

О СПОСОБЕ УВЕЛИЧЕНИЯ ПЛОТНОСТИ ЭЛЕМЕНТОВ ОДНОФАЗНОГО МНОГОУРОВНЕГО ИНВЕРТОРА

Е. Л. Панкратов, Е. А. Булаева
Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского

Статья поступила в редакцию 3 ноября 2016 г.

Аннотация. В данной работе рассматривается способ уменьшения размеров элементов однофазного многоуровневого инвертора на основе биполярных гетеротранзисторов с одновременным увеличением их плотности. Предлагаемый метод базируется на формировании гетероструктуры необходимой конфигурации, диффузионном или ионном легировании необходимых участков гетероструктуры и оптимизации отжига примеси и/или радиационных дефектов.

Ключевые слова: инвертор; биполярный гетеротранзистор; оптимизация технологического процесса; аналитический метод прогноза процессов.

Abstract. In this paper we analyzed manufacturing of single-phase multi-level inverter based on bipolar heterotransistors. On the basis of the analysis we formulate recommendations to decrease dimensions of elements of the inverter. At the same time in the framework of the approach one can obtain increasing of density of the above elements. In the framework of the considered approach it is necessary to manufacture a heterostructure with required configuration (manufacturing of required quantity of layers of the heterostructure, manufacturing of several sections framework required layers of heterostructure). After manufacturing of the heterostructure we consider doping of the above sections by diffusion or by ion implantation. The doping should be finished by optimized annealing of dopant and/or radiation defects. The optimization of annealing gives a possibility to obtain balance between decreasing of dimensions of elements of the inverter with increasing of density of the above elements and increasing and improvement of another characteristics of the considered elements (decreasing of heating during functioning and increasing of switching time of p - n -junctions as single elements and framework transistors). We also introduce an analytical approach to analyze mass and heat transport during

technological process and functioning of these devices. The approach gives a possibility to take into account at one time: variation in space and time physical parameters (diffusion and heat diffusion coefficient, charge carriers mobility et al), nonlinearity of the considered processes.

Keywords: inverter; bipolar heterotransistor; optimization of technological process; analytical approach for prognosis of processes.

Введение

Текущее развитие твердотельной электроники проходит по пути разработки новых электронных устройств и оптимизации формирования уже существующих. Одним из текущих направлений развития устройств твердотельной электроники является увеличение плотности элементов интегральных схем. Увеличение плотности элементов интегральных схем приводит к необходимости уменьшения их размеров [1-5]. Вторым направлением развития устройств твердотельной электроники является увеличение их быстродействия [6-8]. Третьим направлением развития устройств твердотельной электроники является улучшение свойств материалов электронной техники [9-12].

Рассмотрим формирование однофазного многоуровневого инвертора на базе биполярных транзисторов, приведенного на рис. 1. В рамках данной работы предлагается способ увеличения плотности биполярных транзисторов в рамках данного инвертора с одновременным уменьшением их размеров. В рамках данного способа рассматривается двухслойная структура, состоящая из подложки и эпитаксиального слоя (см. рис. 1). В эпитаксиальном слое формируется необходимое количество секций из других материалов (см. рис. 1). Данные секции легируются с помощью диффузии или ионной имплантации с целью формирования в них требуемого типа проводимости (n или p). Далее проводится отжиг примеси и/или радиационных дефектов. С целью формирования более компактных транзисторов проводится оптимизация данного отжига.

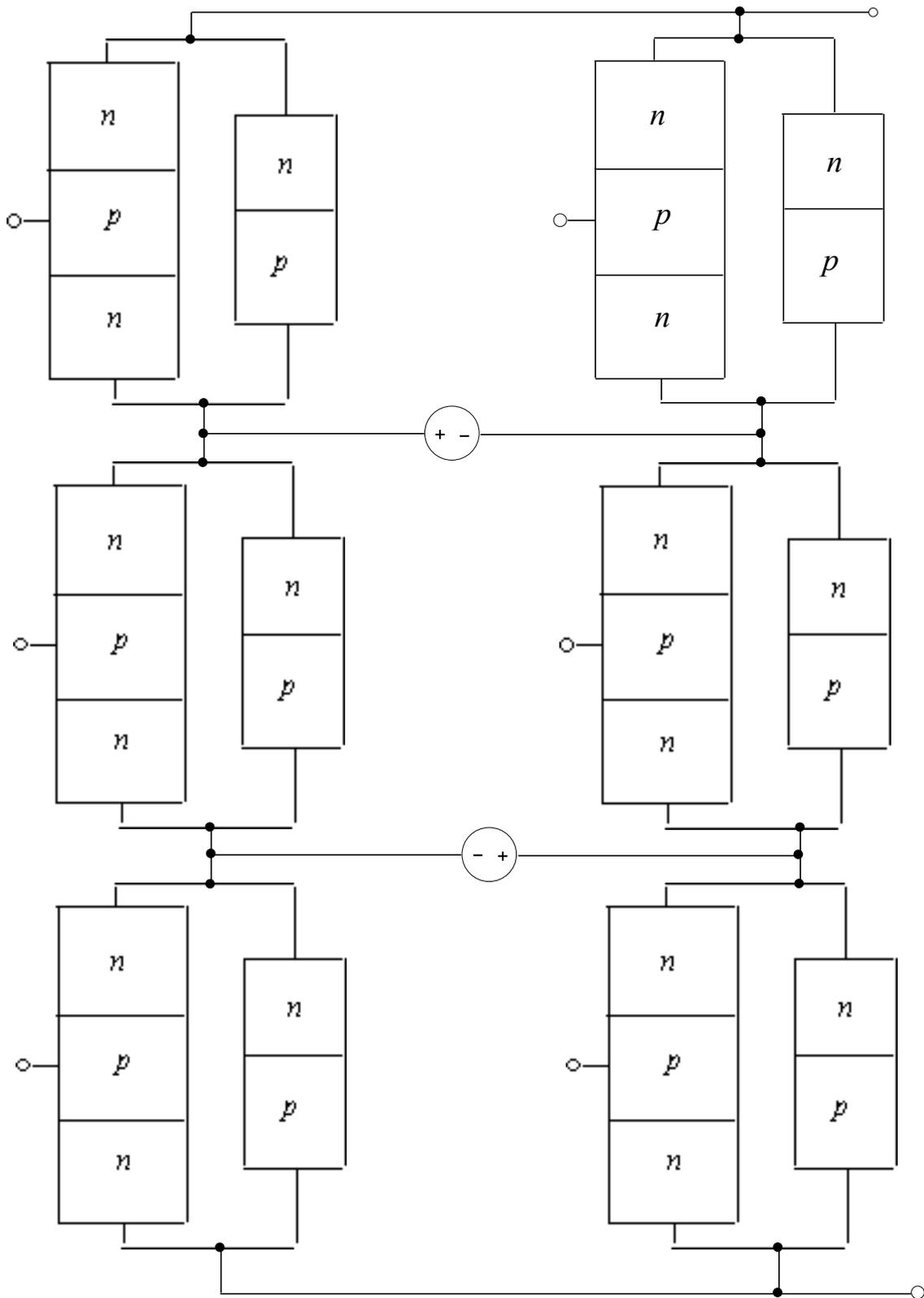


Рис. 1а. Структура инвертора. Вид сверху

	n	p	n	Epitaxial layer	n	p	n	
Substrate								

Рис. 1б. Гетероструктура, состоящая из подложки и эпитаксиального слоя с секциями, сформированными из других материалов

Методика анализа

Пространственно-временное распределение концентрации примеси определим путем решения следующей краевой задачи

$$\frac{\partial C(x, y, z, t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[D_c \frac{\partial C(x, y, z, t)}{\partial z} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[D_c \frac{\partial C(x, y, z, t)}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[D_c \frac{\partial C(x, y, z, t)}{\partial z} \right] \quad (1)$$

с граничными и начальным условиями

$$\left. \frac{\partial C(x, y, z, t)}{\partial x} \right|_{x=0} = 0, \left. \frac{\partial C(x, y, z, t)}{\partial x} \right|_{x=L_x} = 0, \left. \frac{\partial C(x, y, z, t)}{\partial y} \right|_{y=0} = 0, \left. \frac{\partial C(x, y, z, t)}{\partial y} \right|_{x=L_y} = 0, \left. \frac{\partial C(x, y, z, t)}{\partial z} \right|_{z=0} = 0, \left. \frac{\partial C(x, y, z, t)}{\partial z} \right|_{x=L_z} = 0, C(x, y, z, 0) = f(x, y, z). \quad (2)$$

В соотношениях (1) и (2) введены следующие обозначения: $C(x, y, z, t)$ - пространственно- временное распределение концентрации примеси, T - температура отжига, D_C - коэффициент диффузии примеси. Величина коэффициента диффузии определяется свойствами материалов в слоях гетероструктуры, скорости прогрева и охлаждения гетероструктуры (в соответствии с законом Аррениуса). Зависимости коэффициента диффузии от параметров могут быть аппроксимированы следующим соотношением [19-21]

$$D_c = D_L(x, y, z, T) \left[1 + \xi \frac{C^\gamma(x, y, z, t)}{P^\gamma(x, y, z, T)} \right] \left[1 + \zeta_1 \frac{V(x, y, z, t)}{V^*} + \zeta_2 \frac{V^2(x, y, z, t)}{(V^*)^2} \right], \quad (3)$$

где $D_L(x, y, z, T)$ - пространственная (за счет многослойности гетероструктуры) и температурная (по закону Аррениуса) зависимости коэффициента диффузии; $P(x, y, z, T)$ - предел растворимости примеси; определяемый свойствами материала параметр γ может принимать целые значения в интервале $\gamma \in [1, 3]$ [19]; $V(x, y, z, t)$ - пространственно-временное распределение концентрации радиационных вакансий; V^* - равновесное распределение вакансий. Концентрационная зависимость коэффициента диффузии подробно обсуждается в [19]. Следует заметить, что в случае диффузионного легирования радиационные повреждения отсутствуют и $\zeta_1 = \zeta_2 = 0$. Пространственно-временные распределения концентраций радиационных дефектов определялись путем решения следующей системы уравнений [20,21]

$$\begin{aligned} \frac{\partial I(x, y, z, t)}{\partial t} = & \frac{\partial}{\partial x} \left[D_I(x, y, z, T) \frac{\partial I(x, y, z, t)}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[D_I(x, y, z, T) \frac{\partial I(x, y, z, t)}{\partial y} \right] + \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left[D_I(x, y, z, T) \frac{\partial I(x, y, z, t)}{\partial z} \right] - k_{I,I}(x, y, z, T) I^2(x, y, z, t) - \\ & - k_{I,V}(x, y, z, T) I(x, y, z, t) V(x, y, z, t) \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial V(x, y, z, t)}{\partial t} = & \frac{\partial}{\partial x} \left[D_V(x, y, z, T) \frac{\partial V(x, y, z, t)}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[D_V(x, y, z, T) \frac{\partial V(x, y, z, t)}{\partial y} \right] + \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left[D_V(x, y, z, T) \frac{\partial V(x, y, z, t)}{\partial z} \right] - k_{I,V}(x, y, z, T) I(x, y, z, t) V(x, y, z, t) - \\ & - k_{V,V}(x, y, z, T) V^2(x, y, z, t) \end{aligned}$$

с граничными и начальными условиями

$$\left. \frac{\partial \rho(x, y, z, t)}{\partial x} \right|_{x=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial \rho(x, y, z, t)}{\partial x} \right|_{x=L_x} = 0, \quad \left. \frac{\partial \rho(x, y, z, t)}{\partial y} \right|_{y=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial \rho(x, y, z, t)}{\partial y} \right|_{y=L_y} = 0,$$

$$\left. \frac{\partial \rho(x, y, z, t)}{\partial z} \right|_{z=0} = 0, \left. \frac{\partial \rho(x, y, z, t)}{\partial z} \right|_{z=L_z} = 0, \rho(x, y, z, 0) = f_\rho(x, y, z). \quad (5)$$

В системе уравнений (4) и условиях (5) используются следующие обозначения: $\rho = I, V$; $I(x, y, z, t)$ - пространственно-временное распределение концентрации междуузельных атомов; $D_\rho(x, y, z, T)$ - коэффициенты диффузии междуузельных атомов и вакансий; слагаемые $V^2(x, y, z, t)$ и $I^2(x, y, z, t)$ соответствуют образованию дивакансий и аналогичных комплексов междуузельных атомов; $k_{I,V}(x, y, z, T)$, $k_{I,I}(x, y, z, T)$ и $k_{V,V}(x, y, z, T)$ - соответственно, параметры рекомбинации точечных дефектов и образования комплексов.

Пространственно-временные распределения концентраций дивакансий $\Phi_V(x, y, z, t)$ и аналогичных комплексов междуузельных атомов $\Phi_I(x, y, z, t)$ определим с помощью следующей системы уравнений [20,21]

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi_I(x, y, z, t)}{\partial t} = & \frac{\partial}{\partial x} \left[D_{\Phi_I}(x, y, z, T) \frac{\partial \Phi_I(x, y, z, t)}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[D_{\Phi_I}(x, y, z, T) \frac{\partial \Phi_I(x, y, z, t)}{\partial y} \right] + \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left[D_{\Phi_I}(x, y, z, T) \frac{\partial \Phi_I(x, y, z, t)}{\partial z} \right] + k_{I,I}(x, y, z, T) I^2(x, y, z, t) - k_I(x, y, z, T) I(x, y, z, t) \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi_V(x, y, z, t)}{\partial t} = & \frac{\partial}{\partial x} \left[D_{\Phi_V}(x, y, z, T) \frac{\partial \Phi_V(x, y, z, t)}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[D_{\Phi_V}(x, y, z, T) \frac{\partial \Phi_V(x, y, z, t)}{\partial y} \right] + \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left[D_{\Phi_V}(x, y, z, T) \frac{\partial \Phi_V(x, y, z, t)}{\partial z} \right] + k_{V,V}(x, y, z, T) V^2(x, y, z, t) - k_V(x, y, z, T) V(x, y, z, t) \end{aligned}$$

с граничными и начальными условиями

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial \Phi_\rho(x, y, z, t)}{\partial x} \right|_{x=0} = 0, \left. \frac{\partial \Phi_\rho(x, y, z, t)}{\partial x} \right|_{x=L_x} = 0, \left. \frac{\partial \Phi_\rho(x, y, z, t)}{\partial y} \right|_{y=0} = 0, \left. \frac{\partial \Phi_\rho(x, y, z, t)}{\partial y} \right|_{y=L_y} = 0, \\ \left. \frac{\partial \Phi_\rho(x, y, z, t)}{\partial z} \right|_{z=0} = 0, \left. \frac{\partial \Phi_\rho(x, y, z, t)}{\partial z} \right|_{z=L_z} = 0, \Phi_\rho(x, y, z, 0) = f_{\Phi_\rho}(x, y, z). \end{aligned}$$

$$\left. \frac{\partial \Phi_{\rho}(x, y, z, t)}{\partial z} \right|_{z=0} = 0, \left. \frac{\partial \Phi_{\rho}(x, y, z, t)}{\partial z} \right|_{z=L_z} = 0, \Phi_{\rho}(x, y, z, 0) = f_{\phi_{\rho}}(x, y, z). \quad (7)$$

В последних соотношениях введены следующие обозначения: $D_{\phi_{\rho}}(x, y, z, T)$ - коэффициенты диффузии простейших комплексов точечных радиационных дефектов; $k_I(x, y, z, T)$ и $k_V(x, y, z, T)$ - параметры распада комплексов точечных дефектов.

Для определения пространственно-временного распределения концентрации примеси преобразуем уравнение (1) к следующей интегро-дифференциальной форме

$$\begin{aligned} & \frac{x y z}{L_x L_y L_z} \int_0^x \int_0^y \int_0^z C(u, v, w, t) d w d v d u = \frac{y z}{L_y L_z} \int_0^t \int_0^y \int_0^z \left[1 + \zeta_1 \frac{V(x, v, w, \tau)}{V^*} + \zeta_2 \frac{V^2(x, v, w, \tau)}{(V^*)^2} \right] \times \\ & \times D_L(x, v, w, T) \left[1 + \xi \frac{C^{\gamma}(x, v, w, \tau)}{P^{\gamma}(x, v, w, T)} \right] \frac{\partial C(x, v, w, \tau)}{\partial x} d \tau + \frac{x z}{L_x L_z} \int_0^t \int_0^x \int_0^z \left[1 + \xi \frac{C^{\gamma}(x, v, w, \tau)}{P^{\gamma}(x, v, w, T)} \right] \times \\ & \times D_L(u, y, w, T) \frac{\partial C(x, v, w, \tau)}{\partial x} d \tau + \int_0^t \int_0^x \int_0^z D_L(u, y, w, T) \left[1 + \zeta_1 \frac{V(u, y, w, \tau)}{V^*} + \frac{V^2(u, y, w, \tau)}{(V^*)^2} \right] \times \\ & \times \left[1 + \xi \frac{C^{\gamma}(u, y, w, \tau)}{P^{\gamma}(x, y, z, T)} \right] \frac{\partial C(u, y, w, \tau)}{\partial y} d \tau \frac{x z}{L_x L_z} + \int_0^t \int_0^x \int_0^y D_L(u, v, z, T) \left[1 + \xi \frac{C^{\gamma}(u, y, w, \tau)}{P^{\gamma}(x, y, z, T)} \right] \times \\ & \times \frac{\partial C(u, y, w, \tau)}{\partial y} d \tau \frac{x y}{L_x L_y} + \frac{x y}{L_x L_y} \int_0^t \int_0^x \int_0^y D_L(u, v, z, T) \left[1 + \zeta_1 \frac{V(u, v, z, \tau)}{V^*} + \zeta_2 \frac{V^2(u, v, z, \tau)}{(V^*)^2} \right] \times \\ & \times \left[1 + \xi \frac{C^{\gamma}(u, v, z, \tau)}{P^{\gamma}(x, y, z, T)} \right] \frac{\partial C(u, v, z, \tau)}{\partial z} d \tau + \frac{x y z}{L_x L_y L_z} \int_0^x \int_0^y \int_0^z f(u, v, w) d w d v d u. \quad (1a) \end{aligned}$$

Будем искать решение данного уравнения с помощью метода Бубнова-Галеркина [16]. В рамках данного метода определим решение уравнения (1a) в виде функционального ряда, близкого к решению линейного уравнения (1) (т.е. при $\xi=0$) с усредненным коэффициентом диффузии, т.е.

$$C_0(x, y, z, t) = \sum_{n=1}^N a_{nC} c_n(x) c_n(y) c_n(z) e_{nC}(t),$$

где $e_{nC}(t) = \exp[-\pi^2 n^2 D_{0C} t (L_x^{-2} + L_y^{-2} + L_z^{-2})]$, $c_n(\chi) = \cos(\pi n \chi / L_\chi)$. В данном случае рассматривается функциональный ряд, содержащий конечное число членов N . Подстановка данного ряда в уравнение (1а) позволяет получить

$$\begin{aligned} & \frac{xyz}{\pi^2} \sum_{n=1}^N \frac{a_{nC}}{n^3} s_n(x) s_n(y) s_n(z) e_{nC}(t) = -\frac{yz}{L_y L_z} \int_0^t \int_0^y \int_0^z \left\{ 1 + \left[\sum_{n=1}^N a_{nC} c_n(x) c_n(y) c_n(w) e_{nC}(\tau) \right] \right\} \times \\ & \times \frac{\xi}{P^\gamma(x, y, w, T)} \left\{ D_L(x, y, w, T) \left[1 + \zeta_1 \frac{V(x, y, w, \tau)}{V^*} + \zeta_2 \frac{V^2(x, y, w, \tau)}{(V^*)^2} \right] \sum_{n=1}^N n a_{nC} s_n(x) c_n(y) \times \right. \\ & \times c_n(w) e_{nC}(\tau) d\tau - \frac{xz}{L_x L_z} \int_0^t \int_0^x \int_0^z \left\{ 1 + \left[\sum_{m=1}^N a_{mC} c_m(u) c_m(y) c_m(w) e_{mC}(\tau) \right] \right\} \frac{\xi}{P^\gamma(u, y, w, T)} \left. \right\} \times \\ & \times D_L(u, y, w, T) \left[1 + \zeta_1 \frac{V(u, y, w, \tau)}{V^*} + \zeta_2 \frac{V^2(u, y, w, \tau)}{(V^*)^2} \right] \sum_{n=1}^N n a_{nC} c_n(u) s_n(y) c_n(w) e_{nC}(\tau) d\tau - \\ & - \frac{xy}{L_x L_y} \int_0^t \int_0^x \int_0^y \left\{ 1 + \left[\sum_{n=1}^N a_{nC} c_n(u) c_n(v) c_n(z) e_{nC}(\tau) \right] \right\} \frac{\xi}{P^\gamma(u, v, z, T)} \left. \right\} \left[1 + \zeta_2 \frac{V^2(u, v, z, \tau)}{(V^*)^2} + \right. \\ & \left. + \zeta_1 \frac{V(u, v, z, \tau)}{V^*} \right] D_L(u, v, z, T) \sum_{n=1}^N n a_{nC} c_n(u) c_n(v) s_n(z) e_{nC}(\tau) d\tau + \\ & + \frac{xyz}{L_x L_y L_z} \int_0^x \int_0^y \int_0^z f(u, v, w) dw dv du, \end{aligned}$$

где $s_n(\chi) = \sin(\pi n \chi / L_\chi)$. Коэффициенты a_n определяется из условия ортогональности членов ряда на масштабе гетероструктуры. Данное условие позволяет получить соотношения для расчета коэффициентов a_n при любом количестве членов ряда N . В общем случае уравнения для искомым коэффициентов имеют вид

$$\begin{aligned} & -\frac{L_x^2 L_y^2 L_z^2}{\pi^5} \sum_{n=1}^N \frac{a_{nC}}{n^6} e_{nC}(t) = -\frac{L_y L_z}{2\pi^2} \int_0^t \int_0^0 \int_0^0 \int_0^0 \left\{ 1 + \left[\sum_{n=1}^N a_{nC} c_n(x) c_n(y) c_n(z) e_{nC}(\tau) \right] \right\} \frac{\xi}{P^\gamma(x, y, z, T)} \left. \right\} \times \\ & \times D_L(x, y, z, T) \left[1 + \zeta_1 \frac{V(x, y, z, \tau)}{V^*} + \zeta_2 \frac{V^2(x, y, z, \tau)}{(V^*)^2} \right] \sum_{n=1}^N \frac{a_{nC}}{n} s_n(2x) c_n(y) c_n(z) e_{nC}(\tau) \times \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \times \left\{ y s_n(y) + \frac{L_y}{\pi n} [c_n(y) - 1] \right\} \left\{ z s_n(z) + \frac{L_z}{\pi n} [c_n(z) - 1] \right\} d z d y d x d \tau - \int_0^t \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \int_0^{L_z} D_L(x, y, z, T) \times \\
 & \times \frac{L_x L_z}{2 \pi^2} \left\{ 1 + \left[\sum_{n=1}^N a_{nC} c_n(x) c_n(y) c_n(z) e_{nC}(\tau) \right]^\gamma \frac{\xi}{P^\gamma(x, y, z, T)} \right\} \left[1 + \zeta_1 \frac{V(x, y, z, \tau)}{V^*} + \zeta_2 \frac{V^2(x, y, z, \tau)}{(V^*)^2} \right] \times \\
 & \times \sum_{n=1}^N \frac{a_{nC}}{n} \left\{ x s_n(x) + \frac{L_x}{\pi n} [c_n(x) - 1] \right\} c_n(x) s_n(2y) c_n(z) \left\{ z s_n(z) + \frac{L_z}{\pi n} [c_n(z) - 1] \right\} d z d y d x \times \\
 & \times e_{nC}(\tau) d \tau - \frac{L_x L_y}{2 \pi^2} \int_0^t \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \int_0^{L_z} D_L(x, y, z, T) \left\{ 1 + \left[\sum_{n=1}^N a_{nC} c_n(x) c_n(y) c_n(z) e_{nC}(\tau) \right]^\gamma \frac{\xi}{P^\gamma(x, y, z, T)} \right\} \times \\
 & \times \left[1 + \zeta_1 \frac{V(x, y, z, \tau)}{V^*} + \zeta_2 \frac{V^2(x, y, z, \tau)}{(V^*)^2} \right] \sum_{n=1}^N \frac{a_{nC}}{n} c_n(x) c_n(y) s_n(z) \left\{ x s_n(x) + \frac{L_x}{\pi n} [c_n(x) - 1] \right\} \times \\
 & \times \left\{ y s_n(y) - \frac{L_y}{\pi n} [c_n(y) - 1] \right\} d z d y d x e_{nC}(\tau) d \tau + \sum_{n=1}^N \int_0^{L_x} \left\{ x s_n(x) - \frac{L_x}{\pi n} [c_n(x) - 1] \right\} \int_0^{L_y} \left\{ y s_n(y) + \right. \\
 & \quad \times c_n(y) s_n(z) e_{nC}(\tau) d z d y d x d \tau + \sum_{n=1}^N \int_0^{L_x} \left\{ x s_n(x) - \frac{L_x}{\pi n} [c_n(x) - 1] \right\} \int_0^{L_y} \left\{ y s_n(y) + \right. \\
 & \quad \left. \left. + \frac{L_y}{\pi n} [c_n(y) - 1] \right\} \int_0^{L_z} \left\{ z s_n(z) - \frac{L_z}{\pi n} [c_n(z) - 1] \right\} f(x, y, z) d z d y d x .
 \end{aligned}$$

В качестве примера при $\gamma=0$ получаем

$$\begin{aligned}
 a_{nC} &= \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \left\{ y s_n(y) + \frac{L_y}{\pi n} [c_n(y) - 1] \right\} \int_0^{L_z} \left\{ z s_n(z) + \frac{L_z}{\pi n} [c_n(z) - 1] \right\} f(x, y, z) d z d y \left\{ x s_n(x) + \right. \\
 & \quad \left. + [c_n(x) - 1] \frac{L_x}{\pi n} \right\} d x \left(\frac{n}{2} \left\{ \int_0^t \int_0^{L_x} s_n(2x) \int_0^{L_y} c_n(y) \left\{ y s_n(y) + \frac{L_y}{\pi n} [c_n(y) - 1] \right\} \int_0^{L_z} \left\{ \frac{L_z}{\pi n} [c_n(z) - 1] + \right. \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. \left. + z s_n(z) \right\} D_L(x, y, z, T) \left[1 + \zeta_1 \frac{V(x, y, z, \tau)}{V^*} + \zeta_2 \frac{V^2(x, y, z, \tau)}{(V^*)^2} \right] \left[1 + \frac{\xi}{P^\gamma(x, y, z, T)} \right] c_n(z) d z \times \right. \\
 & \quad \left. \times d y d x e_{nC}(\tau) d \tau + \int_0^t e_{nC}(\tau) \int_0^{L_x} c_n(x) \left\{ x s_n(x) + \frac{L_x}{\pi n} [c_n(x) - 1] \right\} \int_0^{L_y} s_n(2y) \int_0^{L_z} c_n(z) D_L(x, y, z, T) \times \right.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \times \left[1 + \frac{\xi}{P^\gamma(x, y, z, T)} \right] \left[1 + \zeta_1 \frac{V(x, y, z, \tau)}{V^*} + \zeta_2 \frac{V^2(x, y, z, \tau)}{(V^*)^2} \right] \left\{ \frac{L_y}{\pi n} [c_n(z) - 1] + z s_n(z) \right\} dz \times \\ & \times dy dx d\tau + \int_0^t e_{nC}(\tau) \int_0^{L_x} c_n(x) \left\{ x s_n(x) + \frac{L_x}{\pi n} [c_n(x) - 1] \right\} \int_0^{L_y} c_n(y) \left\{ y s_n(y) - \frac{L_y}{\pi n} [c_n(y) - 1] \right\} \times \\ & \times \int_0^{L_z} s_n(2z) D_L(x, y, z, T) \left[1 + \frac{\xi}{P^\gamma(x, y, z, T)} \right] \left[1 + \zeta_1 \frac{V(x, y, z, \tau)}{V^*} + \zeta_2 \frac{V^2(x, y, z, \tau)}{(V^*)^2} \right] dz dy \times \\ & \times dx d\tau \} - L_z^2 L_z^2 L_z^2 e_{nC}(t) / \pi^5 n^6)^{-1}. \end{aligned}$$

При $\gamma = 1$ получаем следующие соотношения для определения искомых параметров

$$a_{nC} = -\frac{\beta_n}{2\alpha_n} \pm \sqrt{\beta_n^2 + 4\alpha_n \int_0^{L_x} c_n(x) \int_0^{L_y} c_n(y) \int_0^{L_z} c_n(z) f(x, y, z) dz dy dx},$$

$$\begin{aligned} \text{где } \alpha_n &= \frac{\xi L_y L_z}{2\pi^2 n} \int_0^t e_{nC}(\tau) \int_0^{L_x} s_n(2x) \int_0^{L_y} c_n(y) \int_0^{L_z} c_n(z) \left[1 + \zeta_1 \frac{V(x, y, z, \tau)}{V^*} + \zeta_2 \frac{V^2(x, y, z, \tau)}{(V^*)^2} \right] \times \\ & \times \frac{D_L(x, y, z, T)}{P(x, y, z, T)} \left\{ y s_n(y) - \frac{L_y}{\pi n} [c_n(y) - 1] \right\} \left\{ z s_n(z) - \frac{L_z}{\pi n} [c_n(z) - 1] \right\} dz dy dx d\tau + \frac{\xi}{2} \times \\ & \times \frac{L_x L_z}{\pi^2 n} \int_0^t e_{nC}(\tau) \int_0^{L_x} c_n(x) \left\{ x s_n(x) - \frac{L_x}{\pi n} [c_n(x) - 1] \right\} \int_0^{L_y} \int_0^{L_z} \left[1 + \zeta_1 \frac{V(x, y, z, \tau)}{V^*} + \zeta_2 \frac{V^2(x, y, z, \tau)}{(V^*)^2} \right] \times \\ & \times s_n(2y) \frac{D_L(x, y, z, T)}{P(x, y, z, T)} \left\{ z s_n(z) - \frac{L_z}{\pi n} [c_n(z) - 1] \right\} c_n(z) dz dy dx d\tau + \frac{\xi L_x L_y}{2\pi^2 n} \int_0^t e_{nC}(\tau) \int_0^{L_x} c_n(x) \times \\ & \times \int_0^{L_y} c_n(y) \int_0^{L_z} \frac{D_L(x, y, z, T)}{P(x, y, z, T)} \left\{ x s_n(x) + \frac{L_x}{\pi n} [c_n(x) - 1] \right\} \left[1 + \zeta_1 \frac{V(x, y, z, \tau)}{V^*} + \zeta_2 \frac{V^2(x, y, z, \tau)}{(V^*)^2} \right] \times \\ & \times s_n(2z) \left\{ y s_n(y) - \frac{L_y}{\pi n} [c_n(y) - 1] \right\} dz dy dx d\tau, \beta_n = \frac{L_y L_z}{2n\pi^2} \int_0^t e_{nC}(\tau) \int_0^{L_x} s_n(2x) \int_0^{L_y} c_n(y) \times \\ & \times \left\{ y s_n(y) + \frac{L_y}{\pi n} [c_n(y) - 1] \right\} \int_0^{L_z} c_n(z) D_L(x, y, z, T) \left[1 + \zeta_1 \frac{V(x, y, z, \tau)}{V^*} + \zeta_2 \frac{V^2(x, y, z, \tau)}{(V^*)^2} \right] \times \\ & \times \left\{ z s_n(z) + \frac{L_z}{\pi n} [c_n(z) - 1] \right\} dz dy dx d\tau + \frac{L_x L_z}{2n\pi^2} \int_0^t e_{nC}(\tau) \int_0^{L_x} c_n(x) \left\{ x s_n(x) + \frac{L_x}{\pi n} [c_n(x) - 1] \right\} \times \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \times \int_0^{L_y} s_n(2y) \int_0^{L_z} D_L(x, y, z, T) \left\{ z s_n(z) + \frac{L_z}{\pi n} [c_n(z) - 1] \right\} \left[1 + \zeta_1 \frac{V(x, y, z, \tau)}{V^*} + \zeta_2 \frac{V^2(x, y, z, \tau)}{(V^*)^2} \right] \times \\ & \times c_n(z) dz dy dx d\tau + \frac{L_x L_y}{2n\pi^2} \int_0^t e_{nc}(\tau) \int_0^{L_x} \left\{ x s_n(x) + \frac{L_x}{\pi n} [c_n(x) - 1] \right\} \int_0^{L_y} \left\{ y s_n(y) + \frac{L_y}{\pi n} [c_n(y) - 1] \right\} \times \\ & \times \int_0^{L_z} \left[1 + \zeta_1 \frac{V(x, y, z, \tau)}{V^*} + \zeta_2 \frac{V^2(x, y, z, \tau)}{(V^*)^2} \right] s_n(2z) D_L(x, y, z, T) dz c_n(y) dy c_n(x) dx d\tau - \\ & - L_x^2 L_y^2 L_z^2 e_{nc}(t) / \pi^5 n^6 . \end{aligned}$$

Аналогично могут быть получены соотношения для расчета коэффициентов a_n при больших значениях параметра γ . Однако данные соотношения являются более громоздкими и приводиться не будут. Следует заметить, что рассматриваемый метод решения позволяет обходиться без сшивки решения на границе раздела между слоями гетероструктуры.

Уравнения системы (4) также решались методом Бубнова-Галеркина. Перед его применением преобразуем данные уравнения к следующей интегральной форме

$$\begin{aligned} & \frac{xyz}{L_x L_y L_z} \int_{L_x L_y L_z}^x \int_{L_x L_y L_z}^y \int_{L_x L_y L_z}^z I(u, v, w, t) dw dv du = \frac{yz}{L_y L_z} \int_0^t \int_{L_y L_z}^y \int_{L_y L_z}^z D_I(x, v, w, T) \frac{\partial I(x, v, w, \tau)}{\partial x} dw dv d\tau + \\ & + \frac{xz}{L_x L_z} \int_0^t \int_{L_x L_z}^x \int_{L_x L_z}^z D_I(u, y, w, T) \frac{\partial I(u, y, w, \tau)}{\partial x} dw dud\tau + \frac{xy}{L_x L_y} \int_0^t \int_{L_x L_y}^x \int_{L_x L_y}^y D_I(u, v, z, T) \frac{\partial I(u, v, z, \tau)}{\partial z} \times \\ & \times dv dud\tau - \frac{xyz}{L_x L_y L_z} \int_{L_x L_y L_z}^x \int_{L_x L_y L_z}^y \int_{L_x L_y L_z}^z k_{I,I}(u, v, v, T) I^2(u, v, w, t) dw dv du - \frac{xyz}{L_x L_y L_z} \int_{L_x L_y L_z}^x \int_{L_x L_y L_z}^y \int_{L_x L_y L_z}^z k_{I,V}(u, v, v, T) \times \\ & \times I(u, v, w, t) V(u, v, w, t) dw dv du + \frac{xyz}{L_x L_y L_z} \int_{L_x L_y L_z}^x \int_{L_x L_y L_z}^y \int_{L_x L_y L_z}^z f_I(u, v, w) dw dv du \quad (4a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{xyz}{L_x L_y L_z} \int_{L_x L_y L_z}^x \int_{L_x L_y L_z}^y \int_{L_x L_y L_z}^z V(u, v, w, t) dw dv du = \frac{yz}{L_y L_z} \int_0^t \int_{L_y L_z}^y \int_{L_y L_z}^z D_V(x, v, w, T) \frac{\partial V(x, v, w, \tau)}{\partial x} dw dv d\tau + \\ & + \frac{xz}{L_x L_z} \int_0^t \int_{L_x L_z}^x \int_{L_x L_z}^z D_V(u, y, w, T) \frac{\partial V(u, y, w, \tau)}{\partial x} dw dud\tau + \frac{xy}{L_x L_y} \int_0^t \int_{L_x L_y}^x \int_{L_x L_y}^y D_V(u, v, z, T) \frac{\partial V(u, v, z, \tau)}{\partial z} \times \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \times d v d u d \tau - \frac{x y z}{L_x L_y L_z} \int_{L_x L_y L_z}^x \int_{L_x L_y L_z}^y \int_{L_x L_y L_z}^z k_{V,V}(u, v, v, T) V^2(u, v, w, t) d w d v d u - \frac{x y z}{L_x L_y L_z} \int_{L_x L_y L_z}^x \int_{L_x L_y L_z}^y \int_{L_x L_y L_z}^z k_{I,V}(u, v, v, T) \times \\ & \times I(u, v, w, t) V(u, v, w, t) d w d v d u + \frac{x y z}{L_x L_y L_z} \int_{L_x L_y L_z}^x \int_{L_x L_y L_z}^y \int_{L_x L_y L_z}^z f_V(u, v, w) d w d v d u. \end{aligned}$$

Далее будем искать решение данной системы уравнений в виде следующих функциональных рядов

$$\rho_0(x, y, z, t) = \sum_{n=1}^N a_{n\rho} c_n(x) c_n(y) c_n(z) e_{n\rho}(t),$$

где $a_{n\rho}$ - неизвестные пока коэффициенты. Подстановка данных рядов в систему уравнений (4a) приводит к следующему результату

$$\begin{aligned} & \frac{x y z}{\pi^3} \sum_{n=1}^N \frac{a_{nI}}{n^3} s_n(x) s_n(y) s_n(z) e_{nI}(t) = - \frac{y z \pi}{L_x L_y L_z} \sum_{n=1}^N a_{nI} \int_0^t \int_{L_y}^y c_n(y) \int_{L_z}^z c_n(z) D_I(x, v, w, T) d w d v \times \\ & \times e_{nI}(\tau) d \tau s_n(x) - \frac{x z \pi}{L_x L_y L_z} \sum_{n=1}^N a_{nI} s_n(y) \int_0^t e_{nI}(\tau) \int_{L_x}^x c_n(x) \int_{L_z}^z c_n(z) D_I(u, y, w, T) d w d u d \tau - \\ & - \frac{x y \pi}{L_x L_y L_z} \sum_{n=1}^N a_{nI} s_n(z) \int_0^t e_{nI}(\tau) \int_{L_x}^x c_n(x) \int_{L_y}^y c_n(y) D_I(u, v, z, T) d v d u d \tau - \frac{x y z}{L_x L_y L_z} \int_{L_x L_y L_z}^x \int_{L_x L_y L_z}^y \int_{L_x L_y L_z}^z k_{I,I}(u, v, v, T) \times \\ & \times \left[\sum_{n=1}^N a_{nI} c_n(u) c_n(v) c_n(w) e_{nI}(t) \right] d w d v d u - \int_{L_x L_y L_z}^x \int_{L_x L_y L_z}^y \int_{L_x L_y L_z}^z \sum_{n=1}^N a_{nI} c_n(u) c_n(v) c_n(w) e_{nI}(t) \sum_{n=1}^N a_{nV} c_n(u) \times \\ & \times c_n(v) c_n(w) e_{nV}(t) k_{I,V}(u, v, v, T) d w d v d u \frac{x y z}{L_x L_y L_z} + \frac{x y z}{L_x L_y L_z} \int_{L_x L_y L_z}^x \int_{L_x L_y L_z}^y \int_{L_x L_y L_z}^z f_I(u, v, w) d w d v d u \\ & \frac{x y z}{\pi^3} \sum_{n=1}^N \frac{a_{nV}}{n^3} s_n(x) s_n(y) s_n(z) e_{nV}(t) = - \frac{y z \pi}{L_x L_y L_z} \sum_{n=1}^N s_n(x) \int_0^t \int_{L_y}^y c_n(y) \int_{L_z}^z c_n(z) D_V(x, v, w, T) d w d v \times \\ & \times a_{nV} e_{nV}(\tau) d \tau - \frac{x z \pi}{L_x L_y L_z} \sum_{n=1}^N a_{nV} s_n(y) \int_0^t e_{nV}(\tau) \int_{L_x}^x c_n(x) \int_{L_z}^z c_n(z) D_V(u, y, w, T) d w d u d \tau - \frac{x y \pi}{L_x L_y L_z} \times \\ & \times \sum_{n=1}^N a_{nV} s_n(z) \int_0^t e_{nV}(\tau) \int_{L_x}^x c_n(x) \int_{L_y}^y c_n(y) D_V(u, v, z, T) d v d u d \tau - \frac{x y z}{L_x L_y L_z} \int_{L_x L_y L_z}^x \int_{L_x L_y L_z}^y \int_{L_x L_y L_z}^z k_{V,V}(u, v, v, T) \times \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \times \left[\sum_{n=1}^N a_{nV} c_n(u) c_n(v) c_n(w) e_{nV}(t) \right]^2 d w d v d u - \int_{L_x}^x \int_{L_y}^y \int_{L_z}^z \sum_{n=1}^N a_{nI} c_n(u) c_n(v) c_n(w) e_{nI}(t) \sum_{n=1}^N a_{nV} \times \\ & \times c_n(u) c_n(v) c_n(w) e_{nV}(t) k_{I,V}(u, v, v, T) d w d v d u \frac{x y z}{L_x L_y L_z} + \int_{L_x}^x \int_{L_y}^y \int_{L_z}^z f_V(u, v, w) d w d v d u \times \\ & \times x y z / L_x L_y L_z . \end{aligned}$$

Коэффициенты $a_{n\rho}$ определяется из условия ортогональности членов ряда на масштабе гетероструктуры. Данное условие позволяет получить соотношения для расчета коэффициентов $a_{n\rho}$ при любом количестве членов ряда N . В общем случае уравнения для искомых коэффициентов имеют вид

$$\begin{aligned} & - \frac{L_x^2 L_y^2 L_z^2}{\pi^5} \sum_{n=1}^N \frac{a_{nI}}{n^6} e_{nI}(t) = - \frac{1}{2\pi L_x} \sum_{n=1}^N \frac{a_{nI}}{n^2} \int_0^{L_x} [1 - c_n(2x)] \int_0^{L_y} \left\{ L_y + y s_n(2y) + \frac{L_y}{2\pi n} [c_n(2y) - 1] \right\} \times \\ & \times \int_0^{L_z} D_I(x, y, z, T) \left\{ z s_n(z) + \frac{L_z}{2\pi n} [c_n(z) - 1] \right\} d z d y d x e_{nI}(\tau) d \tau - \frac{1}{2\pi L_y} \sum_{n=1}^N \frac{a_{nI}}{n^2} \int_0^{L_x} \left\{ x s_n(2x) + \right. \\ & \left. + L_x + \frac{L_x}{\pi n} [c_n(2x) - 1] \right\} \int_0^{L_y} [1 - c_n(2y)] \int_0^{L_z} D_I(x, y, z, T) \left\{ L_z + z s_n(2z) + \frac{L_z}{2\pi n} [c_n(2z) - 1] \right\} d z d y \times \\ & \times e_{nI}(\tau) d x d \tau - \frac{1}{2\pi L_z} \sum_{n=1}^N \frac{a_{nI}}{n^2} \int_0^{L_x} \left\{ x s_n(2x) + \frac{L_x}{2\pi n} [c_n(2x) - 1] + L_x \right\} \int_0^{L_y} \left\{ L_y + y s_n(2y) + \frac{L_y}{2\pi n} \times \right. \\ & \times [c_n(2y) - 1] \left. \right\} \int_0^{L_z} [1 - c_n(2z)] D_I(x, y, z, T) d z d y d x e_{nI}(\tau) \int_0^{L_y} \left\{ L_y + y s_n(2y) + \frac{L_y}{2\pi n} [c_n(2y) - 1] \right\} \times \\ & \times \int_0^{L_z} [1 - c_n(2z)] D_I(x, y, z, T) d z d y d x e_{nI}(\tau) d \tau - \sum_{n=1}^N a_{nI}^2 e_{nI}(2t) \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \int_0^{L_z} k_{I,I}(x, y, z, T) \left\{ x s_n(2x) + \right. \\ & \left. + L_x + \frac{L_x}{2\pi n} [c_n(2x) - 1] \right\} \left\{ y s_n(2y) + \frac{L_y}{2\pi n} [c_n(2y) - 1] + L_y \right\} \left\{ L_z + z s_n(2z) + [c_n(2z) - 1] \times \right. \\ & \times \left. \frac{L_z}{2\pi n} \right\} d z d y d x - \sum_{n=1}^N a_{nI} a_{nV} e_{nI}(t) e_{nV}(t) \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \int_0^{L_z} k_{I,V}(x, y, z, T) \left\{ x s_n(2x) + \frac{L_x}{2\pi n} [c_n(2x) - 1] + \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + L_x \left\{ L_y + y s_n(2y) + \frac{L_y}{2\pi n} [c_n(2y) - 1] \right\} \left\{ L_z + z s_n(2z) + \frac{L_z}{2\pi n} [c_n(2z) - 1] \right\} dz dy dx + \\
 & + \sum_{n=1}^N \int_0^{L_x} \left\{ x s_n(x) + \frac{L_x}{\pi n} [c_n(x) - 1] \right\} \int_0^{L_y} \left\{ y s_n(y) + \frac{L_y}{\pi n} [c_n(y) - 1] \right\} \int_0^{L_z} \left\{ z s_n(z) + \frac{L_z}{\pi n} [c_n(z) - 1] \right\} \times \\
 & \quad \times f_i(x, y, z, T) dz dy dx \\
 & - \frac{L_x^2 L_y^2 L_z^2}{\pi^5} \sum_{n=1}^N \frac{a_{nV}}{n^6} e_{nV}(t) = - \frac{1}{2\pi L_x} \sum_{n=1}^N \frac{a_{nV}}{n^2} \int_0^t \int_0^{L_x} [1 - c_n(2x)] \int_0^{L_y} \left\{ L_y + y s_n(2y) - \frac{L_y}{2\pi n} [c_n(2y) - 1] \right\} \times \\
 & \quad \times \int_0^{L_z} D_V(x, y, z, T) \left\{ z s_n(z) - \frac{L_z}{2\pi n} [c_n(z) - 1] \right\} dz dy dx e_{nV}(\tau) d\tau - \sum_{n=1}^N \frac{a_{nV}}{n^2} \int_0^t \int_0^{L_x} \left\{ L_x + x s_n(2x) - \right. \\
 & \quad \left. - \frac{L_x}{\pi n} [c_n(2x) - 1] \right\} \int_0^{L_y} \frac{1 - c_n(2y)}{2\pi L_y} \int_0^{L_z} D_V(x, y, z, T) \left\{ L_z + z s_n(2z) + \frac{L_z}{2\pi n} [c_n(2z) - 1] \right\} dz dy dx \times \\
 & \quad \times e_{nV}(\tau) d\tau - \frac{1}{2\pi L_z} \sum_{n=1}^N \frac{a_{nV}}{n^2} \int_0^t \int_0^{L_x} \left\{ L_x + z s_n(2x) + \frac{L_x}{2\pi n} [c_n(2x) - 1] \right\} \int_0^{L_y} \left\{ L_y + y s_n(2y) - \frac{L_y}{2\pi n} \times \right. \\
 & \quad \times [c_n(2y) - 1] \left. \right\} \int_0^{L_z} [1 - c_n(2z)] D_V(x, y, z, T) dz dy dx e_{nV}(\tau) d\tau - \sum_{n=1}^N a_{nV}^2 \int_0^t \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} k_{V,V}(x, y, z, T) \times \\
 & \quad \times e_{nV}(2t) \left\{ L_x + x s_n(2x) + \frac{L_x}{2\pi n} [c_n(2x) - 1] \right\} \left\{ y s_n(2y) + \frac{L_y}{2\pi n} [c_n(2y) - 1] + L_y \right\} \left\{ L_z + z s_n(2z) + \right. \\
 & \quad \left. + \frac{L_z}{2\pi n} [c_n(2z) - 1] \right\} dz dy dx - \sum_{n=1}^N a_{nI} a_{nV} e_{nI}(t) e_{nV}(t) \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \int_0^{L_z} k_{I,V}(x, y, z, T) \left\{ x s_n(2x) + L_x - \frac{L_x}{2\pi n} \times \right. \\
 & \quad \times [c_n(2x) - 1] \left. \right\} \left\{ L_y + y s_n(2y) - \frac{L_y}{2\pi n} [c_n(2y) - 1] \right\} \left\{ L_z + z s_n(2z) - \frac{L_z}{2\pi n} [c_n(2z) - 1] \right\} dz \times \\
 & \quad \times dy dx + \sum_{n=1}^N \int_0^{L_x} \left\{ x s_n(x) + \frac{L_x}{\pi n} [c_n(x) - 1] \right\} \int_0^{L_y} \left\{ y s_n(y) + \frac{L_y}{\pi n} [c_n(y) - 1] \right\} \int_0^{L_z} \left\{ \frac{L_z}{\pi n} [c_n(z) - 1] + \right. \\
 & \quad \left. + z s_n(z) \right\} f_V(x, y, z, T) dz dy dx.
 \end{aligned}$$

В окончательном виде соотношения для искомых параметров представимы в

следующей форме

$$a_{nl} = -\frac{b_3 + A}{4b_4} \pm \sqrt{\frac{(b_3 + A)^2}{4} - 4b_4 \left(y + \frac{b_3 y - \gamma_{nv} \lambda_{nl}^2}{A} \right)}, \quad a_{nv} = -\frac{\gamma_{nl} a_{nl}^2 + \delta_{nl} a_{nl} + \lambda_{nl}}{\chi_{nl} a_{nl}},$$

где $\gamma_{np} = \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \int_0^{L_z} k_{\rho, \rho}(x, y, z, T) \left\{ L_x + x s_n(2x) + \frac{L_x}{2\pi n} [c_n(2x) - 1] \right\} \left\{ L_y + \frac{L_y}{2\pi n} [c_n(2y) - 1] + y s_n(2y) \right\} \left\{ L_z + z s_n(2z) + \frac{L_z}{2\pi n} [c_n(2z) - 1] \right\} dz dy dx e_{np}(2t)$, $\delta_{np} = \frac{1}{2\pi L_x n^2} \int_0^t e_{np}(\tau) \times$
 $\times \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \left\{ y s_n(2y) + L_y + \frac{L_y}{2\pi n} [c_n(2y) - 1] \right\} \int_0^{L_z} \left\{ z s_n(z) + \frac{L_z}{2\pi n} [c_n(z) - 1] \right\} D_{\rho}(x, y, z, T) dz dy \times$
 $\times [1 - c_n(2x)] dx d\tau + \frac{1}{2\pi L_y n^2} \int_0^t e_{np}(\tau) \int_0^{L_x} \left\{ L_x + x s_n(2x) - \frac{L_x}{\pi n} [c_n(2x) - 1] \right\} \int_0^{L_y} [1 - c_n(2y)] \times$
 $\times \int_0^{L_z} D_{\rho}(x, y, z, T) \left\{ L_z + z s_n(2z) - \frac{L_z}{2\pi n} [c_n(2z) - 1] \right\} dz dy dx d\tau + \frac{1}{2\pi L_z n^2} \int_0^t e_{np}(\tau) \times$
 $\times \int_0^{L_x} \left\{ L_x + x s_n(2x) - \frac{L_x}{\pi n} [c_n(2x) - 1] \right\} \int_0^{L_y} \left\{ L_y + y s_n(2y) - [c_n(2y) - 1] \frac{L_y}{2\pi n} \right\} \int_0^{L_z} [1 - c_n(2z)] \times$
 $\times D_{\rho}(x, y, z, T) dz dy dx d\tau - \frac{L_x^2 L_y^2 L_z^2}{\pi^5 n^6} e_{np}(t)$, $\chi_{nIV} = \int_0^{L_x} \left\{ x s_n(x) + \frac{L_x}{\pi n} [c_n(x) - 1] \right\} \times$
 $\times \int_0^{L_y} \left\{ L_y + y s_n(2y) + \frac{L_y}{2\pi n} [c_n(2y) - 1] \right\} \int_0^{L_z} k_{I, V}(x, y, z, T) \left\{ L_z + z s_n(2z) + [c_n(2z) - 1] \times \right.$
 $\times \frac{L_z}{2\pi n} dz dy dx \left. \right\} e_{nl}(t) e_{nv}(t)$, $\lambda_{np} = \int_0^{L_x} \left\{ x s_n(x) + \frac{L_x}{\pi n} [c_n(x) - 1] \right\} \int_0^{L_y} \left\{ \frac{L_y}{\pi n} [c_n(y) - 1] + \right.$
 $\left. + y s_n(y) \right\} \int_0^{L_z} \left\{ z s_n(z) + \frac{L_z}{\pi n} [c_n(z) - 1] \right\} f_{\rho}(x, y, z, T) dz dy dx$, $b_4 = \gamma_{nv} \gamma_{nl}^2 - \gamma_{nl} \chi_{nl}^2$,
 $b_3 = 2\gamma_{nv} \gamma_{nl} \delta_{nl} - \delta_{nl} \chi_{nl}^2 - \delta_{nv} \chi_{nl} \gamma_{nl}$, $b_2 = \gamma_{nv} \delta_{nl}^2 + 2\lambda_{nl} \gamma_{nv} \gamma_{nl} - \delta_{nv} \chi_{nl} \delta_{nl} + (\lambda_{nv} - \lambda_{nl}) \chi_{nl}^2$,
 $b_1 = 2\lambda_{nl} \gamma_{nv} \delta_{nl} - \delta_{nv} \chi_{nl} \lambda_{nl}$, $A = \sqrt{8y + b_3^2 - 4b_2}$, $y = \sqrt[3]{\sqrt{q^2 + p^3} - q} - \sqrt[3]{\sqrt{q^2 + p^3} + q} - b_3/3b_4$,
 $q = (2b_3^3 - 9b_2 b_3 + 27b_1 b_4^2)/54b_4^3$, $p = (3b_2 b_4 - b_3^2)/9b_4^2$.

Пространственно-временные распределения концентраций комплексов радиационных дефектов определим в виде следующего ряда

$$\Phi_{\rho 0}(x, y, z, t) = \sum_{n=1}^N a_{n\phi\rho} c_n(x) c_n(y) c_n(z) e_{n\rho}(t),$$

где $a_{n\phi\rho}$ - неизвестные пока коэффициенты. Перед определением данных коэффициентов преобразуем систему дифференциальных уравнений (6) к интегральной форме

$$\begin{aligned} \frac{xyz}{L_x L_y L_z} \int_0^x \int_0^y \int_0^z \Phi_I(u, v, w, t) d w d v d u &= \frac{yz}{L_y L_z} \int_0^t \int_0^y \int_0^z D_{\Phi_I}(x, v, w, T) \frac{\partial \Phi_I(x, v, w, \tau)}{\partial x} d w d v d \tau + \\ &+ \frac{xz}{L_x L_z} \int_0^t \int_0^x \int_0^z D_{\Phi_I}(u, y, w, T) \frac{\partial \Phi_I(u, y, w, \tau)}{\partial y} d w d u d \tau + \frac{xy}{L_x L_y} \int_0^t \int_0^x \int_0^y \frac{\partial \Phi_I(u, v, z, \tau)}{\partial z} \times \\ &\times D_{\Phi_I}(u, v, z, T) d v d u d \tau + \frac{xyz}{L_x L_y L_z} \int_0^x \int_0^y \int_0^z k_{I,I}(u, v, w, T) I^2(u, v, w, \tau) d w d v d u - \frac{xyz}{L_x L_y L_z} \times \\ &\times \int_0^x \int_0^y \int_0^z k_I(u, v, w, T) I(u, v, w, \tau) d w d v d u + \frac{xyz}{L_x L_y L_z} \int_0^x \int_0^y \int_0^z f_{\Phi_I}(u, v, w) d w d v d u \quad (6a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{xyz}{L_x L_y L_z} \int_0^x \int_0^y \int_0^z \Phi_V(u, v, w, t) d w d v d u &= \frac{yz}{L_y L_z} \int_0^t \int_0^y \int_0^z D_{\Phi_V}(x, v, w, T) \frac{\partial \Phi_V(x, v, w, \tau)}{\partial x} d w d v d \tau + \\ &+ \frac{xz}{L_x L_z} \int_0^t \int_0^x \int_0^z D_{\Phi_V}(u, y, w, T) \frac{\partial \Phi_V(u, y, w, \tau)}{\partial y} d w d u d \tau + \frac{xy}{L_x L_y} \int_0^t \int_0^x \int_0^y \frac{\partial \Phi_V(u, v, z, \tau)}{\partial z} \times \\ &\times D_{\Phi_V}(u, v, z, T) d v d u d \tau + \frac{xyz}{L_x L_y L_z} \int_0^x \int_0^y \int_0^z k_{V,V}(u, v, w, T) V^2(u, v, w, \tau) d w d v d u - \\ &- \frac{xyz}{L_x L_y L_z} \int_0^x \int_0^y \int_0^z k_V(u, v, w, T) V(u, v, w, \tau) d w d v d u \times + \frac{xyz}{L_x L_y L_z} \int_0^x \int_0^y \int_0^z f_{\Phi_V}(u, v, w) d w d v d u. \end{aligned}$$

Подстановка предлагаемой формы решения в виде функциональных рядов в систему уравнений (6a) приводит к следующему результату

$$\begin{aligned} -xyz \sum_{n=1}^N \frac{a_{n\phi I}}{\pi^3 n^3} s_n(x) s_n(y) s_n(z) e_{nI}(t) &= -\frac{yz\pi}{L_x L_y L_z} \sum_{n=1}^N n a_{n\phi I} s_n(x) e_{nI}(t) \int_0^t \int_0^y \int_0^z D_{\Phi_I}(x, v, w, T) \times \\ &\times c_n(v) c_n(w) d w d v d \tau - \frac{xz\pi}{L_x L_y L_z} \sum_{n=1}^N s_n(y) e_{nI}(t) \int_0^t \int_0^x \int_0^z c_n(u) c_n(w) D_{\Phi_I}(u, v, w, T) d w d u d \tau \times \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \times n a_{n\Phi I} - \frac{x y \pi}{L_x L_y L_z} \sum_{n=1}^N n a_{n\Phi I} s_n(z) e_{nl}(t) \int_0^t \int_{L_x}^x \int_{L_y}^y c_n(u) c_n(v) D_{\Phi I}(u, v, z, T) d v d u d \tau + \frac{x y z}{L_x L_y L_z} \times \\
 & \times \int_{L_x}^x \int_{L_y}^y \int_{L_z}^z k_{I,I}(u, v, w, T) I^2(u, v, w, \tau) d w d v d u - \int_{L_x}^x \int_{L_y}^y \int_{L_z}^z k_I(u, v, w, T) I(u, v, w, \tau) d w d v d u \times \\
 & \times \frac{x y z}{L_x L_y L_z} + \frac{x y z}{L_x L_y L_z} \int_{L_x}^x \int_{L_y}^y \int_{L_z}^z f_{\Phi I}(u, v, w) d w d v d u \\
 & - x y z \sum_{n=1}^N \frac{a_{n\Phi V}}{\pi^3 n^3} s_n(x) s_n(y) s_n(z) e_{nV}(t) = - \frac{y z \pi}{L_x L_y L_z} \sum_{n=1}^N n a_{n\Phi V} s_n(x) e_{nV}(t) \int_0^t \int_{L_y}^y \int_{L_z}^z D_{\Phi V}(x, v, w, T) \times \\
 & \times c_n(v) c_n(w) d w d v d \tau - \frac{x z \pi}{L_x L_y L_z} \sum_{n=1}^N s_n(y) e_{nV}(t) \int_0^t \int_{L_x}^x \int_{L_z}^z c_n(u) c_n(w) D_{\Phi V}(u, v, w, T) d w d u d \tau \times \\
 & \times n a_{n\Phi V} - \frac{x y \pi}{L_x L_y L_z} \sum_{n=1}^N n a_{n\Phi V} s_n(z) e_{n\Phi V}(t) \int_0^t \int_{L_x}^x \int_{L_y}^y c_n(u) c_n(v) D_{\Phi V}(u, v, z, T) d v d u d \tau + \frac{x y z}{L_x L_y L_z} \times \\
 & \times \int_{L_x}^x \int_{L_y}^y \int_{L_z}^z k_{V,V}(u, v, w, T) V^2(u, v, w, \tau) d w d v d u - \int_{L_x}^x \int_{L_y}^y \int_{L_z}^z k_V(u, v, w, T) V(u, v, w, \tau) d w d v d u \times \\
 & \times \frac{x y z}{L_x L_y L_z} + \frac{x y z}{L_x L_y L_z} \int_{L_x}^x \int_{L_y}^y \int_{L_z}^z f_{\Phi V}(u, v, w) d w d v d u .
 \end{aligned}$$

Далее, пользуясь ортогональностью базисных функций, входящих в предлагаемую форму решения рассматриваемых интегральных уравнений, определим коэффициенты $a_{n\Phi\rho}$. Условие ортогональности приводит к следующей системе уравнений для определения искомым коэффициентов $a_{n\Phi\rho}$

$$\begin{aligned}
 & - \frac{L_x^2 L_y^2 L_z^2}{\pi^5} \sum_{n=1}^N \frac{a_{nl}}{n^6} e_{nl}(t) = - \frac{1}{2\pi L_x} \sum_{n=1}^N \frac{a_{nl}}{n^2} \int_0^t \int_0^{L_x} [1 - c_n(2x)] \int_0^{L_y} \left\{ L_y + y s_n(2y) + \frac{L_y}{2\pi n} [c_n(2y) - 1] \right\} \times \\
 & \times \int_0^{L_z} D_{\Phi I}(x, y, z, T) \left\{ z s_n(z) + \frac{L_z}{2\pi n} [c_n(z) - 1] \right\} d z d y d x e_{n\Phi I}(\tau) d \tau - \frac{1}{2\pi} \sum_{n=1}^N \int_0^t \int_0^{L_x} \left\{ x s_n(2x) + \right. \\
 & \left. + L_x + \frac{L_x}{2\pi n} [c_n(2x) - 1] \right\} \frac{a_{n\Phi I}}{n^2 L_y} \int_0^{L_y} [1 - c_n(2y)] \int_0^{L_z} D_{\Phi I}(x, y, z, T) \left\{ z s_n(z) + \frac{L_z}{2\pi n} [c_n(z) - 1] \right\} \times
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \times e_{n\Phi I}(\tau) d z d y d x d \tau - \frac{1}{2\pi L_x} \sum_{n=1}^N \frac{a_{n\Phi I}}{n^2} \int_0^t \int_0^{L_x} \left\{ x s_n(x) + \frac{L_x}{2\pi n} [c_n(x) - 1] \right\} \int_0^{L_y} \left\{ L_y + y s_n(2y) + \right. \\
 & \left. + \frac{L_y}{2\pi n} [c_n(2y) - 1] \right\} \int_0^{L_z} [1 - c_n(2y)] D_{\Phi I}(x, y, z, T) d z d y d x e_{n\Phi I}(\tau) d \tau + \sum_{n=1}^N \frac{a_{n\Phi I}}{\pi^3 n^3} \int_0^t e_{n\Phi I}(\tau) \times \\
 & \times \int_0^{L_x} \left\{ x s_n(x) + \frac{L_x}{2\pi n} [c_n(x) - 1] \right\} \int_0^{L_y} \left\{ y s_n(y) + \frac{L_y}{2\pi n} [c_n(y) - 1] \right\} \int_0^{L_z} \left\{ z s_n(z) + \frac{L_z}{2\pi n} [c_n(z) - 1] \right\} \times \\
 & \times k_{I,I}(x, y, z, T) I^2(x, y, z, t) d z d y d x - \frac{1}{\pi^3} \sum_{n=1}^N \frac{a_{n\Phi I}}{n^3} \int_0^t e_{nI}(\tau) \int_0^{L_x} \left\{ x s_n(x) + \frac{L_x}{2\pi n} [c_n(x) - 1] \right\} \times \\
 & \times \int_0^{L_y} \int_0^{L_z} \left\{ z s_n(z) + \frac{L_z}{2\pi n} [c_n(z) - 1] \right\} k_I(x, y, z, T) I(x, y, z, t) d z \left\{ \frac{L_y}{2\pi n} [c_n(y) - 1] + y s_n(y) \right\} \times \\
 & \times d y d x + \frac{1}{\pi^3} \sum_{n=1}^N \frac{a_{n\Phi I}}{n^3} \int_0^t e_{n\Phi I}(\tau) \int_0^{L_x} \left\{ x s_n(x) + \frac{L_x}{2\pi n} [c_n(x) - 1] \right\} \int_0^{L_y} \left\{ y s_n(y) + \frac{L_y}{2\pi n} [c_n(y) - 1] \right\} \times \\
 & \quad \times \int_0^{L_z} \left\{ z s_n(z) + \frac{L_z}{2\pi n} [c_n(z) - 1] \right\} f_{\Phi I}(x, y, z) d z d y d x \\
 & - \frac{L_x^2 L_y^2 L_z^2}{\pi^5} \sum_{n=1}^N \frac{a_{nV}}{n^6} e_{n\Phi V}(t) = - \frac{1}{2\pi} \sum_{n=1}^N \frac{a_{n\Phi V}}{n^2 L_x} \int_0^t \int_0^{L_x} [1 - c_n(2x)] \int_0^{L_y} \left\{ L_y + y s_n(2y) + \frac{L_y}{2\pi n} [c_n(2y) - 1] \right\} \times \\
 & \times \int_0^{L_z} D_{\Phi V}(x, y, z, T) \left\{ z s_n(z) + \frac{L_z}{2\pi n} [c_n(z) - 1] \right\} d z d y d x e_{n\Phi V}(\tau) d \tau - \frac{1}{2\pi} \sum_{n=1}^N \int_0^t \int_0^{L_x} \left\{ x s_n(2x) + \right. \\
 & \left. + \frac{L_x}{2\pi n} [c_n(2x) - 1] \right\} \int_0^{L_y} [1 - c_n(2y)] \int_0^{L_z} D_{\Phi V}(x, y, z, T) \left\{ z s_n(z) + \frac{L_z}{2\pi n} [c_n(z) - 1] \right\} d z d y d x \times \\
 & \times e_{n\Phi V}(\tau) d \tau \frac{a_{n\Phi V}}{n^2 L_y} - \frac{1}{2\pi L_x} \sum_{n=1}^N \frac{a_{n\Phi V}}{n^2} \int_0^t \int_0^{L_x} \left\{ x s_n(x) + \frac{L_x}{2\pi n} [c_n(x) - 1] \right\} \int_0^{L_y} \left\{ \frac{L_y}{2\pi n} [c_n(2y) - 1] + L_y + \right. \\
 & \left. + y s_n(2y) \right\} \int_0^{L_z} [1 - c_n(2y)] D_{\Phi V}(x, y, z, T) d z d y d x e_{n\Phi V}(\tau) d \tau + \frac{1}{\pi^3} \sum_{n=1}^N \frac{a_{n\Phi V}}{n^3} \int_0^t e_{n\Phi V}(\tau) \int_0^{L_x} \left\{ \frac{L_x}{2\pi n} \times \right.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \times [c_n(x) - 1] + x s_n(x) \int_0^{L_y} \left\{ y s_n(y) + \frac{L_y}{2\pi n} [c_n(y) - 1] \right\} \int_0^{L_z} k_{I,I}(x, y, z, T) I^2(x, y, z, t) \{ z s_n(z) + \\
 & + \frac{L_z}{2\pi n} [c_n(z) - 1] \} dz dy dx - \frac{1}{\pi^3} \sum_{n=1}^N \frac{a_{n\Phi I}}{n^3} \int_0^t e_{n\Phi I}(\tau) \int_0^{L_x} \left\{ x s_n(x) + \frac{L_x}{2\pi n} [c_n(x) - 1] \right\} \int_0^{L_y} \int_0^{L_z} \{ z s_n(z) + \\
 & + \frac{L_z}{2\pi n} [c_n(z) - 1] \} k_V(x, y, z, T) V(x, y, z, t) dz \left\{ \frac{L_y}{2\pi n} [c_n(y) - 1] + y s_n(y) \right\} dy dx + \sum_{n=1}^N \frac{a_{n\Phi V}}{\pi^3 n^3} \times \\
 & \times \int_0^t e_{n\Phi V}(\tau) \int_0^{L_x} \left\{ x s_n(x) + \frac{L_x}{2\pi n} [c_n(x) - 1] \right\} \int_0^{L_y} \left\{ y s_n(y) + \frac{L_y}{2\pi n} [c_n(y) - 1] \right\} \int_0^{L_z} \left\{ z s_n(z) + \frac{L_z}{2\pi n} \times \right. \\
 & \left. \times [c_n(z) - 1] \right\} f_{\Phi V}(x, y, z) dz dy dx.
 \end{aligned}$$

Результаты анализа

В данном разделе проведем анализ пространственно-временного распределения концентрации примеси, введенной в эпитаксиальный слой с помощью диффузии (рис. 2а) или ионной имплантации (рис. 2б).

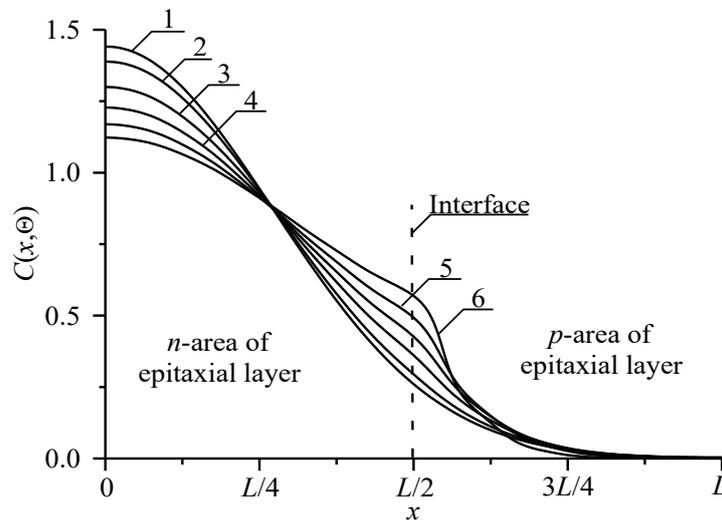


Рис.2а. Распределения концентрации введенной диффузионно примеси в представленной на рис. 1 гетероструктуре в направлении, перпендикулярном границе раздела между подложкой и эпитаксиальными слоями. Увеличение номера кривой соответствует увеличению разницы между значениями коэффициента диффузии примеси в слоях при условии, что коэффициент диффузии примеси в легированной области больше, чем в соседней

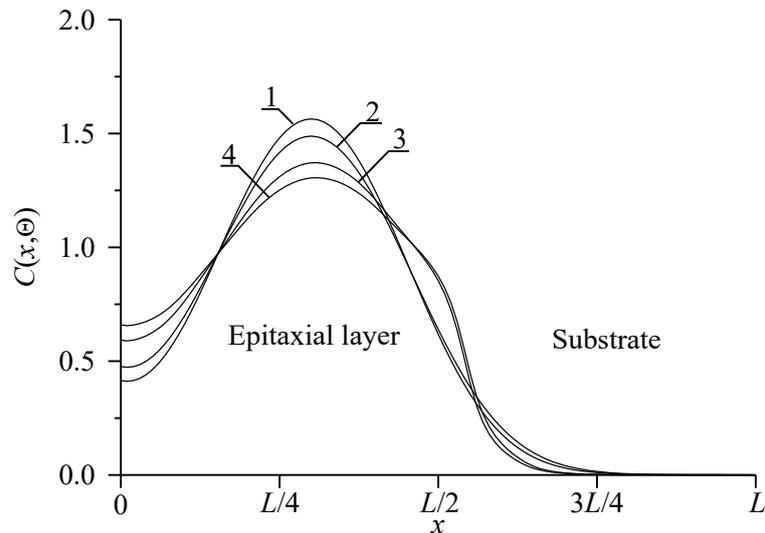


Рис. 2б. Пространственное распределение имплантированной примеси после отжига длительностью $\Theta = 0,0048(L_x^2 + L_y^2 + L_z^2)/D_0$ (кривые 1 и 3) и $\Theta = 0,0057(L_x^2 + L_y^2 + L_z^2)/D_0$ (кривые 2 и 4). Кривые 1 и 2 - расчетные распределения в однородной структуре; кривые 3 и 4 - расчетные распределения примеси в двухслойной структуре при условии, что коэффициент диффузии примеси легированном слое больше, чем в соседнем

Длительность отжига имеет одинаковые значения для всех кривых каждого рисунка. Увеличение номера кривой соответствует увеличению разницы между значениями коэффициента диффузии в слоях гетероструктуры. Из данных рисунков следует, что наличие границы раздела между слоями гетероструктуры позволяет увеличить абсолютное значение градиента концентрации примеси в направлении, перпендикулярном рассматриваемой границе раздела. Следствием данного результата является уменьшение размеров транзисторов, входящих в состав инвертора. Одновременно с увеличением рассматриваемого градиента увеличивается равномерность распределения концентрации примеси в обогащенной ею области.

При выборе длительности отжига необходимо учитывать уменьшение по абсолютному значению градиента концентрации в окрестности границы раздела между эпитаксиальным слоем и подложкой с ростом длительности отжига. Уменьшение длительности отжига приводит к формированию более неоднородного распределения концентрации примеси (см. рис. 3а для диффузионного легирования и 3б для ионного легирования). Определим компромиссную длительность отжига в рамках введенного ранее критерия [17-

22]. В рамках данного критерия аппроксимируем реальное распределение концентрации примеси с помощью идеального прямоугольного распределения $\psi(x,y,z)$. Далее искомую длительность отжига определим из условия минимума среднеквадратической ошибки

$$U = \frac{1}{L_x L_y L_z} \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \int_0^{L_z} [C(x, y, z, \Theta) - \psi(x, y, z)]^2 dz dy dx. \quad (8)$$

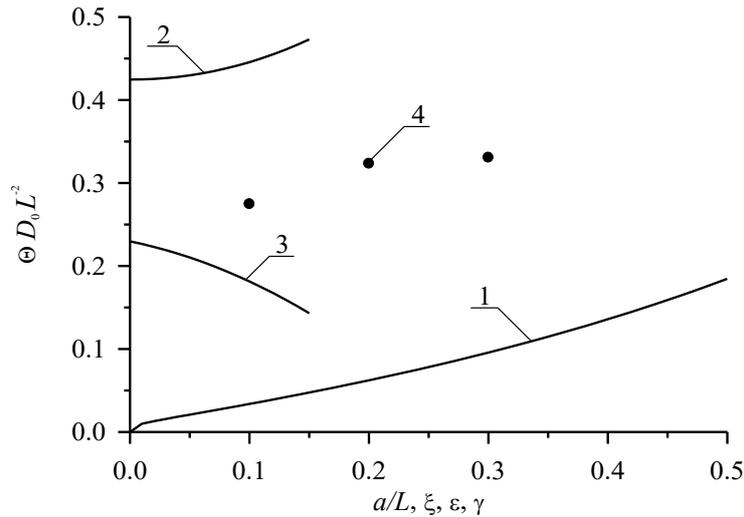


Рис.4а. Зависимости безразмерного оптимального времени отжига введенной диффузионно примеси, полученного из условия минимума среднеквадратической ошибки, от различных параметров гетероструктуры.

Кривая 1 - зависимость времени отжига от отношения a/L и $\xi=\gamma=0$ при попарном равенстве коэффициентов диффузии. Кривая 2 - зависимость времени отжига от параметра ϵ при $a/L=1/2$ и $\xi=\gamma=0$. Кривая 3 - зависимость времени отжига от параметра ξ при $a/L=1/2$ и $\epsilon=\gamma=0$. Кривая 4 - зависимость времени отжига от параметра γ при $a/L=1/2$ и $\epsilon=\xi=0$

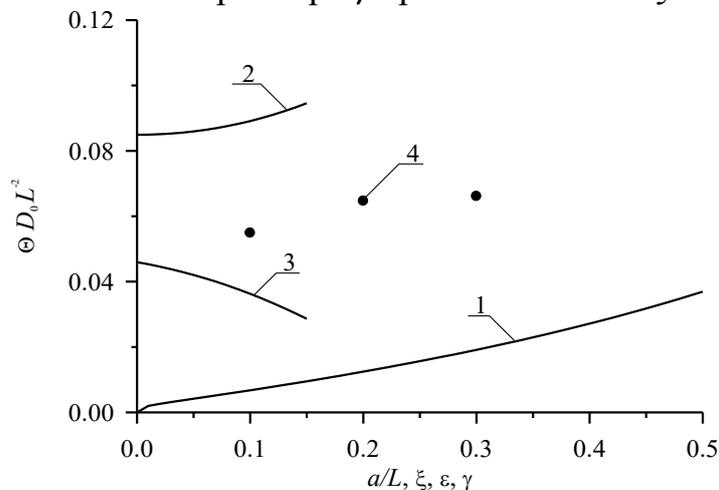


Рис.4б. Зависимости безразмерного оптимального времени отжига введенной с помощью ионной имплантации примеси, полученного из условия минимума

среднеквадратической ошибки, от различных параметров гетероструктуры.

Кривая 1 – зависимость времени отжига от отношения a/L и $\xi = \gamma = 0$ при попарном равенстве коэффициентов диффузии. Кривая 2 - зависимость времени отжига от параметра ε при $a/L=1/2$ и $\xi = \gamma = 0$. Кривая 3 - зависимость времени отжига от параметра ξ при $a/L=1/2$ и $\varepsilon = \gamma = 0$. Кривая 4 - зависимость времени отжига от параметра γ при $a/L=1/2$ и $\varepsilon = \xi = 0$

Зависимости оптимальной длительности отжига приведены на рис. 4. Следует заметить, что после проведения ионной имплантации необходимо проводить отжиг радиационных дефектов. В идеальном случае после проведения данного отжига примесь достигает границы раздела между слоями гетероструктуры. Если примесь не успевает достигнуть данной границы, целесообразно проводить дополнительный отжиг примеси. На рис. 4б приведены зависимости именно длительности дополнительного отжига. Необходимость отжига радиационных дефектов приводит к меньшим значениям оптимальной длительности отжига по сравнению с оптимальной длительностью отжига примеси, введенной диффузионно. Использование диффузионного легирования не приводит к столь серьезным повреждениям, как в случае ионного легирования. Однако ионное легирование представляет интерес для легирования гетероструктур с существенно различающимися постоянными решетки, т.к. радиационное воздействие позволяет уменьшить механические напряжения в гетероструктуре [23].

Заключение

В данной работе проводился анализ перераспределения введенных с помощью диффузии и ионной имплантации примесей в процессе формирования однофазного многоуровневого инвертора на основе биполярных гетеротранзисторов. Сформулированы рекомендации по оптимизации отжига с целью уменьшения размеров гетеротранзисторов. Предложена аналитическая методика моделирования диффузионного и ионного типов легирования, позволяющая одновременно учесть и пространственные, и временные изменения параметров, а также нелинейность рассматриваемых процессов.

Литература

- [1] Z. Ramezani, A.A. Orouji. *Mat. Sci. Sem. Proc.* **Vol. 19**. P. 124-129 (2014).
- [2] Ch. Dong, J. Shi, J. Wu, Y. Chen, D. Zhou, Z. Hu, H. Xie, R. Zhan, Zh. Zou. *Mat. Sci. Sem. Proc.* **Vol. 20**. P. 7-11 (2014).
- [3] D. Fathi, B. Forouzandeh. *Nano.* **Vol. 4** (3). P. 171-176 (2009).
- [4] D. Fathi, B. Forouzandeh, N. Masoumi. *Nano.* **Vol. 4** (4). P. 233-238 (2009).
- [5] A.O. Ageev, A.E. Belyaev, N.S. Boltovets, V.N. Ivanov, R.V. Konakova, Ya.Ya. Kudrik, P.M. Litvin, V.V. Milenin, A.V. Sachenko. *Semiconductors.* **Vol. 43** (7). P. 897-903 (2009).
- [6] A.G. Alexenko, I.I. Shagurin. *Microcircuitry* (Radio and communication, Moscow, 1990).
- [7] N.A. Avaev, Yu.E. Naumov, V.T. Frolkin. *Basis of microelectronics* (Radio and communication, Moscow, 1991).
- [8] V.I. Lachin, N.S. Savelov. *Electronics* (Phoenix, Rostov-na-Donu, 2001).
- [9] B. Mitrovic, A. Gurary, and L. Kadinski. *J. Cryst. Growth.* **Vol. 287**, 656 (2006).
- [10] R. Zuo, H. Zhanga, X. Liu, *J. Cryst. Growth.* **Vol. 293**, 498 (2006).
- [11] M. G. Mynbaeva, E. N. Mokhov, A. A. Lavrent'ev, K. D. Mynbaev. *Techn. Phys. Lett.* **Vol. 34** (17), 13 (2008).
- [12] S.N. Heo, Y. Ishiguro, R. Hayakawa, T. Chikyow, Y. Wakayama. *Applied Physics Letters Materials.* **Vol. 4** (3). P. 030901-1--030901-7 (2016).
- [13] Z.Yu. Gotra. *Technology of microelectronic devices* (Radio and communication, Moscow, 1991).
- [14] V.L. Vinetskiy, G.A. Kholodar', *Radiative physics of semiconductors.* ("Naukova Dumka", Kiev, 1979, in Russian).
- [15] P.M. Fahey, P.B. Griffin, J.D. Plummer. *Rev. Mod. Phys.* 1989. **Vol. 61**. № 2. P. 289-388.
- [16] M.L. Krasnov, A.I. Kiselev, G.I. Makarenko. *Integral equations* ("Science", Moscow, 1976).
- [17] E.L. Pankratov. *Russian Microelectronics.* 2007. **V.36** (1). P. 33-39.
- [18] E.L. Pankratov. *Int. J. Nanoscience.* **Vol. 7** (4-5). P. 187–197 (2008).

- [19] E.L. Pankratov. J. Comp. Theor. Nanoscience. **Vol. 7** (1). P. 289-295 (2010).
- [20] E.L. Pankratov, E.A. Bulaeva. J. Comp. Theor. Nanoscience. **Vol. 10** (4). P. 888-893 (2013).
- [21] E.L. Pankratov, E.A. Bulaeva. Int. J. Micro-Nano Scale Transp. **Vol. 4** (1). P. 17-31 (2014).
- [22] E.L. Pankratov, E.A. Bulaeva. Int. J. Nanoscience. **Vol. 11** (5). P. 1250028-1250035 (2012).
- [23] E.L. Pankratov, E.A. Bulaeva. J. Comp. Theor. Nanoscience. **Vol. 11** (1). P. 91-101 (2014).