

DOI: <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2025.5.15>

УДК: 537.876

О СВЯЗИ МЕЖДУ ДОСВЕТОВОЙ И СВЕРХСВЕТОВОЙ ГРУППОВОЙ СКОРОСТЬЮ ПРИ РАСПРОСТРАНЕНИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИМПУЛЬСА В ДИСПЕРГИРУЮЩЕЙ СРЕДЕ

Н.С. Бухман

**Самарский государственный технический университет,
Самара, ул. Молодогвардейская, д. 244**

Статья поступила в редакцию 19 февраля 2025 г.

Аннотация. Показано, что не существует диспергирующих сред с «только досветовой» или «только сверхсветовой» вещественной групповой скоростью – если в некоторой среде на некоторых частотах вещественная групповая скорость является досветовой, то в той же самой среде обязательно имеются частоты, на которой вещественная групповая скорость является сверхсветовой. И наоборот – если среда имеет частоты со сверхсветовой групповой скоростью, то она обязательно имеет и частоты с досветовой групповой скоростью. Другими словами, имеется необходимая связь между досветовой и сверхсветовой групповой скоростью – если та или иная среда способна порождать досветовую групповую скорость, то та же самая среда способна порождать и сверхсветовую групповую скорость. Совершенно аналогично, не существует сред с «только положительной» или «только отрицательной» мнимой частью комплексной групповой скорости – если на одних частотах мнимая часть групповой скорости положительна, то на других частотах в той же самой среде она отрицательна и наоборот. Это означает, что если в среде существует несущая частота, на которой некоторый линейно

частотно модулированный сигнал распространяется со скоростью ниже групповой, то в той же среде обязательно существует частота несущей, на которой тот же сигнал будет распространяться со скоростью выше групповой и наоборот.

Ключевые слова: групповая скорость, сверхсветовая групповая скорость, досветовая групповая скорость, комплексная групповая скорость, диспергирующая среда

Автор для переписки: Бухман Николай Сергеевич, nik3142@yandex.ru

Введение

Хорошо известно [1-3], что распространение электромагнитного волнового импульса в диспергирующей среде происходит с групповой скоростью $v_{gr}(\omega)$, зависящей от его частоты ω . Эта групповая скорость обычно считается вещественной и определяется формулой $v_{gr}^{-1}(\omega) = \frac{\partial k_r(\omega)}{\partial \omega}$, где $k(\omega) = (\omega/c)n(\omega) = k_r(\omega) + ik_i(\omega)$ – комплексное волновое число для волны с частотой ω , $n(\omega)$ – комплексный показатель преломления среды. В этом случае вещественное время задержки сигнала при протяженности трассы z равно $t = zv_{gr}^{-1}$.

Иногда [4] вводят комплексную групповую скорость по формуле $v_{gr}^{-1}(\omega) = \frac{\partial k(\omega)}{\partial \omega} = \frac{\partial k_r(\omega)}{\partial \omega} + i \frac{\partial k_i(\omega)}{\partial \omega} = v_{gr \text{ Re}}^{-1}(\omega) + i v_{gr \text{ Im}}^{-1}(\omega)$, где $v_{gr \text{ Re}}^{-1}(\omega) = \frac{\partial k_r(\omega)}{\partial \omega}$, $v_{gr \text{ Im}}^{-1}(\omega) = \frac{\partial k_i(\omega)}{\partial \omega}$. В этом случае время задержки сигнала $t = zv_{gr \text{ Re}}^{-1}(\omega) + i zv_{gr \text{ Im}}^{-1}(\omega)$ тоже оказывается комплексным¹, причем его

¹ Отметим, что $v_{gr \text{ Re}}^{-1}(\omega) = \text{Re } v_{gr}^{-1}(\omega)$ и $v_{gr \text{ Im}}^{-1}(\omega) = \text{Im } v_{gr}^{-1}(\omega)$, но $v_{gr \text{ Re}}(\omega) \neq \text{Re } v_{gr}(\omega)$ и $v_{gr \text{ Im}}(\omega) \neq \text{Im } v_{gr}(\omega)$.

вещественная часть совпадает с вещественным временем задержки в приближении вещественной групповой скорости и описывает действительно именно задержку сигнала, а мнимая – искажение его временной зависимости в приближении комплексной групповой скорости. Впрочем, в некоторых случаях (например, для сигналов с линейной частотной модуляцией, ЛЧМ) это искажение выглядит как временной сдвиг сигнала² и потому скорость распространения ЛЧМ сигналов зависит от их индекса модуляции и может отличаться от их вещественной групповой скорости [5].

Хорошо известно [4-22], что вещественная групповая скорость может быть как меньше, так и больше вакуумной скорости света и что это обстоятельство не приводит ни к каким противоречиям ни со специальной теорией относительности, ни с принципом причинности по той простой причине, что групповая скорость (как и фазовая) не является скоростью распространения информации – в любой среде информация распространяется в точности с вакуумной скоростью света [2,4]. Соответственно время задержки волнового импульса в зависимости от несущей частоты волнового пакета может быть как больше, так и меньше «светового» времени задержки $t_l = z/c$.

В данной работе нас интересует вопрос о существовании (или отсутствии) сред, в которых вещественная групповая скорость является досветовой (или, напротив, сверхсветовой) на любой частоте.

² В сущности, сдвиг временной зависимости сигнала при желании всегда можно считать специальным типом искажения его временной зависимости.

Основные результаты

Для выяснения этого вопроса рассмотрим суммарное (по всем положительным частотам от нуля до бесконечности) отклонение величины комплексной групповой задержки сигнала от «вакуумного» времени задержки:

$$\begin{aligned} (t - t_l)_{summ} &= z \int_0^{+\infty} \left(\frac{\partial k(\omega)}{\partial \omega} - \frac{1}{c} \right) d\omega = z \int_0^{+\infty} \frac{\partial}{\partial \omega} \left(\frac{\omega}{c} (n(\omega) - 1) \right) d\omega = \\ &= z \lim_{\omega \rightarrow +\infty} \left[\left(\frac{\omega}{c} (n(\omega) - 1) \right) \right] - z \lim_{\omega \rightarrow 0} \left[\left(\frac{\omega}{c} (n(\omega) - 1) \right) \right] = 0. \end{aligned} \quad (1)$$

В (1) учтено, что $\lim_{\omega \rightarrow +\infty} \left[\left(\frac{\omega}{c} (n(\omega) - 1) \right) \right] = 0$ потому, что в самом общем случае при неограниченном росте частоты:

$$\varepsilon(\omega) = 1 - \frac{4\pi N e^2}{m \omega^2} \quad (2)$$

(см. [3, стр. 372]) и $\lim_{\omega \rightarrow 0} \left[\left(\frac{\omega}{c} (n(\omega) - 1) \right) \right] = 0$ потому, что при неограниченном уменьшении частоты:

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_0 + i \frac{4\pi\sigma}{\omega}, \quad (3)$$

где ε_0 – статическая диэлектрическая проницаемость среды, а σ – ее статическая проводимость (см. [1, с 60]).

Отметим, что равенство (1) справедливо для комплексного времени задержки волнового импульса, то есть оно выполняется как для вещественного, так и для мнимого времени задержки по отдельности, то есть:

$$(\operatorname{Re}(t) - t_l)_{summ} = z \int_0^{+\infty} \left(\frac{\partial k_r(\omega)}{\partial \omega} - \frac{1}{c} \right) d\omega = 0, \quad (4)$$

$$(\operatorname{Im}(t))_{\text{summ}} = z \int_0^{+\infty} \left(\frac{\partial k_i(\omega)}{\partial \omega} \right) d\omega = 0. \quad (5)$$

Следует отметить, что равенства (4) и (5) выполняются только при выполнении условий (2) и (3), то есть для достаточно «реалистичных» моделей сред. Так, например, соотношения (2) и (3) выполняются для среды Друде-Лоренца (см. [1, с 66]) или для столкновительной плазмы [1] с диэлектрической проницаемостью:

$$\varepsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \nu^2} + i \frac{\omega_p^2(\nu / \omega)}{\omega^2 + \nu^2}, \quad (6)$$

и ненулевой частотой столкновений ν . Для бесстолкновительной плазмы:

$$\varepsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}, \quad (7)$$

для которой статическая (при нулевой частоте) диэлектрическая проницаемость и проводимость бесконечны, выполняется только соотношение (4), но не соотношение (5).

Как это происходит, пояснено на рис. 1., на котором приведены графики обезразмеренной функции $\frac{\omega}{\omega_p}(n(\omega)-1)$ (рис. а, в, д) и ее

обезразмеренной производной $\left(\frac{\partial k(\omega)}{\partial \omega} c - 1 \right)$ (рис. б, г, е) при $\frac{\nu}{\omega_p} = 0.1$ (рис. 1. а, б),

$\frac{\nu}{\omega_p} = 0.01$ (рис. 1. в, г), и $\frac{\nu}{\omega_p} = 0$ (рис. 1. д, е), для столкновительной плазмы (6)

(рис. 1. а-г) и бесстолкновительной плазмы (рис. 1. д,е).

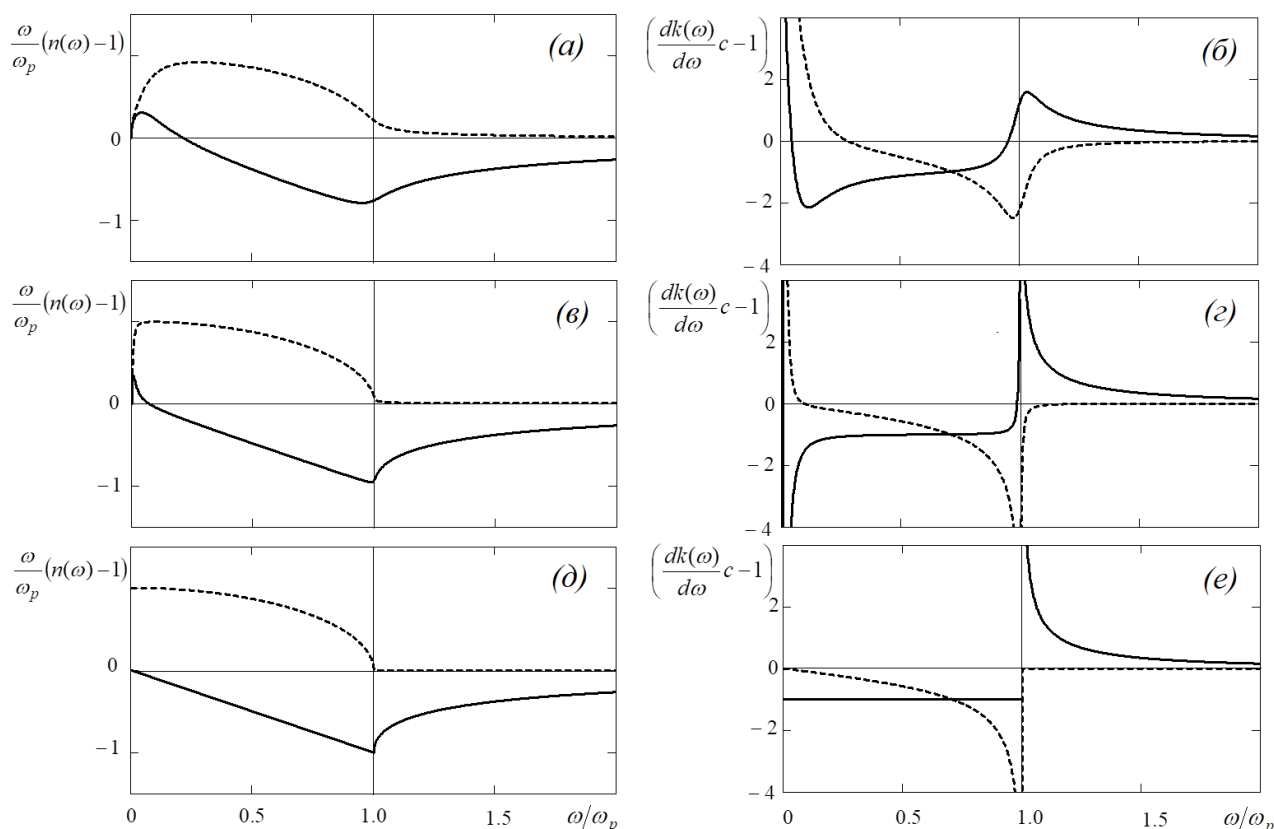


Рис. 1. Графики первообразной интеграла (1) (а, в, д) и ее производной (б, г, е) при $\nu/\omega_p = 0.1$ (а, б), 0.01 (в, г), и 0 (д, е), для столкновительной плазмы (б) (а-г) и бесстолкновительной плазмы (д,е). Поскольку обе эти функции комплексны, их вещественные части показаны сплошной линией, а мнимые – штриховой.

Видно (б), что при любой сколь угодно малой положительной частоте столкновений мнимая часть диэлектрической проницаемости столкновительной плазмы обращается в бесконечность при нулевой частоте, что порождает соответствующую особенность производной мнимой части волнового числа, исчезающую в приближении строго бесстолкновительной плазмы (7).

Очевидно, что равенство нулю интегралов (4) и (5) означает, что либо значение подынтегральной функции тождественно равно нулю (тогда это – вакуум), либо при различных значениях аргумента подынтегральная функция принимает так положительные, так и отрицательные значения. Это означает, что любая диспергирующая среда является «потенциально сверхсветовой» в том смысле, что по крайней мере на некоторых частотах групповое время задержки сигнала в этой среде обязано быть меньше «светового».

Присутствие плазмы (тем более – бесстолкновительной плазмы) в списке «сверхсветовых» сред выглядит несколько непривычно – «привычной» является «сверхскорость» в пределах спектральных линий поглощения и на периферии спектральных линий усиления. Впрочем, все становится на свои места, если вспомнить, что в бесстолкновительной плазме досветовая групповая скорость при частотах выше критической сопровождается бесконечной групповой скоростью (и нулевым вещественным временем задержки) при частотах ниже критической (эффект Хартмана) [23-27].

Заключение

Таким образом, не существует диспергирующих сред с «только досветовой» или «только сверхсветовой» вещественной групповой скоростью – если в некоторой среде на некоторых частотах вещественная групповая скорость является досветовой, то в той же самой среде обязательно имеются частоты, на которой вещественная групповая скорость является сверхсветовой. И наоборот – если среда имеет частоты со сверхсветовой групповой скоростью, то она обязательно имеет и частоты с досветовой групповой скоростью. Другими словами, имеется необходимая связь между досветовой и сверхсветовой групповой скоростью – если та или иная среда способна порождать досветовую групповую скорость, то та же самая среда способна порождать и сверхсветовую групповую скорость.

Совершенно аналогично, не существует сред с «только положительной» или «только отрицательной» мнимой частью комплексной групповой скорости – если на одних частотах мнимая часть групповой скорости положительна, то на других частотах в той же самой среде она отрицательна и наоборот. Это означает, что если в среде существует несущая частота, на которой некоторый ЛЧМ-сигнал распространяется со скоростью ниже групповой, то в той же среде обязательно существует частота несущей, на которой тот же сигнал будет распространяться со скоростью выше групповой и наоборот.

Литература

1. Виноградова М. Б., Руденко О. В., Сухоруков А. П. Теория волн. – 1979.
2. Вайнштейн Л. А. Распространение импульсов //Успехи физических наук. – 1976. – Т. 118. – №. 2. – С. 339-367.
<https://doi.org/10.3367/UFNr.0118.197602h.0339>
3. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. – 1982.
4. Бухман Н. С. О принципе причинности и сверхсветовых скоростях распространения сигналов //Радиотехника и электроника. – 2021. – Т. 66. – №. 3. – С. 209-225. <https://doi.org/10.31857/S0033849421030049>
5. Бухман Н.С. О скорости распространения частотно-модулированного волнового пакета в диспергирующей поглощающей среде // Оптика и спектроскопия. – 2004. – Т. 97. – № 1. – С. 123-130.
6. Wang L. J., Kuzmich A., Dogariu A. Gain-assisted superluminal light propagation //Nature. – 2000. – Т. 406. – №. 6793. – С. 277-279.
<https://doi.org/10.1038/35018520>
7. Talukder M. A. I., Amagishi Y., Tomita M. Superluminal to subluminal transition in the pulse propagation in a resonantly absorbing medium //Physical Review Letters. – 2001. – Т. 86. – №. 16. – С. 3546.
<https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.86.3546>
8. Dogariu A., Kuzmich A., Wang L. J. Transparent anomalous dispersion and superluminal light-pulse propagation at a negative group velocity //Physical Review A. – 2001. – Т. 63. – №. 5. – С. 053806.
<https://doi.org/10.1103/PhysRevA.63.053806>
9. Акульшин А. М., Чиммино А., Опат Д. И. Отрицательная групповая скорость светового импульса в парах цезия //Квантовая электроника. – 2002. – Т. 32. – №. 7. – С. 567-569. <https://doi.org/10.1070/QE2002v032n07ABEH002249>
10. Macke B., Ségard B. Propagation of light-pulses at a negative group-velocity //The European Physical Journal D-Atomic, Molecular, Optical and Plasma Physics. – 2003. – Т. 23. – С. 125-141. <https://doi.org/10.1140/epjd/e2003-00022-0>

11. Akulshin A. M. et al. Pulses of» fast light,» the signal velocity, and giant Kerr nonlinearity //LASER PHYSICS-LAWRENCE-. – 2005. – Т. 15. – №. 9. – С. 1252.
12. Золотовский И. О., Семенцов Д. И. Скорость максимума огибающей частотно-модулированного гауссова импульса в усиливающей нелинейной среде //Оптика и спектроскопия. – 2005. – Т. 99. – №. 1. – С. 89-92.
13. Золотовский И. О., Семенцов Д. И. Скорость огибающей импульса в туннельно-связанных оптических волноводах с сильно различающимися параметрами //Оптика и спектроскопия. – 2006. – Т. 101. – №. 1. – С. 120-123.
<https://doi.org/10.1134/S0030400X06070204>
14. Macke B., Ségard B. From fast to slow light in a resonantly driven absorbing medium //Physical Review A–Atomic, Molecular, and Optical Physics. – 2010. – Т. 82. – №. 2. – С. 023816. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.82.023816>
15. Akulshin A. M., McLean R. J. Fast light in atomic media //Journal of Optics. – 2010. – Т. 12. – №. 10. – С. 104001. <https://doi.org/10.1088/2040-8978/12/10/104001>
16. Малыкин Г. Б., Романец Е. А. Сверхсветовые движения (обзор) //Оптика и спектроскопия. – 2012. – Т. 112. – №. 6. – С. 993-993.
<https://doi.org/10.1134/S0030400X12040145>
17. Золотовский И. О., Минвалиев Р. Н., Семенцов Д. И. Динамика частотно-модулированных волновых пакетов в световодах с комплексными материальными параметрами //Успехи физических наук. – 2013. – Т. 183. – №. 12. – С. 1353-1365. <https://doi.org/10.3367/UFNr.0183.201312e.1353>
18. Macke B., Ségard B. Simultaneous slow and fast light involving the Faraday effect //Physical Review A. – 2016. – Т. 94. – №. 4. – С. 043801.
<https://doi.org/10.1103/PhysRevA.94.043801>
19. Boyd and R. W., Gauthier D. J. «Slow"and» fast'light // Progress in Optics. – 2002. – V. 43. – P. 497.
20. Ravelo B. Investigation on microwave negative group delay circuit //Electromagnetics. – 2011. – Т. 31. – №. 8. – С. 537-549.
<https://doi.org/10.1080/02726343.2011.621106>

21. Tanaka H. et al. Propagation of optical pulses in a resonantly absorbing medium: Observation of negative velocity in Rb vapor // Physical Review A. – 2003. – Т. 68. – №. 5. – С. 053801. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.68.053801>
22. Macke B., Ségard B. On-resonance material fast light // Physical Review A. – 2018. – Т. 97. – №. 6. – С. 063830. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.80.011803>
23. Nimtz G. Tunneling Confronts Special Relativity // Found. Phys., – 2011. – Vol. 41 – № 7. – С. 1193–1199,
24. Papoular . D. J., Clade P., Polyakov S. V., McCormick C. F., Migdall A. L., Lett P. D. Measuring optical tunneling times using a Hong–Ou–Mandel interferometer // Optics Express – 2008. – Vol. 16 – № 20. – P. 16005–16012.
25. Borjemscaia N., Polyakov S. V., Lett P. D., Migdall A. Single-photon propagation through dielectric bandgaps // Optics Express – 2009. – Vol. 18 – № 3. – P. 2279–2286.
26. Brunner N., Scarani V., Wegmuller M., Legrre M., Gisin N. Direct measurement of superluminal group velocity and signal velocity in an optical fiber // Phys. Rev. Lett. – 2004. – Vol. 93 – № 20, С. 203902.
27. Chiao R. Y., Boyce J., Mitchell M. W. // Superluminality and parelectricity: The ammonia maser revisited // Appl. Phys. B – 1995. – Vol. 60 – № 2–3. – P. 259–265.

Для цитирования:

Бухман Н.С. О связи между досветовой и сверхсветовой групповой скоростью при распространении электромагнитного импульса в диспергирующей среде. // Журнал радиоэлектроники. – 2025. – №. 5. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2025.5.15>