

DOI: https://doi.org/10.30898/1684-1719.2025.5.12 УДК: 621.396.67

# МНОГОЛУЧЕВАЯ АНТЕННА НА ОСНОВЕ АПЛАНАТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ДВУХ ОТРАЖАТЕЛЬНЫХ РЕШЕТОК

А.С. Венецкий <sup>1</sup>, В.А.Калошин <sup>1</sup>, Чинь Ван Туан <sup>2</sup>

<sup>1</sup> ИРЭ им. В.А.Котельникова РАН, 125009, Москва, ул. Моховая, 11, стр. 7 <sup>2</sup> Московский физико-технический институт (Национальный исследовательский университет), 141700, г. Долгопрудный, Институтский пер., 9

Статья поступила в редакцию 26 мая 2025 г.

Аннотация. Найдено аналитическое решение задачи синтеза апланатической системы двух отражательных решеток. Получена формула для аберрации эйконала системы. На основе полученной формулы с уточнением методом найдены трассировки лучей оптимальные значения параметров, минимальную обеспечивающих среднеквадратическую аберрацию. С использованием численного моделирования методом конечных элементов и в приближении Кирхгофа проведен характеристик анализ излучения многолучевой антенны на основе оптимизированной апланатической системы двух отражательных решеток в зависимости от угла зрения.

Ключевые слова: многолучевая антенна, апланатическая система, отражательные решетки, среднеквадратическая аберрация, оптимизация.

**Финансирование:** Работа выполнена за счет бюджетного финансирования в рамках государственного задания по теме 0030-2019-006.

Автор для переписки: Калошин Вадим Анатольевич, vak@cplire.ru

1

### Введение

В широкоугольных оптических телескопах и микроскопах используются апланатические осесимметричные зеркально-линзовые системы Шмидта и Максутова [1-3]. Эти системы удовлетворяют условиям апланатизма (условиям синусов Аббе) только приближенно (в параксиальном приближении), а анализ аберраций в них проводился для малых угловых размеров апертуры. При этом линза и зеркало в этих системах имеют отдельные конструкции.

Осесимметричная многолучевая апланатическая зеркально-линзовая антенна с интегральной конструкцией (одна из поверхностей линзы является отражающей), точно удовлетворяющая условиям синусов Аббе исследована в [4].

Следует отметить, что недостатком многолучевых осесимметричных зеркально-линзовых антенн является затенение апертуры облучающей системой.

В последнее время появилось работы по многолучевым бифокальным антеннам на основе офсетной системы двух отражательных решеток, которые, по существу, являются зеркально-линзовыми антеннами с принудительным преломлением [5-11]. Офсетные бифокальные антенны обеспечивают широкий угол зрения в одной плоскости при отсутствии затенения облучающей системой. Однако на практике часто вознкает задача обеспечения широкого угла зрения в двух плоскостях. Такая задача может быть решена при использовании многолучевой антенны на основе офсетной апланатической системы двух отражательных решеток.

Целью данной работы является решение задачи синтеза офсетной апланатической системы двух отражательных решеток, получение формулы для аберрации эйконала системы, оптимизации параметров с использованием полученной формулы с целью минимизации среднеквадратической аберрации и анализу многолучевой антенны на основе оптимизированной апланатической офсетной системы двух отражательных решеток.

2

# 1. Синтез апланатической системы двух отражательных решеток

Рассмотрим задачу синтеза апланатической системы, содержащей две отражательные решетки (OP) и источник (рис. 1), расположенный в фокальной точке F с декартовыми координатами (0, 0,  $-f_0$ ), где  $f_0$  – фокальное расстояние (от фокуса до вспомогательной OP). Обозначим  $d_0$  расстояние вдоль оси z от вспомогательной OP (1) до главной OP (2).



Рис. 1. Апланатическая система: *1*– вспомогательная решетка, *2*– распределение эйконала, внесенного решеткой *1*; *3* – главная решетка; *4* – распределение эйконала, внесенного решеткой *2*.

Нормали к плоскости вспомогательной (ВР) и главной решетки (ГР) расположены в плоскости *YZ* под углами  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  к оси *z*, соответственно. При этом плоскость *YZ* является плоскостью симметрии задачи. При расположении

источника сферической волны в фокальной точке *F* на выходе системы формируется плоский волновой фронт.

Обозначим распределения эйконалов, внесенных ВР и ГР,  $\omega(x,y)$  и  $\Omega(X,Y)$ , соответственно. Задача синтеза состоит в определении этих функций.

Потребуем, чтобы сферическая волна источника, расположенного в точке фокуса *F* после отражений от ВР и ГР преобразовалась в плоскую волну. При этом центральный луч, падающий вдоль оси *z* на ВР в точке *O* с координатами (0,0,0), отражается от нее, падает на ГР в точке  $N_0$  (0,  $Y_0$ ,  $-d_0 + Y_0 tg\theta_2$ ), снова отражается и идет вдоль оси *z*. Эйконал этого луча от источника до фронта при  $\omega(0,0) = 0$ ,  $\Omega(0, Y_0) = 0$  имеет вид

$$L_0 = f_0 + \sqrt{Y_0^2 + (-d_0 + Y_0 tg\theta_2)^2} + d_0 - Y_0 tg\theta_2.$$
(1)

Пусть произвольный луч, выходящий из точки *F* под углом  $\alpha$  к оси *z*, падает на BP в точке  $M(x, y, ytg\theta_1)$  отражается от нее, падает на ГР в точке  $N(X, Y, -d_0 + Ytg\theta_2)$  и отражается от нее параллельно оси *z*. При этом его эйконал определяется формулой

$$L = FM + MN + \omega(x, y) + \Omega(X, Y) + d_0 - Ytg\theta_2.$$
 (2)

Координата точки N определяется из условия апланатизма

$$R(\alpha) = \gamma \sin(\alpha),$$

где  $\alpha = \arccos((ytg\theta_1 + f_0)/FM) -$ угол между осью *z* и падающим лучом *FM*,  $\gamma$  – радиус апланатизма. В результате, получаем

$$X = X_{N0} + R(\alpha)\sin\varphi, \qquad (3)$$

$$Y = Y_{N0} + R(\alpha)\cos\varphi, \qquad (4)$$

$$Z = -d_0 + Ytg\theta_2, \tag{5}$$

где  $\varphi = \operatorname{arctg}(x / y)$ .

Единичный вектор отраженного от ВР луча можно представить в виде

$$\overrightarrow{k_{MN}} = \left(\frac{\partial \Phi_M}{\partial x}, \frac{\partial \Phi_M}{\partial y} \cos^2 \theta_1 + \sin \theta_1 S_q, \frac{\partial \Phi_M}{\partial y} \cos \theta_1 \sin \theta_1 - \cos \theta_1 S_q\right), \tag{6}$$

где 
$$S_q = \sqrt{1 - \left(\frac{\partial \Phi_M}{\partial x}\right)^2 - \left(\frac{\partial \Phi_M}{\partial y}\cos\theta_1\right)^2}$$
.

Нетрудно убедиться, что вектор  $\overrightarrow{k_{MN}}$  равен единичному вектору  $\overrightarrow{e_{MN}}$ , т.е  $\frac{\partial \Phi_M}{\partial x} = \frac{X - x}{d}, \ \frac{\partial \Phi_M}{\partial y} \cos^2 \theta_1 + \sin \theta_1 S_q = \frac{Y - y}{d}, \ \frac{\partial \Phi_M}{\partial y} \cos \theta_1 \sin \theta_1 - \cos \theta_1 S_q = \frac{Z - z}{d}$  (7)

Исключая из двух последних уравнений S<sub>q</sub>, получаем

$$\frac{\partial \Phi_M}{\partial y} = \frac{Y - y + (Z - z) tg \theta_1}{d}.$$

Используя выражения для производных

$$\frac{\partial \Phi_M}{\partial x} = \frac{x}{\rho} + \frac{\partial \omega(x, y)}{\partial x}, \quad \frac{\partial \Phi_M}{\partial y} = \frac{y + (f_0 + z) tg \theta_1}{\rho} + \frac{\partial \omega(x, y)}{\partial y}.$$

получаем выражения для производной эйконала, внесенного ВР

$$\frac{\partial \omega}{\partial x} = \frac{X - x}{d} - \frac{x}{\rho}, \ \frac{\partial \omega}{\partial y} = \frac{Y - y + (Z - z)tg\theta_1}{d} - \frac{y + (f_0 + z)tg\theta_1}{\rho}.$$
 (9)

Аналогично находим

$$\Phi_N = d + \Omega(X, Y),$$

$$\overrightarrow{n_{MN}} = \left(\frac{\partial \Phi_N}{\partial X}, \frac{\partial \Phi_N}{\partial Y} \cos^2 \theta_2 + \sin \theta_2 S_N, \frac{\partial \Phi_N}{\partial Y} \cos \theta_2 \sin \theta_2 - \cos \theta_2 S_N\right),$$
$$S_N = \sqrt{1 - \left(\frac{\partial \Phi_N}{\partial X}\right)^2 - \left(\frac{\partial \Phi_N}{\partial Y} \cos \theta_2\right)^2}.$$

Из условия, что отраженные лучи параллельны оси Z,

$$\frac{\partial \Phi_N}{\partial X} = 0, \ \frac{\partial \Phi_N}{\partial Y} \cos^2 \theta_2 + \sin \theta_2 S_N = 0, \ \frac{\partial \Phi_N}{\partial Y} \cos \theta_2 \sin \theta_2 - \cos \theta_2 S_N = 1,$$

получаем

$$\frac{\partial\Omega}{\partial X} = -\frac{X-x}{d}, \ \frac{\partial\Omega}{\partial Y} = tg\theta_2 - \frac{Y-y+(Z-z)tg\theta_2}{d}, \tag{10}$$

где d = MN – расстояние от точки M до точки N.

Выражение  $\omega(x, y)$  для эйконала, внесенного BP, можно представить в виде

$$\omega(x,y) = \int_{0}^{x} \frac{\partial \omega}{\partial x} dx + \int_{0}^{y} \frac{\partial \omega}{\partial y} dy$$
(11)

Подставляя в интегралы в (11) выражения для производных (10), находим  $\omega(x,y)$ .

Из условия синфазности на выходе системы, получаем распределение эйконала, внесенного ГР

$$\Omega(X,Y) = f_0 + \sqrt{X_{N0}^2 + Y_{N0}^2 + Z_{N0}^2} - \rho - \omega(x_{M}, y_{M}) - d.$$
(12)

# 2. Анализ и минимизация аберраций эйконала

Найдем величину эйконала на поверхности ГР при смещении источника (рис. 2) из фокуса в точку  $F_1$  с координатами (- $\delta_X$ , - $\delta_Y$ , - $\delta_Z$ ). Эйконал этого луча определяется формулой

$$\Phi_{1}(F_{1}N) = |F_{1}M_{1}| + |M_{1}N| + \omega(x_{1}, y_{1}) + \Omega(X, Y), \qquad (13)$$

где  $x_1 = x + \Delta x$ ,  $y_1 = y + \Delta y$ , x, y – координаты точки M на BP, через которую проходит луч, исходящий из фокуса и проходящий далее через точку N с координатами X, Y. Представим внесенный BP эйконал в виде ряда

$$\omega(x_1, y_1) = \omega(x, y) + \frac{\partial \omega}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial \omega}{\partial y} \Delta y + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} \Delta x^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \Delta y^2 + \frac{\partial^2 \omega}{\partial x \partial y} \Delta x \Delta y,$$

в котором неизвестные  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  подлежат определению. Рассмотрим луч, выходящий из точки  $F_1$  и падающий на поверхность ВР в точке  $M_1$  с координатами  $M_1(x_1, y_1, y_1 tg \theta_1)$  и после отражения падающий на ГР в точке  $N(X, Y, -d_0 + Y tg \theta_2)$ .



Рис. 2. Лучи при смещенном и несмещенном источнике.

Зная координаты точки N: X, Y,  $-d_0 + Ytg\theta_2$ , можно найти координаты точки M для невозмущенного луча на малом зеркале:  $x = \rho \sin \alpha \sin \varphi$ ,  $y = \rho \sin \alpha \cos \varphi$ ,

 $z = y t g \theta_1, \quad \text{где} \quad \alpha = \arcsin(R / \gamma), \quad \varphi = \arctan(X / Y), \quad \rho = \frac{f_0}{\cos \alpha - t g \theta_1 \sin \alpha \cos \varphi},$  $R = \sqrt{(X - X_{N0})^2 + (Y - Y_{N0})^2}.$ 

Выражение (13) можно разложить по величинам смещений  $\delta_X$ ,  $\delta_Y$ ,  $\delta_Z$ ,  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ . В результате с точностью до третьего порядка малости получаем

$$\Phi_{1} = \Phi_{0} + D_{1}(\delta) + D_{2}(\delta^{2}) + M_{X1}\Delta x + M_{Y1}\Delta y + M_{X2}\Delta x^{2} + M_{Y2}\Delta y^{2} + N_{XY}\Delta x\Delta y,$$
(14)

где  $\Phi_0$  – эйконал невозмущенного луча,  $D_1(\delta) = \frac{Q_1}{2\rho}$ ,  $D_2(\delta^2) = \frac{Q_2}{2\rho} - \frac{Q_1^2}{8\rho^3}$ ,  $Q_1 = 2x\delta_x + 2y\delta_y + 2\zeta\delta_z$ ,  $Q_2 = \delta_x^2 + \delta_y^2 + \delta_z^2$ ,  $\zeta = f_0 + z$ ,  $M_{x1} = \frac{\delta_x}{\rho} - \frac{xQ_1}{2\rho^3}$ ,  $M_{y1} = \frac{\delta_y}{\rho} - \frac{(y + \zeta t_1)Q_1}{2\rho^3}$ ,  $M_{x2} = \frac{1}{2\rho} - \frac{x^2}{2\rho^3} + \frac{1}{2d} - \frac{(x - X)^2}{2d^3} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2}$ , <u>ЖУРНАЛ РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ, eISSN 1684-1719, №2, 2024</u>

$$M_{Y2} = \frac{1+t_1^2}{2\rho} - \frac{(y+\zeta t_1)^2}{2\rho^3} + \frac{1+t_1^2}{2d} - \frac{[y-Y+(z-Z)t_1]^2}{2d^3} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2},$$
  
$$N_{XY} = \frac{\partial^2 \omega}{\partial x \partial y} - \frac{x(y+\zeta t_1)}{\rho^3} - \frac{(x-X)[y-Y+(z-Z)t_1]}{d^3}, t_1 = \mathrm{tg}\theta_1.$$

Вторые производные ω(*x*, *y*) могут быть найдены из выражения (9)

$$\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} = \frac{(\partial X / \partial x - 1)d - (X - x)\partial d / \partial x}{d^2} - \frac{\rho - x\partial \rho / \partial x}{\rho^2},$$

$$\frac{\partial^{2}\omega}{\partial y^{2}} = \frac{(\partial Y / \partial y(1 + tg\theta_{1}tg\theta_{2}) - tg^{2}\theta_{1} - 1)d - (Y - y + tg\theta_{1}(-d_{0} + Ytg\theta_{2} - ytg\theta_{1})\partial d / \partial y}{d^{2}} - \frac{(1 + tg^{2}\theta_{1})\rho - (y + tg\theta_{1}(ytg\theta_{1} + f_{0}))\partial \rho / \partial y}{\rho^{2}},$$
$$\frac{\partial^{2}\omega}{\partial x\partial y} = \frac{d\partial X / \partial y - (X - x)\partial d / \partial y}{d^{2}} + \frac{x\partial \rho / \partial y}{\rho^{2}},$$

где

$$\begin{split} \frac{\partial \rho}{\partial x} &= \frac{x}{\rho}, \ \frac{\partial \rho}{\partial y} = \frac{y + \mathrm{tg}\theta_1(y\mathrm{tg}\theta_1 + f_0)}{\rho}, \\ \frac{\partial X}{\partial x} &= \frac{\gamma \rho^2 - \gamma x^2}{\rho^3}, \ \frac{\partial X}{\partial y} = \frac{-\gamma x(y + \mathrm{tg}\theta_1(y\mathrm{tg}\theta_1 + f_0))}{\rho^3}, \\ \frac{\partial Y}{\partial x} &= \frac{-\gamma xy}{\rho^3}, \ \frac{\partial Y}{\partial y} = \frac{\gamma \rho^2 - \gamma y(y + \mathrm{tg}\theta_1(y\mathrm{tg}\theta_1 + f_0))}{\rho^3}, \\ \frac{\partial d}{\partial x} &= \frac{(\partial X / \partial x - 1)(X - x) + \partial Y / \partial x(Y - y) + \mathrm{tg}\theta_2(-d_0 + Y\mathrm{tg}\theta_2 - y\mathrm{tg}\theta_1)\partial Y / \partial x}{d}, \\ \frac{\partial d}{\partial y} &= \frac{\partial X / \partial y(X - x) + (\partial Y / \partial y - 1)(Y - y) + (\mathrm{tg}\theta_2 \partial Y / \partial y - \mathrm{tg}\theta_1)(-d_0 + Y\mathrm{tg}\theta_2 - y\mathrm{tg}\theta_1)}{d}, \\ \rho &= |FM|, d = |MN|. \end{split}$$

Приращения  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  могут быть найдены с использованием принципа Ферма для луча – из системы линейных уравнений  $\frac{\partial \Phi_1}{\partial \Delta x} = 0$ ,  $\frac{\partial \Phi_1}{\partial \Delta y} = 0$ , или в матричной форме

$$A\begin{pmatrix}\Delta x\\\Delta y\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-M_{X1}\\-M_{Y1}\end{pmatrix}, \ A = \begin{pmatrix}2M_{X2} & N_{XY}\\N_{XY} & 2M_{Y2}\end{pmatrix}.$$

Из этой системы уравнений находим

$$\Delta x = \frac{-2M_{Y2}M_{X1} + N_{XY}M_{Y1}}{4M_{X2}M_{Y2} - N_{XY}^2}, \ \Delta y = \frac{-2M_{X2}M_{Y1} + N_{XY}M_{X1}}{4M_{X2}M_{Y2} - N_{XY}^2}$$

В формуле (14) слагаемое  $D_1(\delta)$  зависит от смещения источника линейно, а остальные – квадратично. Если координаты смещения источника записать в цилиндрической системе координат  $\delta_x = \delta_R \sin \varphi_1$ ,  $\delta_y = \delta_R \cos \varphi_1$ , а  $x = r \sin \varphi$ ,

$$y = r\cos\varphi, \ D_1(\delta) = \frac{Q_1}{2\rho} = \delta_R \frac{r}{\rho}\cos(\varphi - \varphi_1) + \frac{\zeta}{\rho}\delta_Z = \delta_R\sin\alpha\cos(\varphi - \varphi_1) + \frac{\zeta}{\rho}\delta_Z.$$

Используя условие апланатизма (3), получаем

$$D_1(\delta) = \frac{\delta_R}{\gamma} R\cos(\varphi - \varphi_1) + \frac{\zeta}{\rho} \delta_Z$$

Таким образом, слагаемое  $D_1$  описывает наклон луча в плоскости  $\varphi$ - $\varphi_1$ на угол  $\beta$ , где  $\sin \beta = \delta_R / \gamma$ , а остальные члены в выражении (14)  $L_2(R,\varphi) = D_2(\delta^2) + M_{X1}\Delta x + M_{Y1}\Delta y + M_{X2}\Delta x^2 + M_{Y2}\Delta y^2 + N_{XY}\Delta x\Delta y$  описывают аберрацию эйконала, в частности, астигматизм.

Исследуем, как аберрационные слагаемые зависят от параметров системы  $\gamma$ ,  $\theta_1$ ,  $\theta_2$ . Функция  $L_2$  пропорциональна  $\delta^2$  и описывает величину астигматизма системы. Если  $L_2(R,0) = L_2(R,\pi/2)$  для всех R, астигматизм 2-го порядка в системе отсутствует. Для характеристики величины астигматизма в общем случае введем функцию

$$A(\gamma, \theta_1, \theta_2) = \sum_{k=1}^{N} \left| L_2(R_k, 0) - L_2(R_k, \pi/2) \right|,$$
(15)

где N – число точек вдоль радиуса ГР по осям X, Y декартовой системы координат. Выберем несколько значений  $\gamma = 0.8$ , 0.85, 0.9 и проведем минимизацию функции  $A(\gamma, \theta_1, \theta_2)$  для каждого значения  $\gamma$  по оставшимся двум параметрам  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  для системы с фокусным расстоянием  $f_0 = 0.4$ . В результаты минимизации для N = 10 получены оптимальные значения  $\gamma = 0.85$ ,  $\theta_1 = 10^\circ$ ,

 $\theta_2 = 13^\circ$ . Зависимость  $A(\gamma)$  при оптимальных значения  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  приведена на рис. 3, а  $L_2(R,0)$  и  $L_2(R,\pi/2)$  для оптимального значения – на рис. 4.



Рис. 3. Зависимость  $A(\gamma)$  при оптимальных значениях  $\theta_1 = 10^\circ$ ,  $\theta_2 = 13^\circ$ .



Задача оптимизации системы состоит в нахождении параметров  $\gamma$ ,  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  и фокальной кривой (рис. 5), которые обеспечивают минимальную среднеквадратическую аберрацию (СКА) эйконала на выходе системы при смещении источника из фокуса в плоскости *XZ*.



Рис. 5. Геометрия лучей при сканировании: *1*, *2* – фокальная линия в плоскости *ZX*, *ZY*, соответственно, *3* – ВР, *4* – ГР.

Ограничим поверхность ВР кромкой в форме эллипса с большой осью 1500 мм и малой осью 300 мм, а поверхность ГР – кромкой с осями эллипса 1000 мм и 500 мм. Величину СКА будем определять по формуле

$$\sigma = \frac{1}{D} \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} (L_i - L_0)^2},$$
(16)

где  $L_i$  – эйконал луча с номером *i*, *N*–количество учтенных лучей, D = 1000 мм,  $L_0$ – эйконал луча, относительно которого СКА имеет минимальное значение.

Для вычисления СКА системы по формуле (16) необходимо найти эйконалы лучей и величину эйконала  $L_0$  опорного луча, относительно которого будет рассчитываться СКА. Для выбора эйконала опорного луча  $L_0$  и определения положения смещенного источника для заданного угла зрения  $\theta$ рассмотрим луч, который падает под этим углом в центр ГР, отражается, падает на ВР и отражается (рис. 5). Выбирая на отраженном луче произвольную точку, вычисляем эйконал этого луча  $L_0$ , а далее по формуле (16) вычисляем СКА для

#### <u>ЖУРНАЛ РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ, eISSN 1684-1719, №2, 2024</u>

массива выходящих из точки на фокальной кривой и падающих на ГР лучей. При этом находим координаты точек фокальной кривой, при которых величина СКА будет минимальной для заданного угла зрения θ.

Используя результаты предварительной минимизации функции  $A(\gamma, \theta_1, \theta_2)$ , выберем оптимальное значение  $\gamma = 0.85$  и два близких к нему значения параметра  $\gamma = 0.82$ ,  $\gamma = 0.9$  и будем минимизировать величину СКА по параметрам  $\theta_1$  и  $\theta_2$ для угла сканирования 20 градусов в плоскости *XZ*. Для определения минимума построим линия уровня СКА для этих значений  $\gamma$  и углов  $\theta_1$  и  $\theta_2$  вблизи их оптимальных значений, найденных выше (рис. 6).



(a)

#### ЖУРНАЛ РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ, eISSN 1684-1719, №2, 2024



Рис. 6. Линии уровня величины  $10^6 \sigma$  в зависимости от параметра  $\gamma$  при угле зрения  $20^0$ :  $\gamma = 0.9(a), \gamma = 0.85(6), \gamma = 0.82(в)$ .

Как видно на рис. 6, оптимальной является система с параметрами  $\gamma = 0.85$ ,  $\theta_1 = 4^\circ, \, \theta_2 = 14.5^\circ.$ 

На рис. 7 и рис. 8 приведены зависимости СКА от угла зрения в плоскости *XZ* и *YZ*, соответственно, системы с найденными оптимальными параметрами.



Рис. 7. Зависимость среднеквадратической аберрации от угла зрения в плоскости XZ: бифокальная система (1), апланатическая система (2).



Рис. 8. Зависимость среднеквадратической аберрации от угла зрения в плоскости *YZ*: бифокальная система (1), апланатическая система (2).

Для сравнения на тех же рисунках приведены соответствующие зависимости для бифокальной системы [11]. Как видно на рисунках, угол зрения по уровню СКА 4х10<sup>-4</sup> в плоскости XZ у обеих систем равен 40 градусов, а в плоскости YZ у бифокальной системы – 8.5 градусов, а у апланатической – 15 градусов.

# 3. Анализ антенны на основе апланатической системы двух отражательных решеток

Рассмотрим антенну в виде двух гексагональных решеток закороченных волноводов сечением 35х17.5 мм и облучателя в виде пирамидального рупора длиной 150 мм и размером апертуры 76.5х135 мм (рис. 9). Длины волноводов определяются величиной введенной фазы в оптимизированной выше системе двух ОР в соответствующей точке каждой ОР.

На рис. 10 приведена диаграмма направленности (ДН) облучателя, рассчитанная с использованием метода конечных элементов (МКЭ) в программной среде ANSYS HFSS, а на рис. 11 и рис. 12 – ДН лучей антенны при различных положениях облучателя на фокальной линии в плоскости XZ и YZ, соответственно, на частоте 6 ГГц, рассчитанные с использованием МКЭ и приближения Кирхгофа [12].



(б)

Рис. 9. Антенна на основе апланатической системы двух отражательных решеток: (а) общий вид, (б) проекция на плоскость *ХҮ*. Облучатель (*1*), ВР (*2*), ГР (*3*)



Рис. 10. Диаграмма направленности облучателя: Е-плоскость (1), Н-плоскость (2).



Рис. 11. Диаграммы направленности антенны в плоскости XZ: метод Кирхгофа (1), МКЭ (2).



Рис. 12. Диаграммы направленности антенны в плоскости *YZ*: метод Кирхгофа (1), МКЭ (2).



Рис. 13. Зависимости коэффициентов усиления от угла зрения в плоскости XZ на частотах 6 (1, 2), 20 (3) и 30 (4) ГГц: МКЭ (1), Кирхгоф (2, 3, 4).



Рис. 14. Зависимости величины КИП от угла зрения в плоскости XZ на частотах 6 (1, 2), 20 (3) и 30 (4) ГГц: МКЭ (1), Кирхгоф (2, 3, 4).



Рис. 15. Зависимости коэффициентов усиления от угла зрения в плоскости *YZ* на частотах 6 (1, 2), 20 (3) и 30 (4) ГГц: МКЭ (1), Кирхгоф (2, 3, 4).



Рис. 16. Зависимости величины КИП от угла зрения в плоскости *YZ* на частотах 6 (1, 2), 20 (3) и 30 (4) ГГц: МКЭ (1), Кирхгоф (2, 3, 4).

На рис. 12 и рис. 13 показаны, соответственно, рассчитанные двумя методами зависимости КУ и КИП антенны от угла зрения на четырех частотах в плоскости *XZ*, а на рис. 14 и рис. 15, соответственно, зависимости КУ и КИП антенны от угла зрения в плоскости *YZ*. При изменении частоты длины волноводов ОР и размеры рупорного облучателя также соответственно менялись.

Как видно на рисунках, угол зрения многолучевой антенны на основе апланатической системы двух отражательных решеток по уровню величины КИП 0.5 в плоскости *YZ* больше 17 градусов, а в плоскости *XZ* – более 60 градусов.

20

# Заключение

На основании полученных результатов можно сделать следующие выводы:

- Полученная в работе формула для аберрации эйконала позволяет проводить предварительную оптимизацию параметров апланатической системы двух отражательных решеток по минимуму величины средне-квадратической аберрации.
- 2) Угол зрения апланатической системы двух отражательных решеток по величине среднеквадратической аберрации 4x10<sup>-4</sup> в плоскости симметрии почти в два раза больше по сравнению с бифокальной системой, а в ортогональной плоскости – углы зрения совпадают.
- 3) Угол зрения многолучевой антенны на основе апланатической системы двух отражательных решеток в широкой полосе частот по уровню величины КИП 0.5 в плоскости симметрии антенны больше 17 градусов, а в ортогональной плоскости – более 60 градусов.

**Финансирование:** Работа выполнена за счет бюджетного финансирования в рамках государственного задания по теме 0030-2019-006

# Литература

- Schmidt B. Astronomical optics systems // Central Journal of Optics and Mechanics. 1932. V.52. No 2. P. 25.
- 2. Максутов Д.Д. Астрономическая оптика. Л.: Наука. 1979.
- Михельсон Н.Н. Оптика астрономических телескопов и методы ее расчета. М.: Физматлит. 1995.
- Венецкий А.С., Калошин В.А., Чинь Ван Туан. Многолучевая зеркальнолинзовая апланатическая антенна. // Журнал радиоэлектроники. – 2025.
   – №. 4. https://doi.org/10.30898/1684-1719.2025.4.15

- Tienda C., Encinar J.A., Carrasco E., Arrebola M. Design of Dual-Reflectarray Antenna for Beam Scanning // Journal of Wireless Networking and Communications. 2012. Vol. 2. No.1. P. 9-14.
- Tienda C., Arrebola M., Encinar J. A. Recent developments of reflectarray antennas in dual-reflector configurations // International Journal of Antennas and Propagation 2012. V.2012. No.125287. P.10
- Martinez-de-Rioja E., Encinar J.A., Florencio R., Tienda C. 3-D bifocal design method for dual-reflectarray configurations with application to multibeam satellite antennas in Ka-band // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. 2019. V.AP-67. No.1. P.450-460.
- Martinez-de-Rioja E., Encinar J.A., Pino A., Gonzalez-Valdes B. Design of bifocal dual reflectarray antennas in ka-band to generate a multi-spot coverage from geostationary satellites // 13th European Conference on Antennas and Propagation (EuCAP). 2019. P.1-5.
- Martinez-de-Rioja E., Encinar J. A., Toso G. Bifocal Dual-Reflectarray Antenna to Generate a Complete Multiple Spot Beam Coverage for Satellite Communications in Ka-Band. Electronics 2020. Vol.9. No.6. P.961.
- 10. Pino A., Rodriguez-Vaqueiro Y., Martinez-de-Rioja E., et al. Bifocal dual reflectarray with curved main surface// Electronics 2023. Vol.12. No.12. P.2619.
- 11. Калошин В.А., Чинь Ван Туан. Бифокальная система двух отражательных решеток // РЭ. 2024. Т.69. No.3. C. 217-226.
- 12. Фрадин А.З. Антенны сверхвысоких частот. М.: Сов. Радио, 1957.

# Для цитирования:

Венецкий А.С., Калошин В.А., Чинь Ван Туан. Антенна на основе апланатической системы двух отражательных решеток // Журнал радиоэлектроники. –2025. – №5. https://doi.org/10.30898/1684-1719.2025.5.12