

DOI: <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2025.5.3>

УДК: 621 396.67

АНТЕННА НА ОСНОВЕ СФЕРИЧЕСКОЙ АНИЗОТРОПНОЙ ЛИНЗЫ ЛЮНЕБУРГА ИЗ ПЕРФОРИРОВАННОГО ДИЭЛЕКТРИКА

Буй Ван Чунг¹, В.А. Калошин²

¹Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет),
141700, Московской обл., Долгопрудный, Институтский пер., 9

²Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
7125007, Москва, ул. Моховая, 11, стр. 7

Статья поступила в редакцию 5 мая 2025 г.

Аннотация. С использованием численного моделирования и приближения Кирхгофа проведено исследование влияния анизотропии усредненной диэлектрической проницаемости перфорированной структуры в виде гексагональной решетки круглых отверстий в сплошном диэлектрике на характеристики излучения антенны на основе сферической перфорированной линзы Люнебурга для двух вариантов линейной поляризации облучателя. Показано, что при расположении облучателей в плоскости ортогональной отверстиям и поляризации их электрического поля ортогонально отверстиям анизотропия не влияет на характеристики излучения линзовой антенны. При другой поляризации или другом расположении облучателей анизотропия ограничивает максимальное значение электрического диаметра линзы при заданном уровне коэффициента использования поверхности. Дана оценка такого ограничения при расположении облучателей в плоскости ортогональной отверстиям.

Ключевые слова: антенна, линза Люнебурга, перфорированный диэлектрик, анизотропия.

Финансирование: Работа выполнена за счет бюджетного финансирования в рамках государственного задания.

Автор для переписки: В.А. Калошин, vak@cplire.ru

Введение

Сферическая градиентная линза с центральной симметрией (линза Люнебурга) в отличие от параболического зеркала имеет не одну фокальную точку, а сферическую фокальную поверхность. При размещении облучателя с фазовым центром на этой поверхности линзовая антенна формирует идеальный сферический или, в частности, плоский фронт. При размещении нескольких облучателей формируется соответствующее число фронтов, а в дальней зоне антенны – соответствующее число диаграмм направленности. В связи с этим замечательным свойством линза Люнебурга является идеальным фокусирующим элементом для многолучевых антенных систем. Однако несмотря на то, что решение задачи синтеза линзы получено более 80 лет назад [1], многолучевые антенны на основе линзы Люнебурга пока не получили широкого практического применения. Основная причина этого – технологические сложности реализации сферы из неоднородного диэлектрика с заданным законом изменения коэффициента преломления от радиальной координаты.

Более просто можно реализовать планарную [2] или цилиндрическую [3] линзу Люнебурга. Однако в первом случае антенна на основе такой линзы формирует веерную диаграмму направленности (ДН), а во втором случае линза Люнебурга осуществляет фокусировку только в одной плоскости, поэтому для формирования игольчатой диаграммы направленности (ДН) требуется облучающая система, фокусирующая в другой плоскости.

В последнее время основным способом реализации сферических линз Люнебурга является использование искусственных диэлектриков на основе

квазипериодических структур [4-18]. При этом следует отметить, что одномерно и двумерно, а в общем случае и трехмерно-периодические структуры обладают анизотропией усредненной диэлектрической проницаемости и коэффициента преломления.

Целью данной работы является исследование влияния анизотропии коэффициента преломления на характеристики антенны на основе сферической линзы Люнебурга из перфорированного диэлектрика.

1. Синтез и анализ перфорированной линзы Люнебурга (горизонтальная поляризация)

Для частного случая источника на поверхности линзы, отсутствия оболочки и формирования плоского фронта на выходе решение задачи синтеза сферической градиентной линзы с центральной симметрией (определение закона изменения коэффициента преломления от радиуса) имеет аналитическое решение [1]:

$$n_{\text{г}}(r) = \sqrt{2 - r^2}, \quad (1)$$

где r – радиус в сферической системе координат.

Этот закон изменения коэффициента преломления может быть реализован, в частности, за счет перфорации линзы с диаметрами отверстий (1), которые зависят от расстояния r до центра линзы (рис. 1а). Поскольку перфорация диэлектрика не может обеспечить коэффициент преломления близкий к 1 (при уменьшении коэффициента преломления отверстия начинают пересекаться), в модель линзы введена оболочка (2) из пенопласта с коэффициентом преломления $n_{\text{об}} = 1.034$. В качестве облучателя антенны на основе перфорированной линзы Люнебурга использован E -секториальный рупор, расположенный в плоскости YZ , ортогональной отверстиям (рис. 1).

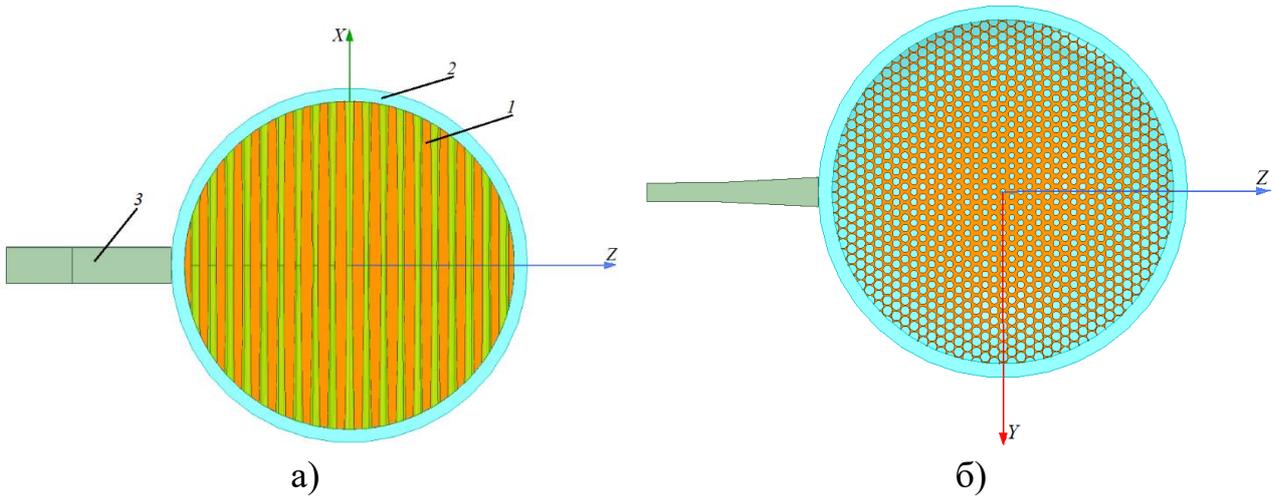


Рис. 1. Сечения перфорированной линзы Лунебурга.

Для перфорированного диэлектрика с отверстиями вдоль оси x , расположенными по гексагональной сетке (рис. 1б), компоненты тензора коэффициента преломления имеют вид [19]:

$$n_y = n_z = \sqrt{\varepsilon_d + 2p\varepsilon_d \frac{1 - \varepsilon_d}{1 + \varepsilon_d - p(1 - \varepsilon_d)}}, \quad (2)$$

$$n_x = \sqrt{p + (1 - p)\varepsilon_d}, \quad (3)$$

где $p = S_{\text{воз}} / S_n$ – величина коэффициента заполнения среды воздухом, $S_{\text{воз}}$ – площадь отверстия, S_n – площадь периода структуры, ε_d – диэлектрическая проницаемость материала линзы.

В случае горизонтальной поляризации электрического поля облучателя вектор напряженности электрического поля E перпендикулярен оси тензора усредненной диэлектрической проницаемости (оси x). Полагая в этом случае $n_z(r) = n_y(r) = n_{\perp}(r)$, где $n_{\perp}(r)$ определяется формулой (1), из формулы (2) нетрудно получить:

$$p(r) = \frac{(1 + \varepsilon_d)(\varepsilon_d - n_{\perp}(r)^2)}{(\varepsilon_d - 1)(\varepsilon_d + n_{\perp}(r)^2)}. \quad (4)$$

Зависимости коэффициентов преломления и заполнения воздухом от радиуса, рассчитанные, соответственно, по формулам (1) и (4) для линзы диаметром 108 мм из полистирола ($\epsilon_d = 2.56$) показаны на рис. 2.

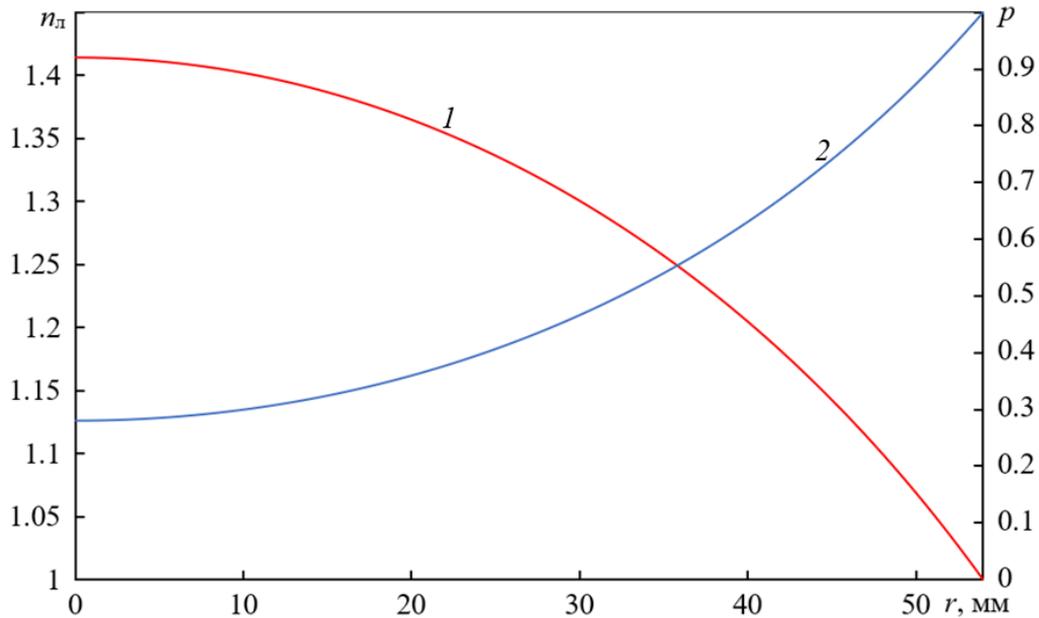


Рис. 2. Зависимости коэффициента преломления n_d (1) и заполнения воздухом p (2) от радиуса.

В случае горизонтальной поляризации в линзе распространяются “обыкновенные лучи”, распределение эйконала которых на выходной поверхности линзы определяется известным [20] выражением:

$$L = 2 \left(\int_1^{R_m} \sqrt{n_d^2(r) - (h/r)^2} dr + h\theta \right) \quad (5)$$

где $h = \sin(\alpha)$ – лучевой параметр, равный постоянной Клеро, α - угол входа луча в линзу, $R_m = \sqrt{1 - \sqrt{1 - h^2}}$ – минимальное расстояние луча от центра линзы.

Для анализа характеристик антенны на основе линзы Люнебурга из перфорированного диэлектрика будем использовать численное моделирование методом конечных элементов (МКЭ) в программной среде ANSYS HFSS и метод Кирхгофа.

Нетрудно показать, что в приближении геометрической оптики y -компонента напряженности электрического поля на поверхности линзы при $\alpha < \pi / 2$ определяется формулой:

$$E_y(\alpha) = R_0 E_0(\alpha) / (R_{\text{л}} \cos \alpha), \quad (7)$$

где $E_0(\alpha)$ – компонента напряженности электрического поля облучателя в дальней зоне на расстоянии R_0 , $R_{\text{л}}$ – радиус линзы.

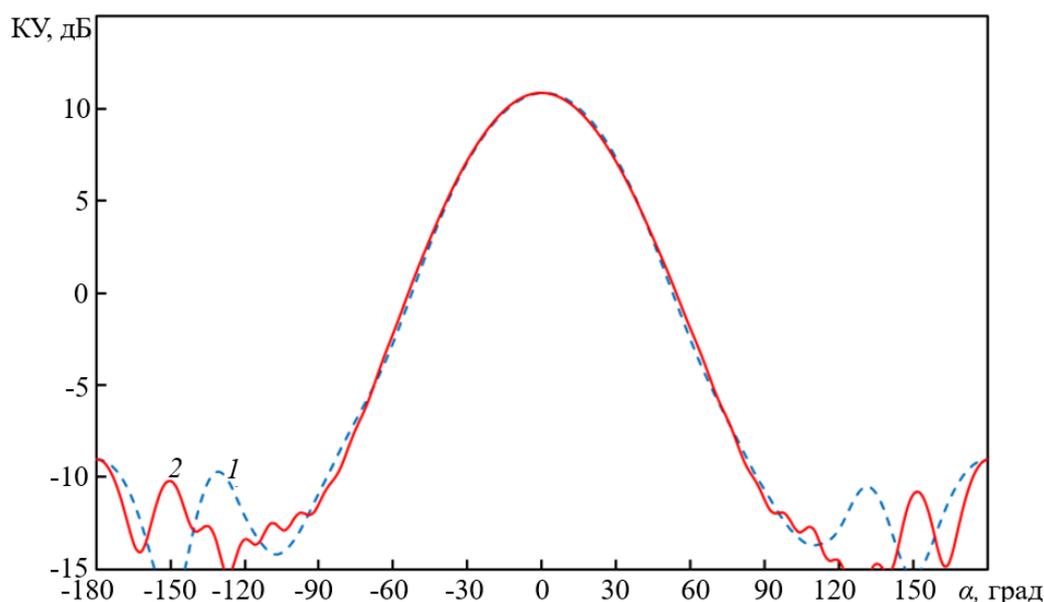


Рис. 3. Диаграмма направленности облучателя:
 H плоскость (1), E плоскость (2).

Рассчитанные с использованием МКЭ ДН рупора сечением 8.5×11 мм в двух плоскостях на частоте 20 ГГц показаны на рис. 3. Как видно на рисунке, ДН облучателя в E и H плоскости для углов $\alpha < 90^\circ$ практически совпадают, а для $\alpha > 90^\circ$ их уровень относительно максимума ниже -20 дБ и при дальнейших расчетах будем полагать в этой области углов $E_0(\alpha) = 0$.

С учетом симметрии луча нетрудно показать, что $\alpha = \theta'$, где θ' – угловая координата точки выхода луча на поверхности линзы.

Результаты расчета распределения амплитуды и фазы поля на поверхности перфорированной линзовой антенны, рассчитанные с использованием МКЭ и геометрической оптики на частоте 20 ГГц, представлены, соответственно, на рис. 4 и рис. 5.

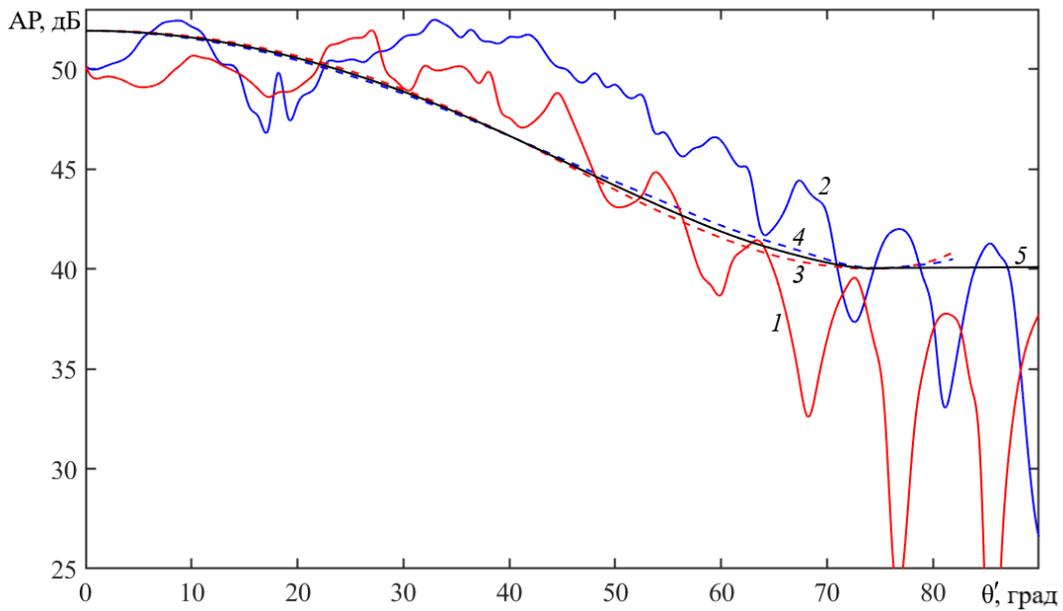


Рис. 4. Распределения амплитуды поля на поверхности линзы: МКЭ H плоскость (1), E плоскость (2), геометрическая оптика (3).

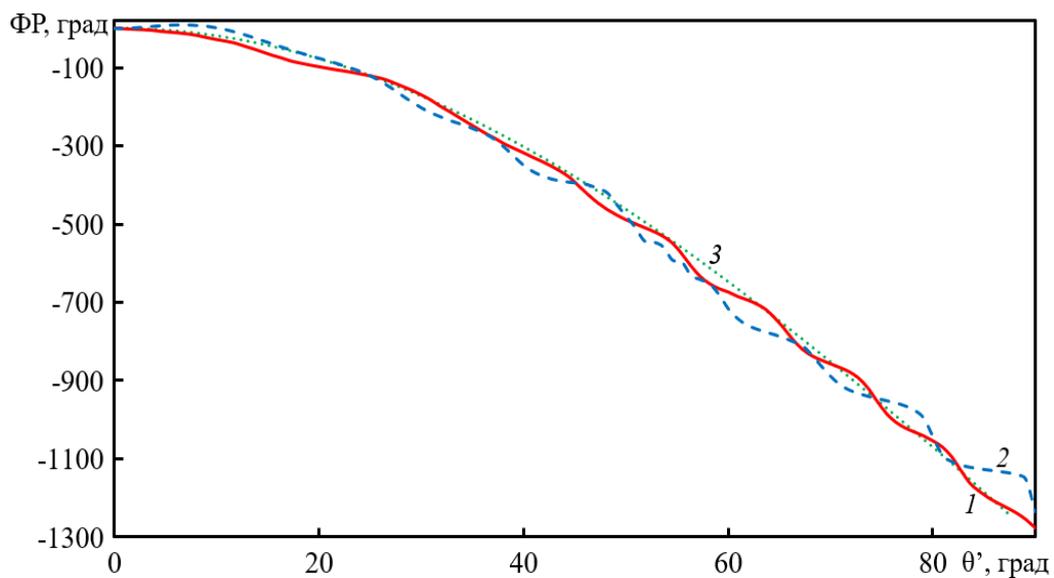


Рис. 5. Распределения фазы поля на поверхности линзы: МКЭ H плоскость (1), E плоскость (2), геометрическая оптика (3).

Приближение геометрической оптики для распределения амплитуды поля на поверхности линзы становится неверным при приближении к каустике ($\theta' = \pi/2$). Поэтому для углов $\theta' > 70^\circ$ в качестве $E_y(\theta')$ будем использовать среднее значение этой функции в E и H плоскости при $\theta' = 70^\circ$.

Таким образом, при выполнении перфорации в соответствии с формулой (4) на выходной поверхности линзы формируется плоская волна с распределением компоненты электрического поля E_y , близким

к осесимметричному. Поэтому далее, при расчете ДН, коэффициентов усиления (КУ) и использования поверхности (КИП) методом Кирхгофа будем использовать среднее значение $E_y(\theta')$. Формулы для расчета ДН в E и H плоскости приведены в Приложении 1. Величину КУ антенны в E и H плоскости можно рассчитать путем интегрирования нормированной ДН или по известной [21] формуле:

$$\text{КУ}(\theta) = \frac{2\pi r_M^2 |E(\theta)|^2}{Z_c P_{\text{и}}}, \quad (8)$$

где $Z_c = 120\pi$ волновое сопротивление вакуума, электрическое поле в дальней зоне $E(\theta)$ определяется с использованием формул (П1.5) и (П1.9), а мощность источника $P_{\text{и}}$ – по формуле

$$P_{\text{и}} = \frac{\pi R_0^2}{Z_c} \int_0^{\pi} E_0^2(\alpha) \sin \alpha d\alpha. \quad (9)$$

Максимальное значение КУ определяется формулой (8) при подстановке в качестве $E(\theta)$:

$$E(0) = j \frac{e^{-jkr_M}}{r_M} \frac{\pi R_{\text{и}}^2}{\lambda} \int_0^{\pi/2} E_y(\theta') \sin 2\theta' d\theta', \quad (10)$$

ДН антенны в двух плоскостях, рассчитанные с использованием полученных формул и МКЭ на частоте 20 ГГц для периода расположения отверстий $t = 3$ мм приведены на рис. 6.

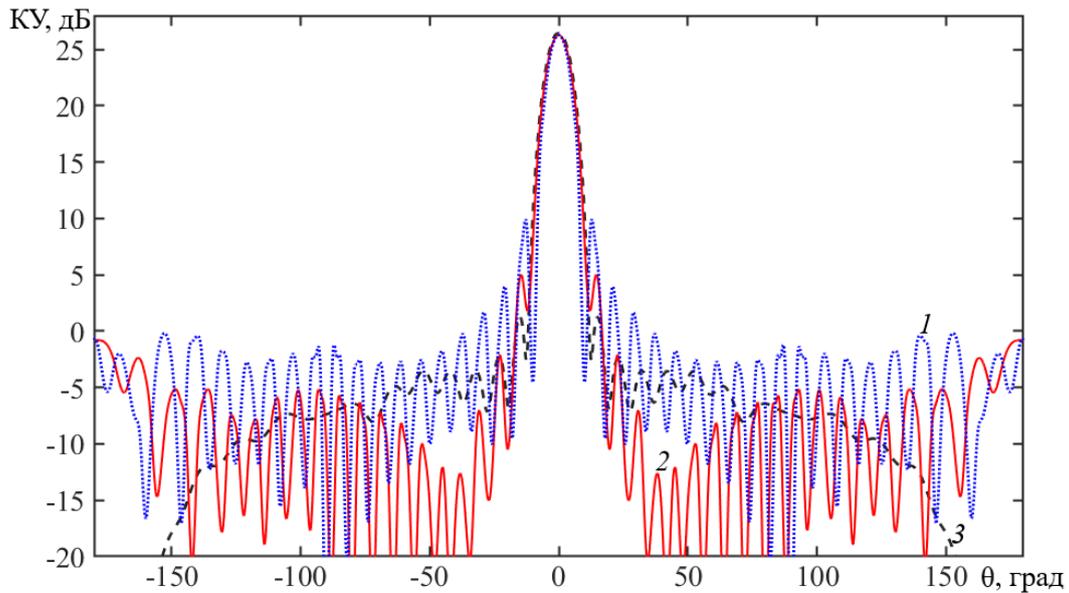


Рис. 6. Диаграммы направленности линзовой антенны: МКЭ E плоскость (1), H плоскость (2); Кирхгоф (3).

Как видно на рисунке, ДН рассчитанные двумя методами, в области главного лепестка близки.

Частотные зависимости КУ и величины КИП, также рассчитанные двумя методами, показаны на рис. 7. Чтобы избежать зависимости этих величин от изменения с частотой ДН облучателя, размеры облучающего рупора при расчете менялись пропорционально изменению длины волны.

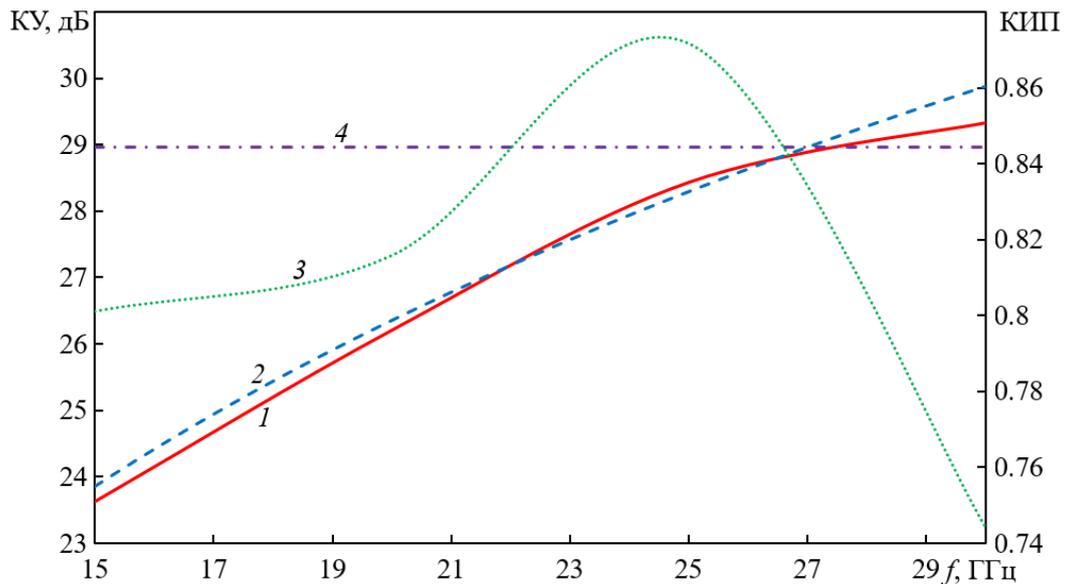


Рис. 7. Зависимости КУ (1, 2) и КИП (3, 4) от частоты: МКЭ (1, 3), Кирхгоф (2, 4).

Как видно на рис. 7, расчет КУ и КИП в приближении Кирхгофа дает усредненную оценку для этих величин в полосе частот. Колебания численного решения для величины КИП могут быть объяснены влиянием интерференции поверхностных волн. Увеличение разницы результатов расчета КУ двумя методами в области высоких частот (до 0.5 дБ) может быть объяснено влиянием частотной дисперсии показателя преломления, которое не учитывается формулами (2), (3) и, соответственно, приближением Кирхгофа.

2. Синтез и анализ перфорированной линзы Люнебурга (вертикальная поляризация)

В случае вертикальной поляризации вектор электрического поля облучателя параллелен оси тензора (оси x). В этом случае в H плоскости распространяются «обыкновенные» лучи, а в E плоскости – «необыкновенные» лучи. В работе [22] показано, что минимальные aberrации эйконала на выходе перфорированной линзы Микаэляна обеспечиваются при выборе закона изменения коэффициента преломления, который обеспечивает точную фокусировку лучей в H плоскости. Для получения такой же фокусировки в нашем случае положим $n_x(r) = n_d(r)$.

Подставляя выражение (1) для $n_d(r)$ в формулу (3), получаем выражение для коэффициента заполнения воздухом:

$$p(r) = (\varepsilon_d - n_d(r)^2) / (\varepsilon_d - 1). \quad (11)$$

При этом распределение эйконала на выходной поверхности линзы в H плоскости можно вычислить по формуле (5).

Для нахождения распределения эйконала в E плоскости используем формулу интегрирования по лучу:

$$L = \int_0^r n(r, \beta) dl, \quad (12)$$

где:

$$n(r, \beta) = \frac{n_x(r)n_z(r)}{\sqrt{n_x(r)^2 \sin^2 \beta + n_z(r)^2 \cos^2 \beta}} \quad (13)$$

– известное [23] выражение для коэффициента преломления одноосной анизотропной среды, а β – угол между вектором E и осью анизотропии x (рис. П2.2 в Приложении 2).

Дифференциальное уравнение (П2.8) «необыкновенного» луча в одноосной анизотропной среде, в которой компоненты тензора зависят от расстояния до начала координат, получено в Приложении 2. Правая часть этого дифференциального уравнения обращается в бесконечность при минимальном значении радиальной координаты луча. Поэтому для реализации численной процедуры решения дифференциального уравнения (П2.8) запишем его в декартовой системе координат:

$$\frac{dx}{dz} = \frac{n_z^2(x, z)(x^2 n_x^2(x, z) - h^2)}{z x n_x^2(x, z) n_z^2(x, z) + \sqrt{\Delta}}, \quad (14)$$

Где $\Delta = h^2 n_x^2(x, z) n_z^2(x, z) (z^2 n_z^2(x, z) + x^2 n_x^2(x, z) - h^2)$.

Корень уравнения $\sqrt{\Delta} = 0$ является точкой ветвления, т.е. в этой точке (F) корень меняет знак. Поэтому для построения траектории луча при численном решении дифференциального уравнения (14) необходимо определить точку F как можно точнее. Поскольку точка F является точкой минимума величины $\sqrt{\Delta}$ стандартную процедуру определения нуля функции для этого использовать нельзя. В связи с этим для точного определения координат точки F в процессе численного решения дифференциального уравнения (13) при приближении к этой точке применяется итерационная параболическая аппроксимация $\sqrt{\Delta}$ по трём значениям. Найденная в результате траектория луча представляет собой численное решение дифференциального уравнения (13) на участке $(-1, z_F)$ с начальным условием $x = 0, z = -1$, а после прохождения точки F , решение

уравнения (13) на участке (z_F, z_A) с противоположным знаком корня при начальном условии $z = z_F, x = x_F$. Величина z_A определяется условием $\sqrt{x_A^2 + z_A^2} = 1$ пересечения лучом поверхности линзы.

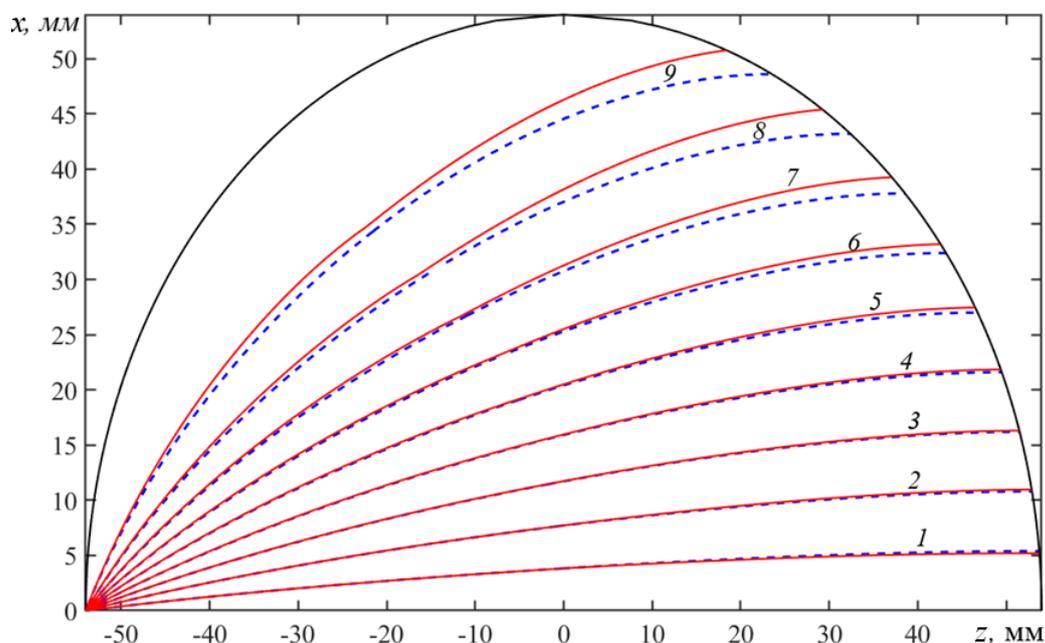


Рис. 8. Траектории лучей: $h = 0.1$ (1), $h = 0.2$ (2), $h = 0.3$ (3), $h = 0.4$ (4), $h = 0.5$ (5), $h = 0.6$ (6), $h = 0.7$ (7), $h = 0.8$ (8), $h = 0.9$ (9); «необыкновенные» лучи – сплошные линии, «обыкновенные» лучи – штриховые линии.

Результаты расчета траекторий лучей в E плоскости путем численного решения дифференциального уравнения (14) приведены на рис. 8. Для сравнения на том же рисунке приведены траектории «обыкновенных» лучей.

Учитывая, что элемент длины луча в декартовой системе координат $dl = \sqrt{(dx)^2 + (dz)^2}$ и подставляя это выражение в формулу (12), получаем для распределения эйконала в E плоскости:

$$L = \int_{-1}^{z_F} n(x, z) \sqrt{1 + (dx/dz)^2} dz + \int_{z_F}^{z_A} n(x, z) \sqrt{1 + (dx/dz)^2} dz, \quad (15)$$

где производная dx/dz определена в уравнении (14).

Используя полученные формулы, можно найти распределение эйконала на поверхности линзы в E и H плоскости. В общем случае распространения волны

в неоднородной анизотропной среде "обыкновенный" и "необыкновенный" лучи не разделяются [24]. В работе [22] для расчета эйконала в этих плоскостях было использовано «квазиизотропное» приближение – интегрирование по «обыкновенному» лучу в формуле (12) с использованием коэффициента преломления анизотропной среды. Для использования этого приближения в нашем случае запишем уравнение «обыкновенного» луча (П2.9) в декартовых координатах [20]:

$$z^2 + x^2(1 + 2(1 - h^2) / h^2) - 2xz\sqrt{1 - h^2} / h - 1 = 0. \quad (16)$$

Из этого уравнения следует:

$$\frac{dx}{dz} = \frac{z - x\sqrt{1 - h^2} / h}{z\sqrt{1 - h^2} / h + (1 - 2 / h^2)x}, \quad (17)$$

и:

$$\frac{dl}{dz} = \sqrt{1 + \left(\frac{z - x\sqrt{1 - h^2} / h}{z\sqrt{1 - h^2} / h + (1 - 2 / h^2)x} \right)^2} \quad (18)$$

Выражая r и угол β через x и z , из формулы (12) получим:

$$n(x, z) = \frac{n_x(x, z)n_z(x, z)}{\sqrt{n_z(x, z)^2 + (n_x(x, z)^2 - n_z(x, z)^2)(dx)^2 / ((dx)^2 + (dz)^2)}} \quad (19)$$

Из формулы (16), выражая x через z и поставляя выражения (18), (19) в (15), получаем:

$$L = \int_0^{z_A} \frac{n_r(z)n_z(z)\sqrt{1 + (x(z)\sqrt{1 - h^2} / h + (1 - 2 / h^2)z)^2 / (x(z) - z\sqrt{1 - h^2} / h)^2}}{\sqrt{(n_z(z)^2 + (n_x(z)^2 - n_z(z)^2)(dx)^2 / ((dx)^2 + (dz)^2))}} dz, \quad (20)$$

Где $z_A = R_{\text{пл}}\sqrt{1 - h^2}$.

Результаты расчета распределения эйконала в E плоскости при интегрировании по «обыкновенному» и «необыкновенному» лучу приведены на рис. 9. На том же рисунке приведено распределение эйконала в H плоскости.

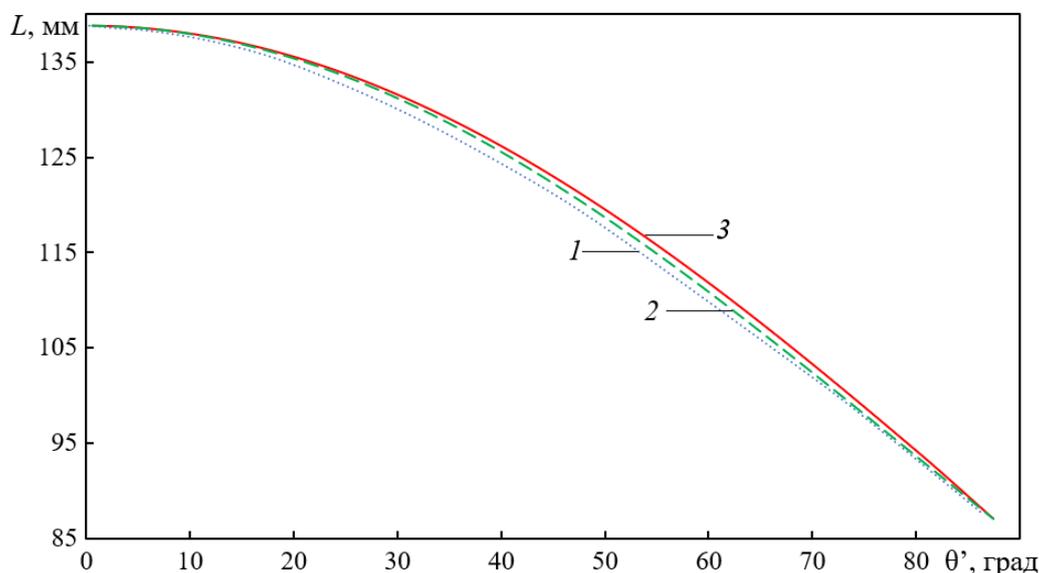


Рис. 9. Распределение эйконала на поверхности линзы: интегрирование по «необыкновенным» лучам в E плоскости (1), интегрирование по «обыкновенным» лучам в E плоскости (2), распределение эйконала в H плоскости (3).

Как видно на рисунке 9, использование «квазиизотропного» приближения для расчета распределения эйконала на поверхности линзы Лüneбургa, в отличие от линзы Микаэляна [22], недостаточно точно описывает эйконал в E плоскости. Поэтому далее для расчета эйконала использована формула усреднения по азимутальному углу:

$$L = \frac{L_m(\theta', \varphi' = \frac{\pi}{2}) + L(\theta', \varphi' = 0)}{2} + \cos(2\varphi) \frac{L(\theta', \varphi' = \frac{\pi}{2}) - L_m(\theta', \varphi' = 0)}{2} \quad (21)$$

На рис. 10 представлены результаты расчёта фазового распределения на частоте 20 ГГц, выполненные двумя методами: геометрической оптики и МКЭ.

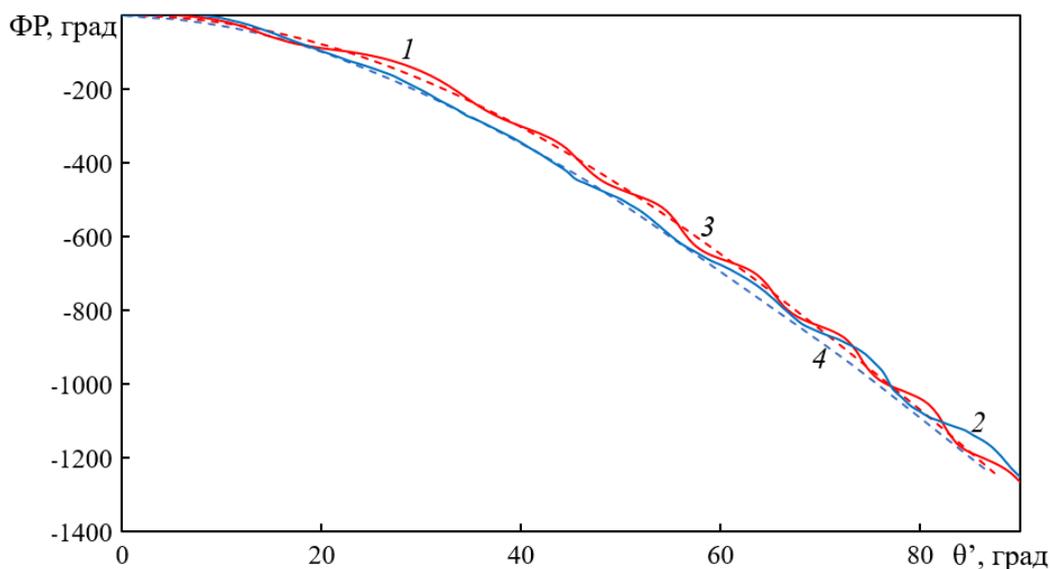


Рис. 10. Распределения фазы на поверхности линзы на частоте 20 ГГц: МКЭ H плоскость (1), E плоскость (2), геометрическая оптика H плоскость (3), E плоскость (4).

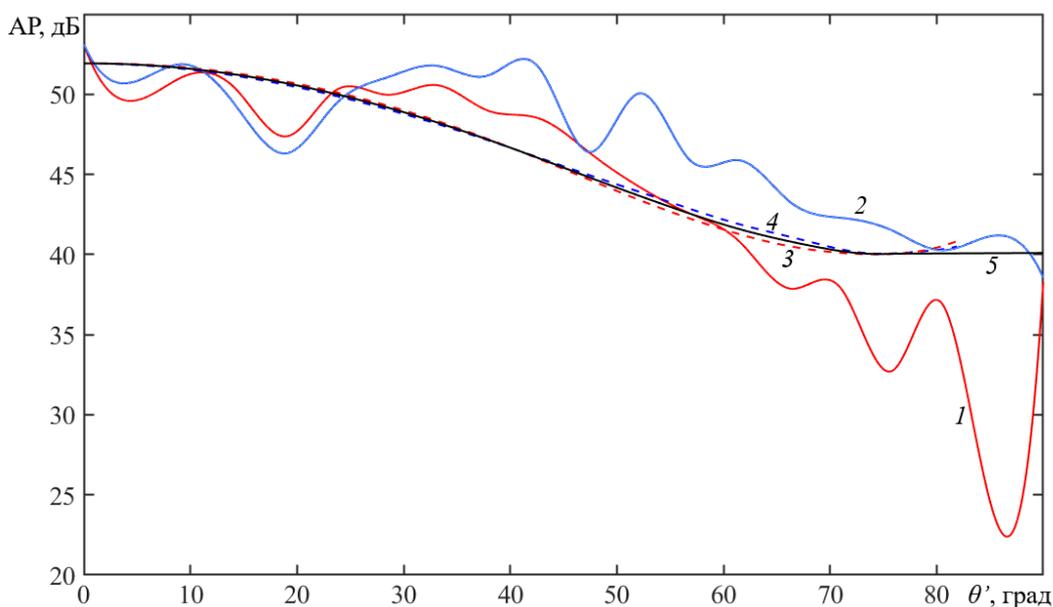


Рис. 11. Распределения амплитуды поля на поверхности линзы на частоте 20 ГГц: МКЭ H плоскость (1), E плоскость (2), геометрическая оптика H плоскость (3), E плоскость (4).

На рис. 11 приведены результаты расчёта амплитудного распределения в апертуре антенны, полученные с использованием МКЭ и геометрической оптики.

На рис. 12 представлены ДН линзовой антенны в E и H плоскостях, рассчитанные с использованием МКЭ и метода Кирхгофа.

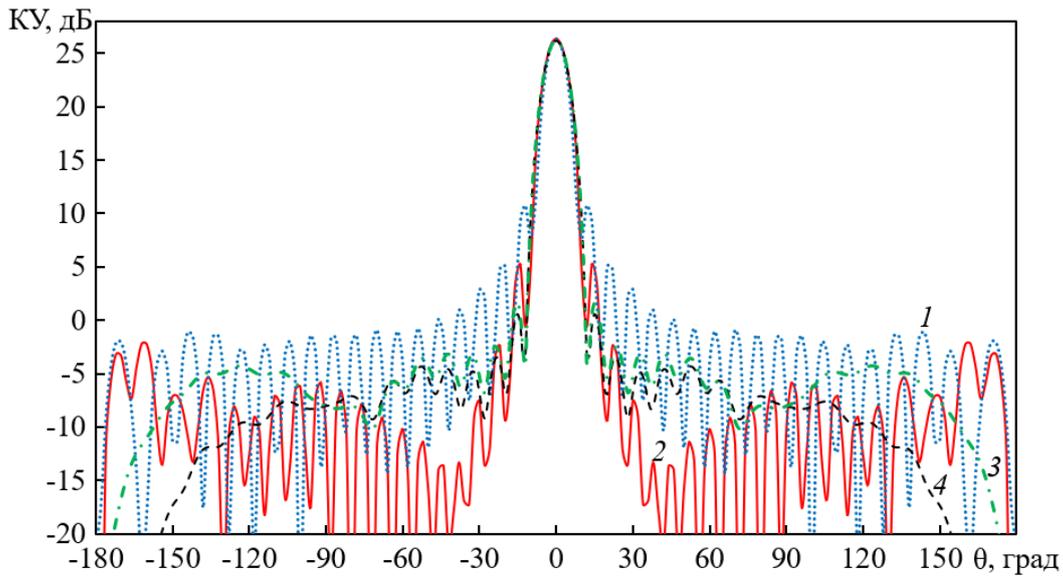


Рис. 12. Диаграммы направленности линзовой антенны: МКЭ E плоскость (1), H плоскость (2), Кирхгоф E плоскость (3), H плоскость (4).

Максимальное значение КУ определяется при подстановке в формулу (10) выражения

$$E(0) = j \frac{e^{-jkr_M}}{r_M} \frac{\pi R_{\Pi}^2}{\lambda} \int_0^{\pi/2} E_y(\theta') \exp(jk \left(\frac{L_m(\theta', \varphi' = \frac{\pi}{2}) + L(\theta', \varphi' = 0)}{2} - R_{\Pi} \cos(\theta') \right)) \times (22)$$

$$\times J_0(k \frac{L(\theta', \varphi' = 0) - L(\theta', \varphi' = \frac{\pi}{2})}{2}) \sin 2\theta' d\theta'$$

Результаты расчета КУ и КИП с использованием МКЭ приведены на рис. 13 только до частоты 30 ГГц, в связи с ограничением оперативной памяти компьютера (1 ТБ).

Результаты расчета КУ и КИП с использованием метода Кирхгофа, приведенные на рис. 13, показывают снижение величины КИП с увеличением частоты и при диаметре линзы более 20 длин волн величина КИП становится менее 0.5.

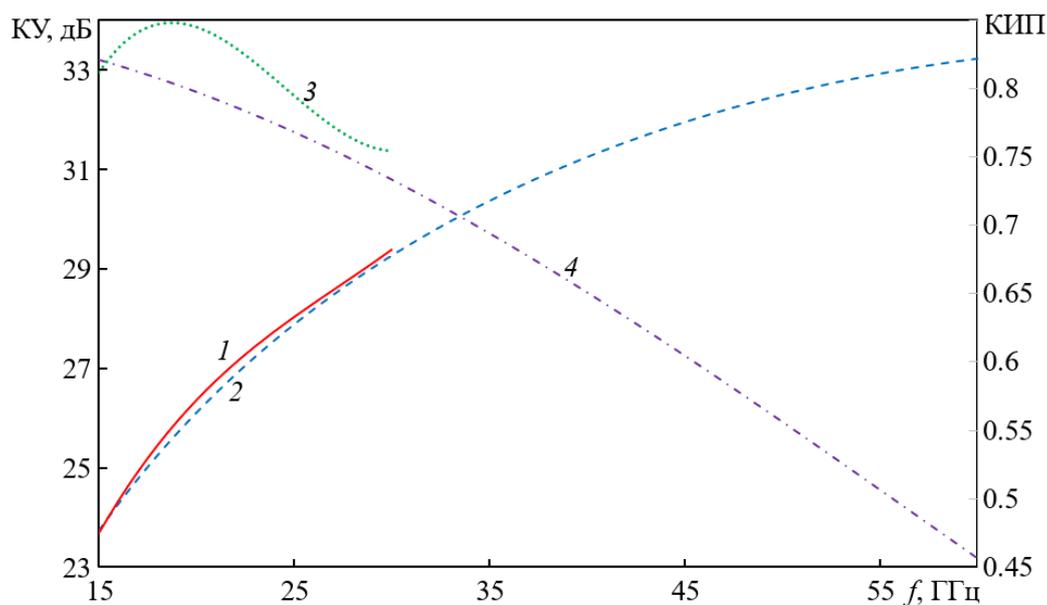


Рис. 13. Зависимости КУ (1, 2) и КИП (3, 4) от частоты: МКЭ (1, 3), Кирхгоф (2, 4).

Заключение

На основе полученных результатов можно сделать следующие выводы:

1) При расположении облучателя в плоскости, ортогональной отверстиям и поляризации его электрического поля в этой плоскости влияние анизотропии коэффициента преломления на характеристики излучения линзовой антенны на основе перфорированной линзы Люнебурга – отсутствует.

2) При расположении облучателя в плоскости, ортогональной отверстиям и поляризации электрического поля, параллельной отверстиям, влияние анизотропии коэффициента преломления на характеристики излучения линзовой антенны на основе перфорированной линзы Люнебурга проявляется в снижении величины КИП с частотой, при этом при диаметре линзы из полистирола менее 20 длин волн антенна остается эффективной (КИП больше 0.5).

3) При расположении облучателя в других плоскостях характеристики излучения антенны зависят от углового положения облучателя. В частности, при положении облучателя на оси симметрии (оси z) эти характеристики не зависят от поляризации облучателя и аналогичны характеристикам, описанным в разделе 2 для поляризации электрического поля облучателя

параллельной отверстиям. При изменении углового положения облучателя характеристики излучения антенны будут приближаться к характеристикам, описанным в разделах 1, 2 данной работы.

Приложение 1. Вывод выражений для ДН эквивалентных токов на сферической поверхности в E и H плоскости

В соответствии с принципом эквивалентности, электромагнитное поле излучения в точке наблюдения M , находящейся в дальней зоне, может быть определено через заданные значения электрического и магнитного поля на выделенной замкнутой поверхности, охватывающей область возбуждения [21]

$$\begin{aligned} \vec{E}_M = j \frac{\omega \mu_0}{4\pi} \int_S [\vec{r}_0 [[\vec{n} \vec{H}]] \vec{r}_0] \frac{e^{-jkr_{MA}}}{r_M} dS - \\ - j \frac{k}{4\pi} \int_S [[\vec{n} \vec{E}]] \vec{r}_0 \frac{e^{-jkr_{MA}}}{r_M} dS \end{aligned} \quad , \quad (П1.1)$$

где k – волновое число, ω – круговая частота, μ_0 – магнитная проницаемость, \vec{E} , \vec{H} – вектора электрического и магнитного поля на поверхности сферы, r_{MA} – расстояние от точки наблюдения M до точки A , r_M – расстояние от точки M до начала координат (рис.П1), \vec{n} – орт нормали к поверхности раздела, \vec{r}_0 – орт, имеющий направление радиуса вектора, проведенного через точки A в точки M .

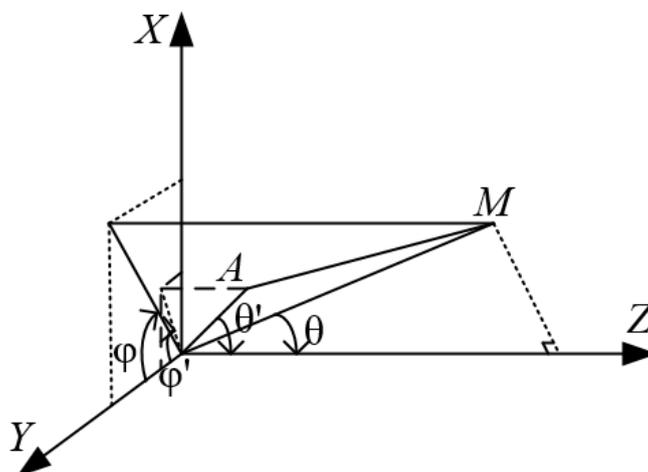


Рис. П1.1.К расчету поля методом Кирхгофа.

Рассмотрим сначала ДН в плоскости $\varphi = 0$ и горизонтальную поляризацию электрического поля на поверхности линзы. При этом единичные векторы \vec{n} и \vec{r}_0 , а также векторы электрического и магнитного полей имеют следующие компоненты:

$$\vec{n} = \begin{bmatrix} \sin \theta' \sin \varphi' \\ \sin \theta' \cos \varphi' \\ \cos \theta' \end{bmatrix}, \vec{E} = \begin{bmatrix} 0 \\ E_y \\ 0 \end{bmatrix}, \vec{H} = \begin{bmatrix} H_x \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \vec{r}_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ \sin \theta \\ \cos \theta \end{bmatrix}. \quad (\text{П1.2})$$

Учитывая эти выражения, нетрудно показать, что:

$$[[\vec{n}\vec{E}]\vec{r}_0] = -\vec{x} \sin \theta \sin \theta' \sin \varphi' E_y + \vec{y} \cos \theta \cos \theta' E_y, \quad (\text{П1.3})$$

$$[\vec{r}_0[[\vec{n}\vec{H}]\vec{r}_0]] = \vec{y} H_x \cos \theta (\cos \theta \cos \theta' + \sin \theta \sin \theta' \cos \varphi') - \vec{z} H_x \sin \theta (\cos \theta \cos \theta' - \sin \theta \sin \theta' \cos \varphi'). \quad (\text{П1.4})$$

Подставляя выражения (П1.3) и (П1.4) в (П1.1) получаем для поля в дальней зоне:

$$\begin{aligned} \vec{E} = & -\frac{e^{-jkR_M} R_{\pi}^2}{r_M \lambda} \left(j2\vec{x} \int_0^{\pi} E_y \exp(j\phi(\theta')) - \right. \\ & - jkR_{\pi} \cos \theta \cos \theta' \sin \theta \sin^2 \theta' \sin(kR_{\pi} \sin \theta' \sin \theta) / (kR_{\pi} \sin \theta' \sin \theta) d\theta' - \\ & - j\frac{\pi\vec{y}}{2} \int_0^{\pi} E_y \exp(j\phi(\theta')) - jkR_{\pi} \cos \theta \cos \theta' \cos \theta \sin 2\theta' (\cos \theta + 1) J_0(kR_{\pi} \sin \theta' \sin \theta) d\theta' - \\ & - \frac{\pi\vec{y}}{2} \int_0^{\pi} E_y \exp(j\phi(\theta')) - jkR_{\pi} \cos \theta \cos \theta' \sin 2\theta \sin^2 \theta' J_1(kR_{\pi} \sin \theta' \sin \theta) d\theta' + \\ & + j\frac{\pi\vec{z}}{4} \int_0^{\pi} E_y \exp(j\phi(\theta')) - jkR_{\pi} \cos \theta \cos \theta' \sin 2\theta \sin 2\theta' J_0(kR_{\pi} \sin \theta' \sin \theta) d\theta' - \\ & \left. - j2\vec{z} \int_0^{\pi} E_y \exp(j\phi(\theta')) - jkR_{\pi} \cos \theta \cos \theta' \sin^2 \theta \sin^2 \theta' \sin(kR_{\pi} \sin \theta' \sin \theta) / (kR_{\pi} \sin \theta' \sin \theta) d\theta' \right) \end{aligned}, \quad (\text{П1.5})$$

где $\phi(\theta')$ – фазовое распределение на поверхности линзы.

В плоскости $\varphi = \pi / 2 \times \vec{r}_0 = \vec{x} \sin \theta + \vec{z} \cos \theta$,

$$[[\vec{n}\vec{E}]\vec{r}_0] = \vec{y} E_y (\sin \theta \sin \theta' \sin \varphi' + \cos \theta' \cos \theta), \quad (\text{П1.6})$$

$$\begin{aligned} & [\vec{r}_0[[\vec{n}\vec{H}]\vec{r}_0]] = \\ & = H_x(\vec{x} \cos \theta \sin \theta \sin \theta' \cos \varphi' + \vec{y} \cos^2 \theta \cos \theta' - \vec{z} \sin^2 \theta \sin \theta' \cos \varphi') \end{aligned} \quad (\text{П1.7})$$

Поставляя (П1.6) и (П1.7) в (П1.1), получим распределение электрического поля в плоскости $\varphi = \pi / 2$ для поля в дальней зоне:

$$\begin{aligned} \vec{E} = & \frac{e^{-jkR_M} R_n^2}{r_M \lambda} \left(j \frac{\pi \vec{x}}{2} \int_0^\pi E_y \exp(j\phi(\theta') - jkR_n \cos \theta \cos \theta') \sin 2\theta \sin^2 \theta' J_1(kR_n \sin \theta' \sin \theta) d\theta' + \right. \\ & + j \frac{\pi \vec{y}}{2} \int_0^\pi E_y \exp(j\phi(\theta') - jkR_n \cos \theta \cos \theta') (\cos \theta \sin 2\theta' (\cos \theta + 1)) J_0(kR_n \sin \theta' \sin \theta) d\theta' + \\ & + j 2 \vec{y} \int_0^\pi E_y \exp(j\phi(\theta') - jkR_n \cos \theta \cos \theta') \sin \theta \sin^2 \theta' \sin(kR_n \sin \theta' \sin \theta) / (kR_n \sin \theta' \sin \theta) d\theta' - \\ & \left. - j \pi \vec{z} \int_0^\pi E_y \exp(j\phi(\theta') - jkR_n \cos \theta \cos \theta') \sin^2 \theta \sin^2 \theta' J_1(kR_n \sin \theta' \sin \theta) d\theta' \right) \end{aligned} \quad (\text{П1.8})$$

Формулы для поля в дальней зоне при вертикальной поляризации электрического поля на поверхности линзы получаются из приведенных выше при замене $\varphi = 0$ на $\varphi = \pi / 2$ и наоборот.

Приложение 2. Вывод уравнения «необыкновенного луча» в одноосной анизотропной среде с радиальной зависимостью компонент тензора коэффициента преломления

Рассмотрим задачу о преломлении лучей на границах сферических слоев диэлектрика анизотропной сферически стратифицированной среде (Рис. П1).

Нетрудно показать, что при этом выполняется закон Снелиуса:

$$n_i \sin j = n_{i+1} \sin \theta_{i+1}. \quad (\text{П2.1})$$

Из теоремы синусов для треугольника АВО (рис. П2.1) следует:

$$\frac{r_i}{\sin j} = \frac{r_{i+1}}{\sin \theta_i}. \quad (\text{П2.2})$$

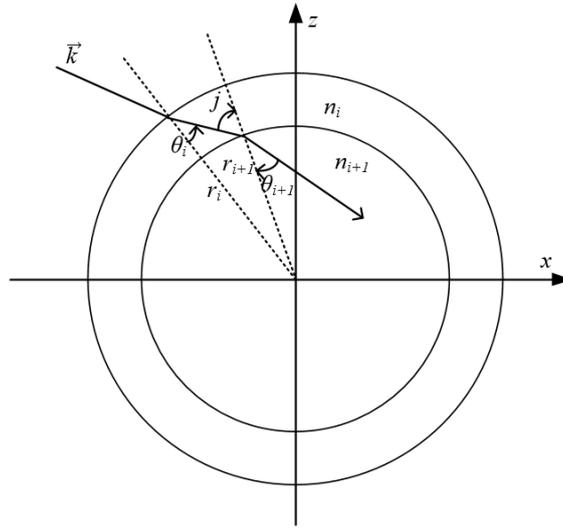


Рис. П2.1. Преломление в сферически стратифицированной среде.

Подставляя (П2.2) в (П2.1), получим:

$$r_i n_i \sin \theta_i = r_{i+1} n_{i+1} \sin \theta_{i+1} = const \quad (\text{П2.3})$$

Таким образом, величина $r n \sin \theta$ в сферически стратифицированной и, в пределе, градиентной среде, является постоянной. Эта величина получила название постоянная Клеро.

В случае одноосной анизотропной среды коэффициент преломления имеет вид [23]:

$$n(r, \beta) = \frac{n_x(r) n_z(r)}{\sqrt{n_x(r)^2 \sin^2 \beta + n_z(r)^2 \cos^2 \beta}}, \quad (\text{П2.4})$$

где β – угол между вектором E и осью анизотропии z (рис. П2.2).

Обозначим постоянную Клеро h . Тогда с учетом П2.4:

$$h = \frac{r \sin \theta_1 n_x(r) n_z(r)}{\sqrt{n_x(r)^2 \sin^2 \beta + n_z(r)^2 \cos^2 \beta}}. \quad (\text{П2.5})$$

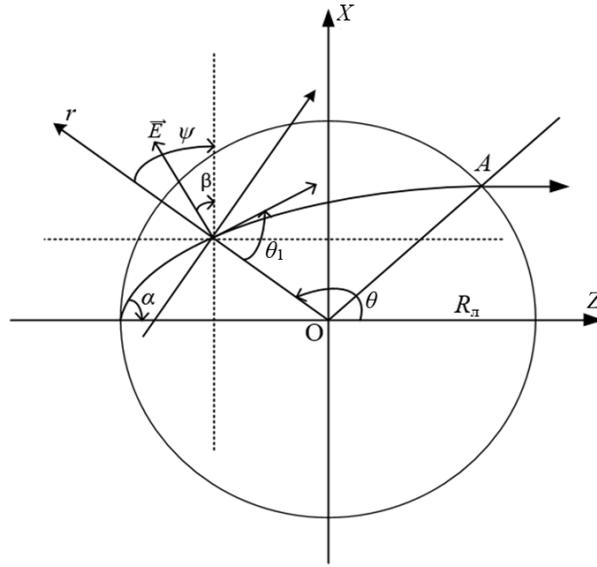


Рис. П2.2. К выводу уравнения «необыкновенного» луча.

На рис. П2.2 видно, что $\theta_1 + \psi = \pi / 2 + \beta$, где ψ – угол между осью тензора и радиус-вектором. Выражая угол β через углы θ , ψ и подставляя в (П2.5), получим:

$$h = \frac{r \sin \theta_1 n_x(r) n_z(r)}{\sqrt{n_x^2(r) \cos^2(\theta_1 + \psi) + n_z^2(r) \sin^2(\theta_1 + \psi)}}. \quad (\text{П2.6})$$

Из формулы (П2.6) нетрудно получить:

$$\text{tg}(\theta_1) = \frac{\text{tg} \psi h^2 n_z^2(r) - \sqrt{\Delta}}{n_x^2(r) n_z^2(r) r^2 - h^2 n_z^2(r) - \text{tg} \psi \sqrt{\Delta}}, \quad (\text{П2.7})$$

где $\Delta = h^2 n_x^2(r) n_z^2(r) (r^2 n_x^2(r) \cos^2 \psi + r^2 n_z^2(r) \sin^2 \psi - h^2)$.

Учитывая, что $\theta = \pi / 2 + \psi$ и $rd\theta / dr = \text{tg}(\theta_1)$, получаем дифференциальное уравнение для «необыкновенного» луча:

$$rd\theta / dr = \frac{\sin \theta \sqrt{\Delta} + \cos \theta h^2 n_z^2(r)}{h^2 n_z^2(r) \sin \theta - \cos \theta \sqrt{\Delta} - n_x^2(r) n_z^2(r) r^2 \sin \theta}, \quad (\text{П2.8})$$

где $\Delta = h^2 n_x^2(r) n_z^2(r) (r^2 n_x^2(r) \sin^2 \theta + r^2 n_z^2(r) \cos^2 \theta - h^2)$.

В случае изотропной среды $n_x = n_z$ и уравнение (П2.8) переходит в дифференциальное уравнение для «обыкновенного» луча, решение которого имеет вид [20]:

$$\theta = - \int_1^{R_m} \frac{h}{r \sqrt{n_x^2(r)r^2 - h^2}}. \quad (\text{П2.9})$$

где R_m – минимальное расстояние луча от центра линзы.

Финансирование: Работа выполнена за счет бюджетного финансирования в рамках государственного задания.

Литература

1. R.K. Luneburg. The Mathematical Theory of Optics. Brown University. Providence. Rhode Islands. 1944.
2. Ахияров В.В., Калошин В.А., Никитин Е.А. Исследование широкополосных планарных линз Люнебурга // Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2014. № 1. <http://jre.cplire.ru/jre/jan14/18/text.pdf>.
3. Калошин В.А., Буй Ван Чунг. О синтезе анизотропных линз Люнебурга // РЭ. 2024. Т.69. №.12. С.1162-1169.
4. Ryazantsev R.O., Salomatov Y.P., Panko V.S., Sugak M.I. Flat-layered spherical lens antenna system in conditions of slant polarized feeder radiation. Proc. Control and Commun. (SIBCON). IEEE. 2016. P. 1-3.
5. Ratajczak Ph. Design of a 3D Printed Luneburg Lens Antenna for Multiple Beams Applications at mm-wave Frequencies. 13th Eur. Conf. Antennas and Propagation (EuCAP). IEEE. 2019. P. 1-4.
6. Захаров Е.В., Ильинский А.С., Медведев Ю.В. и др. Гибридные диэлектрические линзовые антенны средств связи сантиметрового и миллиметрового диапазонов // Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2020. № 2. <http://jre.cplire.ru/jre/feb20/3/text.pdf>.

7. Denisov D.V., Shabunin S.N., Kusaykin D.V., Klevakin M.A. Base station multibeam antenna for 5G network based on the Luneburg lens structure // IEEE 15th Int. Conf. Actual Problems of Electronic Instrument Engineering (APEIE). Novosibirsk, Russia. 2021. P. 260.
8. Qu B., Yan S., Zhang A. et al. 3-D printed cylindrical Luneburg lens for dual polarization // IEEE Anten. and Wireless Propag. Lett. 2021. V. 20. № 6. P. 878.
9. Guo Y.J., Ansari M., Ziolkowski R.W., Fonseca N. J. G. Quasi-Optical Multi-Beam Antenna Technologies for B5G and 6G mmWave and THz Networks: A Review // IEEE Open J. Anten. Propag. 2021. V. 2. P. 807.
10. Ansari M., Jones B., Zhu H. et al. A highly efficient spherical Luneburg lens for low microwave frequencies realized with a metal-based artificial medium // IEEE Trans. 2021. V. AP-69. № 7. P. 3758.
11. Taskhiri M. M. The focusing lens design in Ku-band using ray inserting method (RIM) // IEEE Trans. 2021. V. AP-69. № 10. P. 6294.
12. Ansari M., Jones B., Shariati N., Guo Y. J. A highly efficient spherical Luneburg lens for low microwave frequencies realized with a metal-based artificial medium // 15th Eur. Conf. Anten. Propag. (EuCAP). 2021. Dusseldorf. Germany. P. 1.
13. Liu J., Lu H., Dong Z. et al. Design and Analysis of Wideband Lens Antenna Using Periodic Structures // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 2022. – Vol. 70, No. 1. – P. 697.
14. Александрин А.М., Рязанцев Р.О., Саломатов Ю.П., Сугак М.И. Сферическая линза Лüneберга из искусственного диэлектрика // Известия высших учебных заведений. Физика. — 2010. — Т. 53, № 9–2. — С. 70–72.
15. Perez-Quintana D., Bilitos C., Ruiz-Garcia J. et al. Fully metallic Luneburg metalens antenna in gap waveguide technology at V-band // IEEE Trans. 2023.V. AP-71. № 4. P. 2930.
16. Prince T.J., Elmansouri M.A., Filipovic D.S. Cylindrical Luneburg lens antenna systems for amplitude-only direction-finding applications// IEEE Trans. 2023. V. AP-71. № 10. P. 7924.

17. Lian J.W., Ansari M., Hu P. et al. Wideband and high-efficiency parallel-plate Luneburg lens employing all-metal metamaterial for multibeam antenna applications // IEEE Trans. 2023.V. AP-71. № 4. P. 3193.
18. O. Zetterstrom, N. J. G. Fonseca and O. Quevedo-Teruel. Collimating truncated virtual image lens // IEEE Trans. 2024. V. AP-72, №. 5, pp. 3928-3937.
19. Mrnka M., Raida Z. An effective permittivity tensor of cylindrically perforated dielectrics //IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters. – 2017. – V. 17. – №. 1. – С. 66-69.
20. Е.Г. Зелкин, Р.А. Петрова. Линзовые антенны. М.: Сов. Радио. 1974.
21. А.З. Фрадин. Антенны сверхвысоких частот. 1957.
22. Буй В.Ч., Калошин В.А. Антенна на основе анизотропной линзы Микаэляна из перфорированного диэлектрика // Журнал радиоэлектроники. – 2025. – №2. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2025.2.17>.
23. Е.С. Кухаркин. Основы инженерной электрофизики. Ч1. М.: Высш.школа. 1969.
24. Ю.А. Кравцов, Ю.И. Орлов. Геометрическая оптика неоднородных сред. М. Наука. 1980.

Для цитирования:

Буй Ван Чунг, Калошин В.А. Антенна на основе сферической анизотропной линзы Люнебурга из перфорированного диэлектрика. // Журнал радиоэлектроники. – 2025. – №.5. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2025.5.3>