

УДК 537.874; 537.624

## ВЛИЯНИЕ МАГНИТОУПРУГОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ НА ПРЕЦЕССИЮ ПОЛОЖЕНИЯ РАВНОВЕСИЯ НАМАГНИЧЕННОСТИ В ДВУХСЛОЙНОЙ ФЕРРИТОВОЙ СТРУКТУРЕ

В. С. Власов<sup>1</sup>, М. Ю. Дианов<sup>1</sup>, Л. Н. Котов<sup>1</sup>, В. Г. Шавров<sup>2</sup>, В. И. Щеглов<sup>2</sup><sup>1</sup> Сыктывкарский государственный университет им. Питирима Сорокина,  
167001, Сыктывкар, Октябрьский пр-т, 55<sup>2</sup> Институт радиотехники и электроники им В.А.Котельникова РАН,  
125009, Москва, ул. Моховая, 11-7

Статья поступила в редакцию 23 октября 2018 г.

**Аннотация.** Рассмотрено влияние магнитоупругого взаимодействия на прецессию положения равновесия намагниченности в нормально намагниченной двухслойной ферритовой структуре. Получены связанные уравнения движения для намагниченности и упругого смещения в обоих слоях, а также граничные условия на поверхности структуры и между слоями. На основе рассмотрения ориентационного перехода по намагниченности в магнитоупругой среде получены зависимости поля фазового перехода второго рода, соответствующего установлению вектора намагниченности вдоль направления постоянного поля. Определена добавка к полю перехода, обусловленная магнитоупругим взаимодействием в каждом слое. Выявлен ее квадратичный характер относительно величины константы магнитоупругого взаимодействия. Решена система уравнений для намагниченности и упругого смещения в интервале полей, перекрывающем поля ориентационных переходов в обоих слоях. Отмечена возможность и продемонстрировано возбуждение прецессии положения равновесия намагниченности (прецессии второго порядка) в обоих слоях, построены параметрические портреты для компонент упругого смещения в том и другом слое. На основе анализа параметрических портретов для компонент намагниченности отмечены три возможных интервала значений постоянного поля: ниже полей переходов в обоих слоях, между полями перехода в тех же слоях и выше полей перехода в обоих слоях. Выявлен мультирежимный характер возбуждаемых

при этом упругих колебаний. По характеру разверток по времени и параметрических портретов отмечены пять различающихся друг от друга режимов упругих колебаний: режим №1 – правильные развернутые биения; режим №2 – перемежающиеся биения; режим №3 – правильная навязанная синусоида; режим №4 – затухающая навязанная синусоида; режим №5 – простая собственная синусоида. На плоскости «константа магнитоупругости – приложенное поле» рассмотрены области существования различных режимов. Установлено, что по мере увеличения поля, области существования режимов сменяют друг друга в порядке, определяемом приведенной выше нумерацией. Исследована трансформация биений, соответствующих режимам №1 и №2, имеющая место при изменении величины константы магнитоупругого взаимодействия при неизменной величине постоянного поля. Показано, что при малом значении константы колебания упругого смещения полностью определяются колебаниями намагниченности, обусловленными действующим переменным полем. По мере увеличения константы упругие колебания приобретают характер сначала правильных, а затем перемежающихся биений, после чего колебания опять становятся синусоидальными. Рассмотрены количественные параметры биений. Показано, что по мере увеличения константы магнитоупругого взаимодействия период биений уменьшается, максимальное и минимальное значения амплитуды упругого смещения, увеличиваются, а период возбуждаемых упругих колебаний уменьшается. Для всех упомянутых зависимостей предложены численные эмпирические формулы линейного и квадратичного характера, отражающие наблюдаемые результаты с точностью не хуже 10%. Рассмотрен вопрос о роли навязывания колебаний одного слоя другому. Отмечена недостаточность проведенного рассмотрения, состоящая в неполной симметрии линейной составляющей упругого смещения. Рассмотрен возможный вариант решения задачи для линейной составляющей смещения, учитывающий симметрию слоев относительно друг друга. Этот вариант предложен в качестве задачи для нового исследования.

**Ключевые слова:** прецессия намагниченности, магнитоупругое взаимодействие, ориентационный переход.

**Abstract.** It is investigated the influence of magnetoelastic interaction on magnetization equilibrium position in normal magnetized double-slides ferrite structure. It is found the connected motion equations for magnetization and elastic displacement in both slides and also boundaries conditions on the surface of structure and between the slides. On the basis of investigation of orientational transition by magnetization in magnetoelastic medium it is found the dependencies of second kind phase transition which is the establishment of magnetization vector along the constant magnetic field direction. It is found the addition to transition field which is connected with magnetoelastic interaction in both slides. It is shown that this addition has quadratic character relatively to value of magnetoelastic constant interaction. It is solved the equilibrium system for magnetization and elastic displacement in the field interval which recovers the field of orientation transitions in both cases. It is established the possibility and it is shown the excitation of equilibrium position of magnetization (the second order of precession) in both slides. It is constructed the parametric portraits for elastic displacement components in both slides. On the basis of parametric portraits analysis for magnetization components it is found three possible intervals of constant magnetic field value: lower of transition fields in both slides, between the transition fields in these slides and above the transition fields in both slides. It is found the multiregime character of excited elastic vibrations. Over the time-development and parametric portraits it is found the five different regimes: regime №1 – regular developed beatings; regime №2 – alternated beatings; regime №3 – regular forced sinus-line; regime №4 – faded forces sinus-line; regime №5 – simple own sinus-line. On the flatness “magnetoelastic constant – established field” it is investigated the regions of existence of different regimes. It is found that when field is increased the existence regions change each other on the succession which is determined by above mentioned numbering. It is investigated the conversion of beatings corresponding to regime №1 and №2 which take place when the magnetoelastic constant is varied but applies field is constant. It is shown that by small value of magnetoelastic constant the elastic vi-

brations are determined by magnetization vibrations which are determined by applied alternating field. It is shown that by the increasing of constant the elastic vibrations acquire the character of beatings at first regular and other alternating after this the vibrations become as sinus-line. It is investigated the quantity parameters of beatings. It is shown that by the constant increasing the period of beatings is decreased, maximum and minimum values of elastic vibrations amplitude increase and the period of excited elastic vibrations is decreased. For all above mentioned dependencies it is proposed the empirical formulas linear or quadratic character which determined the observed results in precision about 10%. It is investigated the question about the role of imposition of ones slide vibrations to other slide. It is established the insufficient of described investigation owing to incomplete symmetry linear component elastic displacement. It is described the possible variant of task for linear component displacement which takes into consideration symmetry of both slides. This variant is proposed as the task for new investigation.

**Key words:** precession of magnetization, magnetoelastic interaction, orientation transition.

## **Введение**

Нелинейные СВЧ колебания намагниченности в магнитных диэлектриках привлекают внимание исследователей [1]. Стремление преодолеть низкий уровень ограничения амплитуды таких колебаний, накладываемый параметрическим возбуждением обменных волн [2], требует выбора геометрии нормально намагниченной пластины, где углы прецессии могут достигать десятков градусов [3-6]. Некоторые виды такой прецессии описаны в обзоре [7], где постоянное поле превышает размагничивание формы, так что равновесный вектор намагниченности ориентирован по нормали к плоскости пластины. В поле, меньшем поля размагничивания, имеет место ориентационный переход, то есть равновесный вектор намагниченности отклонен от такой нормали [8]. В этом случае под воздействием переменного поля положение равновесия намагниченности может прецессировать, то есть возникает вынужденная прецессия

второго порядка [9]. При этом вектор намагниченности участвует одновременно в двух движениях прецессионного характера: в первом – вокруг положения равновесия, и во втором – вокруг направления поля. Более подробно прецессия положения равновесия рассматривается в работах [10-14], в том числе в монографии [15], а также в монографии [16, главы 9, 10].

В общем случае положение равновесия определяется балансом двух полей – поля анизотропии формы пластины (поля размагничивания) и приложенным извне постоянным магнитного поля, ориентированного перпендикулярно плоскости пластины. В отсутствие внешнего поля вектор намагниченности ориентирован в плоскости пластины, а по мере увеличения поля поворачивается к его направлению, то есть к нормали к плоскости пластины, так что происходит ориентационный переход. В поле, равном полю размагничивания, вектор намагниченности выстраивается точно вдоль направления внешнего поля, то есть по нормали к плоскости пластины, ориентационный переход заканчивается, что в общем случае представляет собой фазовый переход второго рода [8,16].

Во всех цитированных работах рассматривается прецессия положения равновесия в чисто магнитной среде, однако в работе [17] показано, что существенное влияние на ориентацию положения равновесия может оказать магнитоупругое взаимодействие. При этом поле окончания ориентационного перехода (далее – просто «поле перехода») увеличивается тем сильнее, чем магнитоупругое взаимодействие больше. Так в той же работе показано, что добавка к полю перехода пропорциональна квадрату константы магнитоупругого взаимодействия и обратно пропорциональна намагниченности насыщения и константе упругости материала пластины. В железиттриевом гранате (ЖИГ) такая добавка составляет единицы эрстед, а в тербиевом феррите-гранате (ТбФГ) может достигать 50 Э и более.

Некоторые свойства прецессии положения равновесия в нормально намагниченной ферритовой пластине, обладающей магнитоупругими свойствами, рассмотрены в работах [18-20]. Получена система уравнений для рав-

новесного положения вектора намагниченности относительно компонент намагниченности и упругого смещения, решенная методом Кардано. Приведены уравнения движения и граничные условия для компонент намагниченности и упругого смещения для прецессии вектора намагниченности. Численное решение полученной системы методом Рунге-Кутты позволило получить развертки колебаний намагниченности во времени и соответствующие прецессионные портреты. Наиболее подробно рассмотрены два режима прецессии – без охвата центра и с охватом центра. Выявлена роль магнитоупругости в геометрических свойствах параметрических портретов на основе модели потенциала. Для интерпретации зависимости периода прецессии от величины константы магнитоупругого взаимодействия предложены две модели – эффективных полей и квадратичной магнитоупругой связи.

В перечисленных работах параметры прецессии положения равновесия рассматриваются, в основном, с позиций зависимости от величины магнитоупругого взаимодействия. При этом приложенное постоянное поле предполагается всегда заведомо меньшим поля размагничивания, которое соответствует полю окончания ориентационного перехода (полю перехода) в отсутствие магнитоупругого взаимодействия.

В работе [21] рассмотрена прецессия положения равновесия в условиях ориентационного перехода в случаях отсутствия и наличия магнитоупругого взаимодействия в полном интервале изменения поля, вплоть до значения поля перехода с учетом магнитоупругости, а также выше этого значения. Показано, что необходимым условием возбуждения прецессии равновесия является величина постоянного поля, меньшая значения поля окончания перехода. Период такой прецессии значительно меньше периода возбуждающего переменного поля. Выявлены три характерные области допустимого изменения поля: первая, когда поле меньше значения, соответствующего окончанию перехода в отсутствие магнитоупругости, вторая, когда поле превышает поле перехода в отсутствие поля перехода без магнитоупругости, но остается меньшим поля перехода в присутствии магнитоупругости, третья, когда поле превышает поле пере-

хода при наличии магнитоупругого взаимодействия. Рассмотрены зависимости периода прецессии положения равновесия от постоянного поля в отсутствие магнитоупругой связи и при ее наличии. Показано, что в обоих случаях период прецессии равновесия при увеличении поля увеличивается тем быстрее, чем переход становится ближе. Вблизи перехода оба периода устремляются к бесконечности. Предложены две эмпирические формулы, описывающие полученные зависимости на основе закона обратной пропорциональности с точностью до единиц процентов. Исследованы колебания намагниченности при поле, превышающем поле перехода, то есть в режиме простой круговой прецессии. Найдены резонансные поля для случаев отсутствия и наличия магнитоупругого взаимодействия. Показано, что полученные значения полей в обоих случаях соответствуют наблюдаемым резонансным зависимостям с точностью до 1%.

Все цитированные выше работы ориентированы на возбуждение гиперзвуковых колебаний в однородной по структуре магнитной пластине, намагниченной по нормали к ее плоскости. В то же время, в работах [22-24] показано, что эффективность возбуждения гиперзвука может быть значительно повышена в пластине, структурированной по ее толщине, в частности в двухслойной структуре, слои которой обладают различной намагниченностью. В этом свете представляется интересным рассмотрение прецессии положения равновесия именно в двухслойной структуре, чему и посвящена настоящая работа.

## 1. Геометрия задачи и плотность энергии

Общая геометрия задачи, совпадающая с использовавшейся в работах [22-24], показана на рис.1. Двухслойная структура состоит из двух сложенных вместе бесконечно протяженных пластин (пленок) из упругого магнетодиэлектрика. Толщина первого слоя равна  $p$ , второго равна  $d$ , полная толщина всей структуры:  $p + d = 2g$ . Начало координат выбрано на середине толщины структуры в целом, то есть ее верхняя поверхность соответствует координате  $g$ , нижняя – координате  $-g$ , а граница раздела между слоями – координате

–  $g + p$ . Магнитные и магнитоупругие параметры слоев различны и обозначаются далее индексами  $p$  и  $d$ , а упругие – одинаковы и этих индексов не имеют.

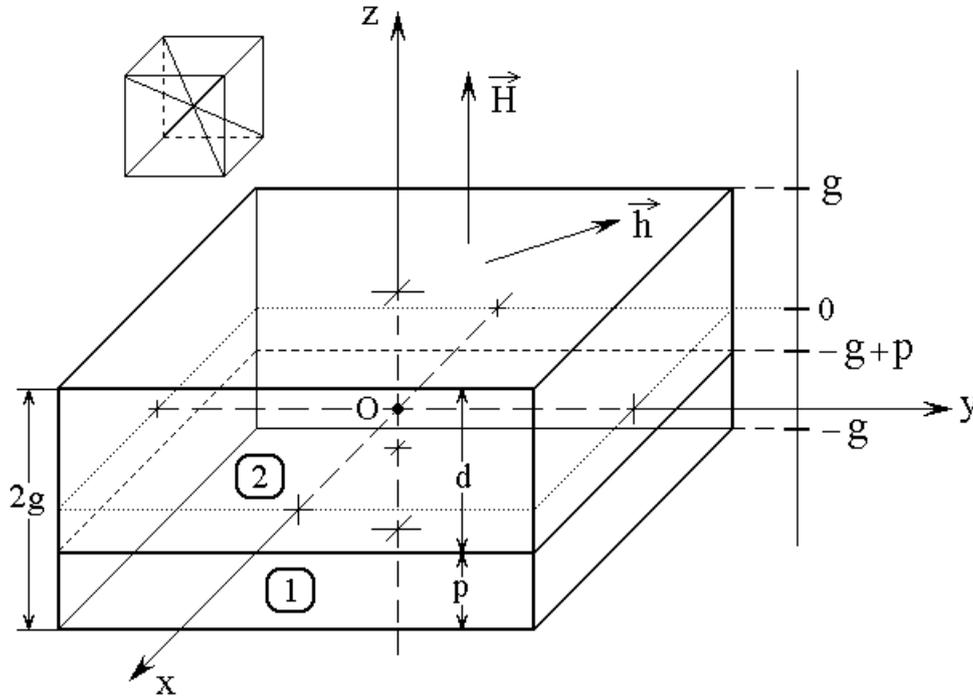


Рис.1. Общая геометрия задачи о двухслойной структуре.

Положим плотность энергии структуры  $U$  в поле  $\vec{H} = \{h_x; h_y; H_0\}$  равной сумме плотностей магнитной, упругой и магнитоупругой энергий слоев и оставим только те константы, которые важны для дальнейшего рассмотрения:

$$\begin{aligned}
 U = & -M_{p0}h_x m_{px} - M_{p0}h_y m_{py} - M_{p0}H_0 m_{pz} + 2\pi M_{p0}^2 m_{pz}^2 + \\
 & + K_I^{(p)} \cdot (m_{px}^2 m_{py}^2 + m_{py}^2 m_{pz}^2 + m_{pz}^2 m_{px}^2) + 2c_{44}(u_{pxy}^2 + u_{pyz}^2 + u_{pzx}^2) + \\
 & + 2B_2^{(p)}(m_{px} m_{py} u_{pxy} + m_{py} m_{pz} u_{pyz} + m_{pz} m_{px} u_{pzx}) + U(d), \quad (1)
 \end{aligned}$$

где  $U(d)$  – аналогичные слагаемые с заменой индекса  $p$  на индекс  $d$ ;

$\vec{m}_{p,d} = \vec{M}_{p,d} / M_{p,d0}$  – векторы намагниченности, нормированные на намагниченности насыщения  $M_{p,d0}$ ;  $u_{p,dik}$  – компоненты тензора деформаций

$(i, k = x, y, z)$ , соответствующие упругим смещениям  $u_{p,dik}$ ;  $K_I^{(p,d)}$  – кон-

станты кубической магнитной анизотропии;  $c_{44}$  – константы упругости (одинаковые в обоих слоях);  $B_2^{(p,d)}$  – константы магнитоупругого взаимодействия. Слои пронумерованы снизу: слой толщины  $p$  – №1, слой толщины  $d$  – №2.

## 2. Основные уравнения и граничные условия

Следуя работе [22], приведем краткую схему решения поставленной задачи. Плотность энергии (1) позволяет записать полные уравнения движения для векторов намагниченности и упругих смещений для каждого из слоев, а также граничные условия, состоящие в отсутствии упругих напряжений на внешних поверхностях структуры в целом в совокупности с равенством напряжений и смещений на границе раздела слоев.

Аналогично [22-24], будем полагать распределения намагниченностей  $m_{p,d}$  внутри слоев однородными. Уравнения движения для компонент намагниченности в слое  $p$  имеют вид:

$$\frac{\partial m_{px}}{\partial t} = -\frac{\gamma}{1 + \alpha_p^2} \cdot \left[ (m_{py} + \alpha_p m_{px} m_{pz}) \cdot H_{pez} - (m_{pz} - \alpha_p m_{py} m_{px}) \cdot H_{pey} - \alpha_p \cdot (m_{py}^2 + m_{pz}^2) \cdot H_{pex} \right]; \quad (2)$$

а уравнения для  $m_{py}$  и  $m_{pz}$  получаются отсюда циклической перестановкой  $x, y, z$ . Здесь  $\alpha_p$  – константа затухания, а эффективные поля равны:

$$H_{pex} = h_x + H_{pax}; \quad (3)$$

$$H_{pey} = h_y + H_{pay}; \quad (4)$$

$$H_{pez} = H_0 - 4\pi M_{p0} m_{pz} + H_{paz}; \quad (5)$$

где:

$$H_{pax} = -\frac{2K_1^{(p)}}{M_0} m_x (m_y^2 + m_z^2) -$$

$$- \frac{B_2^{(p)}}{M_{p0}} \left[ m_{py} \left( \frac{\partial u_{px}}{\partial y} + \frac{\partial u_{py}}{\partial x} \right) + m_{pz} \left( \frac{\partial u_{pz}}{\partial x} + \frac{\partial u_{px}}{\partial z} \right) \right], \quad (6)$$

а  $H_{pay}$  и  $H_{paz}$  получаются циклической перестановкой  $x, y, z$ .

Уравнения движения для компонент намагниченности в слое  $d$  получаются из (2)-(6) заменой индекса  $p$  на  $d$ .

Относительно упругих смещений, аналогично [20], примем следующие предположения:

упругие смещения, перпендикулярные плоскости структуры, отсутствуют, то есть  $u_{p,dz} = 0$ ;

упругие смещения в плоскости структуры  $u_{p,dx}$  и  $u_{p,dy}$  являются однородными, то есть  $\partial u_{p,dx,y} / \partial x, y = 0$ .

Уравнение движения для  $x$ - компоненты упругого смещения в слое  $p$  имеет вид:

$$\frac{\partial^2 u_{px}}{\partial t^2} = -2\delta \frac{\partial u_{px}}{\partial t} + \frac{c_{44}}{\rho} \cdot \frac{\partial^2 u_{px}}{\partial z^2}; \quad (7)$$

где  $\delta$  – параметр затухания,  $\rho$  – плотность материала, для обоих слоев одинаковая. Это уравнение – волнового типа, которое при задании граничных условий по координате  $z$  позволяет свести координатную зависимость к совокупности собственных функций однородной задачи, в результате чего главной задачей останется получение развития колебательного процесса во времени, что и будет реализовано далее.

Уравнение движения для  $y$ - компоненты упругого смещения в том же слое  $p$  получается из (7) путем замены индекса  $x$  на  $y$ , а уравнение движения для  $z$ - компоненты в силу принятых предположений отсутствует.

Уравнения движения для тех же компонент упругих смещений в слое  $d$  аналогичны (7) с заменой индекса  $p$  на  $d$ .

Граничные условия для намагниченности в силу ее однородности не нужны, а граничные условия для  $x$ -компонент смещений в слоях  $p$  и  $d$  имеют вид:

на нижней поверхности структуры, при  $z = -g$ :

$$c_{44} \frac{\partial u_{px}}{\partial z} + B_2^{(p)} m_{px} m_{pz} \Big|_{z=-g} = 0; \quad (8)$$

на границе между слоями, при  $z = -g + p$ :

$$\begin{aligned} c_{44} \frac{\partial u_{px}}{\partial z} + B_2^{(p)} m_{px} m_{pz} \Big|_{z=-g+p} &= \\ &= c_{44} \frac{\partial u_{dx}}{\partial z} + B_2^{(d)} m_{dx} m_{dz} \Big|_{z=-g+p}; \end{aligned} \quad (9)$$

$$u_{px} \Big|_{z=-g+p} = u_{dx} \Big|_{z=-g+p}; \quad (10)$$

на верхней поверхности структуры, при  $z = g$ :

$$c_{44} \frac{\partial u_{dx}}{\partial z} + B_2^{(d)} m_{dx} m_{dz} \Big|_{z=g} = 0. \quad (11)$$

Граничные условия для  $y$ -компонент смещений в тех же слоях имеют вид, аналогичный (8)-(11) с заменой индекса  $x$  на  $y$ .

### 3. Полная формулировка задачи для упругости

Задача для  $x$ -компонент упругого смещения в обоих слоях имеет вид (индекс  $x$  опускаем):

уравнения:

$$\frac{\partial^2 u_p}{\partial t^2} + 2\delta \frac{\partial u_p}{\partial t} - \frac{c_{44}}{\rho} \cdot \frac{\partial^2 u_p}{\partial z^2} = 0; \quad (12)$$

$$\frac{\partial^2 u_d}{\partial t^2} + 2\delta \frac{\partial u_d}{\partial t} - \frac{c_{44}}{\rho} \cdot \frac{\partial^2 u_d}{\partial z^2} = 0; \quad (13)$$

граничные условия:

$$\left. \frac{\partial u_p}{\partial z} \right|_{z=-g} + \frac{B_2^{(p)}}{c_{44}} m_{px} m_{pz} = 0. \quad (14)$$

$$\left. \frac{\partial u_p}{\partial z} \right|_{z=-g+p} + \frac{B_2^{(p)}}{c_{44}} m_{px} m_{pz} = \left. \frac{\partial u_d}{\partial z} \right|_{z=-g+p} + \frac{B_2^{(d)}}{c_{44}} m_{dx} m_{dz}; \quad (15)$$

$$u_p \Big|_{z=-g+p} = u_d \Big|_{z=-g+p}; \quad (16)$$

$$\left. \frac{\partial u_d}{\partial z} \right|_{z=g} + \frac{B_2^{(d)}}{c_{44}} m_{dx} m_{dz} = 0. \quad (17)$$

Это – задача для функций  $u_p$  и  $u_d$  двух переменных  $t$  и  $z$ , для которых имеются уравнения второго порядка, содержащие производные по обеим переменным, но не содержащие самих функций (то есть однородные), в совокупности с граничными условиями для тех же функций и их первых производных по одной из переменных –  $z$ , содержащими в качестве параметров функции от другой переменной –  $t$  (то есть неоднородными). Для решения такой задачи, аналогично случаю одного слоя [25], следуя [22], воспользуемся разделением зависимости полного решения от координаты  $z$  на две части – линейную и нелинейную.

#### 4. Разделение задачи для упругости на сумму двух задач

Следуя [22], положим:

$$u_p(z, t) = U_p(z, t) + v_p(z, t); \quad (18)$$

$$u_d(z, t) = U_d(z, t) + v_d(z, t), \quad (19)$$

где  $U_p$  и  $U_d$  будем полагать линейными функциями координаты  $z$  при ненулевых граничных условиях, а  $v_p$  и  $v_d$  – нелинейными функциями той же координаты при нулевых граничных условиях.

Подставляя (18)-(19) в (12)-(17), разделяем единую задачу (12)-(17) на две отдельные задачи.

$$\text{ЗАДАЧА № 1 – для } U_p(z, t) \text{ и } U_d(z, t); \quad (20)$$

$$\text{ЗАДАЧА № 2 – для } v_p(z, t) \text{ и } v_d(z, t). \quad (21)$$

Подробная формулировка и решение этих задач содержится в работе [22]. Здесь эти решения ввиду их значительной громоздкости, далее опускаем и переходим к полной формулировке задачи для численного решения.

## 5. Полная формулировка задачи для численного решения

В результате решения обеих задач, получаем полную систему уравнений для численного решения в виде [22]:

уравнения для компонент намагниченности, аналогичные (2):

$$\begin{aligned} \frac{\partial m_{px}}{\partial t} = & - \frac{\gamma}{1 + \alpha_p^2} \cdot \left[ (m_{py} + \alpha_p m_{px} m_{pz}) \cdot H_{pez} - \right. \\ & \left. - (m_{pz} - \alpha_p m_{py} m_{px}) \cdot H_{pey} - \alpha_p \cdot (m_{py}^2 + m_{pz}^2) \cdot H_{pex} \right]; \quad (22) \end{aligned}$$

уравнения для функций  $v$ :

$$\frac{\partial v_{pv0x}}{\partial t} = w_{pv0x}; \quad (23)$$

$$\frac{\partial v_{pvnx}}{\partial t} = w_{pvnx}; \quad (24)$$

$$\frac{\partial v_{pwnx}}{\partial t} = w_{pwnx}; \quad (25)$$

уравнения для функций  $w$  в слое  $p$ :

$$\frac{\partial w_{pv0x}}{\partial t} = -2\delta \cdot w_{pv0x} - V_{pv0} \cdot \left( \frac{\partial^2 \alpha_x}{\partial t^2} + 2\delta \cdot \frac{\partial \alpha_x}{\partial t} \right); \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial w_{pvn x}}{\partial t} = & -2\delta \cdot w_{pvn x} - \frac{c_{44}}{\rho} \cdot \left( \frac{\pi n}{g} \right)^2 v_{pvn x} - \\ & - V_{pvn} \cdot \left( \frac{\partial^2 \alpha_x}{\partial t^2} + 2\delta \cdot \frac{\partial \alpha_x}{\partial t} \right); \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial w_{pwn x}}{\partial t} = & -2\delta \cdot w_{pwn x} - \frac{c_{44}}{\rho} \cdot \left[ \frac{\pi(2n-1)}{2g} \right]^2 v_{pwn x} - \\ & - V_{pwn} \cdot \left( \frac{\partial^2 \alpha_x}{\partial t^2} + 2\delta \cdot \frac{\partial \alpha_x}{\partial t} \right); \end{aligned} \quad (28)$$

уравнения для функций  $w$  в слое  $d$ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial w_{dv0x}}{\partial t} = & -2\delta \cdot w_{dv0x} - V_{dv0} \cdot \left( \frac{\partial^2 \beta_x}{\partial t^2} + 2\delta \cdot \frac{\partial \beta_x}{\partial t} \right) - \\ & - W_{dv0} \cdot \left( \frac{\partial^2 \gamma_x}{\partial t^2} + 2\delta \cdot \frac{\partial \gamma_x}{\partial t} \right); \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial w_{dvn x}}{\partial t} = & -2\delta \cdot w_{dvn x} - \frac{c_{44}}{\rho} \cdot \left( \frac{\pi n}{g} \right)^2 v_{dvn x} - \\ & - V_{dvn} \cdot \left( \frac{\partial^2 \beta_x}{\partial t^2} + 2\delta \cdot \frac{\partial \beta_x}{\partial t} \right) - W_{dvn} \cdot \left( \frac{\partial^2 \gamma_x}{\partial t^2} + 2\delta \cdot \frac{\partial \gamma_x}{\partial t} \right); \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial w_{dwn x}}{\partial t^2} = & -2\delta \cdot w_{dwn x} - \frac{c_{44}}{\rho} \cdot \left[ \frac{\pi(2n-1)}{2g} \right]^2 v_{dwn x} - \\ & - V_{dwn} \cdot \left( \frac{\partial^2 \beta_x}{\partial t^2} + 2\delta \cdot \frac{\partial \beta_x}{\partial t} \right) - W_{dwn} \cdot \left( \frac{\partial^2 \gamma_x}{\partial t^2} + 2\delta \cdot \frac{\partial \gamma_x}{\partial t} \right). \end{aligned} \quad (31)$$

В этих уравнениях функции  $v$  и  $w$  с индексами являются коэффициентами разложения в ряд Фурье функций  $v_p$  и  $v_d$  задачи №2 по собственным функциям решения граничной задачи для упругого смещения в обоих слоях с учетом упругой связи между ними.

Получаемые в результате решения системы уравнений (22)-(31) составляющие функций смещений позволяют найти полные функции смещений в обоих слоях с помощью выражений (18)-(19). К рассмотрению численного решения приведенной системы перейдем далее.

## 6. Поле ориентационного перехода в магнитоупругой среде

Если постоянное поле  $H_0$ , направленное по нормали к плоскости магнитной пластины, меньше поля анизотропии формы (то есть поля размагничивания), которое равно  $4\pi M_0$ , то вектор намагниченности находится в условиях ориентационного перехода [8,16], то есть в равновесном состоянии отклонен от нормали к плоскости пластины.

Поскольку вектор намагниченности каждого из слоев не создает поля в другом слое, можно считать, что ориентационные переходы в обоих слоях происходят одинаковым образом, то есть достаточно рассмотреть такой переход в обобщенном виде.

Следуя геометрии рис.1, предположим, что благодаря симметрии вектор намагниченности всегда находится в плоскости  $Oxz$ , то есть  $m_y = 0$ . Положим, что пластина деформируется только в той же плоскости  $Oxz$ : отличны от нуля только  $u_x$  и  $u_z$ , то есть  $u_{xy} = u_{yz} = 0$ . Будем считать также, что внешнее переменное поле отсутствует:  $h_x = h_y = 0$ .

При этом плотность энергии (1) принимает вид:

$$U = -M_0 H_0 m_z + 2\pi M_0^2 m_z^2 + 2c_{44} u_{zx}^2 + 2B_2 m_z m_x u_{zx} . \quad (32)$$

В силу нормировки:

$$m_x = \sqrt{1 - m_z^2} . \quad (33)$$

Подставляя (33) в (32), получаем:

$$U = -M_0 H_0 m_z + 2\pi M_0^2 m_z^2 + 2c_{44} u_{xz}^2 + 2B_2 m_z \sqrt{1 - m_z^2} u_{xz} . \quad (34)$$

В этом выражении имеются две переменных:  $m_z$  и  $u_{xz}$ , поэтому для нахождения равновесного состояния надо приравнять к нулю его первые производные по обеим этим переменным. В результате получаем систему для определения  $m_z$  и  $u_{xz}$ , которая после исключения  $u_{xz}$  сводится к уравнению третьей степени относительно  $m_z$ . В работе [17] показано, что такое уравнение может быть решено методом Кардано [26,27], в результате чего решение для  $m_z$  имеет вид:

$$m_z = A^{(+)} + A^{(-)} , \quad (35)$$

где:

$$A^{(\pm)} = \left\langle \frac{1}{4} \left\{ \frac{H_0}{\delta H_c^{(me)}} \pm B \right\} \right\rangle^{1/3} , \quad (36)$$

где:

$$B = \left[ 27 \delta H_c^{(me)} H_0^2 + 2(4\pi M_0 - \delta H_c^{(me)})^3 \right]^{1/2} (3 \delta H_c^{(me)})^{-3/2} . \quad (37)$$

Компонента намагниченности  $m_x$  определяется по формуле (33).

Решение этого уравнения дает зависимость  $m_z$  от нуля до поля перехода. В начале перехода при  $H_0 = 0$  намагниченность ориентирована в плоскости пластины и  $m_z = 0$ . При этом  $m_x = 1$ . Окончание перехода соответствует  $m_z = 1$ , то есть  $m_x = 0$ . Поле перехода имеет вид:

$$H_{ce} = 4\pi M_0 + \frac{B_2^2}{M_0 c_{44}} . \quad (38)$$

Из этой формулы видно, что увеличение  $B_2$ , уменьшение  $M_0$  или  $c_{44}$  приводят к увеличению поля перехода.

Вводя обозначение:

$$\delta H_c = \frac{B_2^2}{M_0 c_{44}}, \quad (39)$$

получаем:

$$H_{ce} = 4\pi M_0 + \delta H_c. \quad (40)$$

В отсутствие магнитоупругой связи поле перехода равно полю анизотропии формы пластины:

$$H_{cm} = 4\pi M_0. \quad (41)$$

Более подробно общая идеология ориентационного перехода рассмотрена в работе [16, глава 5], математический аппарат решения Кардано – в [26,27] а также в [16, глава 2], применение решения Кардано к рассматриваемому случаю, в том числе допустимые условия его применимости, в том числе краткий анализ формул (35)-(37), рассмотрены в работе [17].

## 7. Основные параметры слоев

Приведем используемые в дальнейшем рассмотрении основные параметры слоев.

**Слой №1** (нижний по рис.1). Толщина:  $p$ , равная 0,20 мкм. Намагниченность:

$4\pi M_0^{(p)} = 260$  Гс,  $M_0^{(p)} = 20,7$  Гс. Константа магнитоупругого взаимодействия:

$B_2^{(p)} = 13,9 \cdot 10^6$  эрг см<sup>-3</sup>. Константа упругости:  $c_{44} = 7,64 \cdot 10^{11}$  эрг

см<sup>-3</sup>. Константу кубической магнитной анизотропии в рамках настоящей работы полагаем равной нулю:  $K_I^{(p)} = 0$ . Параметры затухания: магнитного  $\alpha =$

0,3, упругого  $\beta = 10^8$  см<sup>-1</sup>. Добавка к полю перехода за счет магнитоупруго-

сти:  $\delta H_c^{(p)} = 12,2$  Э. Поле перехода без магнитоупругости:  $H_{cm}^{(p)} = 260$  Э. Поле перехода с магнитоупругостью:  $H_{ce}^{(p)} = 272,2$  Э.

**Слой №2** (верхний по рис.1). Толщина:  $d$ , равная 0,48 мкм. Намагниченность:  $4\pi M_0^{(d)} = 280$  Гс,  $M_0^{(d)} = 22,3$  Гс. Константа магнитоупругого взаимодействия (начальное значение):  $B_2^{(d)} = 13,9 \cdot 10^6$  эрг см<sup>-3</sup>. Константа упругости:  $c_{44} = 7,64 \cdot 10^{11}$  эрг см<sup>-3</sup>. Константу кубической магнитной анизотропии также положим равной нулю:  $K_I^{(d)} = 0$ . Параметры затухания: магнитного  $\alpha = 0,3$ , упругого  $\beta = 10^8$  см<sup>-1</sup>. Добавка к полю перехода за счет магнитоупругости:  $\delta H_c^{(d)} = 11,3$  Э. Поле перехода без магнитоупругости:  $H_{cm}^{(d)} = 280$  Э. Поле перехода с магнитоупругостью:  $H_{ce}^{(d)} = 291,3$  Э.

Остальные параметры по мере необходимости будут указаны в тексте.

## 8. Ориентационные переходы в слоях

Поскольку намагниченности слоев различаются, то и ориентации векторов намагниченности в процессе ориентационных переходов также будут различными. Обратимся к рис.2, где показаны зависимости касательных компонент намагниченности  $m_{x,y}$  от постоянного нормального к плоскости пластины поля  $H_0$  в двух слоях. Зависимости получены с помощью формул (35)-(37) в которых используются параметры, приведенные выше.

Из рисунка можно видеть, что в отсутствие магнитоупругости (кривые 1, 3) переходы в обоих слоях заканчиваются в полях  $H_{cm}^{(p)}$  и  $H_{cm}^{(d)}$ , равных полю размагничивания и определяемых формулой (41). При наличии магнитоупругого взаимодействия (кривые 2, 4) переходы в обоих слоях заканчиваются в полях  $H_{ce}^{(p)}$  и  $H_{ce}^{(d)}$ , равных полю размагничивания и определяемых формулой (40),

то есть полю размагничивания в сумме с магнитоупругой добавкой  $\delta H_c^{(p)}$  или  $\delta H_c^{(d)}$  определяемой формулой (39).

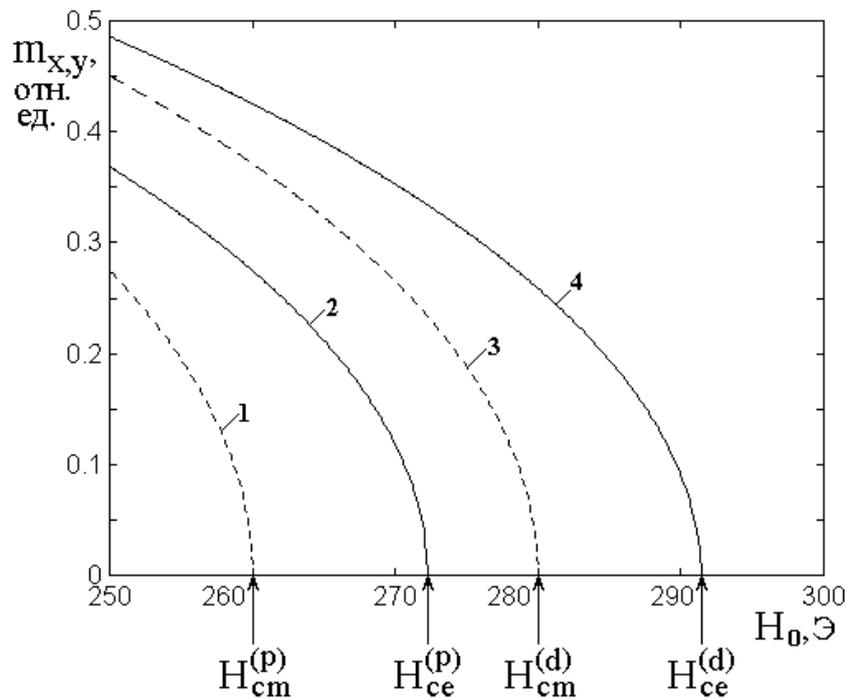


Рис.2. Зависимости касательных компонент намагниченности от постоянного поля в двух слоях.

- 1 – слой №1,  $B_2 = 0$ ;    2 – слой №1,  $B_2 = B_S$ ;  
 3 – слой №2,  $B_2 = 0$ ;    4 – слой №2,  $B_2 = B_S$ .

Константа магнитоупругости:  $B_S = 13,9 \cdot 10^6$  эрг см<sup>-3</sup>.

Остальные параметры – те же, что приведены в предыдущем разделе.

## 9. Прецессия равновесия при различных значениях поля

Рассмотрим свойства прецессии намагниченности в полях, выше и ниже поля перехода для каждого слоя по отдельности.

Положим константы магнитоупругого взаимодействия в обоих слоях одинаковыми и составляющими  $B_2^{(p,d)} = 13,9 \cdot 10^6$  эрг см<sup>-3</sup>. Остальные параметры – те же, что приведены выше. Будем рассматривать только магнитные колебания, так как упругие при равенстве магнитоупругих констант полностью подобны магнитным.

Обратимся к рис.3, где показаны прецессионные портреты при трех значениях поля. Поля переходов: в слое №1 – 272,2 Э, в слое №2 – 291,3 Э. При-

ложенные поля: первое (255 Э – а, б) меньше полей перехода в обоих слоях, второе (275 Э – в, г) меньше поля перехода во втором слое, но больше, чем в первом, третье (295 Э – д, е) больше полей переходов в обоих слоях.

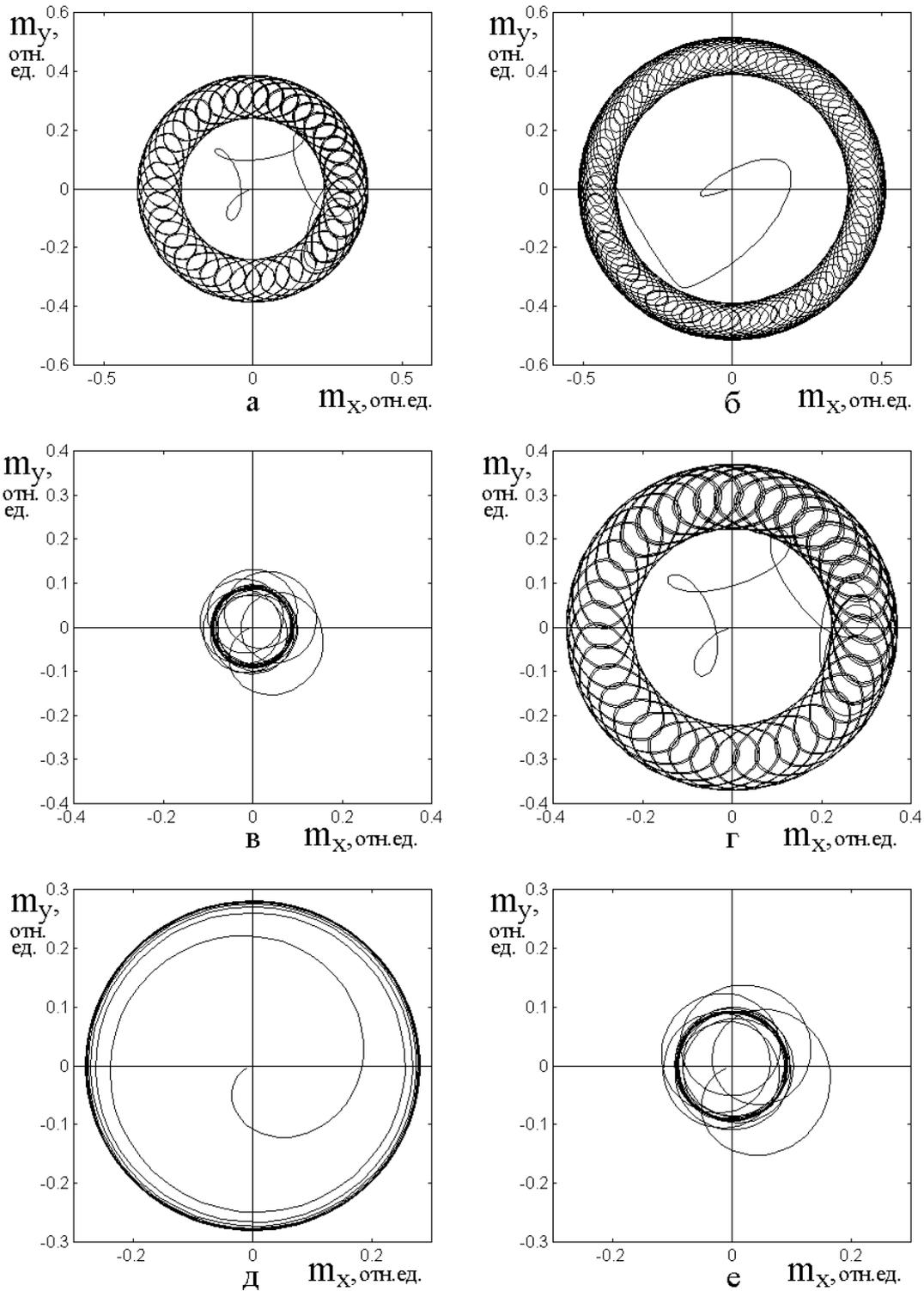


Рис.3. Прецессионные портреты в слоях при различных значениях поля: а, б –  $H_0 = 255$  Э; в, г –  $H_0 = 275$  Э; д, е –  $H_0 = 295$  Э.

Левый столбец (а, в, д) – слой №1. Правый столбец (б, г, е) – слой №2.

Из рисунка можно видеть, что в первом случае (а,б) имеет место хорошо развитая прецессия положения равновесия в обоих слоях, что обусловлено малостью приложенного поля относительно полей переходов обоих слоев. В обоих случаях имеет место режим без охвата центра.

Во втором случае (в,г) прецессия положения равновесия имеет место только в слое №2, для которого приложенное поле меньше поля перехода, режим – также без охвата центра. В слое №1 наблюдается простая круговая прецессия, так как приложенное поле превышает поле перехода в этом слое.

В третьем случае (д,е) прецессия положения равновесия отсутствует, в обоих слоях наблюдается простая круговая прецессия, так как приложенное поле превышает поля переходов в обоих слоях.

## 10. Период прецессии положения равновесия при изменении поля

Рассмотрим теперь, как ведет себя период прецессии положения равновесия в отдельных слоях при изменении постоянного поля.

Обратимся к рис.4, где приведены такие зависимости в отсутствие магнитоупругой связи и при ее наличии в отдельных слоях. Константы магнитоупругого взаимодействия в обоих слоях между собой положены равными  $B_2^{(p,d)} = 13,92 \cdot 10^6$  эрг см<sup>-3</sup>. Стрелками на горизонтальной оси отмечены критические поля соответствующих переходов:  $H_{cm}^{(p)} = 260,0$  Э;  $H_{ce}^{(p)} = 272,2$  Э;  $H_{cm}^{(d)} = 280,0$  Э;  $H_{ce}^{(d)} = 291,3$  Э.

При построении кривых 1-4 использовалась эмпирическая формула обратной пропорциональности (поле – в эрстедах, период – в секундах):

$$T_p = 3 \cdot 10^{-6} \left( \frac{2}{H_c - H_0} + D \right), \quad (42)$$

где под  $H_c$  понимается значения поля перехода, отмеченное на горизонтальной оси рис.4, а значения параметра  $D$ , подобраны из условия совпадения кри-

вой с точкой  $T_p$  при поле  $H_0 = 250$  Э и равны соответственно: 1 –  $D = 0,050$ ; 2 –  $D = 0,025$ ; 3 –  $D = 0,030$ ; 4 –  $D = 0,025$ .

При построении кривых 1'-4' использовалась формула обратной квадратично-корневой зависимости, полученная на основе векторной модели [9,15,16]:

$$T_p = \frac{1,45 \cdot 10^{-6}}{h^2 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{H_0}{H_c}\right)^2}} + G, \quad (43)$$

где значение  $H_c$  – то же, что в предыдущем случае, а параметр  $G$  для кривой 1' равен нулю, а для кривых 2'-4' составляет около  $-0,1 \cdot 10^{-6}$  с и также подобран из условия прохождения кривой через точку, соответствующую  $H_0 = 250$  Э.

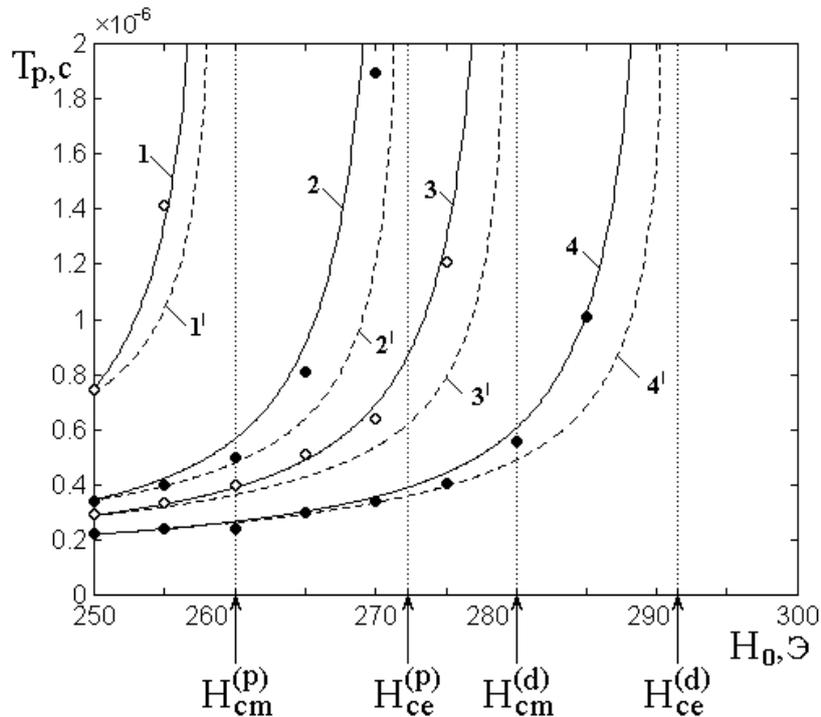


Рис.4. Зависимость периода прецессии положения равновесия от постоянного поля. Точки – результаты машинного эксперимента.

Сплошные линии 1, 2, 3, 4 – кривые, построенные по формуле (42), пунктирные линии 1', 2', 3', 4' – кривые, построенные по формуле (43).

1, 1', 3, 3' – колебания без магнитоупругости.

2, 2', 4, 4' – колебания при наличии магнитоупругости.

Из рисунка видно, что во всех случаях период прецессии равновесия при увеличении поля увеличивается. При этом рост периода вдаль от поля перехода довольно плавный, а по мере приближения к полю перехода резко увеличивается тем быстрее, чем переход ближе. Вблизи перехода оба периода устремляются к бесконечности.

Можно видеть, что экспериментальные зависимости довольно хорошо приближаются эмпирическими формулами обратной пропорциональности (сплошные линии), а кривые, построенные в соответствии с векторной моделью (пунктирные линии), вблизи поля перехода дают несколько завышенные (на 3-7 Э) значения поля. Это обстоятельство отмечалось ранее для одного слоя в работе [21] и обусловлено недостаточной точностью векторной модели в непосредственной близости к полю перехода.

## 11. Мультирежимный характер упругих колебаний

При изменении параметров слоев характер возбуждаемой прецессии намагниченности изменяется. Соответственно меняется характер возбуждаемых упругих колебаний.

Рассмотрим в качестве достаточно характерного примера вариацию режимов упругих колебаний, возбуждаемых в слое  $d$  (верхнем по рис.1) при изменении величины постоянного поля. Параллельно будем следить за изменением характера магнитных колебаний, как являющихся первопричиной возбуждения упругих.

Возьмем следующие значения констант магнитоупругости в слоях:

$$\text{в слое } p: B_2^{(p)} = 13,92 \cdot 10^6 \text{ эрг см}^{-3};$$

$$\text{в слое } d: B_2^{(d)} = 0,2 \cdot B_2^{(p)} = 2,78 \cdot 10^6 \text{ эрг см}^{-3}.$$

При принятых параметрах магнитоупругая добавка к полю перехода для слоя  $p$  составляет 12,25 Э, так что поле перехода в этом слое равно 272,25 Э. Магнитоупругая добавка к полю перехода для слоя  $d$  составляет 0,45 Э, так что поле перехода в этом слое равно 280,45 Э. Остальные параметры возьмем

совпадающими с приведенными в разделе №7, а постоянное поле будем менять от 200 до 300 Э.

**Замечание.** В полях меньше 200 Э конус прецессии намагниченности постепенно разворачивается к плоскости, стремясь к плоскому диску. Некоторые моменты такого движения были рассмотрены в работах [28-34], однако прецессия положения равновесия в этих работах не рассматривалась. Предварительная проверка показывает, что в этом случае положение равновесия продолжает прецессировать, однако характер его движения приобретает некоторые особенности, в настоящее время даже для одного слоя подробно не рассмотренные, поэтому авторы оставляют интервал столь малых полей (в данном случае менее 200 Э) в качестве задачи для отдельного исследования.

Итак, обратимся к приведенным далее рис.5-рис.9, иллюстрирующим некоторые наблюдаемые режимы прецессии. На приведенных рисунках везде рассматривается слой  $d$  (то есть тот, в котором константа меняется). Все рисунки построены по единой схеме. При этом буквенные обозначения частей рисунков следующие: а, б – магнитные колебания; в, г – упругие колебания (колебания упругого смещения), а также: а, в – развертки компонент намагниченности и смещения во времени; б, г – прецессионные (параметрические) портреты.

Будем нумеровать режимы по мере возрастания постоянного поля, а также дадим им условные названия, характеризующие развитие упругих колебаний во времени.

### **Режим №1 – правильные развернутые биения, рис.5.**

Постоянное поле меняется от 200 Э до 260 Э.

Этот режим имеет место при поле, меньшем полей переходов в обоих слоях. При этом переменное магнитное поле возбуждает в обоих слоях прецессию положения равновесия. В слое  $d$  магнитные колебания имеют вид низкочастотной синусоиды, заполненной высокочастотными колебаниями с частотой возбуждения. По магнитным колебаниям этот режим аналогичен режиму №2 в работе [16, рис.9.12], а также в статье [10], то есть прецессии положения равновесия без охвата центра. Параметрический портрет имеет классический вид

большого кольца, заполненного по образующей малыми кольцами. Механизм образования такого портрета подробно рассмотрен в монографии [16, главы 9, 10] и цитированных там работах, поэтому останавливаться на нем не будем.

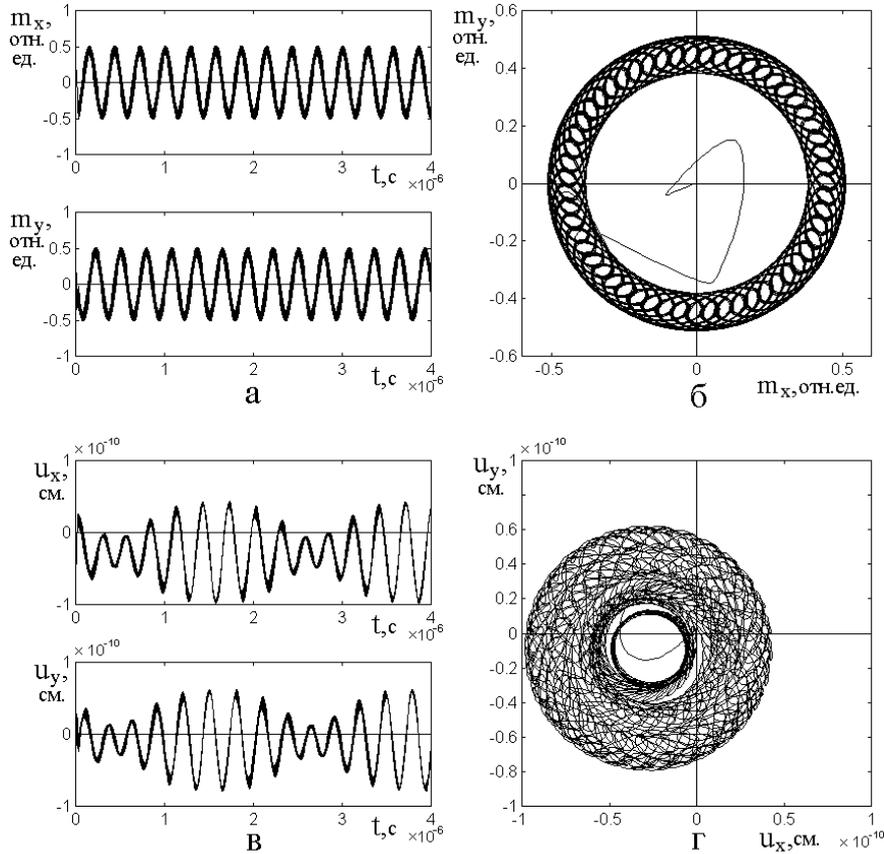


Рис.5. Колебания компонент намагниченности (а) и упругого смещения (в), а также параметрические портреты (б, г) при величине постоянного поля 250 Э (режим №1).

По упругим колебаниям этот режим имеет вид низкочастотной синусоиды, амплитуда которой меняется по синусоидальному закону частоты еще более низкой, что соответствует биениям колебаний двух разных, но довольно близких частот. Первая из этих частот соответствует частоте колебаний намагниченности в этом слое, приведенных на рис.5а. Вторая частота соответствует частоте колебаний прецессии положения равновесия намагниченности в слое  $p$ . Частота этих колебаний отлична от частоты прецессии равновесия в слое  $d$ , так как намагниченности слоев  $p$  и  $d$  различны. Поскольку намагниченность в слое  $p$  несколько меньше намагниченности в слое  $d$ , то поле в 250 Э находит-

ся ближе к полю перехода в этом слое, так что частота прецессии равновесия в слое  $p$  получается несколько выше, чем в слое  $d$ , как это можно проследить из рассмотрения соответствующих периодов на рис.4.

Магнитные колебания прецессии равновесия в слое  $p$  возбуждают в нем колебания упругого смещения с той же частотой. Эти упругие колебания, будучи возбужденными в слое  $p$ , передаются в рассматриваемый слой  $d$  через механический контакт между слоями в соответствии с граничными условиями на поверхности соприкосновения [22,24]. Поэтому в слое  $d$  присутствуют упругие колебания сразу двух частот: одна соответствует колебаниям намагниченности в собственном слое, а другая – колебаниям намагниченности в другом слое.

Первые колебания по амплитуде являются преобладающими, поэтому основная частота колебаний на рис.5в близка к таковой на рис.5а, а вторые колебания, имея меньшую амплитуду, тем не менее, обеспечивают синусоидальное изменение амплитуды основных колебаний, давая в результате картину правильных синусоидальных биений (рис.5в).

Параметрический портрет в этом случае (рис.5г) также имеет вид большого кольца, заполненного по образующей малыми кольцами, однако диаметр большого кольца периодически меняется (в соответствии с изменением амплитуды биений на рис.5в), так что в результате получается картина совокупности вложенных друг в друга больших колец, образующих сложную узорчатую структуру. Центр такой системы больших колец смещен относительно пересечения нулевых линий упругого смещения, что соответствует постоянной деформации слоя  $d$  относительно слоя  $p$  (и обратно), обусловленной первичным равновесным напряжением контактирующих друг с другом упругих слоев из-за их различной намагниченности. То есть в статическом состоянии имеет место равновесная спонтанная деформация структуры в целом, подобная описанной в работах [35-40], однако здесь еще и с учетом приложенного постоянного поля.

**Режим №2 – перемежающиеся биения, рис.6.**

Постоянное поле меняется от 260 Э до 272 Э.

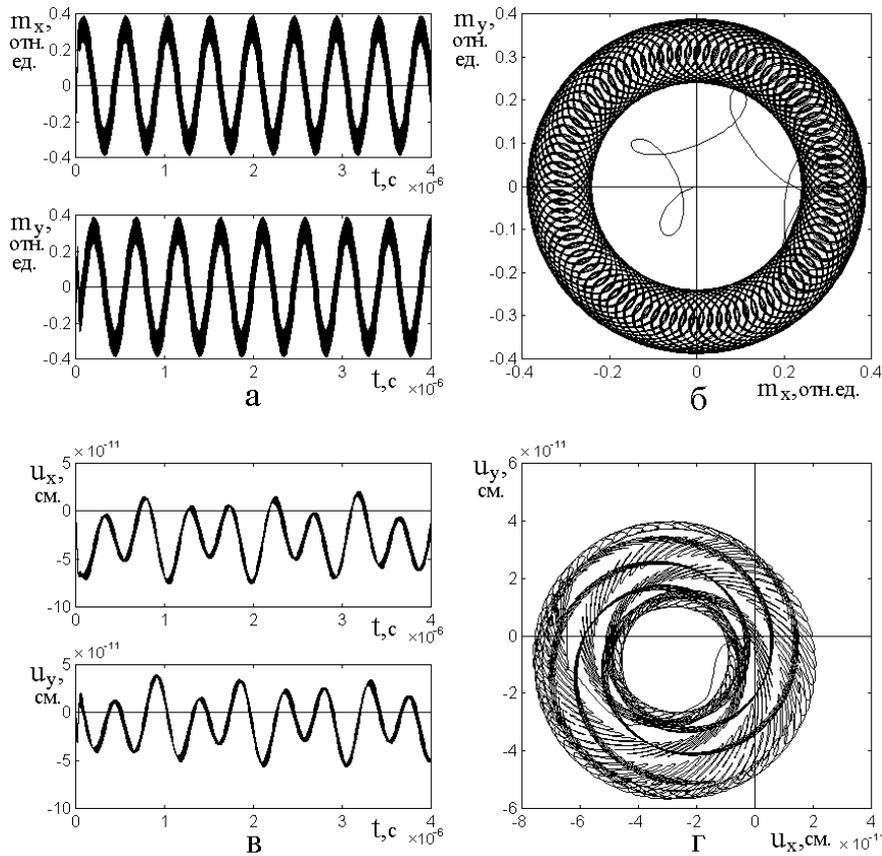


Рис.6. Колебания компонент намагниченности (а) и упругого смещения (в), а также параметрические портреты (б, г) при величине постоянного поля 265 Э (режим №2).

Этот режим, как и предыдущий, имеет место также при поле, меньшем полей переходов в обоих слоях. Отличие от режима №1 состоит в близости величины постоянного поля к полю перехода в слое  $p$  (272,25 Э). При этом период колебаний намагниченности в слое  $p$  резко возрастает (рис.4), так что частота этих колебаний становится значительно ниже частоты магнитных колебаний в слое  $d$ , где до поля перехода (280,48 Э) остается еще значительное расстояние. При этом, как и ранее, в слое  $d$  возбуждаются упругие колебания двух частот, однако теперь из-за их значительного различия биения перестают быть регулярными и приобретают характер, близкий к случайному. Однако настоящие хаотические колебания здесь отнюдь не реализуются, так как, несмотря на

перемежающуюся амплитуду упругих колебаний на рис.6в, их конфигурация на достаточном расстоянии по времени полностью повторяется. Проверка показывает, что для колебаний на рис.6в такой интервал периодичности составляет около  $4 \cdot 10^{-5}$  с (то есть примерно в десять раз далее правого края рисунка).

Параметрический портрет (рис.6г) также сохраняет вид большого кольца, заполненного по образующей малыми кольцами, однако здесь диаметр большого кольца меняется значительно быстрее, чем в предыдущем случае, так как амплитуда упругих колебаний (рис.6в) также меняется более резко почти хаотическим образом. Поэтому картина вложения больших колец друг в друга имеет здесь более сложный характер, в том числе с неоднократными взаимными пересечениями. Центр системы больших колец также смещен относительно пересечения нулевых линий упругого смещения по той же причине, что и ранее, однако здесь величина смещения несколько возрастает по причине большего значения постоянного поля (то есть в большем поле структура деформируется сильнее).

### **Режим №3 – правильная навязанная синусоида, рис.7.**

Постоянное поле меняется от 272 Э до 277 Э.

Этот режим, в отличие от обоих предыдущих, имеет место при поле, меньшем полей перехода в слое  $d$ , но большем поля перехода в слое  $p$ . При этом прецессия положения равновесия намагниченности в слое  $d$  имеет место, но в слое  $p$  отсутствует.

Колебания намагниченности в слое  $d$  (рис.7а), как и в предыдущих случаях, имеют вид правильной синусоиды, однако период ее здесь значительно больше, чем там, что обусловлено большей близостью значения постоянного поля (274 Э) к полю перехода в этом слое (280,45 Э). Увеличение периода также отражено видом кривой 3 на рис.4.

В слое  $p$  прецессия равновесия отсутствует, поэтому упругие колебания за ее счет не возбуждаются, так что в слой  $d$  соответствующие упругие колебания через контакт слоев не передаются. Поэтому упругие колебания в слое  $d$

возбуждаются только за счет магнитных колебаний в этом же слое, то есть в этом случае имеет место возбуждение только на одной частоте. Эта частота соответствует частоте магнитных колебаний в слое  $d$ , поэтому возбуждаемые упругие колебания (рис.7в) здесь имеют вид такой же правильной синусоиды, как и магнитные на рис.7а. Из сравнения рис.7а и рис.7в можно видеть, что упругие колебания имеют ту же частоту, что и магнитные и происходят с ними в противофазе. Относительно общего характера упругих колебаний можно сказать, что здесь магнитная система как бы «навязывает» свой режим колебаний упругой системе, что и отражено в названии данного режима.

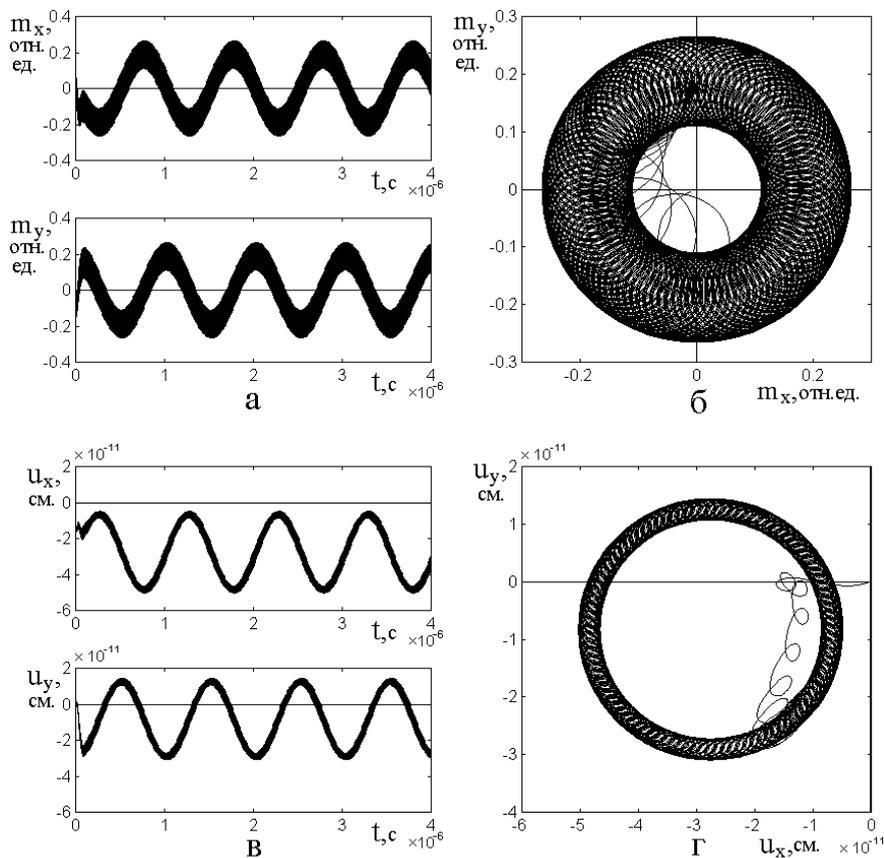


Рис.7. Колебания компонент намагниченности (а) и упругого смещения (в), а также параметрические портреты (б, г) при величине постоянного поля 274 Э (режим №3).

Параметрические портреты (рис.7б и рис.7г) также подобны друг другу, образуют большое кольцо, заполненное по образующей малыми кольцами, то есть соответствуют упомянутому выше режиму без охвата центра. Центр боль-

шого кольца упругих колебаний (рис.7г) также смещен относительно пересечения нулевых линий, причем здесь это смещение значительно больше, чем в обоих предыдущих случаях, что обусловлено большим значением постоянного поля.

**Режим №4 – затухающая навязанная синусоида, рис.8.**

Постоянное поле меняется от 277 Э до 280,45 Э.

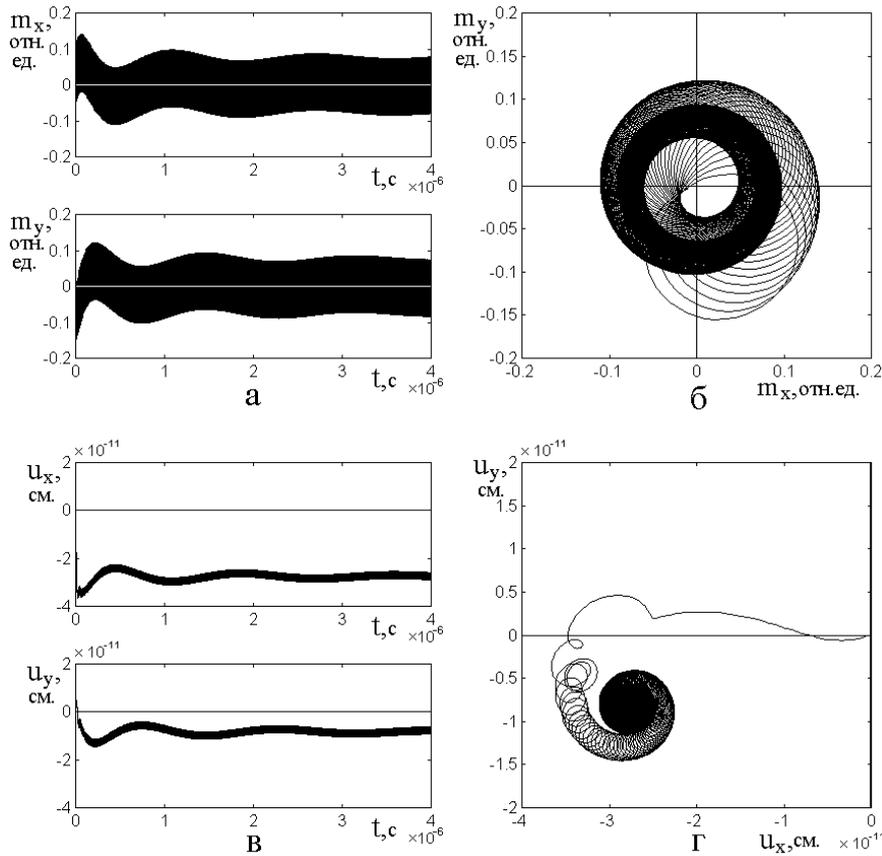


Рис.8. Колебания компонент намагниченности (а) и упругого смещения (в), а также параметрические портреты (б, г) при величине постоянного поля 279 Э (режим №4).

Этот режим, как и предыдущий, имеет место при поле, меньшем поля перехода в слое  $d$ , но большем поля перехода в слое  $p$ . Отличие от режима №3 состоит в том, что здесь магнитные колебания, хотя поначалу и вступают в прецессию положения равновесия, но такая прецессия довольно быстро затухает, так что положение равновесия принимает стационарное положение, совпадающее по направлению с направлением постоянного поля и дальнейшее дви-

жение намагниченности представляет собой простую круговую прецессию на частоте, равной частоте возбуждающего переменного поля.

По магнитным колебаниям этот режим аналогичен режиму №4 в работе [16, рис.9.14], а также в [10], то есть прецессии положения равновесия с охватом центра, амплитуда колебаний которой затухает во времени. Параметрический портрет (рис.8б) имеет вид большого кольца, заполненного по образующей малыми кольцами, причем по мере развития во времени диаметры малых колец падают до нуля, так что остается одно большое кольцо, полностью симметричное относительно центра. То есть относительно малых колец, первоначально охватывающих центр, формируется закручивающаяся спираль, сходящаяся к жирному зачерненному кольцу вокруг центра. Механизм образования такого портрета подробно рассмотрен в монографии [16, главы 9, 10] и цитированных там работах, поэтому останавливаться на нем не будем.

Упругие колебания (рис.8в), как и в предыдущем случае, полностью повторяют магнитные колебания (рис.8а) с подобным же смещением в противофазе. То есть здесь также имеет место навязывание упругим колебаниям возбуждающего влияния магнитных.

Параметрический портрет (рис.8г) также имеет вид закручивающейся спирали (очевидно, тоже навязанной), причем центр окончательного большого кольца (или того, что от него остается) также смещен относительно пересечения нулевых линий (вертикальная из которых совпадает с правым краем рисунка), причем здесь это смещение еще больше, чем в предыдущих случаях, что обусловлено большим значением постоянного поля.

### **Режим №5 – простая собственная синусоида, рис.9.**

Постоянное поле меняется от 280,45 Э до 300 Э и выше.

Этот режим имеет место в случае, когда постоянное поле превышает поля переходов в обоих слоях  $d$  и  $p$ . Прецессия положения равновесия намагниченности в обоих слоях отсутствует, так что везде имеет место только простая круговая прецессия намагниченности вокруг направления постоянного поля. То есть по магнитным колебаниям этот режим аналогичен режиму №5 в работе

[16, рис.9.15], а также в [10], то есть развернутой круговой прецессии вектора намагниченности.

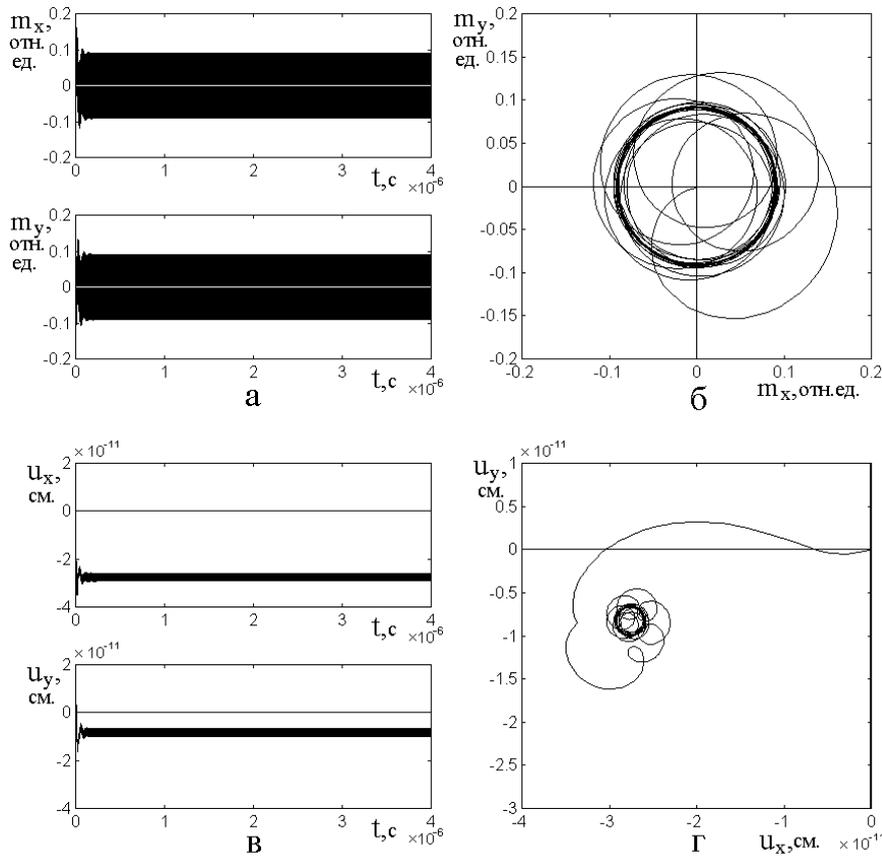


Рис.9. Колебания компонент намагниченности (а) и упругого смещения (в), а также параметрические портреты (б, г) при величине постоянного поля 284 Э (режим №5).

Упругие колебания в обоих слоях формируются за счет магнитных в том же слое, которые в свою очередь соответствуют синхронному воздействию переменного поля. То есть в слое  $d$  упругие колебания (рис.9в) также имеют вид синусоидальных колебаний с частотой поля возбуждения, навязанных соответствующими магнитными колебаниями в том же слое в сочетании с определенной синфазной добавкой от упругих колебаний в слое  $p$  на той же частоте возбуждения.

Параметрические портреты (рис.9б и рис.9г) также аналогичны, то есть после нескольких небольших петлеобразных зигзагов, обусловленных релаксацией начального возбуждения, приобретают вид правильных колец, соответ-

ствующих простой круговой прецессии. Центр кольца установившихся упругих колебаний смещен относительно пересечения нулевых линий (вертикальная из которых совпадает с правым краем рисунка), еще больше, чем в предыдущих случаях, что обусловлено значительной величиной постоянного поля.

## 12. Области существования различных режимов

Рассмотрим теперь условия, определяющие существование различных режимов. Обратимся к рис.10, где представлена схема областей существования различных режимов по полю в зависимости от относительной величины константы магнитоупругого взаимодействия в слое  $d$ . Цифрами в прямоугольных рамках обозначены области, соответствующие возбуждению режимов, номера которых приведены в предыдущем разделе. Пронумерованные кривые соответствуют границам таких областей.

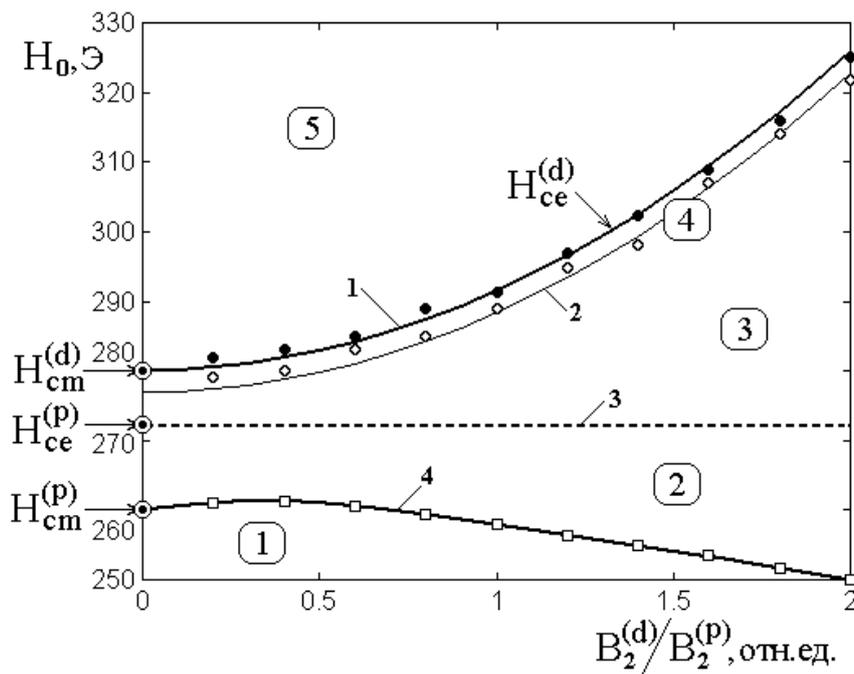


Рис.10. Схема полевых областей существования различных режимов в зависимости от относительной величины константы магнитоупругого взаимодействия в слое  $d$ .

Точки – результаты машинного эксперимента. Цифры в прямоугольных рамках – номера областей, совпадающие с номерами соответствующих режимов.

1, 2, 3, 4 – кривые, разграничивающие области различных режимов.

Рассмотрим рис.10 с точки зрения границ областей различных режимов,

представленных кривыми 1-4.

Кривая 1 соответствует зависимости поля перехода  $H_{ce}^{(d)}$  в слое  $d$  от величины константы  $B_2^{(d)}$ , определяемого суммой поля размагничивания и квадратичной добавки за счет магнитоупругости. Такое поле определяется формулой (38) и квадратично растет по мере увеличения относительной величины  $B_2^{(d)}$ . Видно, что кривая 1 как раз соответствует экспериментальным точкам перехода от режима №5 (простая круговая прецессия) к режиму №4 (затухающая навязанная синусоида).

Кривая 2 построена по той же формуле со сдвигом вниз на 3 Э. Эта кривая проведена из условия совпадения с экспериментальными точками и разграничивает области между режимами №4 (затухающая навязанная синусоида) и №3 (правильная навязанная синусоида). Из рисунка можно видеть, что эта область проходит узкой полосой ниже области режима №5, то есть является переходной между режимами №5 и №3. Узость этой полосы обусловлена переходным характером режима №4 (подобный характер переходного режима для однослойной структуры отмечался ранее [16]).

Кривая 3 соответствует полю  $H_{ce}^{(p)}$  и просто представляет собой горизонтальную прямую линию (пунктир), так как поле  $H_{ce}^{(p)}$ , равное сумме поля размагничивания для слоя  $p$  и магнитоупругой добавки в том же слое, определяемой константой  $B_2^{(p)}$  в соответствии с формулой (38), то есть это поле от константы  $B_2^{(d)}$  не зависит. Эта кривая разграничивает область режима №2, где в слое  $d$  еще возбуждаются упругие колебания за счет воздействия переменного поля на собственную намагниченность, от области режима №3, где уже упругие колебания в слое  $d$  возбуждаются только за счет навязывания упругих колебаний из слоя  $p$ , то есть какие-либо следы биений отсутствуют.

Кривая 4 определяет переход от режима №2 (перемежающиеся биения) к

режиму №1 (правильные развернутые биения). Кривая построена, исходя из соответствия по экспериментальным точкам. Граница не является резкой и для уверенного установления ее локализации необходимо рассматривать развертку упругих колебаний слоя  $d$  за достаточно большой промежуток времени, не менее чем в два-три раза (а лучше – раз в пять и более) превышающим период развернутых биений в режиме №1. Из чисто эмпирических соображений можно рекомендовать величину этого промежутка не менее  $10^{-5}$  с.

Таким образом, можно полагать, что все разнообразие возбуждаемых режимов упругих колебаний в слое  $d$  приведенной схемой исчерпывается.

### 13. Трансформация биений при изменении магнитоупругой связи

В проведенном в разделах №11 и №12 рассмотрении константа магнитоупругого взаимодействия в слое  $d$  полагалась заведомо меньшей, чем в слое  $p$ , что по мере изменения поля позволило выделить пять описанных выше режимов упругих колебаний. Рассмотрим теперь более подробно случай неизменного поля, но меняющейся константы магнитоупругости  $B_2^{(d)}$ . Можно полагать, что наиболее интересным будет выбор значения поля, при котором в обоих слоях имеет место прецессия положения равновесия, то есть менее 272 Э.

Итак, обратимся к режиму №1 – правильных развернутых биений, показанных на рис.5, для чего возьмем значение поля, равного 250 Э, что заведомо меньше полей перехода в обоих слоях. В рассматриваемом случае значение поля таково, что в обоих слоях имеет место прецессия положения равновесия. При изменении константы магнитоупругого взаимодействия в слое  $d$  вид прецессии намагниченности в этом слое не изменяется, однако упругие колебания претерпевают значительные изменения.

Вариации биений при изменении константы  $B_2^{(d)}$  для этого случая иллюстрируются рис.11. Здесь показаны развертки во времени колебаний, соответствующих прецессии положения равновесия, то есть огибающая крупной синусоиды здесь соответствует большому кольцу параметрического портрета, а ее мелкая структура, наблюдаемая как «размазка» по вертикальной оси – колеба-

ниям с частотой возбуждающего поля (100 МГц), что соответствует малым кольцам по образующей большого кольца параметрического портрета.

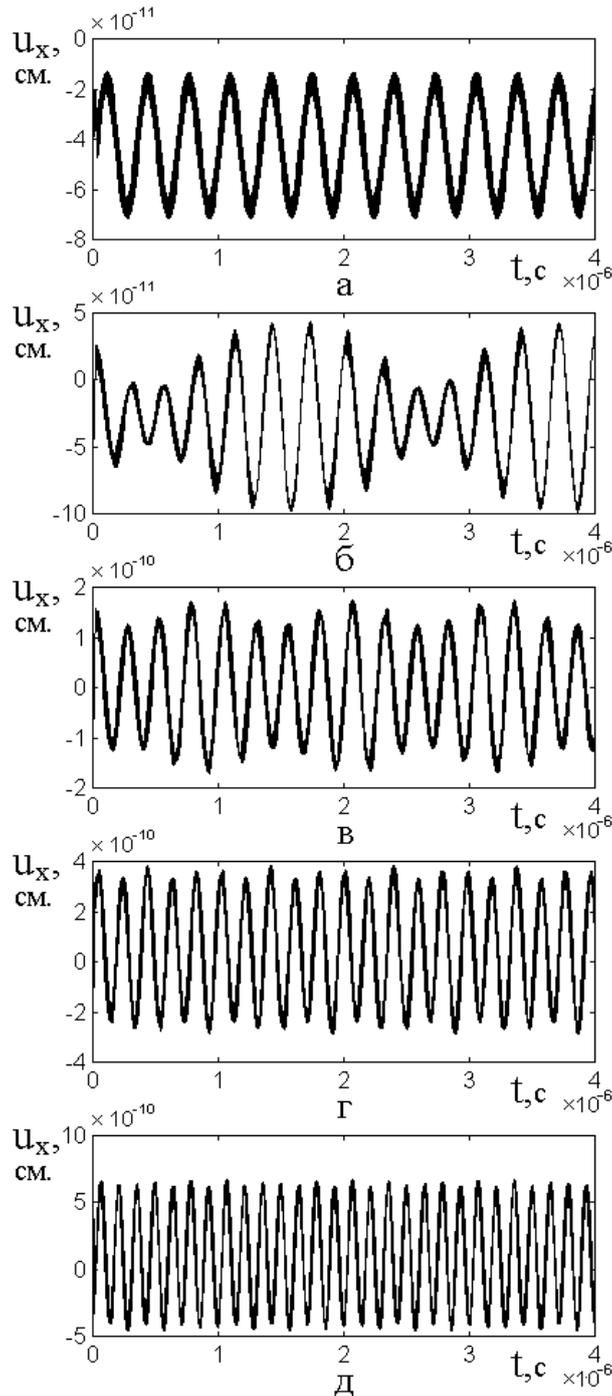


Рис.11. Режимы биений упругих колебаний в слое  $d$  при различных значениях константы магнитоупругости этого слоя  $B_2^{(d)}$ :

$$\begin{aligned}
 \text{а} - 0,0 \cdot B_2^{(p)} &= 0,00 \cdot 10^6 \text{ эрг см}^{-3}; & \text{б} - 0,2 \cdot B_2^{(p)} &= 2,78 \cdot 10^6 \text{ эрг см}^{-3}; \\
 \text{в} - 0,6 \cdot B_2^{(p)} &= 8,35 \cdot 10^6 \text{ эрг см}^{-3}; & \text{г} - 1,2 \cdot B_2^{(p)} &= 16,70 \cdot 10^6 \text{ эрг см}^{-3}; \\
 \text{д} - 2,0 \cdot B_2^{(p)} &= 27,84 \cdot 10^6 \text{ эрг см}^{-3}.
 \end{aligned}$$

Поле  $H_0 = 250$  Э. Остальные параметры приведены в разделе №7.

Из рисунка видно, что в отсутствие магнитоупругой связи (рис.11а) в слое  $d$  упругие колебания имеют вид правильной синусоиды. Эти колебания вызваны не воздействием переменного поля на слой  $d$ , а навязаны этому слою упругими колебаниями в слое  $p$ , которые возбуждаются действующим там переменным полем через магнитоупругое взаимодействие этого слоя, определяемое константой  $B_2^{(p)}$ . То есть частота колебаний в слое  $d$  полностью определяется частотой упругих колебаний в слое  $p$ , которая в свою очередь соответствует прецессии равновесия в этом слое (то есть в слое  $p$ ). Таким образом, поскольку самостоятельное возбуждение упругих колебаний в слое  $d$  отсутствует, то и какие-либо биения возбуждаться не могут, так что амплитуда синусоиды на рис.11а сохраняется постоянной.

Не так однако обстоит дело, когда магнитоупругая связь в слое  $d$  имеется, то есть константа  $B_2^{(d)}$  отлична от нуля. Так из рис.11б видно, что даже при сравнительно малом значении константы  $B_2^{(d)}$ , составляющей всего 0,2 от подобной константы в слое  $p$ , упругие колебания в слое  $d$  претерпевают значительные биения, обусловленные как возбуждением собственных колебаний за счет переменного магнитного поля, так и передачей упругого смещения от слоя  $p$  через контакт между слоями. Можно полагать, что здесь амплитуды обоих воздействий близки друг к другу, так что биения имеют глубокий характер.

При небольшом увеличении константы  $B_2^{(d)}$ , как на рис.11в возбуждение собственных колебаний усиливается, тогда как возбуждение навязываемых от слоя  $p$  остается на прежнем уровне, в результате чего глубина биений уменьшается. При дальнейшем увеличении константы  $B_2^{(d)}$  преобладание собственных колебаний усиливается, в результате чего глубина биений сначала заметно уменьшается (рис.11г), а далее биения почти сходят на нет (рис.11д), то есть колебания опять приобретают почти правильный синусоидальный характер,

обусловленный весьма значительным преобладанием собственных колебаний над навязанными от другого слоя.

Другим важным моментом наблюдаемой картины является уменьшение периода упругих колебаний по мере увеличения константы магнитоупругого взаимодействия  $B_2^{(d)}$ . Так при  $B_2^{(d)} = 0$ , то есть в отсутствие магнитоупругости (рис.11а) период составляет  $3,33 \cdot 10^{-7}$  с, при  $B_2^{(d)} = 8,35 \cdot 10^6$  эрг см<sup>-3</sup> (рис.11в) уменьшается до  $2,50 \cdot 10^{-7}$  с, а при  $B_2^{(d)} = 27,84 \cdot 10^6$  эрг см<sup>-3</sup> падает до  $1,42 \cdot 10^{-7}$  с.

Такое уменьшение периода обусловлено ростом магнитоупругой добавки к полю перехода, так что при фиксированном значении постоянного поля (250 Э) удаление этого значения от поля перехода возрастает. Так при  $B_2^{(d)} = 0$  (рис.11а) поле перехода составляет 280 Э, а при  $B_2^{(d)} = 8,35 \cdot 10^6$  эрг см<sup>-3</sup> составляет 284 Э, то есть еще увеличивается незначительно, в результате чего период увеличивается мало. Однако при  $B_2^{(d)} = 27,84 \cdot 10^6$  эрг см<sup>-3</sup> поле перехода увеличивается до 325 Э, так что различие между заданным полем и полем перехода становится значительным, так что период резко возрастает.

Зависимость периода от величины константы магнитоупругого взаимодействия, обусловленную увеличением интервала между заданным полем и полем перехода, можно схематично проследить из рис.4. Так, если зафиксировать поле перехода (например  $H_{ce}^{(d)}$  около 290 Э), а затем уменьшать заданное значение поля (по рис.4 справа налево), что соответствует росту интервала между заданным полем и полем перехода, то можно видеть, что при увеличении интервала от 5 Э до 40 Э период уменьшается с величины порядка  $2,0 \cdot 10^{-6}$  с до величины около  $0,2 \cdot 10^{-6}$  с, что соответствует подобному уменьшению периода, отмеченному на рис.11. Наблюдаемое на этом рисунке уменьшение периода не в 10 и всего в 2 раза обусловлено довольно значительным начальным уда-

лением заданного поля от поля перехода:  $280 \text{ Э} - 250 \text{ Э} = 30 \text{ Э}$ . То есть здесь изменение поля соответствует левому довольно пологому участку кривой 4 на рис.4, то есть уменьшению периода с  $0,4 \cdot 10^{-6} \text{ с}$  до  $0,2 \cdot 10^{-6}$ , то есть как раз примерно в два раза (подобно рис.11).

#### 14. Количественные параметры биений

Рассмотрим теперь более подробно основные параметры биений с количественной стороны. Прежде всего обратимся к рис.12, где показана зависимость периода биений упругих колебаний в слое  $d$  от относительной величины константы магнитоупругого взаимодействия в этом слое.

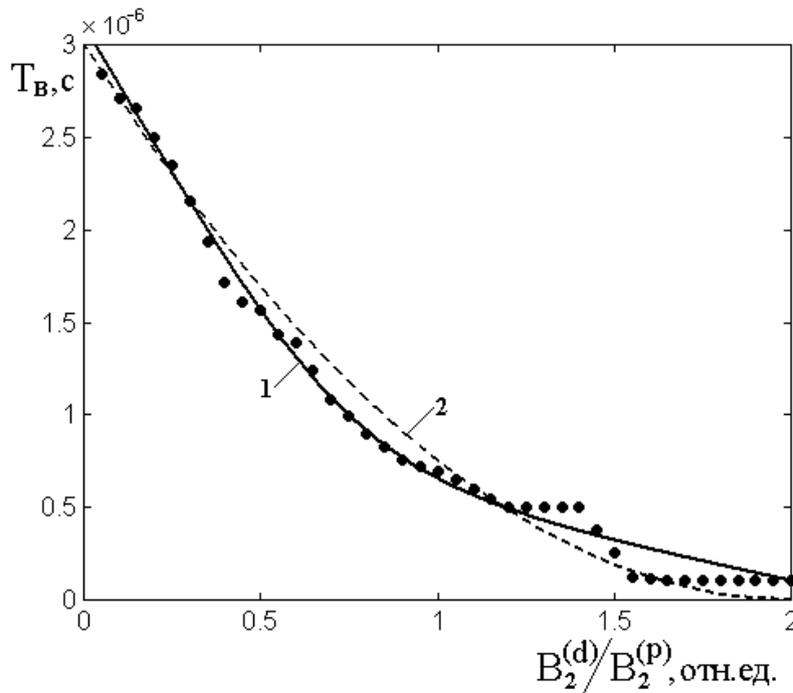


Рис.12. Зависимость периода биений упругих колебаний в слое  $d$  от относительной величины константы магнитоупругого взаимодействия в этом слое.

Точки – результаты машинного эксперимента.

1 – кривая, проведенная по точкам (сплошная линия);

2 – кривая, построенная по формуле (44) (пунктирная линия).  
Поле – 250 Э. Остальные параметры приведены в разделе №7.

Из рисунка можно видеть, что период биений по мере увеличения константы  $B_2^{(d)}$  спадает, однако тем медленнее, чем величина константы больше. Проверка показывает, что приведенная зависимость может быть довольно хорошо аппроксимирована в рамках квадратичного приближения. Так на рисунке

приведена зависимость, построенная по эмпирически найденной формуле:

$$T_B = 10^{-6} \cdot 0,75 \cdot \left( \frac{B_2^{(d)}}{B_2^{(p)}} - 2 \right)^2. \quad (44)$$

Можно видеть, что эта формула описывает экспериментальные точки с точностью около 10%.

Рассмотрим теперь конкретную форму биений, а именно: максимальное и минимальное значение амплитуды реализуемых в процессе биений упругих колебаний. Обратимся к рис.13, где показаны зависимости максимального  $u_x^{(max)}$  и минимального  $u_x^{(min)}$  значений амплитуды упругого смещения, реализуемых в слое  $d$  в процессе биений, от относительной величины константы магнитоупругого взаимодействия в этом слое.

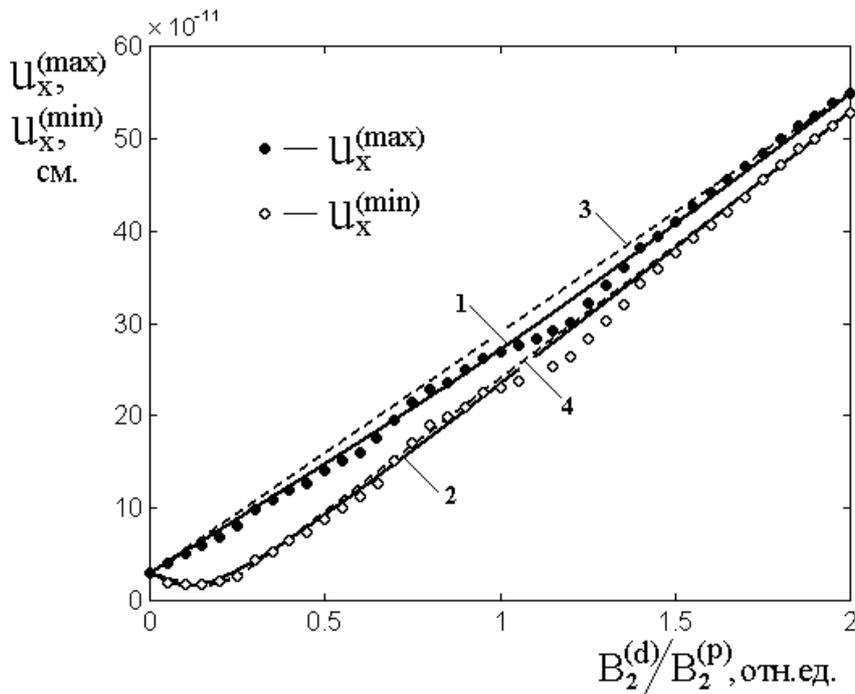


Рис.13. Зависимость максимального  $u_x^{(max)}$  и минимального  $u_x^{(min)}$  значений амплитуды упругого смещения, реализуемых в слое  $d$  в процессе биений, от относительной величины константы магнитоупругого взаимодействия в этом слое.

Точки – результаты машинного эксперимента.

1, 2 – кривые, построенные по точкам (сплошные линии);

3, 4 – аппроксимирующие прямые (пунктирные линии).

Все параметры те же, что на рис.12.

Из рисунка можно видеть, что как максимальная, так и минимальная амплитуды биений по мере увеличения магнитоупругой связи одновременно возрастают почти по линейному закону. Так кривая 3 (пунктир) описывается следующей эмпирической формулой:

$$T_p = 10^{-6} \cdot \left( 3 + 26 \cdot \frac{B_2^{(d)}}{B_2^{(p)}} \right), \quad (45)$$

а кривая 4 (тоже пунктир) – формулой:

$$T_p = 10^{-6} \cdot \left( -4 + 28,2 \cdot \frac{B_2^{(d)}}{B_2^{(p)}} \right). \quad (46)$$

Только для кривой 2 (сплошная линия, открытые точки), соответствующей минимальной амплитуде, при малых значениях константы (менее 0,2 отн.ед.) имеется некоторое отклонение, по-видимому, связанное с близостью значений собственного и навязанного воздействий в этом интервале. В основной же области изменения константы от 0,2 до 2,0 отн.ед. отклонение от линейности (сплошных кривых от пунктирных) не превышает 5%. Важно отметить, что хотя зазор между кривыми меняется мало, но относительная величина изменения амплитуды, то есть отношение разности максимального и минимального значений к величине максимального значения, по мере увеличения константы убывает, так что глубина биений постепенно уменьшается, как это видно из рис.11.

Как уже было отмечено при рассмотрении рис.11, период прецессии положения равновесия намагниченности, определяющий период возбуждаемых в том же слое упругих колебаний, по мере увеличения константы  $B_2^{(d)}$  постепенно уменьшается, что связано с увеличением интервала между значениями приложенного поля и поля перехода. Рассмотрим теперь такое изменение в количественном плане, для чего обратимся к рис.14, где показана зависимость периода возбуждаемых в слое  $d$  упругих колебаний (соответствующих прецессии положения равновесия) от относительной величины константы магнитоупругого взаимодействия в этом слое.

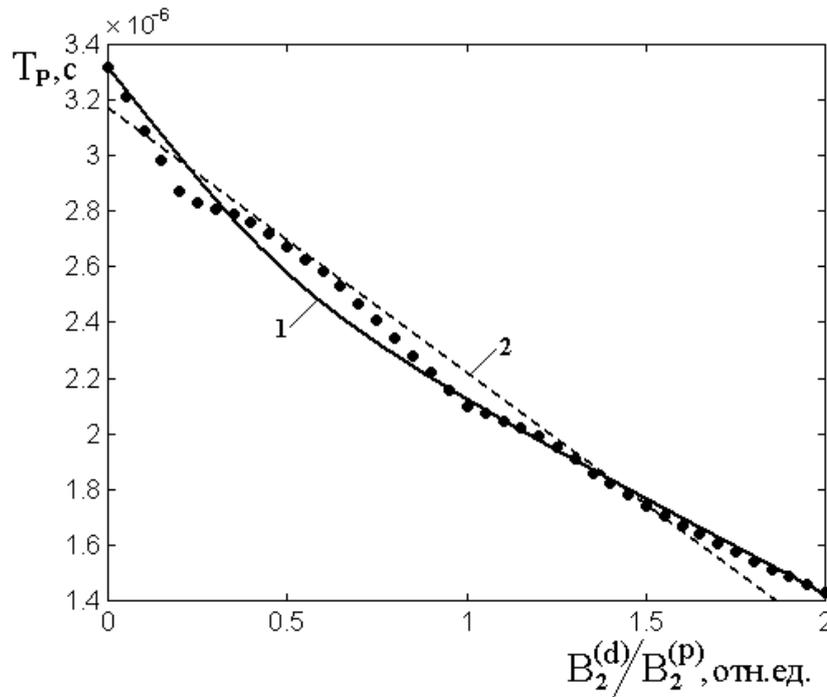


Рис.14. Зависимость периода возбуждаемых в слое  $d$  упругих колебаний от относительной величины константы магнитоупругого взаимодействия в этом слое.

Точки – результаты машинного эксперимента.

1 – кривая, построенная по точкам (сплошная линия);

2 – аппроксимирующая прямая (пунктирная линия).

Все параметры те же, что на рис.12.

Из рисунка можно видеть, что по мере увеличения константы период упругих колебаний уменьшается, как это и было отмечено при рассмотрении рис.11. Зависимость имеет несколько выгнутый к низу вид, однако такой выгиб довольно невелик и, скорее всего, связан с неточностью приближенной кривой 1. С другой стороны, экспериментальные точки довольно хорошо аппроксимируются прямой линией, (кривая 2, пунктир), построенной по формуле:

$$T_p = 10^{-6} \cdot \left( 3,17 - 0,95 \cdot \frac{B_2^{(d)}}{B_2^{(p)}} \right). \quad (47)$$

Можно видеть, что эта формула описывает экспериментальные точки с точностью около 10%. То есть и здесь, подобно рис.13, рассматриваемая зависимость близка к линейной в пределах упомянутой точности.

### 15. Вариация константы магнитоупругости другого слоя

Рассмотрение упругих колебаний в слое  $d$  до сих пор ограничивалось изменением константы магнитоупругого взаимодействия в том же слое  $d$ . Однако представляет интерес рассмотреть, что происходит с упругими колебаниями в том же слое при изменении константы в другом слое, то есть в слое  $p$ .

Предварительная проверка показывает, что в этом случае имеют место те же пять основных режимов, рассмотренных в разделе №11.

Не вдаваясь в подробности машинного эксперимента, представим на рис.15 краткую схему полевых областей существования различных режимов в зависимости от относительной величины константы магнитоупругого взаимодействия в слое  $p$ . Цифрами в прямоугольных рамках обозначены номера областей, совпадающие с номерами соответствующих режимов.

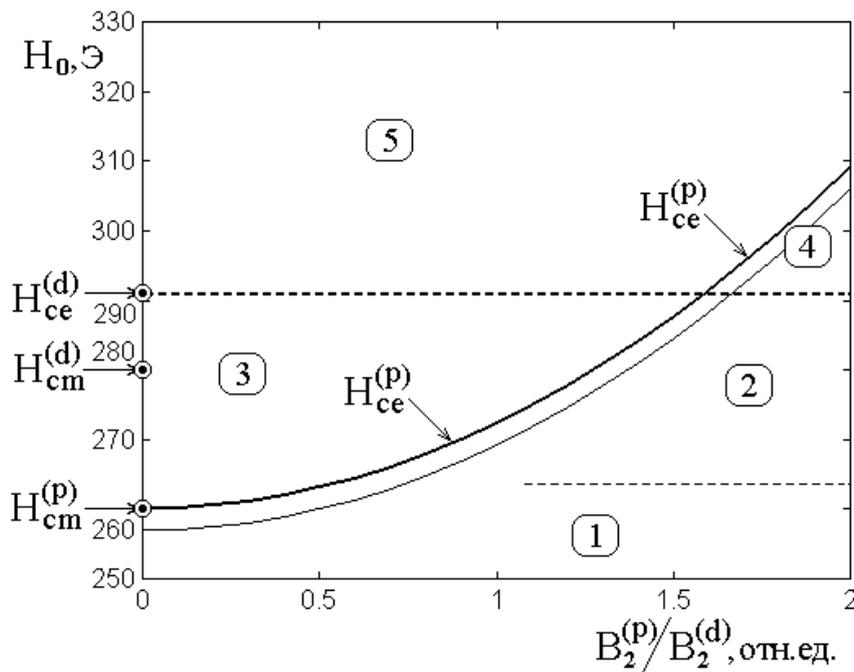


Рис.15. Схема полевых областей существования различных режимов в зависимости от относительной величины константы магнитоупругого взаимодействия в слое  $p$ .

Цифры в прямоугольных рамках – номера областей, совпадающие с номерами соответствующих режимов. Все остальные параметры и обозначения – те же, что на рис.10.

Из рисунка видно, что здесь имеет место такое же чередование режимов с №1 по №5, как и на рис.10. Однако, благодаря тому, что квадратичное измене-

ние константы происходит в слое с меньшей намагниченностью, кривые, соответствующие полям перехода  $H_{ce}^{(p)}$  и  $H_{ce}^{(d)}$ , пространственно разнесенные на рис.10, здесь испытывают пересечение. В результате такого пересечения область, соответствующая режиму №3 (правильная навязанная синусоида), ограничивается по величине константы  $B_2^{(P)}$  на уровне примерно  $1,6 \cdot B_2^{(d)}$ , причем здесь упругие колебания уже навязанными со стороны слоя  $p$  не являются, а напрямую вызываются воздействием переменного поля на намагниченность слоя  $d$ . Правее этой точки пересечения имеет место тот же режим №3, однако здесь упругие колебания навязанными уже являются, так как в слое  $p$  также возбуждается прецессия положения равновесия, которая и навязывает собственные упругие смещения слою  $d$ .

Другой особенностью рассматриваемого случая является весьма слабое различие между режимами №1 (правильные развернутые биения) и №2 (перемежающиеся биения). Так глубина развернутых биений даже при уменьшении поля до 200 Э не превышает 10%, а вариации амплитуды при перемежающемся характере колебаний также составляет не более 10%. В этих условиях четкое различие между режимами №1 и №2 уловить трудно даже при рассмотрении развертки по времени при столь больших временах, как  $10^{-5}$  с, когда на интервале развертки укладывается более двух десятков периодов прецессии положения равновесия. Поэтому на рис.15 четкая граница между областями, соответствующими режимам №1 и №2, не приведена, а отмечена лишь приближенная граница, показанная пунктиром.

В проведенном рассмотрении исследовался характер возбуждения упругих колебаний в слое  $d$  при изменении константы магнитоупругого взаимодействия в том и другом слое. Очевидно, представляет интерес также исследование возбуждения упругих колебаний в слое  $p$  при таком же изменении констант обоих слоев. Однако можно отметить, что относительно плоскости структуры (координатной плоскости  $Oxy$  на рис.1), структура как таковая является сим-

метричной, то есть относительно магнитного возбуждения слои как бы меняются местами. То есть можно полагать, что упругие колебания в слое  $p$  будут иметь такой характер, как и в слое  $d$  с точностью до замены параметров слоев и констант друг на друга.

### 16. Замечание о роли навязывания колебаний одного слоя другому

Сделанное в конце предыдущего раздела замечание об эквивалентности слоев  $p$  и  $d$  предполагает полную симметричность задачи относительно этих слоев. Однако такое предположение безусловным не является, что требует остановиться на нем несколько более подробно.

Вообще говоря, приведенное здесь решение полной задачи для упругости (12)-(17), подобное выполненному в работе [22], относительно слоев  $p$  и  $d$  полностью симметричным не является. Симметрия нарушается при решении задачи №1 для  $U_p(z, t)$  и  $U_d(z, t)$  в виде (20). Более подробно несимметричность следует из вида искомых функций, явный вид которых приведен в работе [22, формулы (32), (33)]:

$$U_p = - \frac{B_{p2}}{c_{44}} m_{px} m_{pz} \cdot z; \quad (48)$$

$$U_d = - \frac{B_{d2}}{c_{44}} m_{dx} m_{dz} \cdot z - \frac{-g + p}{c_{44}} \cdot (B_{p2} m_{px} m_{pz} - B_{d2} m_{dx} m_{dz}), \quad (49)$$

где  $B_{p2}$  и  $B_{d2}$  – с точностью до обозначений те же константы, что здесь  $B_2^{(p)}$  и  $B_2^{(d)}$ . Первые слагаемые этих формул являются полностью симметричными, тогда как в формуле (49) имеется второе слагаемое, в формуле (48) отсутствующее. Из сравнения этих формул можно видеть, что при  $B_{p2} = 0$  функция  $U_p$  также равна нулю при любом значении  $B_{d2}$ , однако при  $B_{d2} = 0$  функция  $U_d$  при отличии от нуля  $B_{p2}$  нулю уже не равна. Несимметричность вызвана тем,

что при подстановке предполагаемого вида решения задачи №1, содержащего четыре произвольных постоянных, в соответствующие граничные условия (на границе между слоями), получается система из четырех уравнений, в которой только три являются независимыми. Для разрешения такой неопределенности в работе [22] одна из произвольных постоянных (определяющая не зависящую от  $z$  часть функции  $U_p$ ) была положена равной нулю, что и породило несимметричность формул (48)-(49). Именно такое обстоятельство является причиной навязывания слою  $d$  упругих колебаний слоя  $p$ , тогда как обратное навязывание не имеет места. Предварительная проверка показывает, что положение другой произвольной постоянной равной нулю приводит к появлению второго дополнительного слагаемого в формуле (48), тогда как такое слагаемое в формуле (49) исчезает. Все последующие выкладки также несколько меняются, однако конечные результаты работы [22] (развертка колебаний во времени, амплитудно-частотные характеристики и параметрические портреты) остаются неизменными, во всяком случае, до тех пор, пока навязыванием упругих колебаний одного слоя другому можно пренебречь. Однако в настоящей работе факт навязывания, хотя и со значительным ослаблением (на порядок и более), все же является принципиально важным, так как именно навязывание является причиной возбуждения упругих колебаний в слое  $d$  при малых значениях константы  $B_2^{(d)}$  (менее  $0,2 \cdot B_2^{(p)}$ ). При больших значениях этой константы навязывание перестает играть заметную роль, так как оно значительно пересиливается упругими колебаниями, возбуждаемыми переменным полем в этом слое за счет собственной магнитоупругости.

Тем не менее, роль навязывания хорошо было бы рассмотреть более подробно, для чего в первую очередь надо решить задачу, подобную приведенной в работе [22], при другом задании произвольной постоянной, например, если ее положить равной единице или какому-то другому характерному значению, чтобы формулы вида (48)-(49) стали симметричными. По-видимому, довольно удобным является положение обеих не зависящих от координаты  $z$  частей

функций  $U_p$  и  $U_d$  между собой равными, но имеющими противоположные знаки. При этом система из трех уравнений становится полностью определенной и ее решение дает все четыре требуемые постоянные коэффициента функций  $U_p$  и  $U_d$ . В таком случае эти функции приобретают вид:

$$U_p = -\frac{B_{p2}}{c_{44}} m_{px} m_{pz} \cdot z + \frac{-g+p}{2c_{44}} \cdot (B_{p2} m_{px} m_{pz} - B_{d2} m_{dx} m_{dz}); \quad (50)$$

$$U_d = -\frac{B_{d2}}{c_{44}} m_{dx} m_{dz} \cdot z - \frac{-g+p}{2c_{44}} \cdot (B_{p2} m_{px} m_{pz} - B_{d2} m_{dx} m_{dz}). \quad (51)$$

Видно, что оба эти выражения линейно зависят от координаты  $z$ , а при  $z = -g + p$  совпадают друг с другом.

Важным обстоятельством, в отличие от предыдущего рассмотрения (формулы (48), (49)), здесь является симметричность выражений (50) и (51). Можно видеть, что они переходят друг в друга при замене индекса  $p$  на индекс  $d$  и обратно. Можно полагать, что симметричность выражений (50) и (51) обеспечит равные условия навязывания вторичных упругих колебаний одного слоя другому, то есть эффект навязывания будет проявляться в обе стороны в равной мере. Более подробное рассмотрение такой задачи авторы оставляют в качестве предмета для будущих исследований.

## Заключение

Рассмотрено влияние магнитоупругого взаимодействия на прецессию положения равновесия намагниченности в нормально намагниченной двухслойной ферритовой структуре. При заданной геометрии структуры на основе выражения для плотности полной магнитной, упругой и магнитоупругой энергии получены связанные уравнения движения для намагниченности и упругого смещения в обоих слоях, а также связывающие их граничные условия на поверхности структуры и между слоями. Приведена полная формулировка задачи для упругого смещения, на основе которой выполнено разделение исходной за-

дачи на две, первая из которых определяет линейно зависящую от координаты по толщине структуры часть упругого смещения, а вторая – вынужденные колебания упругого смещения, обусловленные колебаниями намагниченности под действием приложенного переменного поля. Получена полная система уравнений для численного решения, включающая в себя уравнения для намагниченности, а также для вспомогательных функций, отражающих упругое смещение в каждом слое с учетом требуемых граничных условий.

На основе рассмотрения ориентационного перехода по намагниченности в магнитоупругой среде получены зависимости поля фазового перехода второго рода, представляющего собой полное установление вектора намагниченности вдоль направления постоянного поля, приложенного по нормали к плоскости двухслойной структуры. Определена добавка к полю перехода, обусловленная магнитоупругим взаимодействием в каждом слое. Выявлен ее квадратичный характер относительно величины константы магнитоупругого взаимодействия. Получены зависимости компонент намагниченности в плоскости структуры от величины постоянного поля, отмечено обращений их в нуль в точке перехода.

На основе полученных зависимостей решена система уравнений для намагниченности и упругого смещения в интервале полей, перекрывающем поля ориентационных переходов в обоих слоях. Отмечена возможность и продемонстрировано возбуждение прецессии положения равновесия намагниченности (прецессии второго порядка) в обоих слоях, построены параметрические портреты для компонент упругого смещения в том и другом слое.

На основе анализа параметрических портретов для компонент намагниченности отмечены три возможных интервала значений постоянного поля, ниже полей переходов в обоих слоях, между полями перехода в тех же слоях и выше полей переходов в обоих слоях. Показано, что в первом случае в обоих слоях возбуждается прецессия положения равновесия намагниченности, во втором случае такая прецессия возбуждается только в том слое, для которого поле перехода выше значения приложенного поля, тогда как в другом слое имеет место простая круговая прецессия намагниченности, а в третьем случае такая про-

стая круговая прецессия имеет место в обоих слоях, а прецессия положения равновесия полностью отсутствует.

Выявлен мультирежимный характер возбуждаемых при этом упругих колебаний. По характеру разверток по времени и параметрических портретов отмечены пять различающихся друг от друга режимов упругих колебаний: режим №1 – правильные развернутые биения; режим №2 – перемежающиеся биения; режим №3 – правильная навязанная синусоида; режим №4 – затухающая навязанная синусоида; режим №5 – простая собственная синусоида.

На плоскости «константа магнитоупругости – приложенное поле» рассмотрены области существования различных режимов. Подробно исследован случай, когда константа магнитоупругости меняется в том слое, для которого поле перехода превышает поле перехода другого слоя, так что пересечение зависимостей полей переходов того и другого слоя от величины константы магнитоупругости отсутствует. Установлено, что по мере увеличения поля области существования режимов сменяют друг друга в порядке, определяемом установленной выше нумерацией, то есть область существования режима №1 лежит ниже области режима №2, которая в свою очередь лежит ниже области режима №3, лежащей ниже области режима №4, а выше всех находится область режима №5.

Исследована трансформация биений, соответствующих режимам №1 и №2, имеющая место при изменении величины константы магнитоупругого взаимодействия при неизменной величине постоянного поля. В этом случае в обоих слоях имеет место прецессия положения равновесия намагниченности, так что результирующие упругие колебания в слое, где константа меняется, определяются воздействием двух факторов, взаимная сила которых относительно друг друга может меняться. Показано, что при малом значении константы колебания упругого смещения полностью определяются колебаниями намагниченности, обусловленными действующим переменным полем. При увеличении константы важную роль приобретает воздействие упругих колебаний, передаваемых из другого слоя через границу раздела слоев, так что результирующие

колебания приобретают характер правильных биений между двумя частотами: собственной и передаваемой через границу между слоями (режим №1). Колебания, передаваемые через границу, как бы навязываются соседнему слою, однако степень такого навязывания от величины константы не зависит, так как полностью определяется режимом того слоя, в котором константа остается постоянной. По мере увеличения величины константы период биений уменьшается, в результате чего они приобретают вид неправильных колебаний, амплитуда которых меняется с каждым их периодом, то есть теперь уже возбуждаются перемежающиеся биения (режим №2). При дальнейшем увеличении константы роль собственных колебаний увеличивается, тогда как навязываемые остаются постоянными, в результате чего глубина биений сначала заметно уменьшается, а далее биения почти сходят на нет, то есть колебания опять приобретают почти правильный синусоидальный характер, обусловленный весьма значительным преобладанием собственных колебаний над навязанными от другого слоя.

Рассмотрены количественные параметры биений. Показано, что по мере увеличения константы магнитоупругого взаимодействия период биений уменьшается по закону, близкому к квадратичному, а при значительной величине константы стремится к нулю. Отмечено, что максимальное и минимальное значения амплитуды упругого смещения, реализуемые в процессе биений, по мере увеличения константы также увеличиваются по закону, близкому к линейному. В то же время, период возбуждаемых упругих колебаний по мере увеличения константы уменьшается по закону, также близкому к линейному. Для всех упомянутых зависимостей предложены численные эмпирические формулы линейного и квадратичного характера, отражающие наблюдаемые результаты с точностью не хуже 10%.

Рассмотрены особенности вариации константы магнитоупругого взаимодействия в том слое, поле перехода которого в отсутствие магнитоупругости меньше поля перехода другого слоя. На плоскости «константа магнитоупругости – приложенное поле» рассмотрены области существования различных режимов. Отмечено, что в этом случае имеют место те же пять режимов, что и в

предыдущем, однако вследствие пересечения зависимостей полей переходов того и другого слоя от величины константы магнитоупругости, область существования режима №3 по величине константы ограничивается, после чего при дальнейшем увеличении константы режим №3, хотя и сохраняется, но навязывание колебаний из другого слоя становится более интенсивным, что обусловлено возникающим в этой области режимом прецессии равновесия намагниченности, левее точки пересечения отсутствующим.

Подробно рассмотрен вопрос о роли навязывания колебаний одного слоя другому. Отмечена недостаточность проделанного рассмотрения, состоящая в несимметричности эффекта навязывания упругих колебаний одного слоя другому из-за неполной симметрии линейной составляющей упругого смещения. Рассмотрен возможный вариант решения задачи для линейной составляющей смещения, учитывающий симметрию слоев относительно друг друга. Этот вариант предложен в качестве задачи для нового исследования.

Работа выполнена при финансовой поддержке за счет гранта Российского Научного Фонда (проект № 14-22-00279).

Численный расчет развития колебаний во времени выполнен за счет гранта РФФИ (проект №17-02-01138-а).

### Литература

1. Гуревич А.Г., Мелков Г.А. Магнитные колебания и волны. М.: Физматлит. 1994.
2. Моносов Я.А. Нелинейный ферромагнитный резонанс. М.: Наука. 1971.
3. Temiryazev A.G., Tikhomirova M.P., Zilberman P.E. "Exchange" spin waves in nonuniform yttrium iron garnet films. // J. Appl. Phys. 1994. V.76. №12. P.5586.
4. Зильберман П.Е., Темирязов А.Г., Тихомирова М.П. Возбуждение и распространение обменных спиновых волн в пленках железо-иттриевого граната. // ЖЭТФ. 1995. Т.108. №1. С.281.

5. Гуляев Ю.В., Зильберман П.Е., Темиряев А.Г., Тихомирова М.П. Основная мода нелинейного спин-волнового резонанса в нормально намагниченных ферритовых пленках. // ФТТ. 2000. Т.42. №6. С.1062.
6. Gerrits Th., Schneider M.L., Kos A.B., Silva T.J. Large-angle magnetization dynamics measured by time-resolved ferromagnetic resonance. // Phys.Rev.B. 2006. V.73. №9. P.094454(7).
7. Семенцов Д.И., Шутый А.М. Нелинейная регулярная и стохастическая динамика намагниченности в тонкопленочных структурах. // УФН. 2007. Т.177. №8. С.831.
8. Белов К.П., Звездин А.К., Кадомцева А.М., Левитин Р.З. Ориентационные переходы в редкоземельных магнетиках. М.: Наука. 1979.
9. Власов В.С., Котов Л.Н., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Вынужденная нелинейная прецессия вектора намагниченности в условиях ориентационного перехода. // РЭ. 2011. Т.56. №1. С.84.
10. Власов В.С., Котов Л.Н., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Мультирежимный характер нелинейной прецессии намагниченности второго порядка в условиях ориентационного перехода. // РЭ. 2011. Т.56. №9. С.1120.
11. Власов В.С., Котов Л.Н., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Несимметричная вынужденная нелинейная прецессия намагниченности в условиях ориентационного перехода. // РЭ. 2011. Т.56. №6. С.719.
12. Власов В.С., Котов Л.Н., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Несимметричное возбуждение прецессии намагниченности второго порядка в условиях ориентационного перехода. // РЭ. 2012. Т.57. №5. С.501.
13. Власов В.С., Кирушев М.С., Котов Л.Н., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Прецессия намагниченности второго порядка в анизотропной среде. Часть 1. Одноосная анизотропия. // РЭ. 2013. Т.58. №8. С.806.
14. Власов В.С., Кирушев М.С., Котов Л.Н., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Прецессия намагниченности второго порядка в анизотропной среде. II. Кубическая анизотропия. // РЭ. 2013. Т.58. №9. С.857.

15. Власов В.С., Котов Л.Н., Щеглов В.И. Нелинейная прецессия вектора намагниченности в условиях ориентационного перехода. Сыктывкар: ИПО СыктГУ. 2013.
16. Шавров В.Г., Щеглов В.И. Ферромагнитный резонанс в условиях ориентационного перехода. М.: Физматлит. 2018.
17. Власов В.С., Котов Л.Н., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Нелинейная динамика установления намагниченности в ферритовой пластине с магнитоупругими свойствами в условиях ориентационного перехода. // РЭ. 2010. Т.55. №6. С.689.
18. Власов В.С., Кирушев М.С., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Прецессия намагниченности второго порядка в магнитоупругой среде. // Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2015. №4. Режим доступа: <http://jre.cplire.ru/jre/apr15/16/text.pdf>.
19. Власов В.С., Кирушев М.С., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Стационарные режимы прецессии намагниченности второго порядка в среде с магнитоупругими свойствами. // Материалы XXIII Всероссийской конференции «Электромагнитное поле и материалы». М.: ИНФРА-М. 2015. С.217.
20. Власов В.С., Кирушев М.С., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Вынужденная нелинейная прецессия намагниченности второго порядка в среде с магнитоупругими свойствами. // РЭ. 2019. Т.64. №1. В печати.
21. Власов В.С., Дианов М.Ю., Котов Л.Н., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Влияние магнитоупругого взаимодействия на прецессию положения равновесия в нормально намагниченной ферритовой пластине. // Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2018. №10. Режим доступа: <http://jre.cplire.ru/jre/oct18/1/text.pdf>.
22. Власов В.С., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Нелинейное возбуждение гиперзвука в двухслойной ферритовой структуре. // Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2013. №2. Режим доступа: <http://jre.cplire.ru/jre/feb13/10/text.pdf>.

23. Власов В.С., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Комбинационное возбуждение гиперзвука в двухслойной ферритовой структуре. // Сборник трудов XXI Международной конференции «Электромагнитное поле и материалы». М.: НИУ МЭИ. 2013. С.164.

24. Власов В.С., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Нелинейное возбуждение гиперзвука в двухслойной ферритовой структуре при ферромагнитном резонансе. // РЭ. 2014. Т.59. №5. С.482.

25. Власов В.С., Котов Л.Н., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Нелинейное возбуждение гиперзвука в ферритовой пластине при ферромагнитном резонансе. // РЭ. 2009. Т.54. №7. С.863.

26. Сушкевич А.К. Основы высшей алгебры. М., Л.: Гос. изд. техн.-теор. лит. 1941.

27. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука. 1973.

28. Ветошко П.М., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Роль упругой диссипации в формировании резонансных свойств прецессии намагниченности в магнитоупругой среде. // РЭ. 2017. Т.62. №4. С.364.

29. Ветошко П.М., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Роль упругой диссипации в формировании затухания прецессии намагниченности в магнитоупругой среде. ПЖТФ. 2015. Т.41. №21. С.1.

30. Ветошко П.М., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Влияние подложки на магнитоупругие колебания в структуре «магнитная пленка – немагнитная подложка». Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2015. №8. Режим доступа: <http://jre.cplire.ru/jre/aug15/5/text.pdf>.

31. Ветошко П.М., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Влияние диссипации прецессии намагниченности на установление колебаний в схеме ротационного магнетометра. // Материалы XXIII Всероссийской конференции «Электромагнитное поле и материалы». М.: ИНФРА-М. 2015. С.173.

32. Ветошко П.М., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Влияние подложки на возбуждение магнитоупругих колебаний в тонкой пленке феррита. // Материалы

XXIII Всероссийской конференции «Электромагнитное поле и материалы». М.: ИНФРА-М. 2015. С.188.

33. Ветошко П.М., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Формирование магнитного затухания за счет упругой диссипации в схеме ротационного магнетометра. // Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2014. №11. Режим доступа: <http://jre.cplire.ru/jre/nov14/1/text.pdf>.

34. Ветошко П.М., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Роль различных механизмов затухания в формировании установившегося режима прецессии намагниченности в магнитоупругой среде. // Сборник трудов XXII Международной конференции «Электромагнитное поле и материалы». М.: НИУ МЭИ. 2014. С.237.

35. Туров Е.А., Шавров В.Г. Об энергетической щели для спиновых волн в ферро- и антиферромагнетиках, связанной с магнитоупругой энергией. // ФТТ. 1965. Т.7. №1. С.217.

36. Боровик-Романов А.С., Рудашевский Е.Г. О влиянии спонтанной стрикции на антиферромагнитный резонанс в гематите. // ЖЭТФ. 1964. Т.47. №6(12). С.2095.

37. Щеглов В.И. Зависимость скорости звука от магнитного поля в ферро- и антиферромагнетиках. // ФТТ. 1972. Т.14. №7. С.2180.

38. Щеглов В.И. Способ плавной обратимой перестройки частоты упругого резонанса колебаний твердого тела. // Авторское свидетельство СССР № 386262, М.кл.(3) G 01 h 13/00. МКИ: C01h13/00; УДК 534.63. Приоритет от 09.12.1970. Заявка №1603337.18-10. Публикация: Оф. бюлл. «Открытия, изобретения». 1973. №26. С.141.

39. Seavey M.H. Acoustic resonance in the easy-plane weak ferromagnets  $\alpha - Fe_2O_3$  and  $FeVO_3$ . // Sol. St. Comm. 1972. V.10. №2. P.219.

40. Максименков П.П., Ожогин В.И. Исследование магнитоупругого взаимодействия в гематите с помощью антиферромагнитного резонанса. // ЖЭТФ. 1973. Т.65. №2(8). С.657.

**Для цитирования:**

В. С. Власов, М. Ю. Дианов, Л. Н. Котов, В. Г. Шавров, В. И. Щеглов. Влияние магнитоупругого взаимодействия на прецессию положения равновесия намагниченности в двухслойной ферритовой структуре. Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2018. № 11. Режим доступа: <http://jre.cplire.ru/jre/nov18/2/text.pdf>  
DOI 10.30898/1684-1719.2018.11.2