\sin \theta_2 = -\frac{M_1}{M_2} \sin \theta_1. \quad (14)$$

Из этого выражения находим:

$$\cos \theta_2 = \sqrt{1 - \frac{M_1^2}{M_2^2} \sin^2 \theta_1}. \quad (15)$$

Подставим (14), (15) в (12) и разделим на  $\sin \theta_1$  (при условии  $\sin \theta_1 \neq 0$ ):

$$H_0 - \Lambda M_2 \sqrt{1 - \frac{M_1^2}{M_2^2} \sin^2 \theta_1} - \Lambda M_1 \cos \theta_1 = 0. \quad (16)$$

**Замечание:** деление на  $\sin\theta_1$  исключает из числа получаемых далее решений значение  $\sin\theta_1 = 0$ , однако из системы (12)-(13) можно видеть, что она имеет решение  $\sin\theta_1 = 0$ ,  $\sin\theta_2 = 0$ , которое может быть рассмотрено отдельно (далее – решение №1).

Выделяя из уравнения (16) квадратный корень, возводя обе части в квадрат и умножая на  $M_0^2$ , получаем:

$$A^2 M_2^2 - A^2 M_1^2 \sin^2 \theta_1 = H_0^2 - 2 \Lambda H_0 M_1 \cos \theta_1 + A^2 M_1^2 \cos^2 \theta_1. \quad (17)$$

Это уравнение содержит только  $\theta_1$ . Заменим  $\sin^2 \theta_1$  через  $\cos^2 \theta_1$  в соответствии с соотношением:

$$\sin^2 \theta_1 = 1 - \cos^2 \theta_1, \quad (18)$$

в результате чего, после приведения подобных членов, получаем:

$$A^2 (M_2^2 - M_1^2) = H_0^2 - 2 \Lambda H_0 M_1 \cos \theta_1. \quad (19)$$

Из этого уравнения находим  $\cos \theta_1$ :

$$\cos \theta_1 = \frac{H_0^2 - A^2 (M_2^2 - M_1^2)}{2 \Lambda H_0 M_1}. \quad (20)$$

Записывая намагниченности в порядке возрастания индексов, получаем:

$$\cos \theta_1 = \frac{H_0^2 + A^2 (M_1^2 - M_2^2)}{2 \Lambda H_0 M_1}. \quad (21)$$

Итак, неизвестная  $\theta_1$  найдена. Найдем теперь  $\theta_2$ . Обратимся опять к системе (12)-(13). Из (13) получаем:

$$\sin \theta_1 = - \frac{M_2}{M_1} \sin \theta_2; \quad (22)$$

$$\cos \theta_1 = \sqrt{1 - \frac{M_2^2}{M_1^2} \sin^2 \theta_2}. \quad (23)$$

Подставляя эти выражения в (12) и выполняя те же действия, что при выводе (21) с учетом условия  $\sin \theta_2 \neq 0$ , получаем:

$$\cos \theta_2 = \frac{H_0^2 - L^2(M_1^2 - M_2^2)}{2 \Lambda H_0 M_2}. \quad (24)$$

Итак, система (8)-(9) допускает два решения.

РЕШЕНИЕ №1.

$$\sin \theta_1 = 0; \quad (25)$$

$$\sin \theta_2 = 0. \quad (26)$$

Это решение для углов дает 4 варианта:

$$1) \quad \theta_1 = 0; \quad (27)$$

$$\theta_2 = 0; \quad (28)$$

$$2) \quad \theta_1 = \pi; \quad (29)$$

$$\theta_2 = 0; \quad (30)$$

$$3) \quad \theta_1 = 0; \quad (31)$$

$$\theta_2 = \pi; \quad (32)$$

$$4) \quad \theta_1 = \pi; \quad (33)$$

$$\theta_2 = \pi. \quad (34)$$

РЕШЕНИЕ №2.

$$\cos \theta_1 = \frac{H_0^2 + L^2(M_1^2 - M_2^2)}{2 \Lambda H_0 M_1}; \quad (35)$$

$$\cos \theta_2 = \frac{H_0^2 - L^2(M_1^2 - M_2^2)}{2 \Lambda H_0 M_2}. \quad (36)$$

Это решение для углов дает также 4 варианта:

$$1) \quad \theta_1 = \arccos \left( \frac{H_0^2 + A^2(M_1^2 - M_2^2)}{2 \Lambda H_0 M_1} \right); \quad (37)$$

$$\theta_2 = \arccos \left( \frac{H_0^2 - A^2(M_1^2 - M_2^2)}{2 \Lambda H_0 M_2} \right); \quad (38)$$

$$2) \quad \theta_1 = \pi - \arccos \left( \frac{H_0^2 + A^2(M_1^2 - M_2^2)}{2 \Lambda H_0 M_1} \right); \quad (39)$$

$$\theta_2 = \arccos \left( \frac{H_0^2 - A^2(M_1^2 - M_2^2)}{2 \Lambda H_0 M_2} \right); \quad (40)$$

$$3) \quad \theta_1 = \arccos \left( \frac{H_0^2 + A^2(M_1^2 - M_2^2)}{2 \Lambda H_0 M_1} \right); \quad (41)$$

$$\theta_2 = \pi - \arccos \left( \frac{H_0^2 - A^2(M_1^2 - M_2^2)}{2 \Lambda H_0 M_2} \right); \quad (42)$$

$$4) \quad \theta_1 = \pi - \arccos \left( \frac{H_0^2 + A^2(M_1^2 - M_2^2)}{2 \Lambda H_0 M_1} \right); \quad (43)$$

$$\theta_2 = \pi - \arccos \left( \frac{H_0^2 - A^2(M_1^2 - M_2^2)}{2 \Lambda H_0 M_2} \right). \quad (44)$$

В формулах (37)-(44) арккосинусы берутся в первой четверти координатной плоскости.

### 3. Схема построения фазовой диаграммы.

Перейдем теперь к построению фазовой диаграммы, определяющей состояние намагниченностей при заданных значениях температуры и поля. Подобные диаграммы строились в работах [26-29, 35, 38]. Здесь будем следовать рассматриваемому случаю.

Обратимся к данным, полученным в разделе 2.

Решение №1 не содержит зависимости от поля, поэтому будем исходить из решения №2, где значения углов  $\theta_1$  и  $\theta_2$  определяются значением поля  $H_0$ .

РЕШЕНИЕ №2 – формулы (35), (36).

$$\cos \theta_1 = \frac{H_0^2 + \Lambda^2 (M_1^2 - M_2^2)}{2 \Lambda H_0 M_1}; \quad (45)$$

$$\cos \theta_2 = \frac{H_0^2 - \Lambda^2 (M_1^2 - M_2^2)}{2 \Lambda H_0 M_2}. \quad (46)$$

Сначала рассмотрим выражение для  $\theta_1$ :

$$\cos \theta_1 = \frac{H_0^2 + \Lambda^2 (M_1^2 - M_2^2)}{2 \Lambda H_0 M_1}. \quad (47)$$

Здесь косинус зависит от поля, которое может меняться в любых пределах, однако косинус может меняться только в пределах от  $-1$  до  $+1$ . Будем считать, что решение имеет смысл только в этих пределах  $\cos \theta_1 = \pm 1$ , откуда найдем крайние значения поля  $H_0$ .

При  $\cos \theta_1 = \pm 1$  получаем:

$$\pm 1 = \frac{H_0^2 + \Lambda^2 (M_1^2 - M_2^2)}{2 \Lambda H_0 M_1}. \quad (48)$$

Это – квадратное уравнение относительно  $H_0$ :

$$H_0^2 \mp 2 \Lambda M_1 H_0 + \Lambda^2 (M_1^2 - M_2^2) = 0. \quad (49)$$

Рассмотрим сначала знак минус:

$$H_0^2 - 2 \Lambda M_1 H_0 + \Lambda^2 (M_1^2 - M_2^2) = 0. \quad (50)$$

Решение этого уравнения имеет вид:

$$(H_0)_{1,2} = \Lambda M_1 \pm \Lambda \sqrt{M_1^2 - M_1^2 + M_2^2} = \Lambda (M_1 \pm M_2). \quad (51)$$

Теперь рассмотрим знак плюс:

$$H_0^2 + 2 \Lambda M_1 H_0 + \Lambda_2 (M_1^2 - M_2^2) = 0. \quad (52)$$

Решение этого уравнения имеет вид:

$$(H_0)_{3,4} = -\Lambda M_1 \pm \Lambda \sqrt{M_1^2 - M_2^2 + M_2^2} = -\Lambda (M_1 \pm M_2). \quad (53)$$

Итак, получаем четыре решения:

$$(H_0)_1 = \Lambda (M_1 + M_2); \quad (54)$$

$$(H_0)_2 = \Lambda (M_1 - M_2); \quad (55)$$

$$(H_0)_3 = -\Lambda (M_1 - M_2); \quad (56)$$

$$(H_0)_4 = -\Lambda (M_1 + M_2). \quad (57)$$

Из этих решений выделяем совпадающие по знаку в скобках

$$(H_0)_{1,4} = \pm \Lambda (M_1 + M_2); \quad (58)$$

$$(H_0)_{2,3} = \pm \Lambda (M_1 - M_2). \quad (59)$$

Это – значения поля, соответствующие крайним допустимым значениям угла  $\theta_1$  (ориентация вектора намагниченности  $\vec{M}_1$ ).

Теперь рассмотрим угол  $\theta_2$ . Исходим из выражения для  $\theta_2$ :

$$\cos \theta_2 = \frac{H_0^2 - \Lambda^2 (M_1^2 - M_2^2)}{2 \Lambda H_0 M_2}. \quad (60)$$

Все действия полностью аналогичны, только надо учитывать другой знак в числителе и  $M_2$  вместо  $M_1$  в знаменателе.

При  $\cos \theta_2 = \pm 1$  получаем:

$$\pm 1 = \frac{H_0^2 - \Lambda^2 (M_1^2 - M_2^2)}{2 \Lambda H_0 M_2}. \quad (61)$$

Это – квадратное уравнение относительно  $H_0$ :

$$H_0^2 \mp 2 \Lambda M_2 H_0 - \Lambda^2 (M_1^2 - M_2^2) = 0. \quad (62)$$

Рассмотрим сначала знак минус:

$$H_0^2 - 2\Lambda M_1 H_0 - \Lambda_2 (M_1^2 - M_2^2) = 0. \quad (63)$$

Решение этого уравнения имеет вид:

$$(H_0)_{5,6} = \Lambda M_2 \pm \Lambda \sqrt{M_2^2 + M_1^2 - M_2^2} = \Lambda(M_2 \pm M_1). \quad (64)$$

Теперь рассмотрим знак плюс:

$$H_0^2 + 2\Lambda M_1 H_0 - \Lambda^2 (M_1^2 - M_2^2) = 0. \quad (65)$$

Решение этого уравнения имеет вид:

$$(H_0)_{7,8} = -\Lambda M_1 \pm \Lambda \sqrt{M_2^2 + M_1^2 - M_2^2} = \Lambda(-M_1 \pm M_2). \quad (66)$$

Итак, получаем четыре решения:

$$(H_0)_5 = \Lambda(M_1 + M_2); \quad (67)$$

$$(H_0)_6 = -\Lambda(M_1 - M_2); \quad (68)$$

$$(H_0)_7 = \Lambda(M_1 - M_2); \quad (69)$$

$$(H_0)_8 = -\Lambda(M_1 + M_2). \quad (70)$$

Из этих решений выделяем совпадающие по знаку в скобках

$$(H_0)_{5,8} = \pm \Lambda(M_1 + M_2); \quad (71)$$

$$(H_0)_{6,7} = \pm \Lambda(M_1 - M_2). \quad (72)$$

Это – значения поля, соответствующие крайним допустимым значениям угла  $\theta_2$  (ориентация вектора намагниченности  $\vec{M}_2$ ).

Из сравнения (58)-(59) с (71)-(72) можно видеть, что для полей, определяющих допустимые границы косинусов углов  $\theta_1$  и  $\theta_2$  (то есть полный интервал изменения этих углов от  $0$  до  $\pi$ ) имеются только две возможности (знаки перед  $\Lambda$  опускаем, так как изменение направления поля на обратное, в силу симметрии геометрии, ничего не меняет):

$$(H_0)^{(+)} = \Lambda(M_1 + M_2); \quad (73)$$

$$(H_0)^{(-)} = A(M_1 - M_2). \quad (74)$$

Эти поля при подстановке температурных зависимостей  $M_1(T)$  и  $M_2(T)$  определяют фазовую диаграмму, определяющую состояние намагниченностей при заданных значениях температуры и поля.

#### 4. Пример построения фазовой диаграммы.

Суммарная намагниченность двухподрешеточного ферримагнетика формируется за счет сложения магнитных моментов двух отдельных подрешеток, намагниченности каждой из которых по мере увеличения температуры убывают в соответствии с законом Кюри-Вейсса [1, 37]. При температуре Кюри намагниченности той и другой подрешеток обращаются в нуль, причем критические поля таких переходов для той и другой подрешеток различаются.

Математическое описание зависимости намагниченности от температуры требует решения сложного трансцендентного уравнения [37, стр.79, форм.(12.9)], причем единой кратко записываемой функции для его решения не существует. Поэтому сначала обратимся к более простому модельному представлению, то есть положим, что зависимости намагниченностей от температуры имеют вид:

$$M_1 = M_{10} \left[ 1 - \left( \frac{T}{T_{c1}} \right)^2 \right]; \quad (75)$$

$$M_2 = M_{20} \left[ 1 - \left( \frac{T}{T_{c2}} \right)^2 \right]; \quad (76)$$

где  $M_1$ ,  $M_2$  – полные, зависящие от температуры намагниченности той и другой подрешеток,  $M_{10}$ ,  $M_{20}$  – их намагниченности насыщения,  $T_{c1}$ ,  $T_{c2}$  – температуры Кюри, при которых намагниченности обращаются в нуль.

**Замечание.** Предложенное здесь модельное представление намагниченностей (75), (76) не является единственно возможным. Так, показатель степени при внутренних круглых скобках может иметь любое другое значение, большее единицы. Здесь значение показателя равное двум выбрано исходя из удобства моделирования и достаточной наглядности построения фазовой диаграммы. Более точное значение показателя степени, наиболее соответствующее эксперименту, рассматривается во второй части настоящей работы.

Для простоты и большей наглядности положим параметры намагниченностей равными небольшим целым числам:

$$M_{10} = 5; M_{20} = 3; T_{c1} = 4; T_{c2} = 7, \quad (77)$$

а также:

$$A = 1. \quad (78)$$

На рис. 2 показаны построенные по формулам (75), (76) при таких параметрах зависимости намагниченностей подрешеток от температуры.

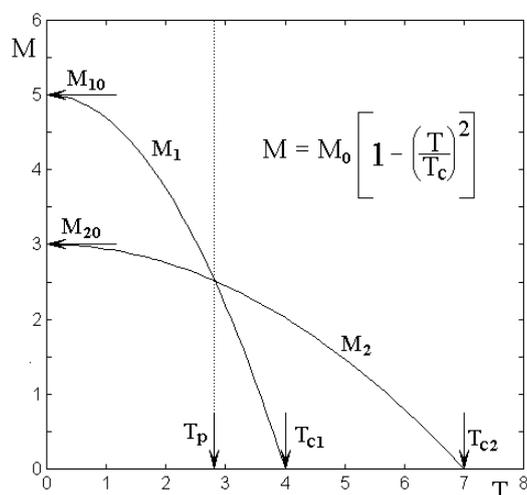


Рис. 2. Зависимости намагниченностей подрешеток от температуры.  
Параметры: (77), (78).

Из рисунка видно, что при  $T = 0$  намагниченности той и другой подрешеток равны соответственно  $M_{10}$  и  $M_{20}$ , а при температурах  $T_{c1}$  и  $T_{c2}$  обращаются в нуль. При температуре  $T_p$  кривые пересекаются, так что

намагниченности  $M_1$  и  $M_2$  равны друг другу. При антипараллельной ориентации подрешеток суммарная намагниченность в этой точке равна нулю, что соответствует компенсации. Следует заметить, что необходимым условием наличия компенсации являются одновременное выполнение двух неравенств:  $M_{10} > M_{20}$  и  $T_{c1} < T_{c2}$ , как это было отмечено в разделе 2.

Рассмотрим теперь формирование зависимости от температуры для суммарной намагниченности. Воспользуемся формулами (73), (74), приведенными в разделе 3. Из этих формул видно, что в построении диаграммы решающую роль играют сумма и разность намагниченностей с учетом их знака.

На рис. 3 представлены зависимости намагниченностей  $M_1$  и  $M_2$  с положительными знаками, что совпадает с рис. 2. Однако при антипараллельной ориентации знаки намагниченностей должны различаться, поэтому на рисунке представлена намагниченность  $-M_2$ .

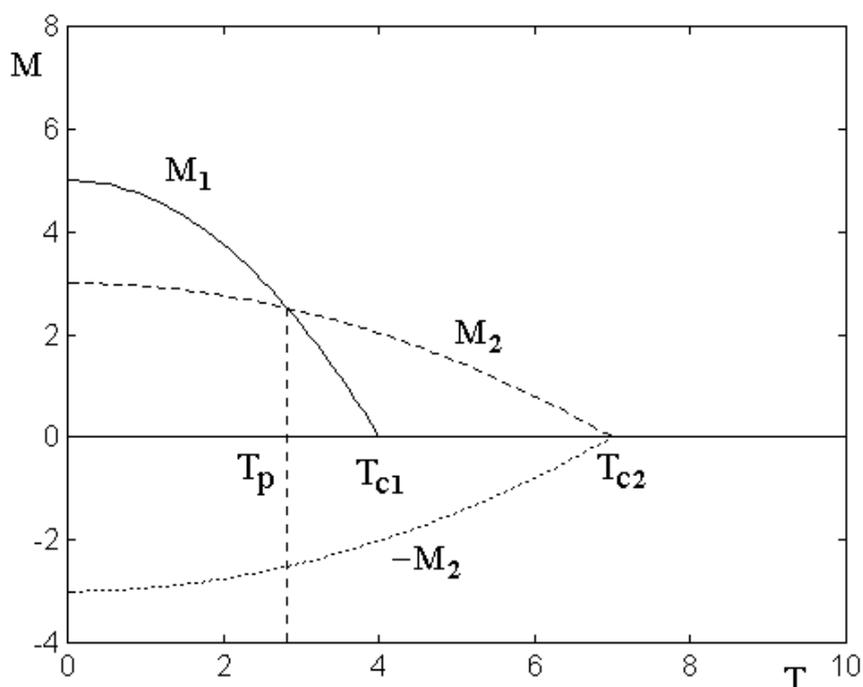


Рис. 3. Зависимости намагниченностей от температуры по отдельности. Параметры – те же, что на рис. 2.

Из рисунка видно, что при температуре  $T_p$  знаки намагниченностей  $M_1$  и  $-M_2$  противоположны, что и должно обеспечивать компенсацию.

На рис. 4 представлены зависимости суммы намагниченностей  $M_1 + M_2$  с положительными знаками.

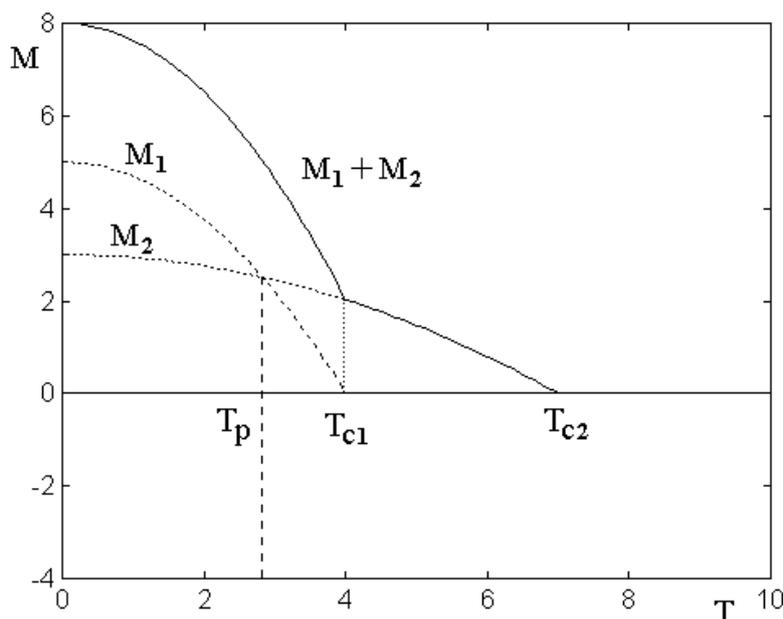


Рис. 4. Зависимости суммы намагниченностей от температуры. Параметры – те же, что на рис. 2.

Из рисунка видно, что при температуре ниже критической для первой подрешетки, то есть при  $T < T_{c1}$  суммарная намагниченность просто равна сумме обеих намагниченностей с положительными знаками. Это соответствует случаю, когда, векторы обеих намагниченностей ориентированы в одном направлении. Такое положение возможно только в достаточно высоком поле, которое преодолевает поле обменного взаимодействия между намагниченностями отдельных подрешеток. В интервале температур между критическими значениями для обеих подрешеток, то есть при  $T_{c1} < T < T_{c2}$  суммарная намагниченность составлена только из намагниченности второй подрешетки, так как намагниченность первой в этом интервале равна нулю. При температуре выше критической для второй подрешетки, то есть при  $T > T_{c2}$  суммарная намагниченность равна нулю, так как намагниченности обеих подрешеток обращены в нуль.

На рис. 5 представлены зависимости разности намагниченностей  $M_1 - M_2$ , что соответствует случаю, когда векторы отдельных

намагниченностей ориентированы в противоположных направлениях. Такое положение имеет место в сравнительно небольших полях, недостаточных для того, чтобы преодолеть обменное взаимодействие между подрешетками.

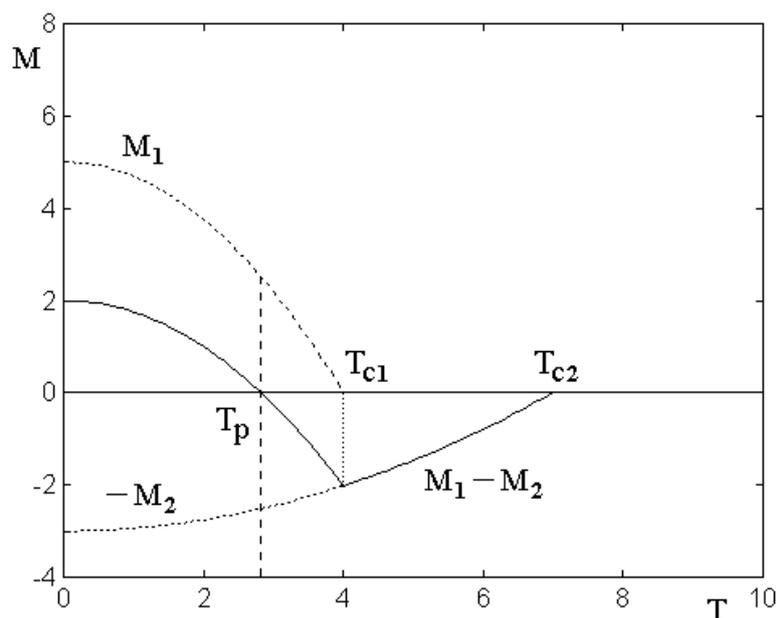


Рис. 5. Зависимости разностей намагниченностей от температуры. Параметры – те же, что на рис. 2.

Из рисунка видно, что при температуре  $T_p$  суммарная намагниченность равна нулю, что как раз соответствует точке компенсации. При температуре ниже компенсации, то есть при  $T < T_p$  суммарная намагниченность положительна за счет того, что в этом интервале намагниченность  $M_1$  больше, чем  $M_2$  (как видно из рис. 2). При температуре выше компенсации, то есть при  $T > T_p$  суммарная намагниченность всегда отрицательна, так как здесь отрицательная величина  $M_2$  преобладает над положительной величиной  $M_1$  (соотношение между  $M_1$  и  $M_2$  также просматривается из рис. 2). Минимум суммарной намагниченности приходится на температуру  $T_{c1}$ , так как здесь заканчивается влияние положительной намагниченности  $M_1$ . Далее остается только намагниченность  $-M_2$ , отрицательный знак которой обеспечивает отрицательную величину суммарной намагниченности. При температуре выше

$T_{c2}$  обе намагниченности обращаются в нуль, так что и суммарная намагниченность равна нулю.

На рис. 6 показана полная фазовая диаграмма, составленная из кривых, приведенных на рис. 4, 5. Основная часть диаграммы представлена утолщенной линией. По вертикальной оси отложено поле  $H_0$ , связанное с намагниченностями подрешеток  $M_1$  и  $M_2$  соотношениями (73), (74), в которых, в соответствии с принятым условием (78), положено  $\Lambda = I$ .

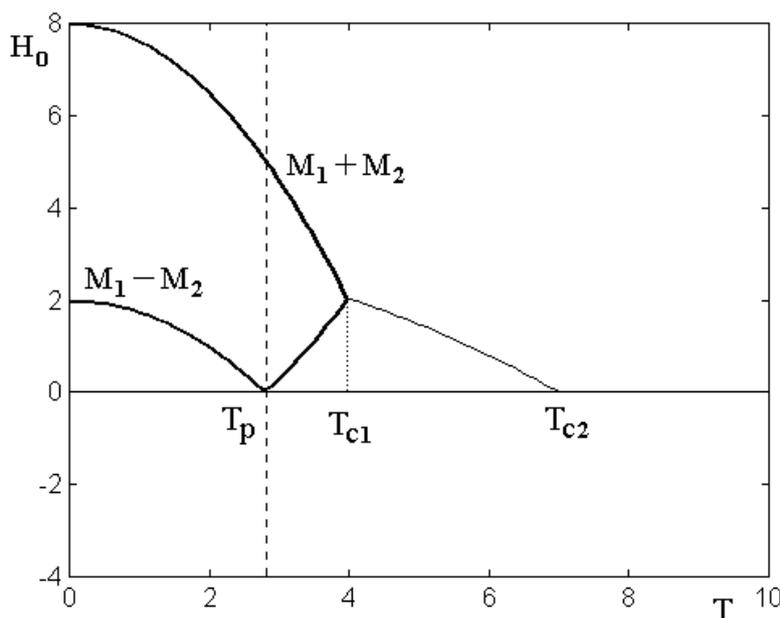


Рис. 6. Построение полной фазовой диаграммы (утолщенная линия).  
 Параметры – те же, что на рис. 2.

Верхняя ветвь диаграммы соответствует суммарной намагниченности с положительными знаками, как это показано на рис. 4. До температуры  $T_{c1}$  часть этой кривой реализуется только в сильных полях, превышающих обмен между подрешетками, так что векторы обеих намагниченностей ориентированы в одном направлении вдоль поля. При температуре выше  $T_{c1}$  остается только одна намагниченность  $M_2$ , так что суммарный вектор также всегда направлен вдоль поля.

Нижняя ветвь диаграммы до температуры компенсации  $T_p$  соответствует суммарной намагниченности с противоположными ориентациями векторов  $M_1$

и  $M_2$ , Здесь  $M_1 > M_2$ , так что суммарный вектор направлен вдоль поля. Это случай реализуется в сравнительно небольших полях, так как в преодолении обмена нет необходимости. Нижняя ветвь между температурами  $T_p$  и  $T_{c1}$  также соответствует противоположным ориентациям векторов  $M_1$  и  $M_2$ , однако теперь  $M_1 < M_2$ , поэтому, если левее  $T_p$  вектор  $M_1$  смотрит вверх, а  $M_2$  вниз, то теперь положение обратное:  $M_1$  смотрит вниз, а  $M_2$  вверх. То есть при плавном изменении температуры при переходе через точку компенсации ориентация каждой из подрешеток меняется на обратную. Этот случай реализуется также в сравнительно небольших полях, так как необходимость в преодолении обмена также отсутствует. При температурах выше  $T_{c1}$  намагниченность  $M_1$  обращается в нуль, так что нижняя ветвь фазовой кривой сливается с верхней и далее идет в том же порядке.

**Замечание.** Построенная здесь диаграмма, вернее, часть ее, приведенная утолщенными линиями на рис. 6, подобна диаграмме, в схематическом виде представленной на рис. 4 в работе [35]. Отличие состоит в том, что здесь для ее построения вместо решения сложного трансцендентного уравнения (2.11) работы [35], использованы модельные функции (75), (76), что дало значительное упрощение математического аппарата.

## 5. Ориентация векторов намагниченности на фазовой диаграмме.

Для полноты картины рассмотрим ориентацию векторов намагниченности при некоторых значениях температуры. Параметры положим те же, что приведены в формулах (77), (78). При этом из проведенного выше рассмотрения (раздел 5, рис. 6) можно видеть, что температура компенсации, получаемая из равенства намагниченностей, равна  $T_p = 2.8$ .

Рассмотрим два значения температуры:  $T_1 = 2.0$  и  $T_2 = 3.5$ , расположенные по разные стороны от температуры компенсации.

На рис. 7 представлены зависимости намагниченностей подрешеток от температуры, подобные приведенным на рис. 2. Вертикальными пунктирными линиями отмечены принятые значения температуры. Получаемые при этом намагниченности равны:

$$T_1 = 2.0 \rightarrow M_1 = 3.750, M_2 = 2.755, \quad (79)$$

$$T_2 = 3.5 \rightarrow M_1 = 1.172, M_2 = 2.250. \quad (80)$$

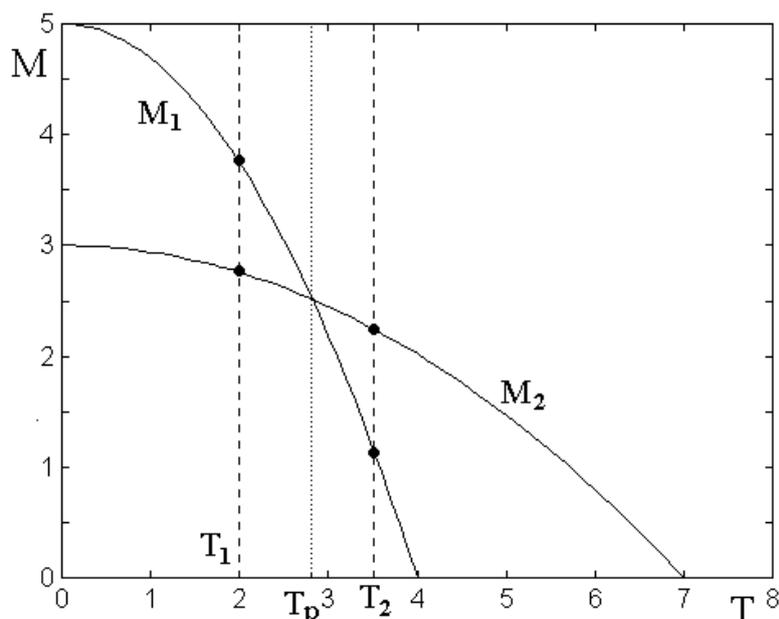


Рис. 7. Выбор температур для рассмотрения ориентационных зависимостей намагниченностей подрешеток от поля.

Параметры – те же, что на рис. 2. Точки соответствуют формулам (79), (80).

Для построения ориентационных зависимостей используются формулы (45) и (46), разрешенные относительно углов:

$$\theta_1 = \arccos \left( \frac{H_0^2 + A^2(M_1^2 - M_2^2)}{2 \Lambda H_0 M_1} \right); \quad (81)$$

$$\theta_2 = \arccos \left( \frac{H_0^2 - A^2(M_1^2 - M_2^2)}{2 \Lambda H_0 M_2} \right). \quad (82)$$

На рис. 8 представлены зависимости полярных углов намагниченностей от поля при температуре  $T_1 = 2.0$ , то есть ниже температуры компенсации.

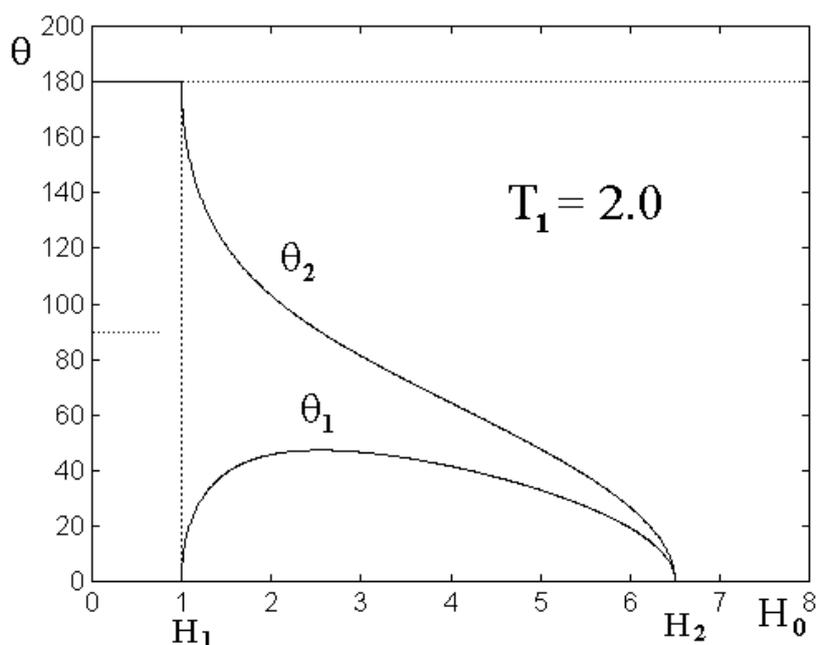


Рис. 8. Зависимости полярных углов намагниченностей от поля при температуре  $T_1 = 2.0$ . По вертикали – значения углов в градусах.

Параметры – те же, что на рис. 2.

На рисунке просматриваются два критических значения поля  $H_1$  и  $H_2$ , при которых зависимости резко меняются. При поле меньшем первого критического значения, то есть при  $H_0 < H_1$  полярный угол намагниченности первой подрешетки равен нулю, а второй –  $180^\circ$ . То есть при этом намагниченности ориентированы параллельно друг другу, причем первая направлена вдоль поля, а вторая – ему навстречу. Согласно принятой терминологии [26-29] фаза является «коллинеарной», причем суммарная намагниченность, равная разности намагниченностей подрешеток, ориентирована вдоль поля. Здесь поле настолько мало по сравнению с обменом, что коллинеарность намагниченностей не нарушается.

В интервале поле от  $H_1$  до  $H_2$  поле уже частично нарушает обмен, так что подрешетки взаимно скашиваются, образуя «угловую» фазу. При этом по мере увеличения поля полярный угол первой подрешетки стремится к нулю, а второй, сначала благодаря повороту подрешеток в целом сначала несколько увеличивается, после чего также стремится к нулю. Такое стремление для обеих подрешеток заканчивается при поле  $H_2$ , которое уже полностью

преодолевают обмен, так что намагниченности обеих подрешеток выстраиваются точно вдоль поля, а угол между ними падает до нуля, то есть фаза снова становится «коллинеарной».

На рис. 9 представлены подобные зависимости полярных углов намагниченностей от поля при температуре  $T_2 = 3.5$ , то есть выше температуры компенсации.

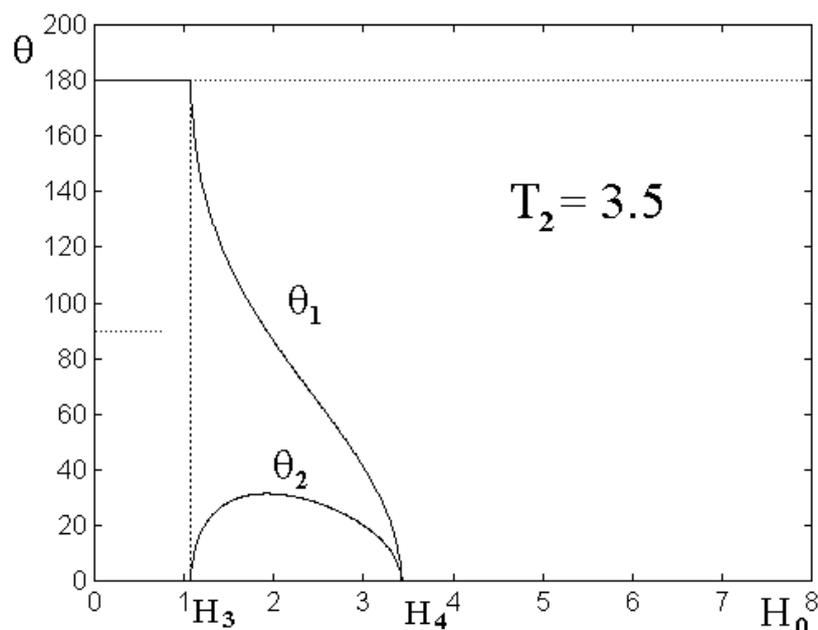


Рис. 9. Зависимости полярных углов намагниченностей от поля при температуре  $T_2 = 3.5$ . По вертикали – значения углов в градусах.

Параметры – те же, что на рис. 2.

Здесь также имеются два критических значения поля  $H_3$  и  $H_4$ , отличные от  $H_1$  и  $H_2$ , однако зависимости полярных углов и характер фаз в значительной степени подобен предыдущему. Однако здесь при поле  $H_2$  полярный угол намагниченности первой подрешетки равен  $180^\circ$ , а второй – нулю. То есть фаза по-прежнему является коллинеарной, но намагниченности повернуты в обратные стороны относительно первого случая. В остальном – все подобно картине, представленной на рис. 8 с точностью до замены ролей подрешеток на обратные.

На рис. 10 представлены положения значений полей и углов в зависимости от температуры на полной фазовой диаграмме, подобной приведенной на рис. 6.

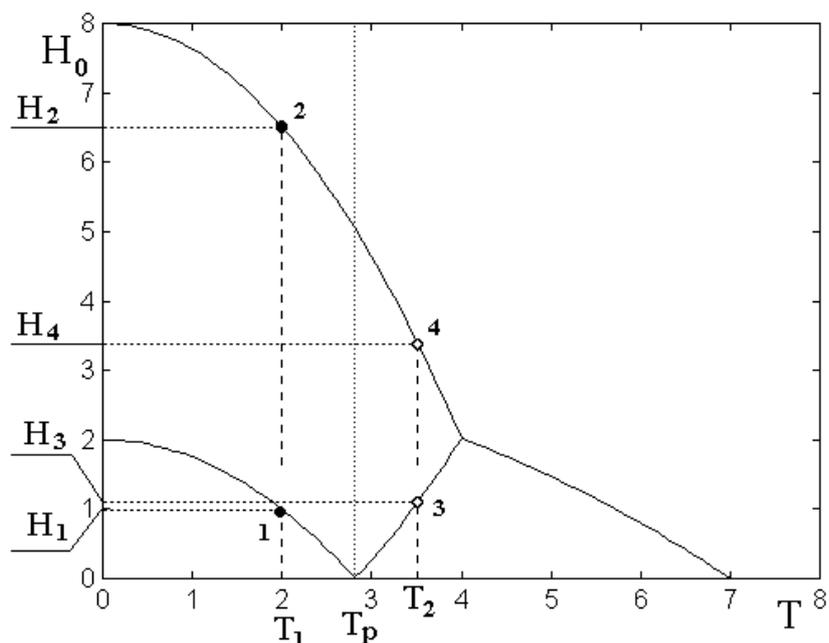


Рис. 10. Положения значений полей и углов в зависимости от температуры на полной фазовой диаграмме.

Из рисунка видно, что интервал полей, соответствующих заданному значению температуры, по мере увеличения температуры сужается, так что область существования угловой фазы уменьшается. Можно полагать, что причиной такого сужения является повышение разбаланса намагниченностей за счет увеличения интенсивности теплового движения.

## 6. Определение намагниченностей подрешеток.

Покажем теперь, как на основе анализа фазовой диаграммы можно определить намагниченности подрешеток по отдельности.

Для зависимостей намагниченностей от температуры будем использовать принятые в разделе 4 приближения (75) и (76).

Таким образом, полагаем, что намагниченность  $M_I(T)$  имеет вид:

$$M_I(T \leq T_{c1}) = M_{I0} \left[ 1 - \left( \frac{T}{T_{c1}} \right)^2 \right]; \quad (83)$$

$$M_1(T \geq T_{c1}) = 0; \quad (84)$$

а намагниченность  $M_2(T)$  имеет вид:

$$M_2(T \leq T_{c2}) = M_{20} \left[ 1 - \left( \frac{T}{T_{c2}} \right)^2 \right]; \quad (85)$$

$$M_2(T \geq T_{c2}) = 0. \quad (86)$$

Задача состоит в том, чтобы из вида фазовой диаграммы определить намагниченности насыщения подрешеток  $M_{10}$  и  $M_{20}$ .

Заметим, что из структуры приведенной в разделе 5 на рис. 6 фазовой диаграммы можно видеть, что характер нижней ветви определяется взаимным вкладом обеих подрешеток, так что можно полагать, что эта ветвь содержит в себе достаточное количество информации для определения намагниченностей той и другой решеток по отдельности. Важность такого положения определяется реальной доступностью в эксперименте именно нижней ветви, тогда как верхняя ветвь в реальных ферромагнетиках требует для реализации весьма высоких полей (сотни и тысячи килоэрстед), в эксперименте, как правило, недоступных.

Итак, будем пользоваться нижней ветвью диаграммы, приведенной на рис. 6. Полагаем, что эта ветвь известна, например, получена в эксперименте.

Схема требуемой для рассмотрения ветви в условном масштабе приведена на рис. 11.

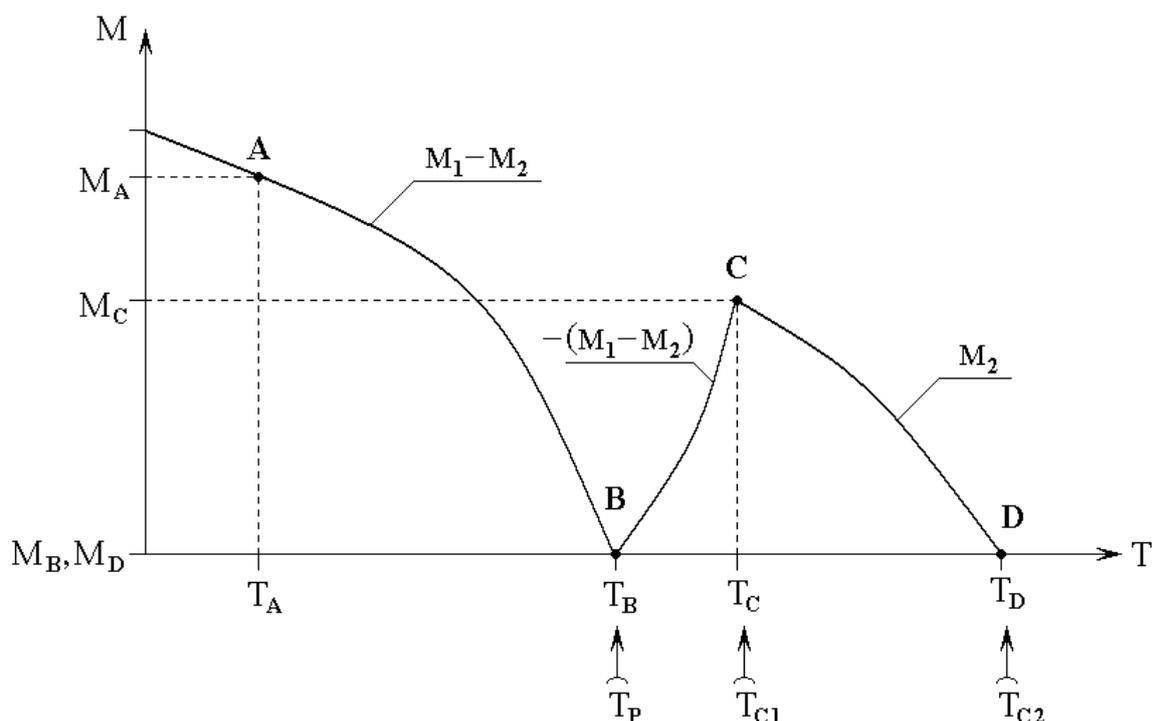


Рис. 11. Схема нижней ветви фазовой диаграммы.

На рисунке отметим четыре характерные точки.

А – точка при температуре ниже компенсации. Для повышения точности определения эту точку следует брать как можно дальше от компенсации, какую только позволяют условия эксперимента.

В – точка, компенсации, в которой суммарная намагниченность становится минимальной или обращается в нуль. Эту точку следует выбирать в самой нижней точке ветви диаграммы.

С – точка в области перегиба ветви диаграммы. Эту точку следует выбирать исходя из максимума части диаграммы, расположенной выше точки компенсации.

Д – точка, где суммарная намагниченность обращается в нуль. Эту точку следует выбирать на самом конце ветви диаграммы.

Из рис. 11, сопоставляя его с рис. 6, можно видеть, что точка В соответствует температуре  $T_p$ , точка С – температуре  $T_{c1}$ , точка Д – температуре  $T_{c2}$ . При этом выбор точки А в известной степени произволен,

однако, как сказано выше, ее удобнее выбирать как можно дальше от температуры  $T_p$ .

Из рис. 11 в сочетании с рис. 3 – рис. 6, можно видеть выполнение следующих соотношений:

$$\text{при } T = T_A \text{ имеем: } M_1 - M_2 = M_A; \quad (87)$$

$$\text{при } T = T_B \text{ имеем: } M_1 - M_2 = M_B; \quad (88)$$

$$\text{при } T = T_C \text{ имеем: } M_1 + M_2 = M_C; \quad (89)$$

$$\text{при } T = T_D \text{ имеем: } M_1 + M_2 = M_D. \quad (90)$$

Подставляя (83)-(86) в (87)-(90), получаем:

$$M_{10} \left[ 1 - \left( \frac{T_A}{T_{c1}} \right)^2 \right] - M_{20} \left[ 1 - \left( \frac{T_A}{T_{c2}} \right)^2 \right] = M_A; \quad (91)$$

$$M_{10} \left[ 1 - \left( \frac{T_B}{T_{c1}} \right)^2 \right] - M_{20} \left[ 1 - \left( \frac{T_B}{T_{c2}} \right)^2 \right] = M_B; \quad (92)$$

$$M_{10} \left[ 1 - \left( \frac{T_C}{T_{c1}} \right)^2 \right] + M_{20} \left[ 1 - \left( \frac{T_C}{T_{c2}} \right)^2 \right] = M_C; \quad (93)$$

$$M_{10} \left[ 1 - \left( \frac{T_D}{T_{c1}} \right)^2 \right] + M_{20} \left[ 1 - \left( \frac{T_D}{T_{c2}} \right)^2 \right] = M_D. \quad (94)$$

Выражения (91)-(94) можно рассматривать как систему уравнений, исходя из которой будем искать намагниченности насыщения подрешеток  $M_{10}$  и  $M_{20}$ .

Положим, что из эксперимента известны следующие данные:

$T_A; T_B; T_C; T_D$ , а также:  $M_A; M_B; M_C; M_D$ .

При этом:

$$T_B = T_p; T_C = T_{c1}; T_D = T_{c2}; \quad (95)$$

а также:

$$M_B = 0; M_D = 0. \quad (96)$$

С учетом (95)-(96) выражения (91)-(94) принимают вид:

$$M_{10} \left[ 1 - \left( \frac{T_A}{T_{c1}} \right)^2 \right] - M_{20} \left[ 1 - \left( \frac{T_A}{T_{c2}} \right)^2 \right] = M_A; \quad (97)$$

$$M_{10} \left[ 1 - \left( \frac{T_P}{T_{c1}} \right)^2 \right] - M_{20} \left[ 1 - \left( \frac{T_P}{T_{c2}} \right)^2 \right] = 0; \quad (98)$$

$$M_{10} \left[ 1 - \left( \frac{T_{c1}}{T_{c1}} \right)^2 \right] + M_{20} \left[ 1 - \left( \frac{T_{c1}}{T_{c2}} \right)^2 \right] = M_C; \quad (99)$$

$$M_{10} \left[ 1 - \left( \frac{T_{c2}}{T_{c1}} \right)^2 \right] + M_{20} \left[ 1 - \left( \frac{T_{c2}}{T_{c2}} \right)^2 \right] = 0. \quad (100)$$

Можно видеть, что первое слагаемое в (99) и второе в (100) равны нулю. В то же время, из (84) следует, что при  $T = T_{c2}$  (то есть в точке  $D$ , где  $T_{c2} > T_{c1}$ ), то есть  $M_{10}(T = T_{c2}) = 0$ , так что и первое слагаемое в (100) обращается в нуль, так что это уравнение удовлетворяется тождественно.

Таким образом, из четырех выражений (97)-(100) остаются только три:

$$M_{10} \left[ 1 - \left( \frac{T_A}{T_{c1}} \right)^2 \right] - M_{20} \left[ 1 - \left( \frac{T_A}{T_{c2}} \right)^2 \right] = M_A; \quad (101)$$

$$M_{10} \left[ 1 - \left( \frac{T_P}{T_{c1}} \right)^2 \right] - M_{20} \left[ 1 - \left( \frac{T_P}{T_{c2}} \right)^2 \right] = 0; \quad (102)$$

$$M_{20} \left[ 1 - \left( \frac{T_{c1}}{T_{c2}} \right)^2 \right] = M_C. \quad (103)$$

Из (103) находим  $M_{20}$ :

$$M_{20} = \frac{M_C}{\left[1 - \left(\frac{T_{c1}}{T_{c2}}\right)^2\right]}. \quad (104)$$

Из (101) выражаем  $M_{10}$  через  $M_{20}$ :

$$M_{10}^{(1)} = \frac{M_A + M_{20} \left[1 - \left(\frac{T_A}{T_{c2}}\right)^2\right]}{\left[1 - \left(\frac{T_A}{T_{c1}}\right)^2\right]}; \quad (105)$$

Подставляя в это выражение (104), получаем:

$$M_{10}^{(1)} = \frac{M_A \left[1 - \left(\frac{T_{c1}}{T_{c2}}\right)^2\right] + M_C \left[1 - \left(\frac{T_A}{T_{c2}}\right)^2\right]}{\left[1 - \left(\frac{T_A}{T_{c1}}\right)^2\right] \cdot \left[1 - \left(\frac{T_{c1}}{T_{c2}}\right)^2\right]}. \quad (106)$$

Аналогично из (102) также выражаем  $M_{10}$  через  $M_{20}$ :

$$M_{10}^{(2)} = \frac{M_{20} \left[1 - \left(\frac{T_P}{T_{c2}}\right)^2\right]}{\left[1 - \left(\frac{T_P}{T_{c1}}\right)^2\right]}. \quad (107)$$

Подставляя в это выражение (104), получаем:

$$M_{10}^{(2)} = \frac{M_C \left[1 - \left(\frac{T_P}{T_{c2}}\right)^2\right]}{\left[1 - \left(\frac{T_P}{T_{c1}}\right)^2\right] \cdot \left[1 - \left(\frac{T_{c1}}{T_{c2}}\right)^2\right]}. \quad (108)$$

Видно, что выражения (106) и (108) различаются, причем нет основания отдать предпочтение какому-то одному из них, так что можно полагать, что настоящее значение  $M_{10}$  равно их среднему арифметическому:

$$M_{10} = \frac{1}{2} (M_{10}^{(1)} + M_{10}^{(2)}). \quad (109)$$

## 7. Пример результатов модельного расчета.

Рассмотрим диаграмму, приведенную на рис. 6. Из этого рисунка получаем:

$$T_A = 1; T_P = 2,9; T_{c1} = 4; T_{c2} = 7; \quad (110)$$

а также:

$$M_A = 2; M_C = 2,2. \quad (111)$$

Пользуясь формулой (104), получаем:  $M_{20} = 3,27$ .

С помощью формулы (106) находим:  $M_{10}^{(1)} = 5,55$ .

С помощью формулы (107) находим:  $M_{10}^{(2)} = 5,71$ .

Среднее значение по формуле (109) дает:  $M_{10} = 5,63$ .

Значения намагниченностей насыщения, изначально принятые при построении диаграммы, в соответствии с (77) (раздел 4), равны:  $M_{10} = 5$ ;  $M_{20} = 3$ . Полученные здесь значения равны:  $M_{10} = 5,63$ ,  $M_{20} = 3,27$ .

Таким образом, рассчитанные значения соответствуют исходным с точностью около 10%, что, по мнению авторов настоящей работы, следует считать довольно удачным.

Можно полагать, что приведенная методика определения намагниченностей подрешеток применима к достаточно широкому классу ферромагнетиков с точкой компенсации. Следующим шагом должно быть сравнение полученных результатов с данными эксперимента, что авторы предполагают провести в следующей части настоящей работы.

## Заключение

Основные результаты, освещенные в настоящей работе, сводятся к следующему.

- 1) Выполнен краткий обзор предшествующих работ по исследованию температурных зависимостей намагниченности двухподрешеточного ферримагнетика, обладающего точкой компенсации. Отмечена недостаточность исследований, состоящая в отсутствии информации о намагниченностях подрешеток по отдельности. Поставлена задача такого определения на основе построения фазовой диаграммы.
- 2) Кратко рассмотрена общая схема формирования полной намагниченности ферримагнетика, содержащего две магнитные подрешетки, связанные обменным взаимодействием друг с другом. Отмечено отличие от случая антиферромагнетика, состоящее в различии намагниченностей подрешеток друг от друга. Рассмотрено равновесное состояние подрешеток при воздействии постоянного магнитного поля. Отмечено, что при малом поле намагниченности подрешеток, оставаясь коллинеарными, ориентированы антипараллельно, при увеличении поля коллинеарность нарушается, формируется угловая фаза, которая при дальнейшем увеличении поля снова переходит в коллинеарную фазу с параллельной ориентацией намагниченностей подрешеток. Отмечена ситуация, когда начальная намагниченность одной из подрешеток больше начальной намагниченности другой, а температура Кюри первой из подрешеток ниже температуры Кюри второй, так что при определенной температуре намагниченности подрешеток сравниваются друг с другом и суммарная намагниченность, благодаря их антипараллельности, становится равной нулю, то есть наступает компенсация.
- 3) В геометрии осевой симметрии вдоль направления постоянного поля рассмотрена зависимость ориентации намагниченностей подрешеток от поля. На основе минимизации плотности энергии ферримагнетика получены зависимости углов отклонения векторов намагниченностей подрешеток от

поля, выявлены условия формирования антипараллельной и параллельной коллинеарных фаз, а также расположенной по полю между ними угловой фазы.

- 4) Введено модельное представление зависимости намагниченности той или другой подрешетки от температуры, включающее в себя степенную зависимость отношения температуры ферромагнетика в целом к температуре Кюри для данной подрешетки по отдельности. Для простоты и наглядности представления показатель степени положен равным двум. Записаны в явном виде зависимости углов отклонения векторов намагниченности той и другой подрешеток от поля с учетом заданной температуры. Решение полученного уравнения для магнитного поля позволило определить зависимости границ между переходами системы подрешеток от антипараллельной коллинеарной фазы к угловой фазе и далее к параллельной коллинеарной фазе. На основе полученных температурных зависимостей критических полей переходов построена фазовая диаграмма двухподрешеточного ферромагнетика в целом, имеющая по полю две расположенные друг над другом ветви, нижняя из которых соответствует антипараллельной фазе, а верхняя – параллельной.
- 5) При температурах ниже и выше точки компенсации получены зависимости ориентации векторов намагниченности обеих подрешеток от поля. Для того и другого случаев выявлены критические значения поля, при которых взаимная ориентация намагниченностей переходит от антипараллельной к угловой и далее к параллельной. Установлено, что интервал между критическими значениями полей при температуре ниже компенсации значительно больше подобного интервала при температуре выше компенсации, причем угловые ориентации намагниченностей при переходе через точку компенсации меняются местами.
- 6) Установлено, что взаимный вклад обеих подрешеток в характер нижней ветви фазовой диаграммы полностью определяет конфигурацию этой ветви, так что нижняя ветвь содержит в себе достаточное количество информации

для определения намагниченностей той и другой решеток по отдельности. Важность такого вывода определяется реальной доступностью в эксперименте именно нижней ветви, тогда как верхняя ветвь требует для реализации весьма высоких полей, в эксперименте, как правило, недоступных.

- 7) Предложена методика определения намагниченностей подрешеток по отдельности на основе характерных значений температур и соответствующих суммарных намагниченностей, измеряемых в эксперименте. На нижней ветви отмечены четыре характерные точки, соответствующие температурам: первая – значительно ниже температуры компенсации, вторая – при температуре, равной компенсации, третья – при температуре, соответствующей максимуму диаграммы выше компенсации и четвертая – при температуре Кюри ферромагнетика в целом, когда нижняя ветвь диаграммы обращается в нуль. В первой и третьей точках по температуре отмечены два значения намагниченностей. На основе четырех значений температуры и двух значений намагниченностей построена система уравнений, включающая в себя отдельные намагниченности обеих подрешеток. Приведено решение полученной системы уравнений, в результате чего получены рабочие формулы для определения намагниченностей той и другой из подрешеток по отдельности.
- 8) На основе фазовой диаграммы, с использованием задания из нее исходных условий (четырёх температур и двух намагниченностей) приведен пример определения намагниченностей обеих подрешеток по отдельности. Отмечено, что предложенная методика позволила определить намагниченности с точностью около 10%. Приведены некоторые рекомендации для дальнейшего развития работы, в первую очередь – проверки методики в применении к реальным экспериментам.

**Финансирование:** Работа выполнена в рамках государственного задания Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН.

## Литература

1. Лакс Б., Баттон К. Сверхвысокочастотные ферриты и ферримагнетики. М.: Мир. 1965.
2. Гуревич А.Г. Ферриты на сверхвысоких частотах. М.: Гос.Изд.физ.-мат.лит. 1960.
3. Гуревич А.Г. Магнитный резонанс в ферритах и антиферромагнетиках. М.: Наука. 1973.
4. Гуревич А.Г., Мелков Г.А. Магнитные колебания и волны. М.: Физматлит. 1994.
5. Моносов Я.А. Нелинейный ферромагнитный резонанс. М.: Наука. 1971.
6. Курушин Е.П., Нефедов Е.И. Применение тонких монокристаллических пленок ферритов в устройствах СВЧ микроэлектроники. // Микроэлектроника. 1977. Т.6. №6. С.549-561.
7. Гласс Х.Л. Ферритовые пленки для СВЧ-устройств. // ТИИЭР. 1988. Т.76. №2. С.64-72,
8. Шавров В.Г., Щеглов В.И. Магнитостатические волны в неоднородных полях. М.: Физматлит. 2016.
9. Шавров В.Г., Щеглов В.И. Магнитостатические и электромагнитные волны в сложных структурах. М.: Физматлит. 2017.
10. Шавров В.Г., Щеглов В.И. Ферромагнитный резонанс в условиях ориентационного перехода. М.: Физматлит. 2018.
11. Шавров В.Г., Щеглов В.И. Динамика намагниченности в условиях изменения ее ориентации. М.: Физматлит. 2019.
12. Шавров В.Г., Щеглов В.И. Спиновые волны в средах с обменом и диссипацией. М.: Физматлит. 2021.
13. Шавров В.Г., Щеглов В.И., Иванов А.П. Нелинейные колебания в задаче возбуждения гиперзвука. Сыктывкар: ООО «Коми республиканская типография». 2021.
14. Лисовский Ф.В. Физика цилиндрических магнитных доменов. М.: Сов.Радио. 1979.

15. О’Делл Т. Ферромагнитодинамика. Динамика ЦМД, доменов и доменных стенок. М.: Мир. 1983.
16. Малоземов А., Слонзуски Дж. Доменные стенки в материалах с цилиндрическими магнитными доменами. М.: Мир. 1982.
17. Магниторезистивная оперативная память. Электронный ресурс: [ru.wikipedia.org/wiki/магниторезистивная оперативная память](http://ru.wikipedia.org/wiki/магниторезистивная_оперативная_память).
18. Романова И. Магниторезистивная память MRAM компании Everspin Technologies. // Электроника НТБ. 2014. №8.
19. Logunov M., Safonov S., Fedorov A., Danilova A., Moiseev N., Safin A., Nikitov S., Kirilyuk A. Domain wall motion across magnetic and spin compensation points in magnetic garnets. // Phys. Rev. Appl. 2021. V.15. P.064024.
20. Gerasimov M.V., Logunov M.V., Nikitov S.A., Nozdrin Yu.N., Spirin A.V., Tokman I.D. Experimental observation of domain wall motion induced by laser pump-pulse. // Book of Abstracts of Moscow International Symposium on Magnetism (MISM). Moscow. 2017. Published by “Изд-во Физ.фак. МГУ». Moscow. P.36.
21. Kirilyuk A., Kimel A.V., Rasing T. Ultrafast optical manipulation of magnetic order. // Rev. Mod. Phys. 2010. V.82. №3. P.2731.
22. Bigot J.V., Vomir M. Ultrafast magnetization dynamics of nanostructures. // Ann. Phys. (Berlin). 2013. V.525. №1-2. P.2.
23. Jäger J.V., Scherbakov A.V., Linnik T.I., Yakovlev D.R., Wang M., Wadley P., Holy V., Cavill S.A., Akimov A.V., Rushforth A.W., Bayer M. Picosecond inverse magnetostriction in garfenol thin films. // Appl. Phys. Lett. 2013. V.103. №3. P.032409(5).
24. Walowski J., Münzenberg M. Perspective: Ultrafast magnetism and THz spintronics. // J. Appl. Phys. 2016. V.120. №14. P.140901(16).
25. Власов В.С., Голов А.В., Котов Л.Н., Щеглов В.И., Ломоносов А.М., Темнов В.В. Современные проблемы сверхбыстрой магнитоакустики. // АЖ (Акустический журнал). 2022. Т.68. №1. С.22-56.

26. Белов К.П., Зайцева М.А. Редкоземельные магнитные материалы. // УФН. 1972. Т.106. №2. С.365-369.
27. Белов К.П., Звездин А.К., Кадомцева А.М., Левитин Р.З. Переходы спиновой переориентации в редкоземельных магнетиках. // УФН. 1976. Т.119. №3. С.447-486.
28. Белов К.П., Звездин А.К., Кадомцева А.М., Левитин Р.З. Ориентационные переходы в редкоземельных магнетиках. М.: Наука. 1979.
29. Zvezdin A.K. Field induced phase transitions in ferromagnets. // Handbook of Magnetic Materials. V.9. Elsevier Science. 1995.
30. Davydova M.D., Zvezdin K.A., Kimel A.V., Zvezdin A.K. Ultrafast spin dynamics in ferromagnets with compensation point. // J. Phys. Cond. Matt. 2020. V.32. №1. Article No. 01LT01. DOI: 10.1088/1361-648X/ab42fa.
31. Geprags S., Kehlberger A., Coletta F.D. et al. Origin of the spin Seebeck effects in compensated ferromagnets. // Nat. Commun. 2016. V.7. Article No. 10452. DOI: 10.1038/ncomms10452.
32. Gonzales J.A., Andres J.P., Anton R.L. Applied trends in magnetic rare earth / transition metal alloys and multilayers. // Sensors. 2021. V.21. №16. P.5615. DOI: 10.3390/s21165615.
33. Medapalli R., Razdolski I., Savoini M et al. The role of magnetization compensation point for efficient ultrafast control of magnetization in  $Gd_{24}Fe_{66.5}Co_{9.5}$  alloy. // Europ. Phys. J. B. 2013. V.86. №4. Article No. 183. DOI: 10.1140/epjb/e2013-30682-6.
34. Белов К.П. Ферримагнетики со «слабой» магнитной подрешеткой. // УФН. 1996. Т.166. №6. С.660-681.
35. Clark A.E., Callen E. Neel ferromagnets in large magnetic fields. // J. Appl. Phys. 1968. V.39. №13. P.5972-5082.
36. Звездин А.К., Попков А.Ф. Магнитный резонанс в ферримагнетиках с точкой компенсации. // ФТТ. 1974. Т.16. №4. С.1082-1089.
37. Вонсовский С.В., Шур Я.С. Ферромагнетизм. М.: ОГИЗ Гостехиздат. 1948.

38. Anderson F.B., Callen H.R. Statistical mechanics and field-induced phase transition of the Heisenberg antiferromagnet. // Phys. Rev. 1964. V.136. №4A. P.A1068-A1087.

**Для цитирования:**

Суслов Д.А., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Алгоритм определения намагниченностей подрешеток двухподрешеточного ферримагнетика с точкой компенсации. Часть 1. Фазовая диаграмма. // Журнал радиоэлектроники. 2024. – № 5. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2024.5.2>