

DOI: <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2024.5.3>

УДК: 537.874; 537.624

**АЛГОРИТМ ОПРЕДЕЛЕНИЯ НАМАГНИЧЕННОСТЕЙ ПОДРЕШЕТОК
ДВУХПОДРЕШЕТОЧНОГО ФЕРРИМАГНЕТИКА
С ТОЧКОЙ КОМПЕНСАЦИИ.
ЧАСТЬ 2. СТЕПЕННОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ**

Д.А. Суслов, В.Г. Шавров, В.И. Щеглов

**Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН
125009, Москва, ул. Моховая, 11 к.7**

Статья поступила в редакцию 2 апреля 2024 г.

Аннотация. Рассмотрен алгоритм определения намагниченностей подрешеток двухподрешеточного ферритмагнетика с точкой компенсации. На основе рассмотрения магнетика как совокупности спинов двух ориентаций получена зависимость намагниченности от температуры в виде трансцендентного уравнения. Численное решение такого уравнения обеспечивает совпадение расчетной зависимости с экспериментом в пределах 10%. Для выражения аналитической зависимости намагниченности от температуры в явном виде предложено степенное приближение, содержащее отношение температуры магнетика к температуре Кюри в шестой степени. На основе степенного приближения построена фазовая диаграмма двухподрешеточного ферритмагнетика с точкой компенсации. Приведена схема определения намагниченностей подрешеток на основе использования значений по температуре четырех характерных точек нижней ветви фазовой диаграммы. Получена система уравнений, связывающая параметры характерных точек со значениями намагниченностей в начальной точке и в точке максимума

диаграммы при температуре выше компенсации. Путем решения приведенной системы уравнений получены достаточно простые аналитические выражения, определяющие значения намагниченностей насыщения той и другой подрешеток через параметры характерных точек нижней ветви фазовой диаграммы. Предложенная методика применена к определению намагниченностей подрешеток в экспериментах по измерению суммарной намагниченности, выполненных на пленках двух различных составов с помощью вибрационного магнетометра. Для проверки полученных значений было выполнено сравнение построенной на их основе фазовой диаграммы с диаграммой, получаемой в эксперименте. Проверка показала совпадение расчетных данных с экспериментальными в пределах от 8 до 40 %. Выполнен анализ соответствия конфигурации полученных диаграмм с данными эксперимента. Установлено хорошее (до долей процента) совпадение значения полной намагниченности в начале диаграммы, а также совпадение значений температуры компенсации и температуры Кюри. Для интерпретации наблюдаемых отклонений предложена гипотеза о влиянии третьей подрешетки, меняющей намагниченность основных подрешеток. Приведены рекомендации для дальнейшего развития работы.

Ключевые слова: смешанные ферриты-гранаты, температура компенсации, намагниченности подрешеток.

Финансирование: Работа выполнена в рамках государственного задания Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН.

Автор для переписки: Щеглов Владимир Игнатьевич, vshcheg@cplire.ru

Введение

Смешанные и редкоземельные ферриты-гранаты находят широкое применение в устройствах обработки аналоговой информации в СВЧ диапазоне [1-13], в устройствах памяти на цилиндрических магнитных доменах [14-16] и на магниторезистивной памяти [17, 18]. Значительный интерес представляет исследование сверхбыстрой динамики намагниченности под действием мощных импульсов света от фемтосекундного лазера [19-25]. Особый интерес для таких применений составляют пленки смешанных ферритов-гранатов, обладающие двумя магнитными подрешетками, в том числе с температурной компенсацией. [26-29]. Широкие применения открываются в спинтронике [30, 31], сенсорике [32] и сверхбыстром перемагничивании [25, 33].

Для применения таких материалов необходимо знать их магнитные свойства, в первую очередь намагниченности подрешеток. Однако в большинстве работ [31, 34-36] исследуется лишь температурная зависимость суммарной намагниченности, не позволяющая выделить вклад каждой из подрешеток по отдельности.

Можно полагать, что такое обстоятельство обусловлено весьма сложным характером температурной зависимости намагниченности [1, 37], подробный учет которой [35] приводит к весьма сложным математическим выражениям. Для практических применений встает вопрос о разработке достаточно простой модели, позволяющей получить намагниченности подрешеток по отдельности, не прибегая к сложным математическим методам.

В работе [38] приведена методика получения намагниченностей подрешеток из анализа фазовой диаграммы ферримагнетика, полученной на основе простого модельного представления температурной зависимости намагниченности с использованием степенного приближения.

Настоящая работа является второй частью, то есть продолжением работы [38] применительно к условиям реальных экспериментов. Получен оптимальный вариант степенного приближения и выполнено определение

намагниченностей подрешеток для двух составов смешанных ферритов-гранатов, отличающихся температурой компенсации и точкой Кюри.

1. Зависимость намагниченности от температуры

Полная намагниченность двухподрешеточного ферритмагнетика является суммой намагниченностей каждой из подрешеток в отдельности. Положим, что намагниченности каждой из подрешеток по мере увеличения температуры убывают одинаковым образом, однако скорости такого убывания различны и намагниченности каждой из подрешеток обращаются в нуль при разных температурах. В то же время, будем полагать, что закон изменения каждой из намагниченностей подобен таковому для единственной решетки одноподрешеточного магнетика. Поэтому сначала в качестве эталонной рассмотрим зависимость намагниченности от температуры для одной подрешетки. Будем следовать традиционному механизму, приведенному в [37, стр.75-79].

Итак, полагаем, что магнитное состояние магнетика обусловлено наличием электронных спинов. Суммарный магнитный момент при этом обусловлен арифметической суммой моментов спинов. За счет обменного взаимодействия все спины стремятся выстроиться параллельно друг другу, а температурное движение разрушает такой порядок, так что часть спинов отклоняется от общего направления. С повышением температуры количество отклоненных спинов увеличивается, так что в конце концов наступает такая температура, что связанная ориентация спинов полностью нарушается и суммарный магнитный момент магнетика обращается в нуль. Эта температура названа в честь ее открывателя «температурой Кюри». Таким образом, при увеличении температуры от нуля до температуры Кюри намагниченность магнетика постепенно уменьшается от максимума до нуля.

Благодаря квантовой природе спинов может иметь только два направления – положительное и отрицательное. Рассмотрим магнетик как «газ спинов»,

содержащий N спинов, из которых одна часть состоит из r «правых» спинов, а другая из l «левых», так что

$$r + l = N. \quad (1)$$

При этом относительная намагниченность с точностью до нормировочного множителя будет определяться соотношением:

$$y = \frac{r - l}{N}. \quad (2)$$

Для определения равновесного состояния будем исходить из минимума термодинамического потенциала

$$F = E - T \cdot S, \quad (3)$$

где E – четная зависимость плотности энергии от намагниченности, определяемая соотношением [37, стр.77, форм.(12.7)]:

$$E = -N A_I y^2, \quad (4)$$

где A_I – энергия, приходящаяся на один спин, S – энтропия системы, согласно Больцману [39, стр.460, форм.(35.3)], определяемая соотношением:

$$S = k \cdot \ln W, \quad (5)$$

где k – константа Больцмана ($1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К [40, стр.269, табл.17]), а W – число состояний системы с данной энергией или с заданным значением намагниченности m .

Согласно законам комбинаторики, число возможных способов расположения спинов равно:

$$W = \frac{N!}{r! \cdot l!}, \quad (6)$$

где восклицательный знак (факториал) означает число возможных перестановок данного количества элементов [41, стр.30, форм.(1.2.12)]. То есть $N!$ – полное число перестановок из всего числа спинов, а $r!$ и $l!$ – число перестановок внутри каждой группы спинов того или иного знака.

Для раскрытия факториалов при $n \rightarrow \infty$ воспользуемся формулой Стирлинга [41, стр.743, форм.(21.4-11)]:

$$n! \approx n^n e^{-n} \sqrt{2\pi n}. \quad (7)$$

Из этой формулы в пренебрежении малыми второго порядка, получаем:

$$\ln n! = n(\ln n - 1). \quad (8)$$

Раскрывая (6) с помощью формулы (8), а также учитывая (4), после чего подставляя все в (3), получаем потенциал в виде:

$$F = \frac{1}{2} N k T [(1+y) \ln(1+y) + (1-y) \ln(1-y)] - N A_I y^2. \quad (9)$$

Минимизация этого выражения путем дифференцирования по y приводит к соотношению:

$$\frac{4 A_I}{k T} y = \ln \left(\frac{1+y}{1-y} \right). \quad (10)$$

Графическое решение этого уравнения относительно y [37, стр.78, рис. 29] показывает, что y по мере увеличения T плавно спадает и обращается в нуль при условии:

$$T = \frac{2 A_I}{k}, \quad (11)$$

где T – температура обращения намагниченности в нуль, то есть температура Кюри T_c , то есть:

$$T_c = \frac{2 A_I}{k}. \quad (12)$$

Находя отсюда A_I и подставляя в (10), получаем:

$$\frac{2 T_c}{T} y = \ln \left(\frac{1+y}{1-y} \right). \quad (13)$$

Запишем это выражение в более удобном виде [37, стр.79, форм.12.9]:

$$y = th\left(\frac{T_c}{T} y\right). \quad (14)$$

Согласно (2) здесь y – относительная величина намагниченности с точностью до нормировочного коэффициента, поэтому можно записать:

$$m = th\left(\frac{T_c}{T} m\right). \quad (15)$$

Обозначая намагниченность при нулевой температуре, то есть намагниченность насыщения через M_0 , а текущую, зависящую от температуры намагниченность через M , запишем (15) в виде:

$$\frac{M}{M_0} = th\left(\frac{T_c}{T} \cdot \frac{M}{M_0}\right). \quad (16)$$

Это выражение в самосогласованном виде определяет зависимость нормированной намагниченности одной подрешетки от температуры.

2. Решение трансцендентного уравнения

Уравнение (16) является трансцендентным, поэтому явного выражения в виде какой-либо функции не имеет. Одним из приближенных вариантов является использование функции Бриллюэна [1, стр.66-68, 93-94], однако в настоящем рассмотрении более удобно воспользоваться численным решением. В настоящей работе такое решение осуществлялось с использованием алгоритма поиска нуля.

Полученная зависимость нормированной намагниченности от нормированной температуры в виде сплошной кривой приведены на рис. 1. Там же для сравнения в виде точек приведены усредненные данные экспериментов.

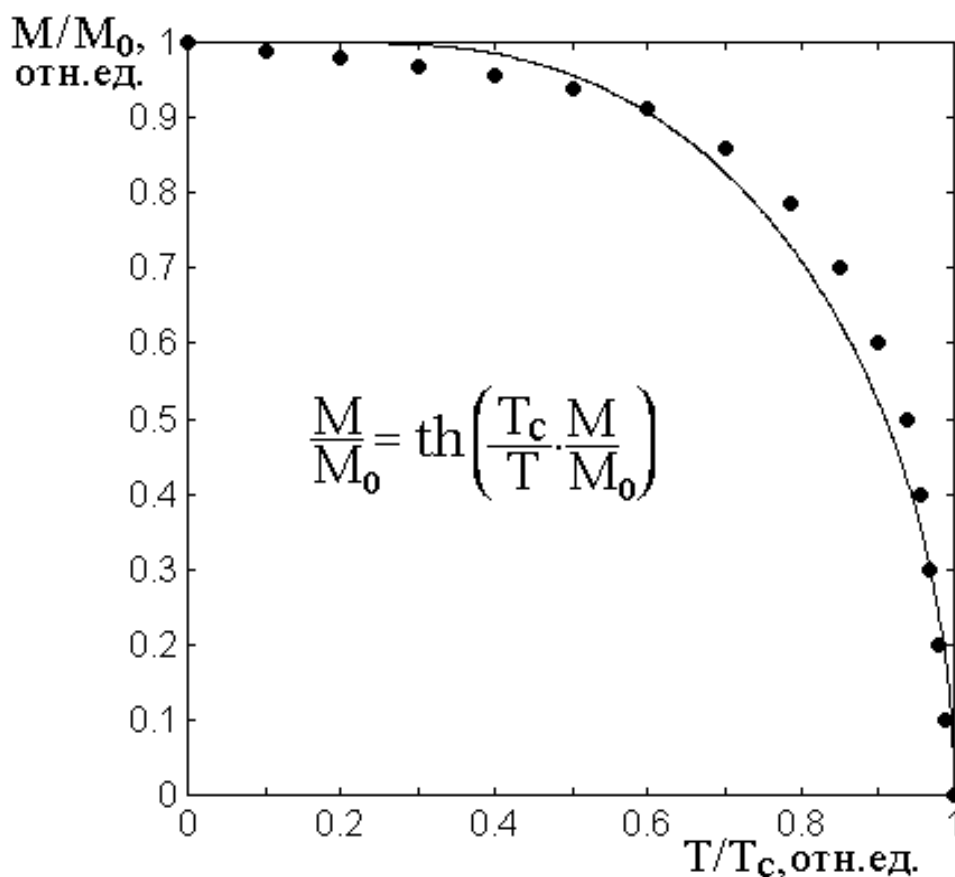


Рис. 1. Зависимость нормированной намагниченности от нормированной температуры. Кривая построена по формуле (16). Точки – усредненные данные экспериментов для Fe, Ni, Co, Fe₃O₄ [37, стр.79, рис. 30].

Из рисунка видно, что расчетная кривая совпадает с экспериментом в пределах 10%, так что приближение на основе принятой модели можно считать вполне удовлетворительным.

3. Степенное приближение

Полученная в разделе 1 формула (16) в общем случае позволяет описать зависимость намагниченности одной подрешетки от температуры. Однако на практике для получения температурной зависимости не вполне удобно при каждом задаваемом пошаговом значении температуры решать трансцендентное уравнение с использованием достаточно громоздкого алгоритма поиска нуля. Поэтому встает вопрос о нахождении более удобной формулы, позволяющей описать требуемую зависимость с той же точностью без обращения к довольно громоздкому численному решению.

В работе [38, раздел 4] в качестве такой зависимости использованы формулы (75), (76), в общем случае имеющие вид:

$$M = M_0 \left[1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^2 \right]. \quad (17)$$

О возможности эмпирического приближения квадратичного вида указывалось в монографии [37, стр.145, строка 6 снизу] со ссылкой на работу Weiss und Forrer [Ann. d. Phys., 1929, v.12, p.1929], однако там же отмечена не вполне удовлетворительная степень приближения.

Выполненное авторами настоящей работы сравнение формулы (17) с экспериментальными зависимостями, приведенными на рис. 1, также выявило заметное отличие, состоящее в том, что расчетная кривая по формуле (17), качественно отражая общий характер зависимости, все же проходит заметно ниже экспериментальных точек, причем по мере стремления температуры к точке Кюри отклонение увеличивается.

В то же время, простота и удобство для расчета формулы (17) побуждает искать подобную зависимость с более высоким показателем степени, то есть в виде:

$$M = M_0 \left[1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^n \right], \quad (18)$$

где n – целое число.

На рис. 2 представлены зависимости нормированной намагниченности от нормированной температуры при различных показателях степени приближения.

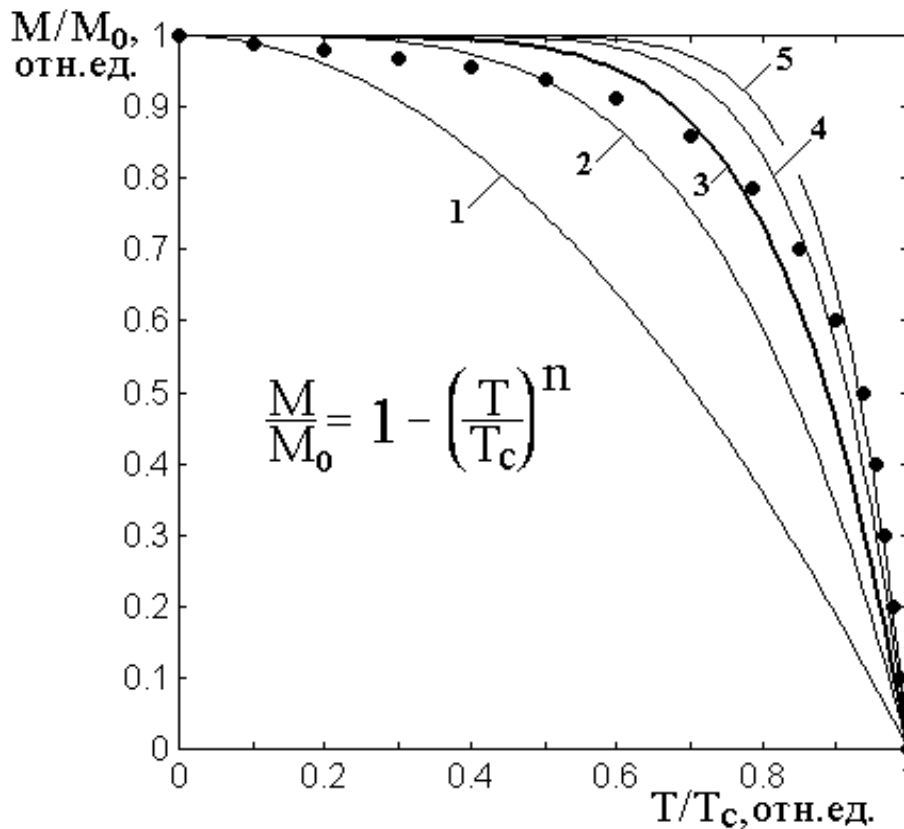


Рис. 2. Зависимость нормированной намагниченности от нормированной температуры при различных показателях степени приближения. Кривые построены по формуле (18) со следующими показателями:

1 – $n = 2$; 2 – $n = 4$; 3 – $n = 6$; 4 – $n = 8$; 5 – $n = 10$.

Точки – те же данные экспериментов, что на рис. 1.

Из рисунка видно, что по мере увеличения показателя степени кривые ближе подходят к верхнему правому углу рисунка, причем самой близкой к точкам эксперимента (с точностью около 10%) является кривая 3 с показателем $n = 6$, выделенная утолщенной линией, соответствующая зависимости:

$$M = M_0 \left[1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^6 \right]. \quad (19)$$

Таким образом, для дальнейшего рассмотрения основной будем считать именно эту зависимость.

4. Зависимости намагниченностей подрешеток от температуры

Обратимся теперь к модельному представлению зависимостей намагниченностей подрешеток M_1 и M_2 от температуры T на основе

степенной зависимости вида (19), то есть при показателе степени при отношении T/T_c равном шести.

На рис. 3 приведены зависимости $M_1(T)$ и $M_2(T)$ при параметрах:

$$M_{10} = 5; M_{20} = 3; T_{c1} = 4; T_{c2} = 7, \Lambda = 1. \quad (20)$$

Там же для сравнения пунктирными линиями приведены такие же зависимости при показателе степени равном двум. Эти кривые подобны приведенным на рис. 2 в работе [38].

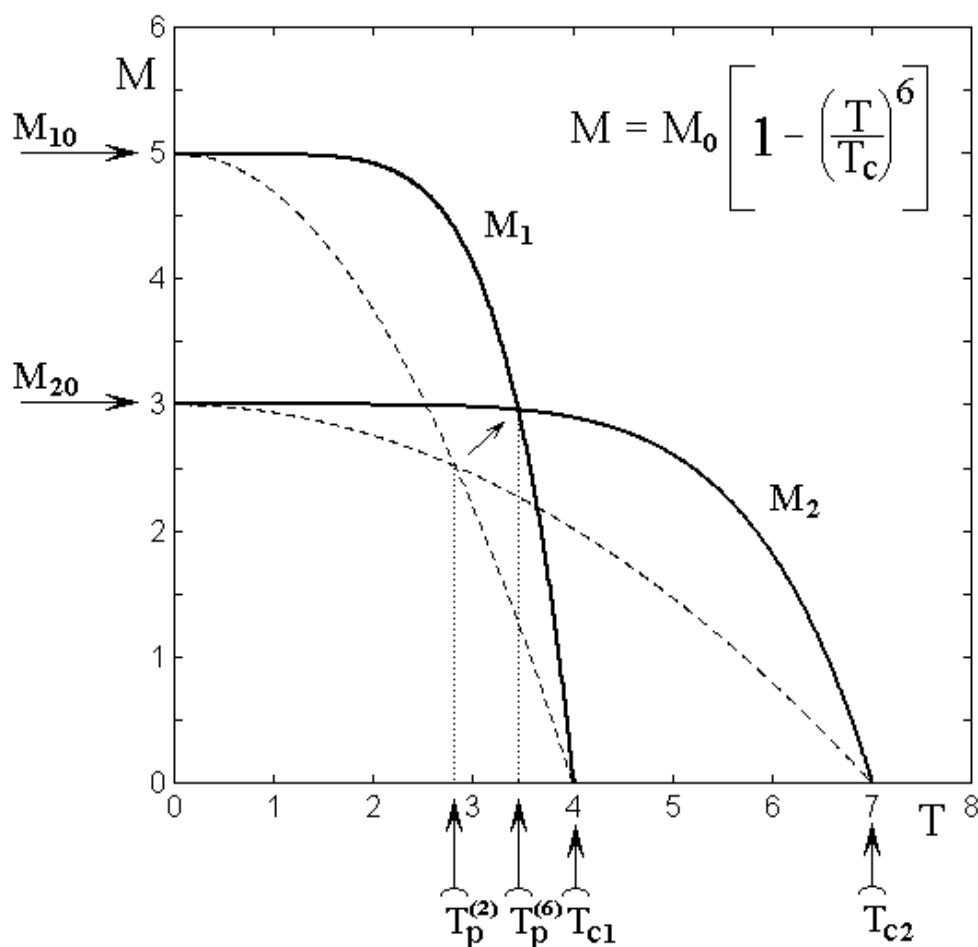


Рис. 3. Модельное представление зависимостей намагниченности подрешеток от температуры на основе шестой степени отношения T/T_c (сплошные утолщенные кривые). Пунктир – те же зависимости при второй степени отношения T/T_c .

Из рисунка видно, что повышение степени с двух до шести приводит к смещению выпуклых частей кривых в сторону более высоких температур. При этом точки кривых, расположенные на осях координат, то есть при M_{10}, M_{20}

и T_{c1} , T_{c2} остаются на месте, будучи заданными начальными параметрами вида (20)..

Температура компенсации, задаваемая пересечением кривых $M_1(T)$ и $M_2(T)$ при повышении показателя степени увеличивается. Так, при показателе равном двум температура компенсации $T_p^{(2)} = 2,8$, а при показателе равном шести составляет $T_p^{(6)} = 3,4$. Намагниченности при показателе равном шести имеют большие значения, чем при равном двум, однако при температуре компенсации суммарная намагниченность все равно становится равной нулю.

5. Фазовая диаграмма

Обратимся теперь к построению фазовой диаграммы двухподрешеточного ферримагнетика. Будем следовать схеме, последовательных действий, приведенной в разделе 4 работы [38]. Полученная диаграмма при показателе степени T/T_c равном шести (утолщенная линия), приведена на рис. 4. Там же для сравнения приведена диаграмма при показателе, равном двум (пунктир), подобная полученной в работе [38] на рис. 6

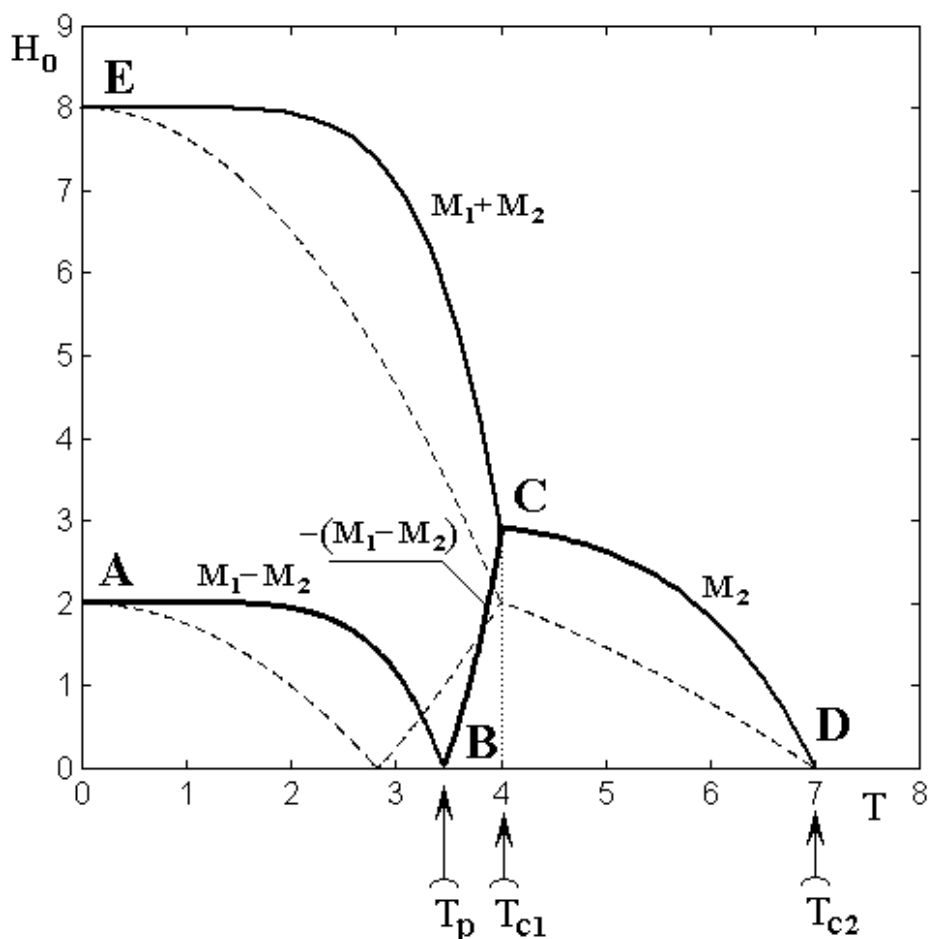


Рис. 4. Фазовая диаграмма при показателе степени отношения T/T_c равном шести – утолщенные линии и при показателе равном двум – пунктир. Параметры – те же, что на рис. 3.

Из сравнения диаграмм при различных значениях показателей степени видно, что при показателе равном шести диаграмма имеет более выпуклый характер в сторону повышения температуры, а температура компенсации смещается вниз. Эти особенности являются следствием особенностей температурных зависимостей для намагниченностей, приведенных на рис. 3.

Характерные точки основной диаграммы (утолщенные линии) обозначены буквами А, В, С, D, Е. На участке ЕС диаграмма образована суммой намагниченностей $M_1 + M_2$, на участке АВ – их разностью $M_1 - M_2$, на участке ВС – разностью с обратным знаком $-(M_1 - M_2)$, на участке CD – единственной намагниченностью M_2 .

Таким образом, точка Е соответствует сумме намагниченностей подрешеток вблизи нулевой температуры $T = 0$, точка А – их разности при той

же температуре, точка В соответствует температуре компенсации T_p , при которой разность намагниченностей с тем или иным знаком обращается в нуль, точка В – температуре Кюри для первой подрешетке T_{c1} , а точка D – температуре Кюри для второй подрешетки T_{c2} .

6. Схема определения намагниченностей подрешеток

Основной задачей настоящей работы является определение намагниченностей подрешеток по отдельности. исходя из единой, измеряемой в эксперименте, фазовой диаграммы типа приведенной на рис. 4. Для определения намагниченностей воспользуемся последовательностью действий, описанной в работе [38, раздел 6].

В эксперименте, как правило, измеряется нижняя ветвь диаграммы, определяемая точками А, В, С, D. При этом в реальных материалах точка Е, как правило, по полю лежит выше достигаемости современных магнитов (сотни кЭ), поэтому ветвь ЕС в эксперименте не исследуется. В большинстве экспериментов реальный температурный диапазон измерения начинается значительно выше нуля градусов Кельвина, поэтому начало диаграммы, точка А, располагается не в нуле, а при той максимально низкой температуре, которую допускают условия эксперимента. Важно лишь, чтобы эта точка находилась как можно ниже температуры компенсации.

Будем пользоваться модельным представлением намагниченностей с показателем степени равным шести. При таком представлении намагниченность $M_1(T)$ имеет вид:

$$M_1(T \leq T_{c1}) = M_{10} \left[1 - \left(\frac{T}{T_{c1}} \right)^6 \right]; \quad (21)$$

$$M_1(T \geq T_{c1}) = 0; \quad (22)$$

а намагниченность $M_2(T)$ имеет вид:

$$M_2(T \leq T_{c2}) = M_{20} \left[1 - \left(\frac{T}{T_{c2}} \right)^6 \right]; \quad (23)$$

$$M_2(T \geq T_{c2}) = 0. \quad (24)$$

Предположим, что в эксперименте получена фазовая диаграмма, подобная приведенной на рис. 4. При этом, поскольку поля, составляющие такую диаграмму, пропорциональны комбинациям суммы или разности намагниченностей подрешеток, то, разделяя поля диаграммы на константу обменного взаимодействия между подрешетками, получаем аналогичную диаграмму для зависимости суммарной намагниченности от температуры, которую и будем использовать для расчета намагниченностей подрешеток.

Схема требуемой для рассмотрения нижней ветви фазовой диаграммы в условном масштабе приведена в работе [38] на рис. 11. Для удобства изложения продублируем его здесь в несколько измененном масштабе в виде рис. 5.

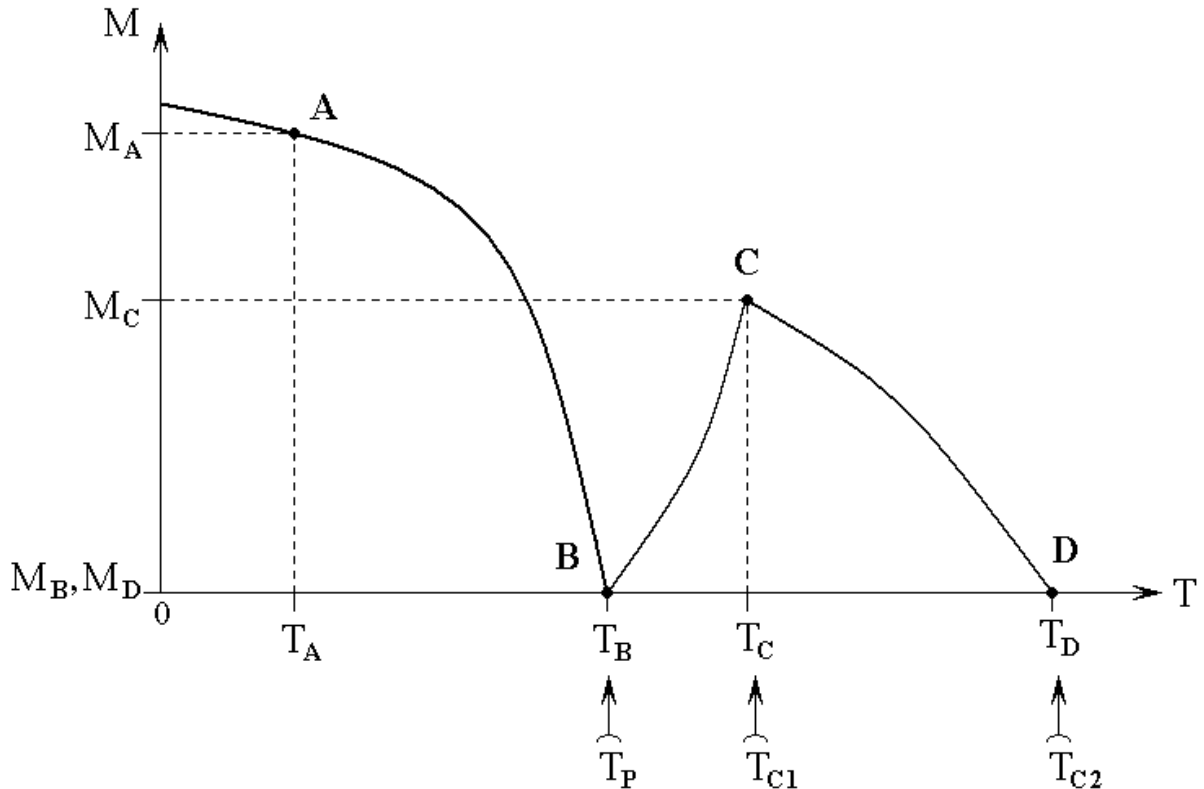


Рис. 5. Схема нижней ветви фазовой диаграммы.

Основные рекомендации по выбору на экспериментальных зависимостях намагниченности от температуры точек А, В, С, D совпадают с приведенными в описании рис 11 в работе [38]. Повторим их здесь для удобства изложения.

А – точка при температуре ниже компенсации. Для повышения точности определения эту точку следует брать как можно дальше от компенсации, какую только позволяют условия эксперимента.

В – точка, компенсации, в которой суммарная намагниченность становится минимальной или обращается в нуль. Эту точку следует выбирать в самой нижней точке ветви диаграммы.

С – точка в области перегиба ветви диаграммы. Эту точку следует выбирать исходя из максимума части диаграммы, расположенной выше точки компенсации.

D – точка, где суммарная намагниченность обращается в нуль. Эту точку следует выбирать на самом конце ветви диаграммы.

Из рис. 5, сопоставляя его с рис. 4, можно видеть, что точка В соответствует температуре T_p , точка С – температуре T_{c1} , точка D – температуре T_{c2} . При этом выбор точки А в известной степени произволен, однако, как сказано выше, ее удобнее выбирать как можно дальше от температуры T_p .

Таким образом, имеем:

$$T_{c1} \rightarrow T_C; \quad (25)$$

$$T_{c2} \rightarrow T_D; \quad (26)$$

$$T_p \rightarrow T_B. \quad (27)$$

При этом, в соответствии со структурой диаграммы, приведенной на рис. 4, получаем следующие соотношения:

$$\text{при } T = T_A \text{ имеем: } M_1 - M_2 = M_A; \quad (28)$$

$$\text{при } T = T_B \text{ имеем: } M_1 - M_2 = M_B; \quad (29)$$

$$\text{при } T = T_C \text{ имеем: } M_1 + M_2 = M_C; \quad (30)$$

$$\text{при } T = T_D \text{ имеем: } M_1 + M_2 = M_D. \quad (31)$$

Подставляя (21)-(24) в (28)-(31) с учетом (25)-(27), получаем:

$$M_{10} \left[1 - \left(\frac{T_A}{T_C} \right)^6 \right] - M_{20} \left[1 - \left(\frac{T_A}{T_D} \right)^6 \right] = M_A; \quad (32)$$

$$M_{10} \left[1 - \left(\frac{T_B}{T_C} \right)^6 \right] - M_{20} \left[1 - \left(\frac{T_B}{T_D} \right)^6 \right] = M_B; \quad (33)$$

$$M_{10} \left[1 - \left(\frac{T_C}{T_C} \right)^6 \right] + M_{20} \left[1 - \left(\frac{T_C}{T_D} \right)^6 \right] = M_C; \quad (34)$$

$$M_{10} \left[1 - \left(\frac{T_D}{T_C} \right)^6 \right] + M_{20} \left[1 - \left(\frac{T_D}{T_D} \right)^6 \right] = M_D. \quad (35)$$

Выражения (32)-(35) представляют собой систему уравнений, из которых можно определить намагниченности насыщения подрешеток M_{10} и M_{20} . Можно видеть, что эта система отличается от приведенной в работе [38, раздел б] только заменой показателей степени с 2 на 6. Поэтому сразу можно воспользоваться приведенным там решением.

Таким образом, намагниченность первой подрешетки определяется соотношением:

$$M_{10} = \frac{I}{2} (M_{10}^{(1)} + M_{10}^{(2)}), \quad (36)$$

где:

$$M_{10}^{(1)} = \frac{M_A \left[1 - \left(\frac{T_C}{T_D} \right)^6 \right] + M_C \left[1 - \left(\frac{T_A}{T_D} \right)^6 \right]}{\left[1 - \left(\frac{T_A}{T_C} \right)^6 \right] \cdot \left[1 - \left(\frac{T_C}{T_D} \right)^6 \right]}. \quad (37)$$

$$M_{10}^{(2)} = \frac{M_C \left[1 - \left(\frac{T_B}{T_D} \right)^6 \right]}{\left[1 - \left(\frac{T_B}{T_C} \right)^6 \right] \cdot \left[1 - \left(\frac{T_C}{T_D} \right)^6 \right]}, \quad (38)$$

а намагниченность второй подрешетки имеет вид:

$$M_{20} = \frac{M_C}{\left[1 - \left(\frac{T_C}{T_D} \right)^6 \right]}. \quad (39)$$

Таким образом, процедура определения намагниченностей подрешеток по отдельности состоит в том, что сначала из экспериментально построенной нижней ветви фазовой диаграммы определяются параметры магнитные M_A , M_C и температурные T_A , T_B , T_C , T_D , после чего из (36)-(49) вычисляются намагниченности подрешеток M_{10} и M_{20} .

На практике удобно сначала рассчитать M_{20} по формуле (49), а затем использовать полученное значение M_{20} для вычисления $M_{10}^{(1)}$ и $M_{10}^{(2)}$ по формулам, получаемым из (37) и (38):

$$M_{10}^{(1)} = \frac{M_A + M_{20} \left[1 - \left(\frac{T_A}{T_C} \right)^6 \right]}{\left[1 - \left(\frac{T_A}{T_C} \right)^6 \right]}; \quad (40)$$

$$M_{10}^{(2)} = \frac{M_{20} \left[1 - \left(\frac{T_B}{T_D} \right)^6 \right]}{\left[1 - \left(\frac{T_B}{T_C} \right)^6 \right]}, \quad (41)$$

после чего остается только найти M_{10} по формуле (36), которую приведем здесь еще раз:

$$M_{10} = \frac{1}{2} (M_{10}^{(1)} + M_{10}^{(2)}), \quad (42)$$

Таким образом, выражения (39)-(42) составляют полный набор рабочих формул, позволяющий определить намагниченности подрешеток по характерным точкам А, В, С, D нижней ветви фазовой диаграммы.

7. Пример определения намагниченностей по характерным точкам

Рассмотрим использование формул (39)-(42) для определения намагниченностей подрешеток на основе модели диаграммы, приведенной на рис. 4. Положим исходные параметры теми же, что приведены в формуле (20):

$$M_{10} = 5; M_{20} = 3; T_{c1} = 4; T_{c2} = 7. \quad (43)$$

При этих параметрах построена исходная диаграмма на рис. 4.

По рис. 4 графическим путем измерим параметры, требуемые для использования аппарата формул (39)-(42). Точку А установим при температуре $T_A = 2$, остальные точки возьмем в соответствии с кривой, приведенной на рис. 5. При этом получаем:

параметры магнитные:

$$M_A = 2,0; M_C = 2,9; \quad (44)$$

параметры температурные:

$$T_A = 2; T_B = 3,4; T_C = 4,0; T_D = 7,0. \quad (45)$$

Для определения намагниченностей используем формулы (39)-(42). При этом получаем:

$$M_{10} = 4,92; M_{20} = 3,00. \quad (46)$$

Видно, что эти значения весьма близки к значениям (43), использовавшимся при построении диаграммы на рис. 4. Так, значение M_{20} с точностью до второго десятичного знака просто совпадает, а значение M_{10} также совпадает с точностью 1,6%.

На рис.6 приведены фазовые диаграммы, первая из которых построена по исходным значениям (43), а вторая – на основе значений (46), полученных из расчета по формулам (39)-(42).

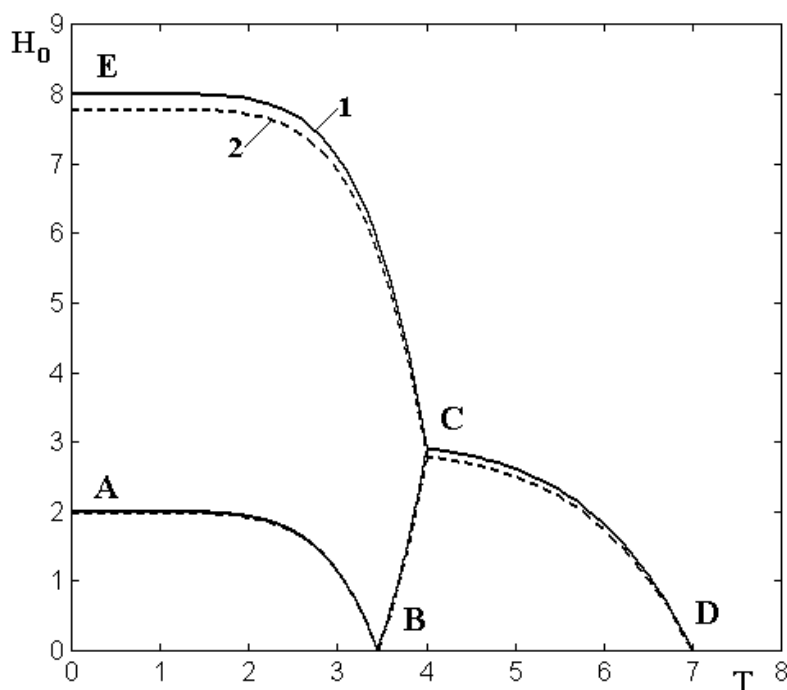


Рис. 6. Фазовые диаграммы, полученные по исходным параметрам (43) – кривая 1 (сплошные линии) и по полученным из расчета значениям намагниченностей (46) – кривая 2 (пунктирная линия).

Из рисунка видно, что обе диаграммы совпадают также с весьма высокой точностью, как, вообще говоря, и должно быть, поскольку вторая получена на основе первой, а наблюдаемые незначительные расхождения, по-видимому, обусловлены недостаточной точностью графического измерения характерных параметров диаграммы на рис. 4.

8. Применение предложенной методики к экспериментальным результатам

В разделе 6 описана методика определения намагниченностей подрешеток на основе модельного представления в виде степенного приближения зависимости полной намагниченности двухподрешеточного ферримагнетика от температуры. Опробуем эту методику на результатах реальных экспериментов.

Будем пользоваться двумя зависимостями полной намагниченности от температуры, полученными на пленках, выращенных в близких условиях, однако различающихся по составу: первая – $(BiGd)_3(FeAlGa)_5O_{12}$ [42] и вторая – $(BiYLu)_3(FeGa)_5O_{12}$ [43].

Оба измерения проводились на вибрационном магнетометре [1] и дали сходные результаты, отличающиеся температурой компенсации и конечной температурой Кюри. Регистрация намагниченности в обоих случаях проводилась в относительных единицах (EMU), поэтому каждую из полученных кривых будем нормировать на значение намагниченности в точках максимума выше температуры компенсации, то есть при температуре T_C по рис. 5. В результате нормировки намагниченность в этой точке будем считать равной 1 отн.ед.

Замечание. В работе [42] утверждается, что исследованный там образец имел три подрешетки, однако точного экспериментально подтверждения такому положению не приведено, поэтому будем использовать полученные там результаты так, как если бы подрешеток было всего две.

Полученные результаты расчетов иллюстрируются рис. 7 и рис. 8, к которым обратимся далее.

На рис. 7 пунктирной линией с точками (кривая 1) приведена фазовая диаграмма, полученная в эксперименте [42].

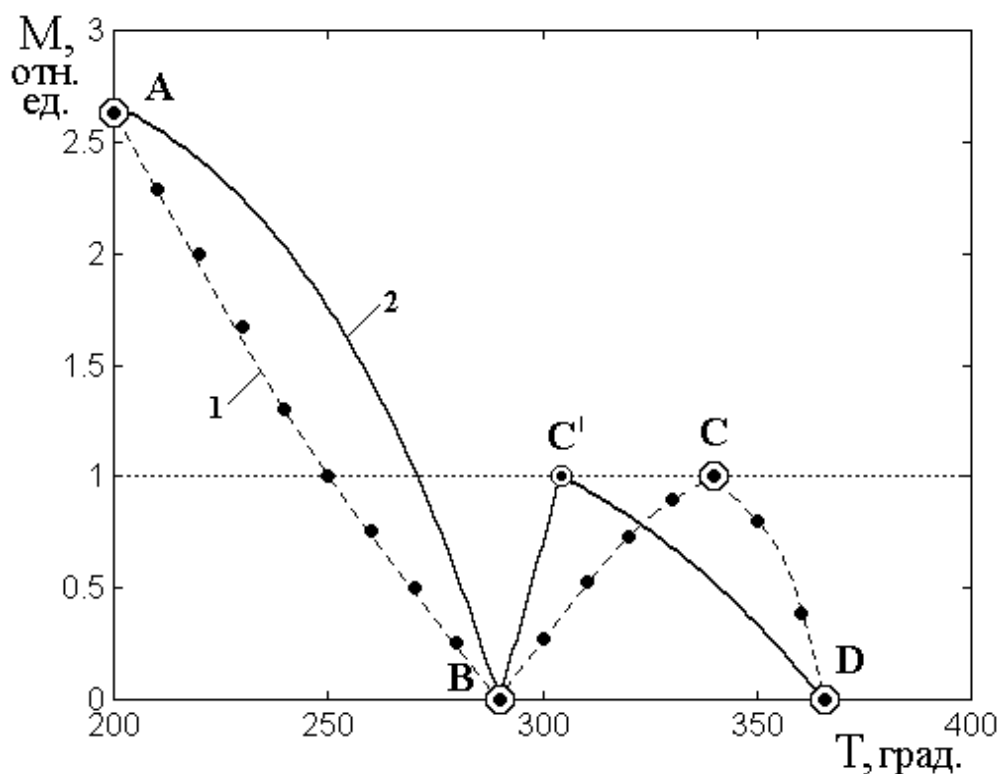


Рис. 7. Фазовые диаграммы (нижние ветви):

1 – полученная в эксперименте [42] (пунктирная линия с точками);
 2 – полученная на основе рассчитанных значений намагниченностей (сплошная линия).

На этой кривой были отмечены точки A, B, C, D, координаты которых дали следующие значения:

параметры магнитные (в относительных единицах):

$$M_A = 2,6; M_C = 1,0; \quad (47)$$

параметры температурные (в градусах):

$$T_A = 200; T_B = 290; T_C = 345; T_D = 365. \quad (48)$$

На основе этих параметров с помощью формул (39)-(42) были получены значения намагниченностей:

$$M_{10} = 5,129; M_{20} = 3,486. \quad (49)$$

Однако построение фазовой диаграммы с помощью этих значений по схеме, приведенной в разделе 5 (рис. 4) показано, что при температуре $T_B = 290$ левая и правая ветви диаграммы, подходящие к этой точке, в нуль не обращаются, а принимают значения $\pm 0,7$ соответственно. В этом случае

температура, при которой обе ветви могли бы обратиться в нуль, то есть расчетное значение температуры компенсации, было бы больше $T_B = 290$, что эксперименту не соответствует. Проверка показала, что для того, чтобы свести концы ветвей при температуре $T_B = 290$ воедино, то есть в нуль, надо сместить точку С ниже по температуре на 40 градусов, то есть использовать для расчета намагниченностей точку C' , соответствующую температуре $T_{C'} = 305$ градусов. Получаемая при этом диаграмма показана на рис. 7 сплошной линией (кривая 2). Рассчитанные при точках А, В, C' , D намагниченности равны:

$$M_{10} = 4,387; M_{20} = 1,516. \quad (50)$$

Эти значения заметно отличаются от приведенных в (49), поэтому для большей объективности следует из этих величин арифметические средние, в результате чего получаем:

$$M_{10}^{(S)} = 4.758 \pm 0.375; M_{20}^{(S)} = 2.501 \pm 0.985. \quad (51)$$

Таким образом, точность определения намагниченности первой подрешетки $M_{10}^{(S)}$ составляет 7,9%, а намагниченности второй подрешетки $M_{20}^{(S)}$ составляет 39,4%

Обратимся теперь к другому экспериментальному результату [43], данные для которого иллюстрируются рис. 8.

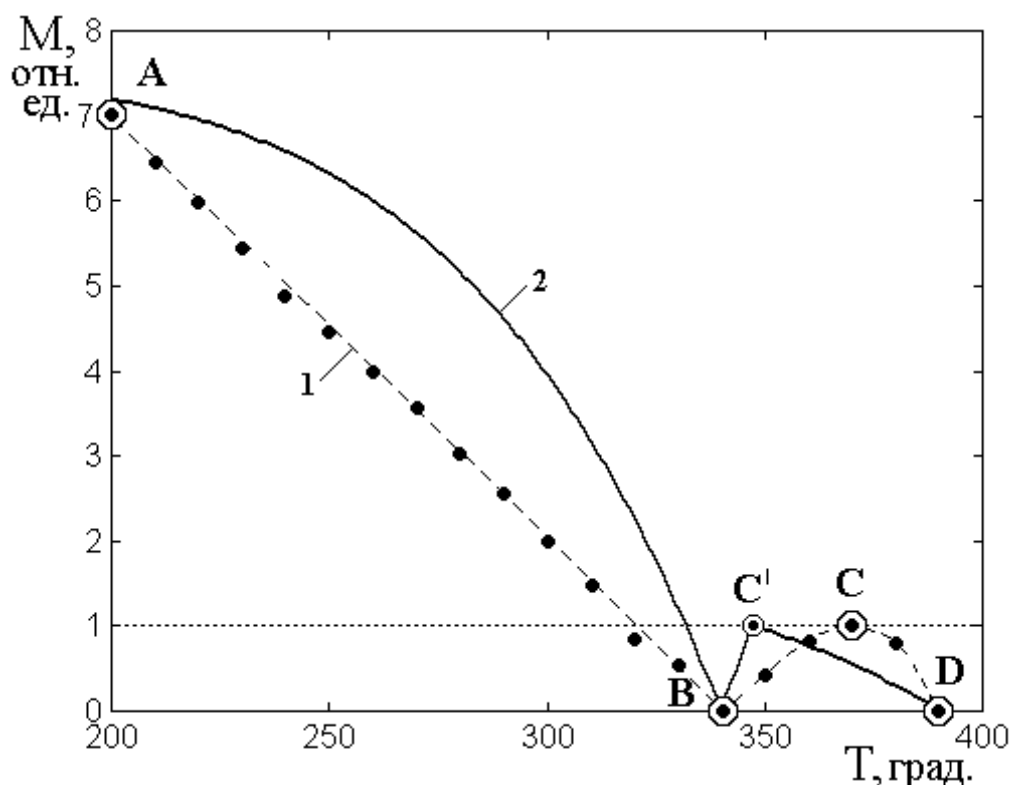


Рис. 8. Фазовые диаграммы (нижние ветви):

- 1 – полученная в эксперименте [43] (пунктирная линия с точками);
 2 – полученная на основе рассчитанных значений намагниченностей (сплошная линия).

Здесь, как и на рис. 7, пунктирной линией с точками (кривая 1) приведена фазовая диаграмма, полученная в эксперименте [43]. На этой кривой были отмечены точки A, B, C, D, координаты которых дали следующие значения: параметры магнитные (в относительных единицах):

$$M_A = 7,0; M_C = 1,0; \quad (52)$$

параметры температурные (в градусах):

$$T_A = 200; T_B = 340; T_C = 375; T_D = 390. \quad (53)$$

На основе этих параметров с помощью формул (39)-(42) были получены значения намагниченностей:

$$M_{10} = 8,988; M_{20} = 4,769. \quad (54)$$

Построение фазовой диаграммы с помощью этих значений показало, что при температуре $T_B = 340$ левая и правая ветви диаграммы, подходящие к этой точке, в нуль не обращаются, а принимают значения $\pm 1,4$

соответственно. Проверка показала, что для того, чтобы свести концы ветвей при температуре $T_B = 340$ воедино, то есть в нуль, надо сместить точку С ниже по температуре на 28 градусов, то есть использовать для расчета намагниченностей точку C' , соответствующую температуре $T_{C'} = 347$ градусов. Получаемая при этом диаграмма показана на рис. 7 сплошной линией (кривая 2). Рассчитанные при точках А, В, C' , D намагниченности равны:

$$M_{10} = 8,988; M_{20} = 1,985. \quad (55)$$

Получаемые на основе (54) и (55) средние значения равны:

$$M_{10}^{(S)} = 9.234 \pm 0.246; M_{20}^{(S)} = 3.377 \pm 1.392. \quad (56)$$

Таким образом, точность определения намагниченности первой подрешетки $M_{10}^{(S)}$ составляет 2,7%, а намагниченности второй подрешетки $M_{20}^{(S)}$ составляет 41,2%

9. Привязка к измеряемым единицам

Проведенное до сих пор рассмотрение выполнено для нормированных единиц намагниченности, привязанных к точке С, так что при $T = T_C$ намагниченность полагалась равной 1 отн.ед. В то же время значительный практический интерес представляет измерение намагниченности в абсолютных доступных в эксперименте единицах, поэтому выполни оценку, позволяющую перевести относительные единицы в абсолютные.

К сожалению, в работах [42] и [43] все измерения выполнялись в относительных единицах (EMU или arb.un). В то же время, при измерениях на вибрационном магнитометре, выполненных в условиях работы [42], при температуре $T = T_C$ было получено значение восприимчивости образца $\chi(V) = 2 \cdot 10^{-5}$ отн.ед. Толщина образца составляла 5 мкм, площадь пленки – 10^{-1} см², то есть объем – $V = 5 \cdot 10^{-5}$ см³. Полагаем, что полная

восприимчивость равна отношению измеренной величины к объему образца, то есть:

$$\chi = \chi(V)/V = 0,4. \quad (57)$$

Измерения проводились в поле $H = 100$ Э, так что намагниченность определяем по формуле:

$$M = \chi \cdot H = 40 \text{ Гс}. \quad (58)$$

Эта намагниченность соответствует единице $M_C = 1$ в принятых в разделе 8 относительных единицах. Чтобы перейти от нормировки к абсолютным величинам, следует (51) и (56) умножить на эту величину. .

Таким образом, из (51), что соответствует работе [42], получаем намагниченности в гауссах (СГС):

$$M_{10}^{(R)} = 190,3 \pm 15,0; M_{20}^{(R)} = 100,0 \pm 39,4. \quad (59)$$

Аналогично из (56), что соответствует работе [43], получаем намагниченности в гауссах (СГС):

$$M_{10}^{(R)} = 369,4 \pm 9,8; M_{20}^{(R)} = 135,1 \pm 55,7. \quad (60)$$

Эти значения по порядку вполне соответствуют типичным величинам, например для железоиттриевого граната $Y_3Fe_5O_{12}$ при комнатной температуре $M_0 = 140$ Гс [2-4, 8, 9]. Другие ферриты-гранаты имеют намагниченности того же порядка [14-16].

10. Общие выводы из сравнения с экспериментами

Приведем некоторые общие выводы из результатов применения предложенных методик определения намагниченностей к реальным экспериментам. В первую очередь отметим, что фазовые диаграммы (рис. 7 и рис. 8), рассчитанные на основе значений намагниченности, полученных из экспериментальных кривых, отражают экспериментальные диаграммы с качественной стороны вполне приемлемо. Так, в обоих случаях значение полной намагниченности в начале диаграммы, то есть в точке А, совпадает с

экспериментом с высокой точностью (доли процента). Температура компенсации T_B , с учетом смещения точки C в положение точки C' , также определяется с высокой точностью. Значение температуры Кюри T_D также получается достаточно точным.

В то же время имеются два существенных отличия. Так, средняя часть рассчитанной начальной ветви диаграммы между точками A и B (кривые 2 на рис. 7 и рис. 8) проходит заметно выше экспериментальной. На краях участка (в точках A и B) совпадение достаточно точное, однако вблизи середины этого участка превышение расчетной кривой над экспериментальной достигает 30%. Второе отличие состоит в том, что на участке BD , то есть между температурами компенсации и Кюри, максимум расчетной кривой (точка C') смещен в сторону низких температур, а максимум экспериментальной кривой (точка C) смещен в сторону высоких. Именно это обстоятельство вынудило при расчете сдвинуть точку C в положение точки C' , с соответствующим изменением используемой при расчете температуры T_C .

11. Замечание о возможном влиянии третьей подрешетки

Приведенные особенности в одинаковой степени присутствуют в обоих случаях сравнения с экспериментом. В качестве возможной причины можно предположить наличие третьей подрешетки, в какой-то степени подобной «слабой», описанной в работе [34], о чем кратко отмечалось в работе [42]. Можно полагать, что третья подрешетка состоит из немагнитных атомов (в [42] – Gd , в [43] – YLu), однако меняет температурную зависимость одной из подрешеток (или обеих) таким образом, как если бы к двум исходным подрешеткам на основе магнитного элемента Fe добавлялась бы еще одна подрешетка, теперь уже магнитная, с подобной же зависимостью от температуры, как у магнитных решеток. Тогда, если бы на отрезке диаграммы между точками A и B вклад третьей подрешетки был бы отрицательным, то расчетная кривая (2 на рис. 7 и рис. 8) опустилась бы вниз до совпадения с

экспериментальной (1 на тех же рисунках). Если бы на отрезке BC вклад третьей подрешетки был бы также отрицательным, то это привело бы к понижению подъема расчетной кривой на участке BC', то есть к смещению точки максимума с точки C' на точку C, что опять-таки было бы ближе к эксперименту. Таким образом, введение третьей подрешетки, вклад которой вычитался бы из вкладов двух основных, привело бы к лучшему совпадению расчетных данных с экспериментом.

Заметим, что высказанное здесь предположение о возможном влиянии третьей подрешетки на данном этапе является лишь гипотетическим и требует более подробного рассмотрения, которое авторы предполагают провести в отдельной работе.

Заключение

Основные результаты, освещенные в настоящей работе, сводятся к следующему.

- 1) На основе краткого обзора предшествующих работ, а также первой части настоящей работы, приведена постановка задачи об определении на основе фазовой диаграммы намагниченностей подрешеток по отдельности, в том числе применительно к экспериментальным результатам.
- 2) На основе рассмотрения магнетика как совокупности спинов двух ориентаций получена зависимость намагниченности от температуры в общем виде. Получено трансцендентное уравнение, содержащее зависимость намагниченности магнетика от входящего под знаком гиперболического тангенса произведения отношения температуры магнетика к температуре Кюри на ту же исходную намагниченность. С использованием алгоритма поиска нуля выполнено численное решение полученного уравнения. Показано, что рассчитанная зависимость намагниченности от температуры для единой подрешетки совпадает с экспериментальными значениями для железа, никеля и других магнитных материалов с точностью не менее 10%. Отмечена сложность численного

решения трансцендентного уравнения, для преодоления которой поставлена задача поиска более простого приближенного решения.

- 3) Для выражения аналитической зависимости намагниченности от температуры в явном виде предложено степенное приближение, представляющее собой разность между единицей и отношением температуры магнетика к температуре Кюри в степени, показатель которой, будучи положительным, может варьироваться в широких пределах. Выполнено сравнение степенного приближения с экспериментальными значениями для железа и других магнитных материалов. Путем варьирования показателя степени установлено, что наиболее приемлемое соответствие с точностью порядка 10% получается при показателе равном шести.
- 4) На основе степенного приближения при показателе равном шести построены модельные зависимости намагниченностей двух подрешеток от температуры. Выполнено сравнение с зависимостями, построенными ранее в первой части настоящей работы при показателе равном двум. Установлено, что начальные и конечные точки обеих зависимостей совпадают, однако зависимости при показателе равном шести проходят выше по намагниченности и смешаются в сторону более высоких температур.
- 5) На основе модельной зависимости намагниченности от температуры построена фазовая диаграмма двухподрешеточного ферримагнетика. Путем сравнения с построенной ранее диаграммой при показателе равном двум, установлено, что увеличение показателя до шести приводит к повышению на 15% температуры компенсации и к увеличению в полтора раза максимального значения суммарной намагниченности на части диаграммы, расположенной выше точки компенсации.
- 6) Приведена схема определения намагниченностей подрешеток на основе использования значений по температуре четырех характерных точек нижней ветви фазовой диаграммы. Получена система уравнений,

связывающая параметры характерных точек со значениями намагниченностей в начальной точке и в точке максимума диаграммы при температуре выше компенсации. Путем решения приведенной системы уравнений получены достаточно простые аналитические выражения, определяющие значения намагниченностей насыщения той и другой подрешеток через параметры характерных точек нижней ветви фазовой диаграммы. Проверка предложенной методики на модельном представлении выявила весьма высокую точность (единицы процентов) определения намагниченностей

- 7) Предложенная методика применена к определению намагниченностей подрешеток по отдельности в экспериментах по измерению суммарной намагниченности, выполненных на пленках двух различных составов с помощью вибрационного магнетометра. Для проверки полученных значений было выполнено сравнение построенной на их основе фазовой диаграммы с диаграммой, получаемой в эксперименте. Для коррекции получаемых результатов с целью более точного соответствия эксперименту был предложен сдвиг температуры максимума диаграммы в области выше компенсации вниз на несколько (до 20-40) градусов. Проверка показала совпадение расчетных данных с экспериментальными в пределах от 8 до 49 %. Было отмечено, что полученные значения намагниченностей подрешеток по отдельности лежат в пределах типичных значений полных намагниченностей ферритов-гранатов.
- 8) Выполнен анализ соответствия конфигурации полученных диаграмм с данными эксперимента. Установлено хорошее (до долей процента) совпадение значения полной намагниченности в начале диаграммы, а также совпадение значений температуры компенсации и температуры Кюри. Отмечено некоторое (до 30%) превышение намагниченности в центральной части диаграммы ниже точки компенсации, а также смещение (на 20-40 градусов) максимума диаграммы выше точки компенсации в сторону низких температур. Для интерпретации наблюдаемых отклонений

предложена гипотеза о влиянии третьей подрешетки, уменьшающей суммарную намагниченность в обеих областях по температуре. В качестве рекомендации для дальнейшего развития работы предложении рассмотрение возможности влияния третьей подрешетки.

Авторы признательны С.В. Таскаеву и А.Н. Васильеву за помощь в проведении экспериментов.

Финансирование: Работа выполнена в рамках государственного задания Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН.

Литература

1. Лакс Б., Баттон К. Сверхвысокочастотные ферриты и ферромагнетики. М.: Мир. 1965.
2. Гуревич А.Г. Ферриты на сверхвысоких частотах. М.: Гос.Изд.физ.-мат.лит. 1960.
3. Гуревич А.Г. Магнитный резонанс в ферритах и антиферромагнетиках. М.: Наука. 1973.
4. Гуревич А.Г., Мелков Г.А. Магнитные колебания и волны. М.: Физматлит. 1994.
5. Моносов Я.А. Нелинейный ферромагнитный резонанс. М.: Наука. 1971.
6. Курушин Е.П., Нефедов Е.И. Применение тонких монокристаллических пленок ферритов в устройствах СВЧ микроэлектроники. // Микроэлектроника. 1977. Т.6. №6. С.549-561.
7. Гласс Х.Л. Ферритовые пленки для СВЧ-устройств. // ТИИЭР. 1988. Т.76. №2. С.64-72,
8. Шавров В.Г., Щеглов В.И. Магнитостатические волны в неоднородных полях. М.: Физматлит. 2016.

9. Шавров В.Г., Щеглов В.И. Магнитостатические и электромагнитные волны в сложных структурах. М.: Физматлит. 2017.
10. Шавров В.Г., Щеглов В.И. Ферромагнитный резонанс в условиях ориентационного перехода. М.: Физматлит. 2018.
11. Шавров В.Г., Щеглов В.И. Динамика намагниченности в условиях изменения ее ориентации. М.: Физматлит. 2019.
12. Шавров В.Г., Щеглов В.И. Спиновые волны в средах с обменом и диссипацией. М.: Физматлит. 2021.
13. Шавров В.Г., Щеглов В.И., Иванов А.П. Нелинейные колебания в задаче возбуждения гиперзвука. Сыктывкар: ООО «Коми республиканская типография». 2021.
14. Лисовский Ф.В. Физика цилиндрических магнитных доменов. М.: Сов.Радио. 1979.
15. О’Делл Т. Ферромагнитодинамика. Динамика ЦМД, доменов и доменных стенок. М.: Мир. 1983.
16. Малоземов А., Слонзуски Дж. Доменные стенки в материалах с цилиндрическими магнитными доменами. М.: Мир. 1982.
17. Магниторезистивная оперативная память. Электронный ресурс: [ru.wikipedia.org/wiki/магниторезистивная оперативная память](http://ru.wikipedia.org/wiki/магниторезистивная_оперативная_память).
18. Романова И. Магниторезистивная память MRAM компании Everspin Technologies. // Электроника НТБ. 2014. №8.
19. Logunov M., Safonov S., Fedorov A., Danilova A., Moiseev N., Safin A., Nikitov S., Kirilyuk A. Domain wall motion across magnetic and spin compensation points in magnetic garnets. // Phys. Rev. Appl. 2021. V.15. P.064024.
20. Gerasimov M.V., Logunov M.V., Nikitov S.A., Nozdrin Yu.N., Spirin A.V., Tokman I.D. Experimental observation of domain wall motion induced by laser pump-pulse. // Book of Abstracts of Moscow International Symposium on Magnetism (MISM). Moscow. 2017. Published by “Изд-во Физ.фак. МГУ». Moscow. P.36.

21. Kirilyuk A., Kimel A.V., Rasing T. Ultrafast optical manipulation of magnetic order. // *Rev. Mod. Phys.* 2010. V.82. №3. P.2731.
22. Bigot J.V., Vomir M. Ultrafast magnetization dynamics of nanostructures. // *Ann. Phys. (Berlin)*. 2013. V.525. №1-2. P.2.
23. Jäger J.V., Scherbakov A.V., Linnik T.I., Yakovlev D.R., Wang M., Wadley P., Holy V., Cavill S.A., Akimov A.V., Rushforth A.W., Bayer M. Picosecond inverse magnetostriction in garfenol thin films. // *Appl. Phys. Lett.* 2013. V.103. №3. P.032409(5).
24. Walowski J., Münzenberg M. Perspective: Ultrafast magnetism and THz spintronics. // *J. Appl. Phys.* 2016. V.120. №14. P.140901(16).
25. Власов В.С., Голов А.В., Котов Л.Н., Щеглов В.И., Ломоносов А.М., Темнов В.В. Современные проблемы сверхбыстрой магнитоакустики. // *АЖ (Акустический журнал)*. 2022. Т.68. №1. С.22-56.
26. Белов К.П., Зайцева М.А. Редкоземельные магнитные материалы. // *УФН*. 1972. Т.106. №2. С.365-369.
27. Белов К.П., Звездин А.К., Кадомцева А.М., Левитин Р.З. Переходы спиновой переориентации в редкоземельных магнетиках. // *УФН*. 1976. Т.119. №3. С.447-486.
28. Белов К.П., Звездин А.К., Кадомцева А.М., Левитин Р.З. Ориентационные переходы в редкоземельных магнетиках. М.: Наука. 1979.
29. Zvezdin A.K. Field induced phase transitions in ferromagnets. // *Handbook of Magnetic Materials*. V.9. Elsevier Science. 1995.
30. Davydova M.D., Zvezdin K.A., Kimel A.V., Zvezdin A.K. Ultrafast spin dynamics in ferromagnets with compensation point. // *J. Phys. Cond. Matt.* 2020. V.32. №1. Article No. 01LT01. DOI: 10.1088/1361-648X/ab42fa.
31. Geprags S., Kehlberger A., Coletta F.D. et al. Origin of the spin Seebeck effects in compensated ferromagnets. // *Nat. Commun.* 2016. V.7. Article No. 10452. DOI: 10.1038/ncomms10452.

32. Gonzales J.A., Andres J.P., Anton R.L. Applied trends in magnetic rare earth / transition metal alloys and multilayers. // *Sensors*. 2021. V.21. №16. P.5615. DOI: 10.3390/s21165615.
33. Medapalli R., Razdolski I., Savoini M et al. The role of magnetization compensation point for efficient ultrafast control of magnetization in $Gd_{24}Fe_{66.5}Co_{9.5}$ alloy. // *Europ. Phys. J. B*. 2013. V.86. №4. Article No. 183. DOI: 10.1140/epjb/e2013-30682-6.
34. Белов К.П. Ферримагнетики со «слабой» магнитной подрешеткой. // *УФН*. 1996. Т.166. №6. С.660-681.
35. Clark A.E., Callen E. Neel ferromagnets in large magnetic fields. // *J. Appl. Phys.* 1968. V.39. №13. P.5972-5082.
36. Звездин А.К., Попков А.Ф. Магнитный резонанс в ферримагнетиках с точкой компенсации. // *ФТТ*. 1974. Т.16. №4. С.1082-1089.
37. Вонсовский С.В., Шур Я.С. Ферромагнетизм. М.: ОГИЗ Гостехиздат. 1948.
38. Суслов Д.А., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Алгоритм определения намагниченностей подрешеток двухподрешеточного ферримагнетика с точкой компенсации. Часть 1. Фазовая диаграмма. // *Журнал радиоэлектроники*. – 2024. – №. 5. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2024.5.2>
39. Левич В.Г. Курс теоретической физики. Т.1. М.: Наука. 1969.
40. Чертов А.Г. Единицы физических величин. М., Высшая школа, 1977.
41. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука. 1973.
42. Ветошко П.М., Бержанский В.Н., Полулях С.Н., Суслов Д.А., Маширов А.В., Шавров В.Г., Павлюк Е.И. Магнитооптическая визуализация магнитных фаз в эпитаксиальной пленке феррита-граната вблизи точки компенсации. // *РЭ*. 2023. Т.68. №4. С.391-395.
43. Suslov D.A., Vetoshko P.M., Mashirov A.V., Taskaev S.V., Polulyakh S.N., Berzhansky V.N., Shavrov V.G. Non-collinear phase in rare-earth iron garnet films near compensation temperature. // *Crystals*. 2023. V.13. №9. P.1297(11).

Для цитирования:

Суслов Д.А., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Алгоритм определения намагниченностей подрешеток двухподрешеточного ферримагнетика с точкой компенсации. Часть 2. Степенное приближение. // Журнал радиоэлектроники. – 2024. – №. 5. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2024.5.3>