

УДК 621.3.09

**СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ УСРЕДНЁННОЙ ВЕРОЯТНОСТИ
ПРАВИЛЬНОГО ОБНАРУЖЕНИЯ ДЛЯ СЛУЧАЯ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО
ПРИЁМНИКА В УСЛОВИЯХ МНОГОЛУЧЕВОГО
РАСПРОСТРАНЕНИЯ**

А. С. Гвоздарев, М. А. Гуляева

Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова

Статья поступила в редакцию 7 ноября 2016 г.

Аннотация. В работе на примере энергетической схемы принятия решения системой когнитивного радио о занятости некоторой частотной полосы рассмотрена задача анализа зависимости усреднённой вероятности правильного обнаружения от параметров многолучевого канала, в котором происходит распространение сигнала. Используются модели каналов k - μ и η - μ , представляющие собой обобщение большого числа существующих и часто используемых на практике моделей: Рэлея, Райса, Накагами, Хойта, логнормальной, односторонней нормальной и др. Проведён анализ зависимости величины отношения сигнал/шум, требуемого для достижения вероятности правильного обнаружения на уровне 0.9, от параметров рассматриваемых каналов.

Ключевые слова: энергетический приёмник, вероятность правильного обнаружения, многолучевое рассеяние.

Abstract. The dependency of an average probability of correct detection upon the parameters of the multipath fading channel is studied on the example of an energy-based scheme for white space detection in cognitive radio systems. The k - μ and η - μ composite channel models (which are the generalization of a wide variety of existing models, like Rayleigh, Rice, Nakagami, Hoyt, log-normal, one sided normal, etc) are used. For the case of integer-valued parameters we obtained closed analytical expression for averaged probability of detection. This expression was obtained on the

base of earlier solution for more general channel model which takes into account possible loss of site (shadow effects). A numerical analysis (with subsequent physical interpretation) is carried out for the dependence of signal-to-noise ratio, which is required for correct detection probability on the 0.9 level, upon the parameters of the considered models: the number of multipath clusters μ (which represents multipath clustering effects) and the ratio between the total power of the dominant components and the total power of the scattered waves k for k - μ ; the ratio between in-phase and quadrature components η and the number of multipath clusters μ for η - μ ; number of degrees of freedom u (a parameter of the energy-based detection scheme). The performed study of the parameters' joined influence upon the channel characteristics can be used at the channel estimation stage (for further compensation or equalization).

Key words: energy detection, probability of detection, multipath fading.

Введение

Одной из основных задач в когнитивных радиосистемах [1] – [3] является задача обнаружения незанятых полос частотного ресурса с заданной вероятностью верного обнаружения P_D . При этом, с точки зрения практики, существенной оказывается степень влияния параметров канала распространения сигнала. В частности, наличие ситуации многолучевого распространения и, как следствие, замираний сигнала может привести к значительному снижению вероятности обнаружения [4]. На данный момент существует много аналитических моделей, которые способны достаточно адекватно описать существующие экспериментальные данные, среди которых особенно выделяется ряд предложенных в последние годы обобщенных моделей, включающий в себя широкий спектр существующих (см., например, [5]-[9]). Для некоторых из них в силу новизны и высокой сложности аналитических преобразований анализ влияния параметров моделей этих каналов на характеристики обнаружения для случая ряда приемников отсутствует. На практике одним из наиболее часто используемых в силу

простоты своей технической реализации методов обнаружения наличия сигнала первичного пользователя и, как следствие, занятости анализируемой полосы частот является энергетическое обнаружение [11]-[13]. При этом в случае наличия случайных искажений в канале связи, а значит флуктуаций мгновенного отношения сигнал/шум (ОСШ) с течением времени, качество функционирования приёмника характеризуется усредненной вероятностью правильного обнаружения ($\overline{P_D}$).

В работе рассматривается ситуация распространения сигнала в каналах с медленными замираниями, в которых распределение мгновенного отношения сигнал/шум задаётся моделями k - μ и η - μ , предложенными в работах [7], [9] и представляющими собой обобщение большого числа существующих моделей, например, логнормальной, Рэлеевской, Райсовской, Накагами, Хойта, односторонней Гауссовской и др. При этом исследуется зависимость величины $\overline{P_D}$ для случая энергетического обнаружения от параметров рассматриваемых каналов.

1. Модели каналов

Физически рассматриваемые модели описывают распространение электромагнитной энергии в виде совокупности многолучевых кластеров. В рамках каждого кластера выделяются доминантная компонента и множество рассеянных волн, фазы которых распределены равномерно, а время задержки в рамках кластера примерно одинаково [5].

1.1 k - μ модель

Канал k - μ является наиболее общей моделью, которая обеспечивает улучшенное моделирование мелкомасштабных замираний сигнала в условиях прямой видимости. Модель рассматривает сигнал, как состоящий из многолучевых кластеров в неоднородной среде. Предполагается, что кластеры состоят из рассеянных волн с одинаковыми мощностями, но внутри каждого кластера может быть найдена доминирующая компонента [7]. Распределение k - μ задаётся двумя параметрами: $\mu > 0$ - определяет количество путей

распространения (кластеров многолучевого канала) и $\kappa > 0$ - определяется как соотношение суммарной энергии основных лучей в каждом из кластеров к суммарной энергии всех остальных лучей [7]. Плотность распределения вероятности (ПРВ) мгновенного значения ОСШ γ в канале задается как [5] :

$$f_{\gamma}(\gamma) = \frac{\mu(\kappa+1)^{\frac{\mu+1}{2}} \bar{\gamma}^{\frac{\mu-1}{2}}}{\kappa^{\frac{\mu-1}{2}} \exp(\mu\kappa) \bar{\gamma}^{\frac{\mu+1}{2}}} \exp\left(-\frac{\mu(\kappa+1)\gamma}{\bar{\gamma}}\right) I_{\mu-1}\left(2\mu\sqrt{\frac{\kappa(\kappa+1)\gamma}{\bar{\gamma}}}\right) \quad (1)$$

где $I_n(\cdot)$ модифицированная функция Бесселя первого рода порядка n , а $\bar{\gamma}$ - среднее значение γ . В частном случае $\mu=1$ (1) переходит в распределение Райса, а при $\kappa \rightarrow 0$ в распределение Накагами.

1.2 η - μ модель

В отличие от κ - μ , модель η - μ учитывает эффекты, связанные с отсутствием прямой видимости [7]. Фазы рассеянных волн в пределах каждого кластера являются случайными и имеют схожие времена задержки. Кроме того, предполагается, что задержка времени распространения различных кластеров относительно велика.

Модель η - μ описана в двух различных форматах [5]. В первом случае синфазные и квадратурные компоненты затухающего сигнала в пределах каждого кластера считаются независимыми друг от друга и имеют различные мощности, а соотношение между ними задается параметром $0 < \eta < \infty$. Во втором формате $-1 < \eta < 1$ задаёт корреляцию между синфазными и квадратурными компонентами рассеянных волн в каждом многолучевом кластере. В обоих форматах параметр $\mu > 0$ определяет число кластеров многолучевого распространения. ПРВ мгновенного значения ОСШ в канале задаётся выражением (см., например, [5]):

$$f_{\gamma}(\gamma) = \frac{2\sqrt{\pi}\mu^{\mu+\frac{1}{2}} h^{\mu} \gamma^{\mu-\frac{1}{2}}}{\Gamma(\mu) H^{\mu-\frac{1}{2}} \bar{\gamma}^{\mu-\frac{1}{2}}} \exp\left[-2\mu h \frac{\gamma}{\bar{\gamma}}\right] I_{\mu-\frac{1}{2}}\left(2\mu H \frac{\gamma}{\bar{\gamma}}\right), \quad (2)$$

где определение переменных h и H зависит от используемого формата.

В формате I

$$\begin{cases} h = \frac{(2 + \eta^{-1}\eta)}{4} \\ H = \frac{(\eta^{-1} - \eta)}{4} \end{cases}, \quad (3),$$

тогда как в формате II

$$\begin{cases} h = \frac{1}{(1 - \eta^2)} \\ H = \frac{\eta}{(1 - \eta^2)} \end{cases}. \quad (4)$$

2 Энергетическое обнаружение в каналах κ - μ и η - μ

В работе анализируется поведение усредненной вероятности правильного обнаружения сигнала [12]

$$\overline{P_D} = \int_0^{\infty} P_D(\gamma) f_{\gamma}(\gamma) d\gamma \quad (5)$$

Для случая энергетического способа обнаружения $P_D(\gamma)$ определяется через обобщённую функцию Маркума [11]:

$$P_D(\gamma) = Q_u(\sqrt{\gamma}, \sqrt{\lambda}), \quad (6)$$

где λ – порог принятия решения, определяемый исходя из критерия Неймана-Пирсона при заданной вероятности ложного обнаружения P_F , а u – параметр, численно равный произведению полосы частот на время анализа.

Ранее в [14] авторами было получено аналитическое выражение для усреднённой вероятности ошибки энергетического обнаружения в условиях канала κ - μ с затенением в виде суммы вычетов в полюсах производящей функции моментов:

$$\begin{aligned} \overline{P_D} = Ce^{-\frac{\lambda}{2}} & \left[\lim_{z \rightarrow 0} \frac{1}{(u - \mu - 1)!} \frac{d^{u - \mu - 1}}{dz^{u - \mu - 1}} \left(g(z) z^{u - \mu} \right) + \right. \\ & + \lim_{z \rightarrow \theta_1} \frac{1}{(\mu - m - 1)!} \frac{d^{\mu - m - 1}}{dz^{\mu - m - 1}} \left(g(z) (z - \theta_1)^{\mu - m} \right) + \\ & \left. + \lim_{z \rightarrow \theta_2} \frac{1}{(m - 1)!} \frac{d^{m - 1}}{dz^{m - 1}} \left(g(z) (z - \theta_2)^m \right) \right] \quad (7) \end{aligned}$$

где m – параметр затенения основных лучей в каждом кластере, и использованы следующие обозначения:

$$\left\{ \begin{array}{l} g(z) = \frac{e^{\frac{\lambda}{2}z}}{z^{\mu-\mu} (z-\theta_1)^{\mu-m} (z-\theta_2)^m (1-z)}, \\ C = \left(\frac{\mu(1+\kappa)}{\bar{\gamma} + \mu(1+\kappa)} \right)^\mu \left(\frac{\bar{\gamma}m + \mu(1+\kappa)m}{(\mu\kappa+m)\bar{\gamma} + \mu(1+\kappa)m} \right)^m, \\ \theta_1 = \left(1 + \frac{\mu(1+\kappa)}{\bar{\gamma}} \right)^{-1}, \\ \theta_2 = \left(1 + \frac{\mu(1+\kappa)}{\bar{\gamma}} \frac{m}{(\mu\kappa+m)} \right)^{-1}. \end{array} \right. \quad (8)$$

Данная модель является ещё более общей и в частном случае $m \rightarrow \infty$ переходит в κ - μ .

Учитывая этот факт, можно отметить, что при $m \rightarrow \infty$ точки θ_1 и θ_2 совпадают и, как следствие, пропадает один из полюсов функции $g(z)$. В итоге выражение для $\overline{P_D}$ будет выглядеть как:

$$\overline{P_D} = Ce^{-\frac{\lambda}{2}} \left[\lim_{z \rightarrow 0} \frac{1}{(u-\mu-1)!} \frac{d^{u-\mu-1}}{dz^{u-\mu-1}} \left(g(z) z^{u-\mu} \right) + \lim_{z \rightarrow \theta} \frac{1}{(\mu-1)!} \frac{d^{\mu-1}}{dz^{\mu-1}} \left(g(z) (z-\theta)^\mu \right) \right] \quad (9)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} g(z) = \frac{e^{\frac{\lambda}{2}z}}{z^{u-\mu} (z-\theta)^\mu (1-z)}, \\ C = \left(\frac{\mu(1+\kappa)}{\bar{\gamma} + \mu(1+\kappa)} \right)^\mu, \\ \theta = \left(1 + \frac{\mu(1+\kappa)}{\bar{\gamma}} \right)^{-1}. \end{array} \right. \quad (10)$$

Важно отметить, что получаемое решение справедливо лишь для случая целочисленных параметров (κ, μ, m, u). Данное допущение хоть и является широко используемым, однако оно несколько сковывает возможности модели, так как уменьшает потенциал по подстройке её параметров при описании

результатов натуральных измерений. Однако экспериментальные исследования как раз демонстрируют эффективность рассматриваемых моделей именно в случаях нецелочисленных значений параметров [9], [10]. При этом точки θ_1 и θ_2 в (7) - (8) или θ в (9) - (10) становятся уже не полюсами производящей функции моментов, а точками ветвления, что делает решения (7), (9) не применимым. И так как аналитическая форма записи $\overline{P_D}$ отсутствует, анализ её зависимости от параметров моделей проводилось численными методами в прикладном пакете компьютерной алгебры Wolfram Mathematica. При моделировании обобщенное число кластеров (μ) изменяется в пределах от 0 до 17 с шагом 1 для обеих моделей; пределы изменения отношения суммарной энергии основных лучей в каждом из кластеров к суммарной энергии всех остальных лучей (k) - от 1 до 40 с шагом 0.5; параметр u , равный произведению полосы частот на время анализа, варьировался для модели k - μ от 2 до 100 с шагом 1, а для модели η - μ - от 2 до 50 с шагом 1. При анализе канала η - μ был выбран формат I с η , изменявшимся от 2 до 50 с шагом 0.4.

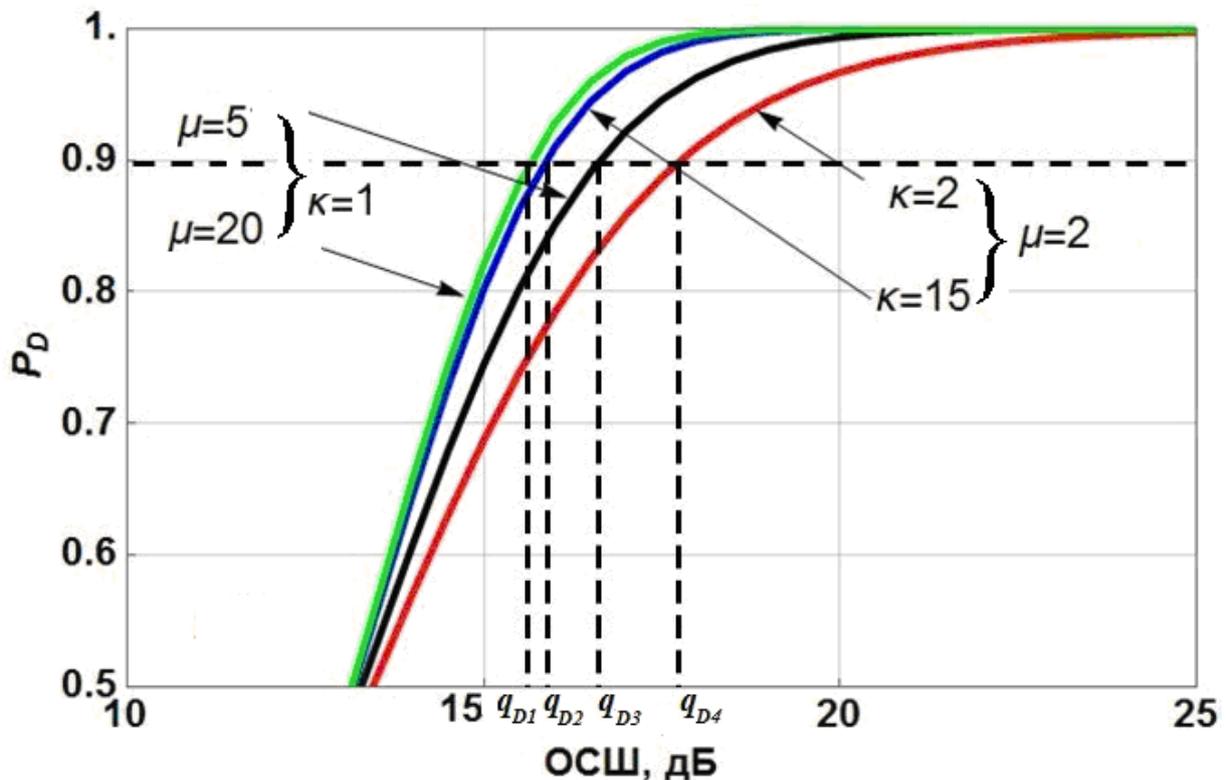


Рис 1 - Зависимость $\overline{P_D}$ от отношения сигнал/шум для модели k - μ .

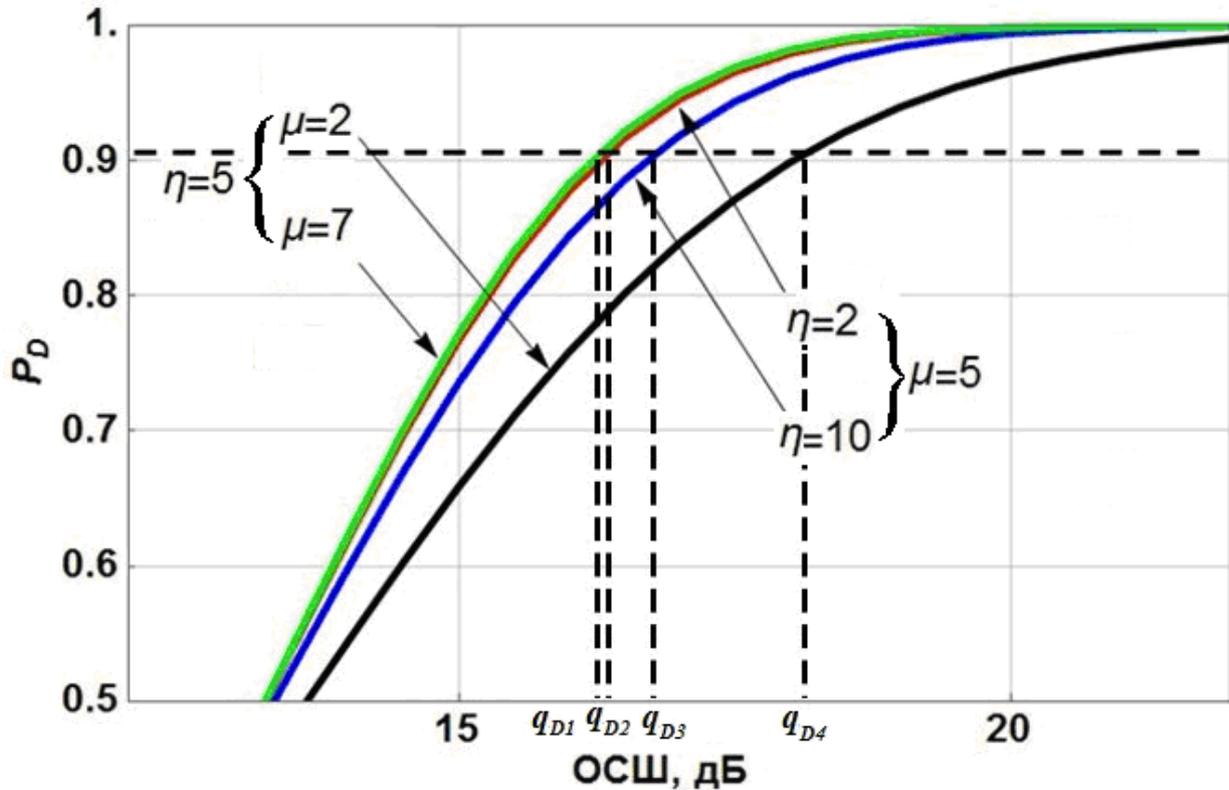


Рис 2 - Зависимость $\overline{P_D}$ от отношения сигнал/шум для модели $\eta - \mu$.

Проведенный качественный анализ поведения усредненной вероятности верного обнаружения от среднего значения отношения сигнал/шум $\bar{\gamma}$ (см. рисунок 1 для модели $k-\mu$ и рисунок 2 для модели $\eta - \mu$) показал наличие существенной нелинейной зависимости от величин параметров рассматриваемых моделей. Для установления количественной зависимости разумно зафиксировать вероятность верного обнаружения на некотором заданном уровне, как показано на рисунках 1 и 2, и проанализировать зависимость среднего ОСШ, требуемого для достижения заданной вероятности (q_D). В работе для определения q_D было выбрано значение $\overline{P_D}$, равное 0,9, что соответствует минимально допустимому уровню вероятности правильного обнаружения системой когнитивного радио занятости анализируемой частотной полосы, например, в соответствии со стандартом IEEE 802.22 [15].

2.1 k - μ модель

Проводя анализ для случая каналов k - μ , можно отметить, что с ростом обобщенного числа кластеров многолучевого распространения (см. рисунок 3) требуемое отношение сигнал/шум монотонно снижается, выходя на уровень "насыщения" при значениях μ около 14. Это можно объяснить тем, что при фиксированном k степень влияния отдельных рассеянных компонент во всех кластерах снижается, позволяя достичь той же вероятности правильного обнаружения при меньших отношениях сигнал/шум.

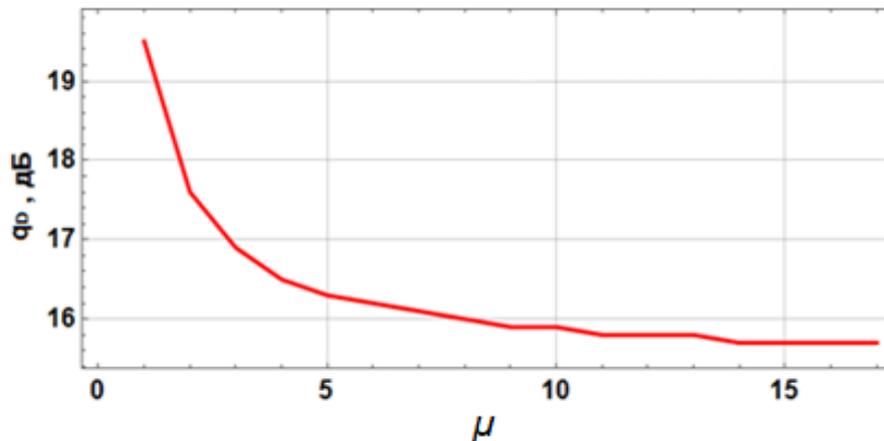


Рис 3 - Зависимость q_D от μ (при $u = 2, k=2$)

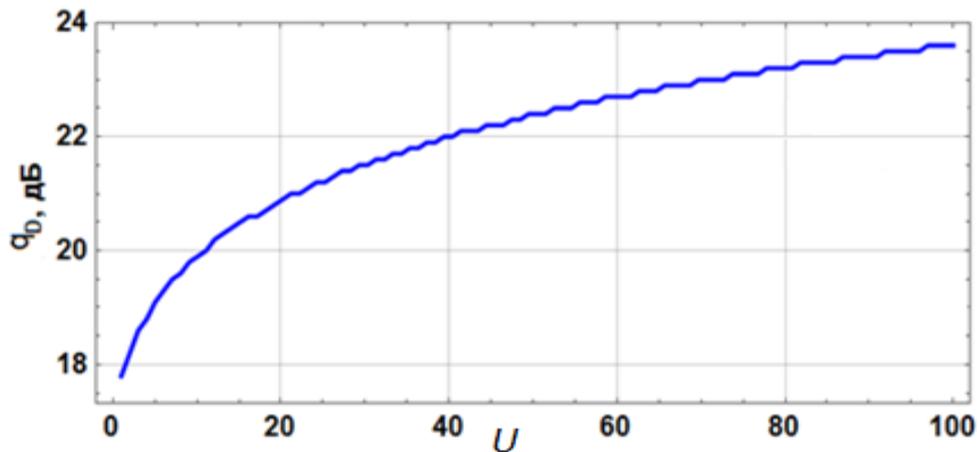


Рис 4 - Зависимость q_D от u (при $k = 2, \mu=2$)

Увеличение числа степеней свободы u (см. рисунок 4), которое при фиксированном времени анализа можно трактовать как расширение полосы частот при заданном сигнале, приводит к снижению мгновенного отношения

сигнал/шум и, как следствие, росту среднего отношения сигнал/шум за время анализа, которое требуется для достижения заданной вероятности $\overline{P_D}$.

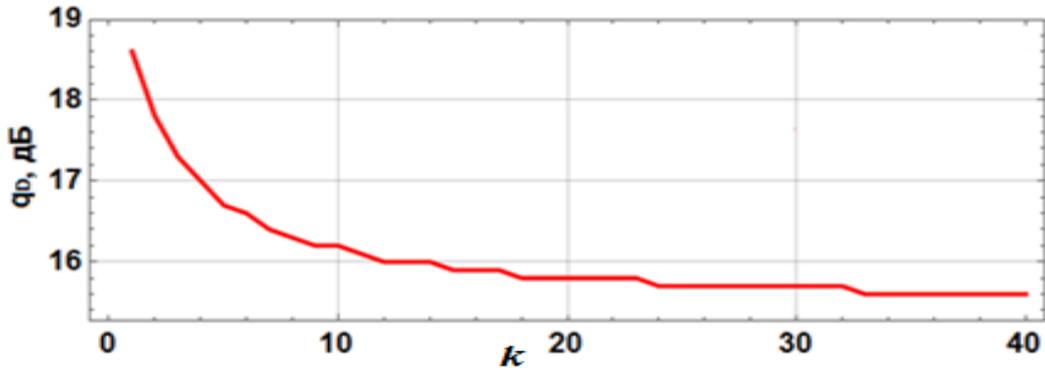


Рис 5 - Зависимость q_D от k (при $u = 2, \mu = 2$)

Увеличение доли энергии, приходящейся на доминантные компоненты (см. рисунок 5), также приводит к монотонному снижению требуемого отношения сигнал/шум. Ужесточение требований к качеству обнаружения (см. рисунок 6) в свою очередь приводит к его росту от 2 до 6 дБ в зависимости от величины параметра k .

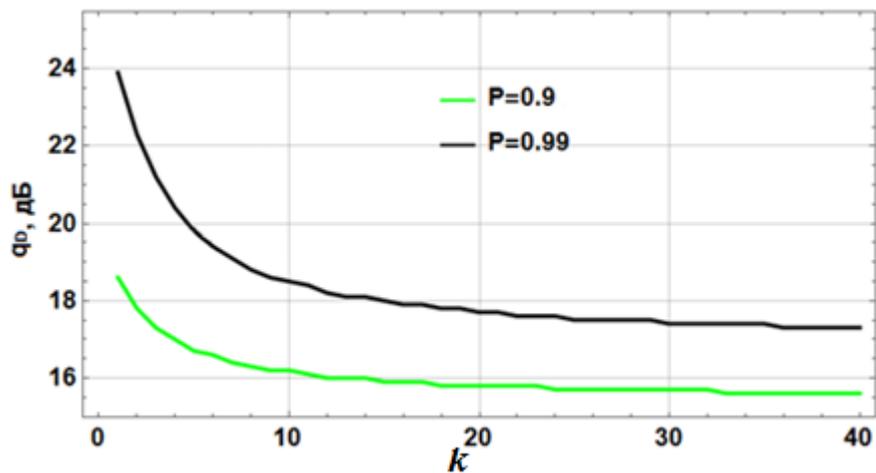


Рис 6 - Зависимость q_D от k (при $u=2, \mu = 2$)

С практической точки зрения важно отметить, что в большинстве случаев информация о состоянии канала не доступна для передатчика, и как следствие, повышение качества функционирования системы связи во многом определяется способностью приёмника оценить искажения, вносимые в канале, и

компенсировать их, что, в свою очередь, существенно повышает актуальность вопроса оценки параметров используемой модели канала. К сожалению, для рассматриваемых моделей оценки являются как аналитически крайне трудоёмкими, так и численно исключительно ресурсоёмкими. Как следствие, с практической точки зрения, крайне благоприятной является ситуация, при которой, в условиях обеспечения удовлетворительного качества функционирования системы связи, точность оценки параметров не сильно сказывается на его изменении.

Так, в частности, анализ совместного влияния параметров модели k - μ показал, что при $\mu \geq 8$, $k \geq 10$ изменения величины q_D становятся незначительными, что является важным с точки зрения практики, так как позволяет использовать достаточно грубые, но одновременно быстрые способы их оценивания.

2.2 η - μ модель

Проведённый анализ для модели η - μ позволил отметить, что увеличение обобщенного числа кластеров многопутевого распространения (см. рисунок 7). ведет к монотонному снижению требуемого отношения сигнал/шум (достигая 15 дБ), как и в предыдущей модели. При этом увеличение параметра u приводит к росту среднего отношения сигнал/шум за время анализа (от 16 дБ до 24 дБ при u от 2 до 100), которое требуется для достижения заданной вероятности верного обнаружения (см. рисунок 8).

При малой величине разбаланса между синфазной и квадратурной компонентами ($\eta \leq 4$) требуемое отношение сигнал/шум для достижения уровня 0,9 остается постоянным на уровне 18 дБ. Увеличение разбаланса между синфазной и квадратурной компонентами приводит к незначительному росту отношения сигнал/шум, необходимого для достижения этого уровня (см. рисунок 9), порядка 1 дБ. Однако, улучшение качества обнаружения (повышение $\overline{P_D}$ до уровня 0.99) требует роста среднего отношения сигнал/шум на величину 3-5 дБ в зависимости от параметра η (см. рисунок 10).

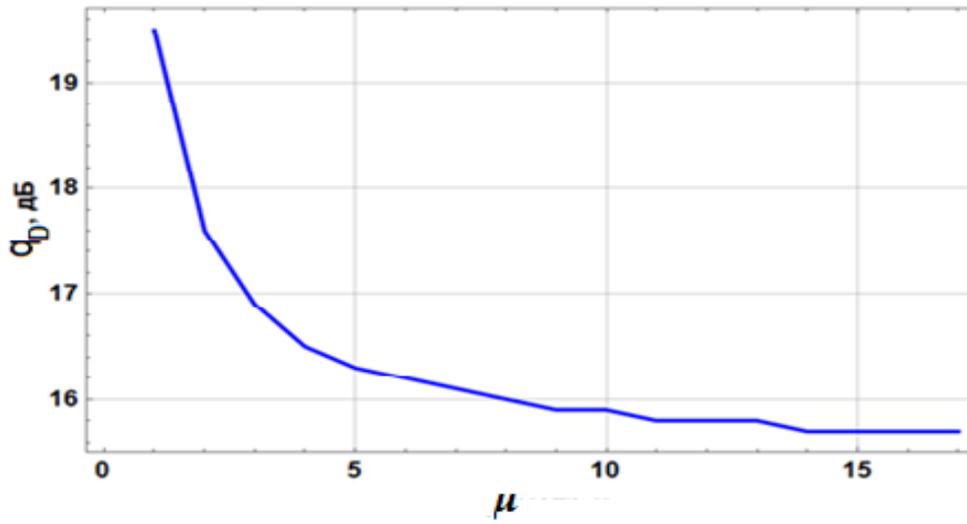


Рис 7 - Зависимость q_D от μ (при $u = 2, \eta = 2$)

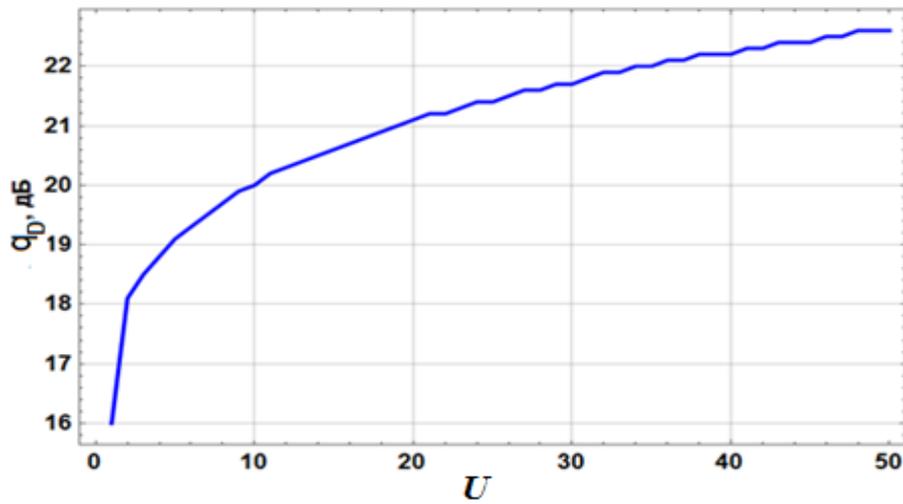


Рис 8 - Зависимость q_D от u (при $\mu = 2, \eta = 2$)

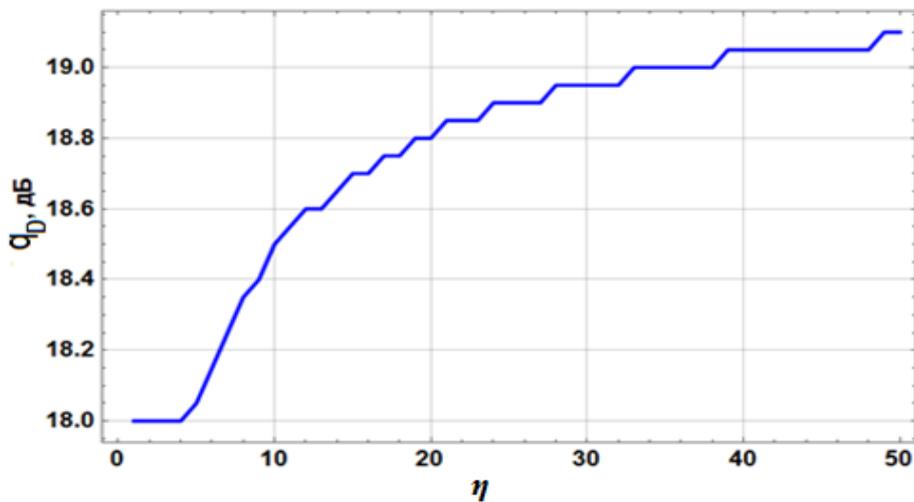
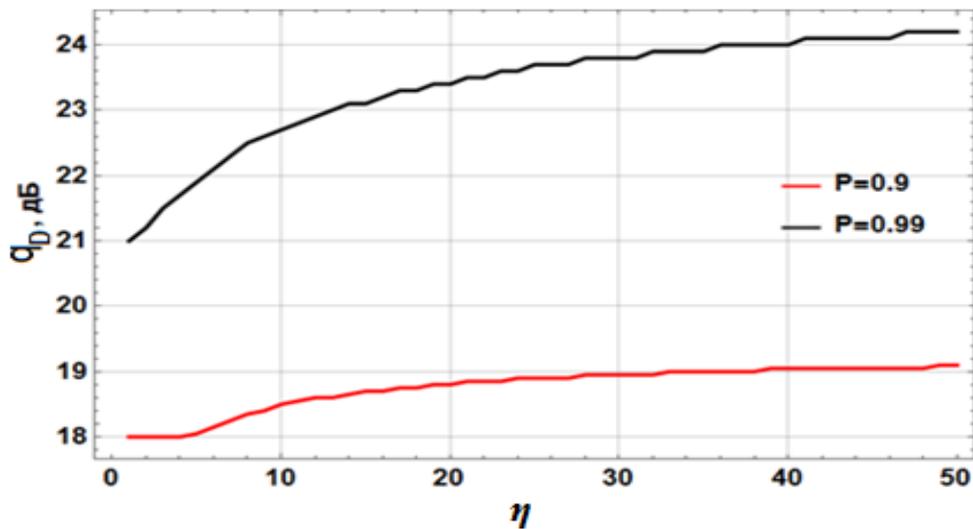


Рис 9 - Зависимость q_D от η (при $u = 2, \mu = 2$)

Рис 10 - Зависимость q_D от η (при $u=2, \mu=2$)

Было отмечено, что при $\eta \leq 50$ и $\mu \geq 5$ для достижения q_D требуется обеспечить ОСШ не менее 15.5 дБ. При любых μ изменение параметра η ведет к изменению требуемого ОСШ не больше чем на 0.5 дБ

Анализ совместного влияния параметров модели $\eta - \mu$ показал, что при $\mu \geq 10, \eta \geq 2$ изменение величины q_D находятся в пределах шага моделирования (0,05 дБ) и является незначительными, что позволяет использовать быстрые алгоритмы поиска оценок этих параметров.

Заключение

Проведённый анализ поведения значения усреднённой вероятности верного обнаружения сигнала первичного пользователя в системах когнитивного радио от величины среднего отношения сигнал/шум позволил для каналов $k-\mu$ и $\eta-\mu$ установить количественные эффекты, оказываемые параметрами канала распространения.

Указана степень ужесточения требований, предъявляемых к системе обнаружения (в части необходимого ОСШ), в случае повышения уровня желаемой вероятности верного обнаружения.

Определены области значений параметров (k, μ, η, u), в которых их величины оказывают несущественное влияние на изменение q_D .

Литература

1. Гурьянов И.О. Когнитивное радио: новые подходы к обеспечению радиочастотным ресурсом перспективных радиотехнологий // ЭЛЕКТРОСВЯЗЬ, 2012, №8, с. 5-8
2. Axell E., Leus G., Larsson E.G., Poor H.V. Spectrum Sensing for Cognitive Radio : State-of-the-Art and Recent Advances // IEEE Signal Processing Magazine – May 2012 – Vol.29 – №.3 – Pp.101-116.
3. Wang W. Cognitive Radio Systems. – In-Tech, 2009. – 340.
4. Zeng Y., Liang Y.-Ch., Hoang A.T. and Zhang R. A Review on Spectrum Sensing for Cognitive Radio: Challenges and Solutions // Journal on Advances in Signal Processing, EURASIP – May 2010 – Pp.101-116.
5. Khatib M. Advanced Trends in Wireless Communications. – In-Tech, 2011. – 520.
6. Yacoub M. D. The α - μ distribution: A physical fading model for the stacy distribution // IEEE Transactions on Vehicular Technology. – 2007. – Vol. 56 – № 1. – Pp. 27-34.
7. Yacoub M. D. The κ - μ distribution and the η - μ distribution // IEEE Antennas and Propagation Magazine – Feb. 2007 – Vol. 49 – №. 1. – Pp. 68-81.
8. Yilmaz F., Alouini M.-S. Product of the powers of generalized nakagami-m variates and performance of cascaded fading channels // Proceedings of IEEE Global Telecommunications Conference, 2009. – Pp. 1–8.
9. Sofotasios P. C., Freear S. The k - μ /gamma composite fading model, in Proc. IEEE ICWITS, Hawaii, USA. – Aug. 2010.
10. Rabelo G. S., Yacoub M. D. The k - μ Extreme Distribution // IEEE Transactions on Communications. – Oct. 2011. – Vol. 59. – № 10. – Pp. 2776–2785.
11. Urkuwitz H. Energy Detection of Unknown Deterministic Signals // Proceedings of the IEEE. – 1967. – Vol. 55. – №.4. – Pp. 523-531.
12. Шахтарин Б. И. Обнаружение сигналов. Учебное пособие для вузов. – 3-е изд., стереотип. – М.: Горячая линия–Телеком, 2014. – 526 с.

13. Shellhammer S. Performance of the Power Detector IEEE 802.22-06/0075r0. – May, 2006.
14. Гвоздарев А.С. Вероятность энергетического обнаружения сигнала в условиях многолучевого канала с замираниями // СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии: Материалы 24 Международной конференции, Севастополь, 2014. – С. 215-216.
15. IEEE 802.22, “Part 22: Cognitive wireless RAN medium access control (MAC) and physical layer (PHY) specifications: Policies and procedures for operation in the TV bands,” June 2011.