# УДК 621.391.01

# ПОЛНЫЕ И УКОРОЧЕННЫЕ БЛОКОВЫЕ НИЗКОПЛОТНОСТНЫЕ КОДЫ НА ОСНОВЕ КОНЕЧНЫХ ГЕОМЕТРИЙ И АЛГОРИТМЫ ИХ ИТЕРАТИВНОГО ПРИЕМА

# Л. Е. Назаров

# Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, 141190, Московская область, г. Фрязино, пл. академика Введенского, д.1

Статья поступила в редакцию 25 октября 2018 г.

Аннотация. Приведены описания формирования методов полных И укороченных помехоустойчивых низкоплотностных кодов на основе конечных геометрий (евклидово-геометрические коды, проективно-геометрические коды). Даны описания алгоритмов итеративного приема для данных кодов. результаты моделирования для ряда рассматриваемых Ланы кодов С использованием программно-аппаратной реализации алгоритмов формирования и приема на основе программируемой логической интегральной схемы FPGA VIRTEX-5SX.

**Ключевые слова.** Помехоустойчивые коды, конечные геометрии, алгоритмы приема, ПЛИС, низкоплотностные коды.

**Abstract.** The theme of this paper is investigation of the characteristics of errorcorrecting low-density parity-check codes (LDPC) which enable communication at relatively low received signal/noise and provide very high power efficiency. Specific feature of investigated codes is construction of these by means of full LDPC code word and information volume shortening. According to this the broad class of LDPC codes is constructed with variety of code-rates and information volumes. The full (original) LDPC codes are based on the finite geometries (finite Eucledean and projective geometries). The decoding algorithms for that are symbol-by-symbol decoding developed for common class LDPC codes, namely, BP (belief propagation) and BP modification (mBP) decoding algorithms. The BP and mBP decoding algorithms are iterative and for implementation the signal/noise is not required. The

resulted characteristics of full and shortened low-density parity-check codes (namely, duration of code words, information volume, code rate, error performances) are presented. The original LDPC codes are cyclic and have encoding and decoding algorithms with low complexity implementation. The computer simulations for encoding and iterative decoding algorithms for the number of turbo-codes with different code rate and information volumes are performed. The results of computer simulations have shown that mBP decoding algorithm is more effective than BP decoding algorithm (difference between signal/noise is more 0.2 dB). The results of encoding and decoding algorithm realization using FPGA VIRTEX-5SX are presented, in particularly, the information rate 200 Mb/s is achieved for generator clock 180 MHz and for 10 iterations.

Key words: noise-immunity, low-density parity-check codes, iterative decoding.

# Введение

Помехоустойчивые коды применяются в системах цифровой связи с целью повышения надежности передачи информации по каналам с помехами [1,2]. В литературе наиболее известными являются помехоустойчивые блоковые коды с циклической структурой и сверточные коды [1].

Кодовые конструкции, для которых разработаны алгоритмы итеративного приема, составляют альтернативу данным кодам относительно вероятностных характеристик и сложности реализации [2]. При увеличении объема информационных блоков этих кодовых конструкций и при применении алгоритмов итеративного приема достигаются практически предельные вероятностные характеристики для каналов с аддитивным белым гауссовским шумом (АБГШ) для вероятностей ошибки на информационный бит  $P_6 = 10^{-5}$  и менее.

В статье рассматриваются помехоустойчивые блоковые низкоплотностные коды, которые входят в класс кодов с алгоритмами итеративного приема [2,3-6]. Общим недостатком низкоплотностных кодов

является сложность реализации алгоритмов формирования их кодовых слов, определяемая структурной нерегулярностью порождающих и проверочных матриц [3].

Рассматриваемые в статье ниизкоплотностные коды формируются на основе конечных геометрий (конечные Евклидовая и проективная геометрии) [7], относятся к классу кодов с циклической структурой порождающих матриц, что существенно упрощает реализацию процедуры формирования кодовых слов [8-10].

Множество низкоплотностных кодов на основе конечных геометрий характеризуется ограниченностью относительно кодовых скоростей и информационных объемов кодовых блоков. Расширение этого множества возможно путем укорочения или удлинения кодовых слов и информационных объемов порождающих (полных) кодов [8,11].

Актуальной является проблема разработки алгоритмов итеративного приема укороченных кодов, оценивания сложности их программно-аппаратной реализации и исследования результирующих вероятностных характеристик.

### 1. Постановка задачи

Рассматривается передача информации по каналу АБГШ с односторонней спектральной плотностью  $N_0$  с использованием сигналов с двоичной фазовой манипуляцией на основе блоковых помехоустойчивых кодов с параметрами (n,k) с проверочной матрицей  $H = (h_{li}; 0 \le l < n - k; 0 \le i < n)$ . Здесь n - длина кодовых слов  $\vec{B} = (b_0, b_1, ..., b_{n-1})$ , k - информационный объем блока, кодовая скорость R = k/n, символы  $b_i$  кодовых слов двоичные  $(b_i = 0,1)$  [1]. Полагается, что коды обладают свойством организации множества ортогональных соотношений для символов  $b_i$ , i = 0, 1, ..., n - 1 слов  $\vec{B}$  [2].

Известными кодами из рассматриваемого класса являются низкоплотностные коды на основе конечных геометрий (евклидовогеометрические коды, проективно-геометрические коды) [8]. Для этих кодов

разработаны алгоритмы формирования кодовых слов и алгоритмы итеративного посимвольного приема [2,6,9].

С целью расширения множества низкоплотностных кодов с вариациями объемов информационных блоков и кодовых скоростей применяются методы удлинения и укорочения кодовых слов исходного (порождающего) низкоплотностного кода [8,11].

Суть решаемой задачи - дать описания методов формирования помехоустойчивых низкоплотностных кодов на основе конечных геометрий с вариацией длин кодовых слов и кодовых скоростей, привести описания алгоритмов их итеративного приема и результаты программно-аппаратной реализации средствами программируемых логических интегральных схем (ПЛИС) для ряда кодов.

# 2. Низкоплотностные коды на основе конечных геометрий

Пусть  $EG(m,2^{s})$  - *m*-мерная конечная Евклидовая геометрия над полем  $GF(2^{s})$ , *m*,*s* - положительные целые числа, содержащая  $2^{ms}$  точек в виде векторов с *m* компонентами поля  $GF(2^{s})$  и  $2^{(m-1)s}(2^{ms}-1)/(2^{s}-1)$  линий с  $2^{s}$  точками в своем составе [8].

Геометрия  $EG(m,2^s)$  также рассматривается как расширение поля  $GF(2^{ms})$  над  $GF(2^s)$  [1]. Пусть  $\alpha \in GF(2^{ms})$  - примитивный элемент. Множество элементов  $0, \alpha^0, \alpha^1, ..., \alpha^{2^{ms}-2}$  эквивалентно  $2^{ms}$  точкам геометрии  $EG(m,2^s)$ . Пусть  $\alpha^i, \alpha^j$  - линейно независимые точки в  $EG(m,2^s)$ . Множество точек  $\{\alpha^i + \beta \alpha^j; \beta \in GF(2^s)\}$  определяет линию (вектор инцидентности), проходящую через  $\alpha^i$ . Пусть  $H_{EG}(m,s)$  - матрица с элементами из GF(2), ее строки эквивалентны векторам инцидентности  $EG(m,2^s)$ , не проходящим через 0. Эта матрица является проверочной матрицей низкоплотностного кода на основе геометрии  $EG(m,2^s)$ . Матрица  $H_{EG}(m,s)$  содержит  $J = (2^{(m-1)s} - 1)/(2^{s} - 1)$  строк с весом Хэмминга и  $n = 2^{ms} - 1$  столбцов с весом  $\gamma = (2^{ms} - 1)/(2^{s} - 1) - 1$  [8].

Коды на основе геометрии  $EG(m,2^s)$  являются циклическими, задаются порождающим многочленом  $g_{EG}(x)$  и обладают свойством организации множества ортогональных соотношений для каждого кодового символа с использованием проверочной матрицы  $H_{EG}(m,s)$ . Длина кодовых слов кодов равна  $n = 2^{ms} - 1$ , минимальный вес Хэмминга  $d \ge \gamma + 1$ , размерность k определяется степенью многочлена  $g_{EG}(x)$  [1,8].

Приведем описание процедуры конструирования класса низкоплотностных кодов на основе проективной геометрии  $PG(m, 2^s)$  над полем  $GF(2^{s})$  [1,8]. Пусть  $\alpha$  - примитивный элемент поля  $GF(2^{(m+1)s})$ , являющийся расширением поля  $GF(2^s)$ . Рассмотрим элемент  $\beta = \alpha^n$ ,  $n = \frac{2^{(m+1)s} - 1}{2^s - 1}$ . Порядок элемента  $\beta$  равен ( $2^s - 1$ ), множество элементов  $(0,1,\beta,...,\beta^{2^{s}-2})$  представляет поле  $GF(2^{s})$ . Рассмотрим множество элементов  $\{1, \alpha, \alpha^2, ..., \alpha^{n-1}\}$  и разбиение поля  $GF(2^{(m+1)s})$  на подмножества  $(\alpha_i) = \{\alpha^i, \beta \alpha^i, ..., \beta^{2s-2} \alpha^i\}, 0 \le i < n.$  Геометрия  $PG(m, 2^s)$  содержит nточек, эквивалентных элементам ( $\alpha_i$ ) с (m+1) компонентами поля  $GF(2^s)$ . Множество точек ( $\eta_1 \alpha^i + \eta_2 \alpha^j$ ) определяет линию, проходящую через линейно независимые точки  $(\alpha^{i}), (\alpha^{j}), \eta_{1}, \eta_{2}$  - элементы поля  $GF(2^{s}),$  не одновременно. В составе  $PG(m, 2^{s})$  находятся нулю равные  $J = \frac{(2^{(m+1)s} - 1)(2^{ms} - 1)}{(2^s + 1)(2^s - 1)^2}$ линий с 2<sup>s</sup> +1 точками в своем составе [8]. Пусть

 $H_{PG}(m,s)$  матрица над полем GF(2), строки которой эквивалентны векторам

инцидентности линий геометрии  $PG(m,2^{s})$ . Матрица  $H_{PG}(m,s)$  является проверочной матрицей низкоплотностного кода на основе геометрии  $PG(m,2^{s})$ , она содержит J строк с весом Хэмминга  $\rho = 2^{s} + 1$  и n столбцов с весом  $\rho = 2^{s} + 1$  и  $\gamma = (2^{ms} - 1)/(2^{s} - 1)$  [8].

Низкоплотностные коды на основе проективной геометрии  $PG(m,2^s)$ являются циклическими и определяются порождающим многочленом  $g_{PG}(x)$ [1]. Коды на основе геометрии  $PG(m,2^s)$  обладают свойством организации множества ортогональных соотношений для каждого кодового символа с использованием проверочной матрицы  $H_{PG}(m,s)$  [8]. Длительность кодовых слов равна n, минимальный вес Хэмминга  $d \ge \gamma + 1$ , размерность kопределяется степенью порождающего многочлена  $g_{PG}(x)$ .

Анализ показывает ограниченность множества рассматриваемых низкоплотностных кодов, что снижает качество данного класса при выборе кодов с требуемыми параметрами (n,k) [11]. Перспективное направление расширения этого класса низкоплотностных кодов с вариациями параметров представляет формирование производных кодов с удлинением или с укорочением длин кодовых слов порождающих низкоплотностных кодов [8].

Метод формирования кодов с увеличением длин кодовых слов основан на структурном размножении столбцов (строк) проверочной матрицы H исходного кода с весом ее строк  $\rho$  и с весом ее столбцов  $\gamma$ . Детальное описание этого метода приведено в [8], с его использованием сформирован известный низкоплотностный код (8176,7156) на основе геометрии  $EG(3,2^3)$  [12], рекомендованный для использования в спутниковых системах связи.

Метод формирования кодов с укорочением длин кодовых слов основан на уменьшении объема информационного блока порождающего (полного) низкоплотностного кода с параметрами (n,k) и кодовой скоростью  $R = \frac{k}{n}$  на tбитов (t < k) при формировании кодовых слов. В этом случае для

порождающего кода в систематическом виде размерность укороченного кода равна  $k_1 = k - t$ , длительность кодовых слов  $n_1 = n - t$ , кодовая скорость  $R_1 = \frac{k - t}{n - t}$  [11].

При применении этого метода формируется ряд укороченных кодов с кодовыми скоростями  $\frac{1}{n-k+1} \leq R_1 \leq R$ . Минимальное расстояние Хэмминга этих кодов совпадает с минимальным расстоянием Хэмминга порождающего низкоплотностного кода.

В таблице 1 приведены параметры ряда кодов с различными кодовыми скоростями  $R_1 = 1/2$ ,  $R_1 = 2/3$ ,  $R_1 = 3/4$ ,  $R_1 = 1/2$ ,  $R_1 = 4/5$ , сформированных с использованием рассматриваемого метода укорочения кодов на основе геометрий  $EG(m,2^s)$  и  $PG(m,2^s)$ , а также с использованием определенного выше кода (8176,7156).

Порождающий код	$R_1 = 1/2$		$R_1 = 2/3$		$R_1 = 3/4$		$R_1 = 4/5$	
	п	k	п	k	п	k	п	k
$EG(2,2^5), R = \frac{781}{1023}$	484	242	726	484	968	726	-	-
$EG(2,2^7), R = \frac{14197}{16383}$	4372	2186	6558	4372	8744	6558	10930	8744
$PG(2,2^5), R = \frac{813}{1057}$	488	244	732	488	976	732	-	-
$PG(2,2^6), R = \frac{3431}{4161}$	1460	730	2190	1460	2920	2190	3650	2920
$PG(2,2^7), R = \frac{14325}{16513}$	4376	2188	6564	4376	8752	6564	10940	8752
(8176,7156), $R = \frac{7156}{8176}$ , на основе $EG(3,2^3)$	2040	1020	3060	2040	4080	3060	5100	4080

<u>Таблица 1</u>. Параметры укороченных кодов с кодовыми скоростями *R*<sub>1</sub>.

# 3. Алгоритмы итеративного приема низкоплотностных кодов

Пусть  $\vec{Y} = (y_0, y_1, ..., y_{n-1})$  - дискретная реализация с выхода демодулятора сигналов с отсчетами  $y_l = s_l + n_l$ , где  $s_l$  - сигнальные отсчеты,  $n_l$ - отсчеты помехи АБГШ, l = 0, 1, ..., n - 1.

Приведем описание наиболее известного алгоритма итеративного приема BP (belief propagation), при его реализации требуются лишь операции сложения-вычитания-сравнения и не требуется оценка энергетического параметра [2]. Пусть  $D(b_l) = (m : h_{ml} = 1)$  - множество ортогональных соотношений объемом  $J_D(l)$  для кодового символа  $b_l$ ;  $D(b_l)/m$  - множество D(l) без *m*-ой проверки. Обозначим также  $N(b_l,m) = (l : h_{ml} = 1)$  - множество номеров позиций кодовых символов объемом  $J_N(b_l,m)$  для *m*-го проверочного соотношения;  $N(b_l,m)/l$  - множество  $N(b_l,m)$  без *l*-го символа. Здесь  $h_{ml}$  - элементы проверочной матрицы *H* низкоплотностного кода.

Коды на основе конечных геометрий принадлежат к классу регулярных низкоплотностных кодов, для которых выполняются условия  $J_N(b_l,m) = J_N$  и  $J_D(b_l) = J_D$  для всех *m*,*l*. Здесь  $J_N$ ,  $J_D$  - фиксированные числа. Например, для рассмотренного выше кода (8176,7156) на основе геометрии  $EG(3,2^3)$  $J_N = 64$ ,  $J_D = 4$ .

Алгоритм BP имеет следующие этапы обработки  $\vec{Y}$  [8,13].

Инициализация. Устанавливаются начальные значения  $z_{ml} = y_l$ ,  $m \in J_D(l); l = 0, 1, ..., n-1$ .

Шаг 1. Вычисляется последовательность "жестких" (бинарных) решений

$$\sigma_{ml} = \begin{cases} 1, z_{ml} > 0, \\ 0, z_{ml} \le 0. \end{cases}$$
(1)

Для каждой ортогональной проверки m вычисляются величины  $\sigma_m, L_{ml}$ 

$$\sigma_m = \sum_{l \in N(m)} \sigma_{ml} \pmod{2},\tag{2}$$

$$L_{ml} = (-1)^{\sigma_m \oplus \sigma_{ml} \oplus 1} \min_{\substack{l' \in N(m)/l}} (|z_{ml'}|).$$
(3)

Шаг 2. На основе  $L_{ml}$  вычисляются величины  $z_{ml}$  для последующей итерации

$$z_{ml} = y_l + \sum_{m' \in D(l)/m} L_{m'l} .$$
(4)

Шаг 3. При невыполнении условия реализации требуемого числа итераций выполняется шаг 1 последующей итерации, иначе принимается решение относительно кодовых символов  $b_i$  с использованием величин  $z_i$ 

$$z_l = y_l + \sum_{m \in D(l)} L_{ml} .$$
<sup>(5)</sup>

Принимается решение  $b_l = 0$ , если  $z_l \ge 0$ , иначе  $b_l = 1$ .

Алгоритм итеративного приема ВР осуществляет параллельное использование величин  $L_{ml}$  для вычисления значений  $z_{ml}$  (9), т.е. на шаге 1 вычисляется полное множество { $L_{ml}$ } и после этого реализуется шаг 2. Модификация этого алгоритма (m-BP) заключается в реализации последовательного использования величин  $L_{ml}$  при вычислении  $z_{ml}$ , т.е. шаг 2 реализуется после вычисления очередного значения  $L_{ml}$ , l = 0,1,...,n-1, не требуя вычисления полного множества { $L_m$ } [8,9,13].

При реализации итерации алгоритмов приема BP и m-BP для объем требуемых операций определяется вычислением выражений (1)-(5) и оценивается соотношением  $B_{\text{BP}} \cong 4J_D J_N n$ . Объем требуемой памяти равен  $\Pi_{\text{BP}} \cong 3J_D J_N n$  и  $\Pi_{\text{mBB}} \cong 2J_D J_N n$  [10].

При формировании кодовых слов укороченных кодов из производного ряда применяется процедура кодирования систематического порождающего кода для входной информационной последовательности объемом *k* битов с *t* нулевыми компонентами, которые не передаются в канал передачи.

Алгоритмы приема для укороченных кодов из формируемого ряда основаны на использовании алгоритмов приема, разработанных для порождающего низкоплотностного кода. В этом случае входная

последовательность длительностью 
$$n-t$$
 символов с выхода сигнального демодулятора дополняется  $t$  отсчетами с постоянным значением  $\beta = \frac{\alpha}{n-t} \sum_{l=1}^{n-t} |y_l|$  на позициях, соответствующих перфорированным

информационным битам, которая поступает на вход устройства приема. Определение оптимального значения параметра  $\alpha$ , минимизирующего вероятность ошибки на бит  $P_6$ , произведено путем моделирования алгоритмов итеративного приема - значения параметра  $\alpha \ge 1.25$  определяют достижение минимальных значений вероятности ошибки.

# 4. Программно-аппаратная реализация устройств формирования и приема полных и укороченных низкоплотностных кодов

Рассмотренный выше низкоплотностный код с параметрами (8176,7156), формируемый на основе конечной Евклидовой геометрии  $EG(3,2^3)$ , входит в класс форматных кодов, рекомендованных для использования в космических телекоммуникационных системах [14].

Для этого кода, а также для его укороченных производных кодов с кодовыми скоростями модификаций 1/2, 2/3, 3/4, 4/5 выполнена программноаппаратная реализация устройств формирования кодовых слов и итеративного приема. Основу данных устройств составляет использование программируемой логической интегральной микросхемы (ПЛИС) FPGA VIRTEX-5SX с тактовой частотой до 550 МГц и с развитыми инструментальными средствами программирования HDL).

Отладка, настройка и испытания устройств формирования и приема для данного множества кодов производилась с использованием специализированной отладочной платы VIRTEX-5 FPGA AES-XLX-V5SXT-PCIE95-G, содержащей ПЛИС данного типа. На рис.1 приведена блок-схема стенда испытаний, отладки и исследования на основе специализированной платы, в состав которого включен персональный компьютер, осуществляющий загрузку исполняемых программ формирования и приема через интерфейс

JTAG, задание режимов их функционирования, а также визуализацию результатов статистических испытаний (оценивание отношения сигнал/помеха, вероятности ошибки на информационный бит  $P_6$ ), поступающих через разъем RS232.



Рис.1. Схема стенда для устройств формирования и итеративного приема низкоплотностного кода (8176,7156) и укороченных производных кодов.

С выхода генератора информационных последовательностей поступают информационные блоки с объемами, определяемыми исследуемым кодом. Блок формирования производит вычисление проверочных символов кодового слова на основе информационного блока. Функциональное назначение блока АБГШ – вычисление отсчетов помеховой составляющей и формирование аддитивной реализации сигнала и помехи с выхода модели канала. Программное обеспечение блока приема осуществляет выполнение алгоритма итеративного

приема для исследуемых кодов, анализ вероятностей ошибки *P*<sub>6</sub> производится в блоке «Статистика». Функциональное назначения блока «Анализатор» - отладка, настройка программного обеспечения, разработанного для стенда испытаний.

Разрядность отсчетов входной реализации  $\vec{Y}$  равна 6, разрядность результатов вычислений при выполнении алгоритмов итеративного приема BP и m-BP равна 9. Помеха АБГШ формировалась на основе совокупности генераторов *M* - последовательности (*M* = 6).

Для частоты тактового генератора 100 МГц и выполнения 10 итераций алгоритма итеративного приема реализованные устройства формирования и приема обеспечивали передачу с информационной скоростью до 110 Мбит/с, для частоты тактового генератора 180 МГц информационная скорость передачи 200 Мбит/с.

В работе [10] показано, что алгоритм m-BP является более эффективным, чем алгоритм BP - для рассматриваемого кода (8176,7156) и для вероятности ошибки на бит  $P_{\bar{0}} = 10^{-5}$  энергетический выигрыш достигает 0.1 дБ. Вероятность ошибки  $P_{\bar{0}} = 10^{-5}$  при использовании алгоритма m-BP достигается при  $E_{\bar{0}} / N_0 = 3.95$  дБ.

На рис.2 приведены вероятностные кривые (вероятности ошибки на информационный бит  $P_{\vec{0}}$ ) при использовании алгоритма приема m-BP для рассмотренного выше низкоплотностного кода (8176,7156) и ряда укороченных кодов на его основе с кодовой скоростью 4/5, 3/4, 2/3 и 1/2, параметры которых приведены в таблице 4 (10 итераций, параметр  $\alpha = 1.5$ ). Вероятности ошибок  $P_{\vec{0}}$  до  $10^{-8}$  получены с использованием реализованного устройства формирования и приема для данного ряда укороченных кодов.

Кривая 1 соответствует полному низкоплотностному коду (8176,7156) с кодовой скоростью 7/8, вероятность  $P_{\tilde{o}} = 10^{-5}$  достигается при  $E_{\tilde{o}} / N_0 = 3.95$ дБ, вероятность  $P_{\tilde{o}} = 10^{-8}$  достигается при  $E_{\tilde{o}} / N_0 = 4.1$  дБ.

Кривая 2 соответствует укороченному коду (5100,4080) с кодовой скоростью 4/5, вероятность  $P_{\tilde{o}} = 10^{-5}$  достигается при  $E_{\tilde{o}} / N_0 = 3.2$  дБ, вероятность  $P_{\tilde{o}} = 10^{-8}$  достигается при  $E_{\tilde{o}} / N_0 = 3.4$  дБ.

Кривая 3 соответствует укороченному коду (4080,3060) с кодовой скоростью 3/4, вероятность  $P_{\tilde{o}} = 10^{-5}$  достигается при  $E_{\tilde{o}} / N_0 = 3.05$  дБ, вероятность  $P_{\tilde{o}} = 10^{-8}$  достигается при  $E_{\tilde{o}} / N_0 = 3.2$  дБ.

Кривая 4 соответствует укороченному коду (3060,2040) с кодовой скоростью 2/3, вероятность ошибки  $P_{\tilde{o}} = 10^{-5}$  достигается при  $E_{\tilde{o}} / N_0 = 2.75$  дБ, вероятность  $P_{\tilde{o}} = 10^{-8}$  достигается при  $E_{\tilde{o}} / N_0 = 3.05$  дБ.

Кривая 5 соответствует укороченному коду (2040,1020) с кодовой скоростью 1/2, вероятность ошибки  $P_{\tilde{o}} = 10^{-5}$  достигается при  $E_{\tilde{o}} / N = 2.6$  дБ, вероятность  $P_{\tilde{o}} = 10^{-8}$  достигается при  $E_{\tilde{o}} / N_0 = 2.95$  дБ.



Рис.2. Вероятностные кривые для низкоплотностных кодов (алгоритм приема m-BP, 10 итераций): 1 - порождающий низкоплотностный код с параметрами (8176,7156); 2 - укороченный код (5100,4080) с кодовой скоростью 4/5; 3 - укороченный код (4080,3060) с кодовой скоростью 3/4; 4 - укороченный код (3060,2040) с кодовой скоростью 2/3; 5 - укороченный код (2040,1020) с кодовой скоростью 1/2.

Приведенные вероятностные характеристики для рассматриваемых кодов близки к вероятностным характеристикам наиболее эффективных низкоплотностных кодов с эквивалентными параметрами в составе стандарта CCSDS [14], рекомендованных для использования в системах спутниковой связи, например, энергетический проигрыш при использовании рассмотренного выше укороченного кода с кодовой скоростью 4/5 по отношению к известному форматному коду CCSDS с эквивалентной кодовой скоростью не превышает 0.2 дБ [14].

## Заключение

Приведены описания методов формирования расширенного множества помехоустойчивых низкоплотностных кодов на основе конечных геометрий (евклидово-геометрические коды, проективно-геометрические коды) с вариацией их кодовых скоростей путем укорочения длин кодовых слов и объемов информационных блоков порождающих низкоплотностных кодов.

Приведены описания алгоритмов итеративного посимвольного приема полных и укороченных низкоплотностных кодов со свойством организации одношаговых ортогональных проверочных соотношений для кодовых символов - алгоритм ВР и его модификация m-BP, более простая при реализации средствами цифровой вычислительной техники относительно требуемого объема памяти и объема вычислительных операций.

Алгоритмы формирования и приема для укороченных кодов из формируемого ряда основаны на использовании алгоритмов формирования и приема, разработанных для порождающего низкоплотностного кода.

Приведены характеристики устройств формирования и итеративного приема для низкоплотностного кода с параметрами (8176,7156) и производного ряда укороченных кодов с кодовыми скоростями 1/2, 2/3, 3/4, 4/5, реализованных с использованием программно-аппаратных средств ПЛИС FPGA VIRTEX-5SX. Путем моделирования с использованием реализованных устройств формирования и приема показано, что вероятностные характеристики укороченных кодов близки к вероятностным характеристикам наиболее

эффективных низкоплотностных кодов с эквивалентными параметрами в составе стандарта CCSDS, рекомендованных для использования в системах спутниковой связи.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект №16-07-00746).

# Литература

1. Питерсон У., Уэлдон Э. Коды, исправляющие ошибки. Перев. с англ. М.: Мир. 1976. 594 с.

2. Johnson S.J. Iterative Error Correction: Turbo, Low-density Parity-Check and Repeat-Accumulate Codes. Cambridge University Press. 2010. 356 p.

3. Gallager R.G. Low-density parity-check codes. // IRE Transactions Information Theory. 1968. V.8. P.21-28.

4. MacKay D.J.C., Neal R.M. Near Shannon limit performance of low density parity check codes. // Electronics Letters. 1997. V. 33. P.457-458.

5. Richardson T.J., Shokrollahi M.A., Urbanke R.L. Design of capacity-approaching irregular low-density parity-check codes. // IEEE Transactions on Information Theory. 2001. V. 47. N2. P.619-637.

6. Назаров Л.Е., Головкин И.В. Итеративный посимвольный прием ансамблей сигналов на основе низкоплотностных кодов. // Известия Вузов. Электроника. 2007. №3. Стр.43-49.

Блейхут Теория и практика кодов, контролирующих ошибки. Перевод с англ.
 М.: Мир. 1986. 576 с.

8. Kou Y., Lin S., Fossorier M. Low-density parity-check codes based on finite geometries: a rediscovery and new results. // IEEE Transactions on Information Theory. 2001. V.IT-47. №11. P.2711-2736.

9. Liu Z., Pados D.A. A Decoding Algorithm for Finite-Geometry LDPC Codes. // IEEE Transactions on Communications. 2005. V.53. N3. P.415-421.

10. Назаров Л.Е., Щеглов М.А. Вероятностные характеристики итеративного приема дискретных сигналов на основе помехоустойчивых блоковых

низкоплотностных кодов. // Журнал радиоэлектроники. URL:http://jre.cplire.ru/jre/apr15/5/text.pdf. 2015. №4.

11. Назаров Л.Е., Щеглов М.А. Характеристики полных и укороченных помехоустойчивых низкоплотностных кодов на основе конечных геометрий. // Успехи современной радиоэлектроники. 2017. №6. Стр. 23-30.

12. Li Z., Chen L., Lin S., Fong W.H. Efficient Encoding of Quasi-Cyclic Low-Density Parity-Check Codes. // IEEE Transactions on Communications. 2006. V.54. N1. P.71-81.

13. Назаров Л.Е., Шишкин П.В. Характеристики помехоустойчивых блоковых турбо-кодов на основе низкоплотностных кодов. // Информационные технологии. 2018. Т. 24. №6. Стр. 427-431.

14. Research and Development for Space Data System Standards. Low density parity check codes for use in near-earth and deep space applications. 2007. Experimental specification CCSDS 131.1-O-2. 44 p.

# Для цитирования:

Л. Е. Назаров. Полные и укороченные помехоустойчивые низкоплотностные коды на основе конечных геометрий и алгоритмы их итеративного приема. Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2018. № 11. Режим доступа: http://jre.cplire.ru/jre/nov18/1/text.pdf DOI 10.30898/1684-1719.2018.11.1