

## ОЦЕНИВАНИЕ ВЕРОЯТНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ПРИЕМА СИГНАЛОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МОДЕЛЕЙ ЗАМИРАНИЙ ПРИ РАСПРОСТРАНЕНИИ ПО ТРАНСИОНОСФЕРНЫМ ЛИНИЯМ

Л. Е. Назаров, В. М. Смирнов

Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А.Котельникова РАН, 41190, Фрязино Московской обл., пл. Введенского, 1

Статья поступила в редакцию 20 ноября 2020 г.

**Аннотация.** Рассмотрены статистические модели узкополосных транссионосферных линий, определяющих возникновение замираний сигналов за счет случайных временных и пространственных флуктуаций электронной плотности ионосферных неоднородностей. Модели замираний основаны на использовании эмпирических соотношений относительно плотности распределения амплитуды сигналов на выходе транссионосферной линии как случайного процесса. Параметры эмпирических плотностей распределения (логнормальное распределение, распределение Накагами, распределение Релея-Райса) связаны с коэффициентом сцинтилляции сигналов. С использованием рассмотренных моделей замираний сигналов приведена методика оценивания вероятности ошибочного приема цифровых сигналов с фазовой манипуляцией при приеме. С использованием данной методики произведены оценки энергетических потерь по отношению к распространению в свободном пространстве, достигающих при вероятности ошибочного приема информационного бита 0.001 для значения коэффициента сцинтилляции 0.5 до 3 дБ для сигналов с 2-х и 4-х фазовой манипуляциями.

**Ключевые слова:** ионосфера, сигналы, замирания сигналов, распределение Релея-Райса, вероятность ошибочного приема.

**Abstract.** Statistical models of narrow-band transionosphere channels, which determine the occurrence of signal fading due to random temporal and spatial

fluctuations of the electron density of ionospheric irregularities, are considered. Fading models are based on the use of empirical relationships with respect to the distribution density of the amplitude of the signals at the output of the transionosphere channel as a random process. The parameters of empirical distribution densities (lognormal distribution, m-Nakagami distribution, Rician distribution) are related to the scintillation coefficient of signal fading. Using the considered models of signal fading, a technique is presented for estimating the probability of erroneous reception of digital signals with phase shift keying during reception. Using this technique, estimates of energy losses with respect to propagation in free space were made, reaching 0.001 for a scintillation coefficient value of 0.5 to 3 dB for signals with 2- and 4-phase shift keying.

**Key words:** ionosphere, signal, signal fading, Rayleigh-Rician distribution, error-performances.

## Введение

Эффективность информационных спутниковых систем относительно надежности передачи информации (вероятность ошибочного приема на бит  $P_0$ ) определяется состоянием трансionoсферных линий [1,2,3]. При распространении по данным линиям сигналы подвергаются действию искажающих факторов, снижающих эффективность по отношению к распространению в свободном пространстве. Наиболее важные искажения определяются следующими факторами [4,5,6,7]:

- многолучевостью распространения сигналов за счет рассеяния и отражения сигналов на ионосферных неоднородностях, которая обуславливает наличие мультипликативного шума (замирания сигналов);

- искажением фазо-частотных и амплитудно-частотных характеристик сигналов за счет влияния ионосферы как дисперсионной среды.

Созданию и развитию моделей относительно действия этих искажающих факторов, в частности моделей замираний сигналов из-за многолучевости распространения, посвящены работы [3,6].

Замирания сигналов при распространении по рассматриваемым линиям вызываются временными и пространственными флуктуациями электронной плотности ионосферных неоднородностей [4]. Соответствующие модели дают возможность оценить энергетические потери по отношению к распространению в свободном пространстве, которые необходимо учитывать в энергетических бюджетах спутниковых линий.

Актуальной является проблема обобщения и применения моделей замираний сигналов, используемых в информационных спутниковых системах, при анализе методов помехоустойчивой передачи информации по трансionoсферным линиям.

### 1. Постановка задачи

На рис.1 приведена схема распространения сигналов  $s(t)$  по трансionoсферной линии - на вход наземного приемного пункта поступает сигнал  $s'(t)$  в виде суммы  $s(t)$  и его копий с различными временными задержками и начальными фазами за счет дифракции и отражения на ионосферных неоднородностях [3,4].

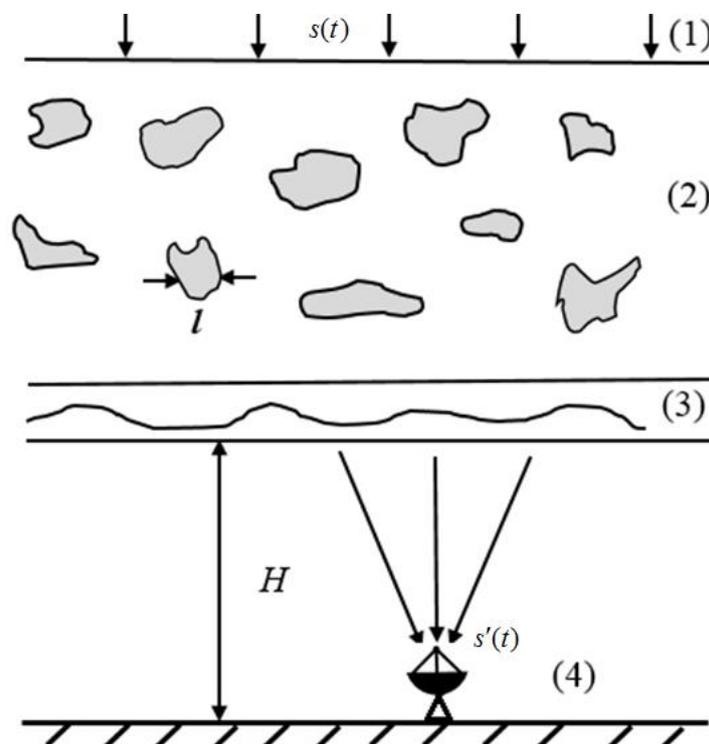


Рис.1. Распространение сигналов по спутниковой ионосферной радиолинии: 1 - плоская волна; 2 - ионосферный слой с неоднородностями; 3 - фазовый фронт; 4 - наземный приемный пункт.

Вклад при формировании  $s'(t)$  определяется неоднородностями электронной плотности ионосферного слоя  $F$  с размерами  $l$ , сравнимыми с размерами первой зоны Френеля  $r_0 = \sqrt{\lambda H}$  ( $\lambda$  - длина радиоволны,  $H = 300...400$  км - высота ионосферного слоя  $F$ ) [3,4]. Для расположения бортового передающего устройства на высоте  $H_0 > H$  сигналы  $s(t)$  относятся к дальней зоне излучения и полагаются плоскими волнами. В моделях [3,4] эффект ионосферных неоднородностей задается действием фазового фронта со случайным фазовым распределением  $\varphi(\vec{r}, t)$ . Амплитуда  $A$  результирующего сигнала  $s'(t)$  является случайной величиной и определяется применением методов теории дифракции с учетом случайного поля  $\varphi(\vec{r}, t)$  [4].

На рис.2 в качестве примера приведены кривые отношения сигнал/помеха, полученные при обработке сигналов глобальной спутниковой навигационной системы GPS (дата 20.01.2020, ночное время). Монотонный рост значений сигнал/помеха определяется диаграммой направленности антенны приемного комплекса, быстрые вариации значений сигнал/помеха (замирания амплитуды навигационных сигналов), достигающие 2 дБ и более, обусловлены рассматриваемым влиянием ионосферной линии распространения и канальным тепловым шумом.

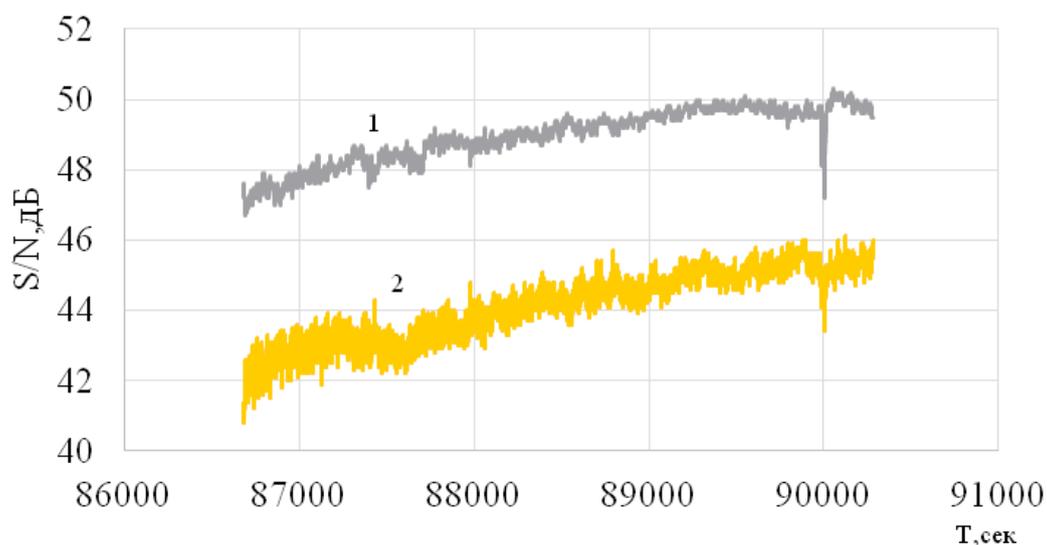


Рис.2. Кривые отношения сигнал/помеха, полученные при обработке сигналов глобальной спутниковой навигационной системы GPS: 1 – центральная частота  $f = 1575$  МГц; 2 – центральная частота  $f = 1227$  МГц (обработано в ФИРЭ им. В.А.Котельникова РАН).

Замирания сигналов приводят к деградации вероятностных характеристик  $P_6$  при передаче информации по отношению к распространению в свободном пространстве [2]. Количественное оценивание вероятности  $P_6$  определяется статистическими свойствами амплитуды [8].

Суть задачи - привести описания моделей замираний амплитуд сигналов как случайного процесса при распространении по спутниковым ионосферным линиям, привести оценки энергетических потерь при приеме сигналов с фазовой манипуляцией с использованием этих моделей замираний по отношению к распространению в свободном пространстве.

## 2. Модели замираний сигналов

Замирания амплитуды сигналов  $A$  и их статистические характеристики (плотность распределения  $p(A)$ , значения вариации амплитуд  $P_d$ , др.) определяются рядом параметров - центральной частотой  $f$ , солнечной активностью, скоростью движения ионосферных неоднородностей, сезонным и суточным временем и др. [1-4,6]. При создании и развитии моделей замираний сигналов с учетом этих факторов используются два подхода - на основе аналитических методов описания распространения сигналов с ионосферными неоднородностями и на использовании эмпирических соотношений относительно плотности распределения  $p(A)$  [6].

В подходе на основе аналитических методов [3] составляющая электрического поля  $E$ , падающего вертикально на ионосферный слой (ось  $x$ ), без учета влияния магнитного поля Земли определяется как решение волнового уравнения [7]

$$\frac{d^2 E(x,t)}{dx^2} + k^2 \varepsilon(x,t) E(x,t) = 0. \quad (1)$$

Здесь  $k = 2\pi/\lambda$  - волновое число для свободного пространства,  $\varepsilon(x,t)$  - диэлектрическая проницаемость среды.

Уравнение (1) является стохастическим, его решение устанавливает статистические характеристики поля  $E(x,t)$ , например, момент четвертого

порядка, используемый для оценки диапазона замираний сигналов  $P_d$ .

Уравнение (1) является нелинейным, известны его приближенные решения Борна и Рытова в виде суммы слагаемых, зависящих от малого параметра  $\varepsilon'(x,t) \ll 1$ , где  $\varepsilon(x,t) = 1 + \varepsilon'(x,t)$  [3, 4]. Для  $\varepsilon'(x,t) = 0$  решение (1) определяет распространение сигналов в свободном пространстве.

Отмечается, что аналитические подходы с использованием приближенных решений уравнения (1) не дают достаточно точных результатов по отношению к экспериментальным измерениям [4].

Модели замирания сигналов из второго класса связывают параметры эмпирических плотностей распределения  $p(A)$  амплитуды сигнала  $s'(t)$  с индексом сцинтилляции  $S_4^2 = (\langle I^2 \rangle - \langle I \rangle^2) / \langle I \rangle^2$  [4,6]. Здесь  $I = A^2$  - мощность сигналов;  $\langle \rangle$  - операция усреднения по ансамблю сигналов либо по времени, полагая случайный процесс  $A$  эргодическим.

По значениям индекса  $S_4$  замирания классифицируются как слабые для  $S_4 < 0.3$ , средние для  $0.3 < S_4 < 0.6$  и сильные для  $S_4 > 0.6$  [6].

Средний диапазон значений замираний амплитуд сигналов  $P_d$  (дБ) определяется примерным соотношением [6]

$$P_d = 27.5 S_4^{1.26}. \quad (2)$$

Известно также эмпирическое соотношение, определяющее зависимость индекса  $S_4$  от частоты  $f$  [6]

$$S_4 \approx f^{-1.5}. \quad (3)$$

Для слабых замираний плотность распределения амплитуд сигналов  $p(A)$  описывается логнормальным законом [4, 6]

$$p(A) = \frac{1}{A} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\text{ЛГ}}} \exp\left[-\frac{(\ln A - \ln A_0)^2}{2\sigma_{\text{ЛГ}}^2}\right], \quad A > 0. \quad (4)$$

Здесь  $A_0$ ,  $\sigma_{\text{лг}}^2$  - амплитуда регулярной сигнальной составляющей и средняя мощность флуктуационной составляющей сигналов  $s'(t)$  на выходе трансноносферной линии.

Моменты  $k$ -го порядка амплитуды  $A$  для логнормального распределения определяются соотношением

$$M(A^k) = \int_0^{\infty} A^k p(A) dA = \exp\left(\frac{k^2 \sigma^2}{2} + k \ln A_0\right). \quad (5)$$

Используя (5), имеем соотношение, связывающее параметры  $S_4^2$  и  $\sigma_{\text{лг}}^2$ ,

$$S_4^2 = \exp(4\sigma_{\text{лг}}^2) - 1. \quad (6)$$

Более общее выражение для плотности распределения  $p(A)$  соответствует  $m$ -распределению Накагами [6]

$$p(A) = \frac{2}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\sigma^2}\right)^m A^{2m-1} \exp\left(-\frac{mA^2}{\sigma^2}\right). \quad (7)$$

Здесь  $\sigma^2$  - средняя мощность сигналов  $s'(t)$ ;  $m \geq 1/2$  - параметр, задаваемый

соотношением  $m = \frac{\Omega^2}{\langle (A^2 - \Omega)^2 \rangle}$ ,  $\Omega = \langle A^2 \rangle$ ;  $\Gamma(m) = \int_0^{\infty} x^{m-1} \exp(-x) dx$  - гамма

функция.

Параметры  $S_4$  и  $m$  для  $m$ -распределения связаны соотношением [6]

$$m = 1/S_4^2. \quad (8)$$

Для  $m > 1$ , то есть для слабых, средних и отчасти сильных замираний, распределение Накагами аппроксимируется распределением Релея-Райса [6]

$$p(A) = \frac{A}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{A^2 + A_0^2}{2\sigma^2}\right) I_0\left(\frac{AA_0}{\sigma^2}\right). \quad (9)$$

Здесь  $A_0$  - амплитуда регулярной сигнальной составляющей;  $I_0(x)$  - модифицированная функция Бесселя первого рода нулевого порядка.

Распределение Релея-Райса (9) характеризуется коэффициентом Райса  $c = A_0^2 / 2\sigma^2$  [8]. Параметры  $m$  и  $c$  связаны соотношением [2]

$$c = \frac{1}{2} \frac{\sqrt{m^2 - m}}{m - \sqrt{m^2 - m}}. \quad (10)$$

Для базовой модели канальной помехи в виде аддитивного белого гауссовского шума (АБГШ) вероятность ошибочного приема информационного бита  $P_6$  при когерентном приеме сигналов с 2-х фазовой и 4-х фазовой манипуляцией, интенсивно используемых в спутниковых информационных системах (сигналы ФМ2 ФМ4), имеет вид [8]

$$P_6(A) = 1 - F\left(\sqrt{A^2 T / N_0}\right). \quad (11)$$

Здесь  $A, T$  - амплитуда и длительность сигнала, относящиеся к информационному биту;  $N_0$  - спектральная АБГШ (односторонняя);

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp(-t^2 / 2) dt.$$

Полагая амплитуду  $A$  сигнала случайной стационарной величиной с плотностью распределения  $p(A)$ , средняя вероятность ошибки  $\langle P_6 \rangle$  с учетом замираний вычисляется с использованием выражения [8]

$$\langle P_6 \rangle = \int_0^{\infty} P_6(A) p(A) dA. \quad (12)$$

Таким образом, с использованием соотношения (12) оцениваются вероятности ошибки  $\langle P_6 \rangle$  для сигналов с фазовой манипуляцией с учетом моделей замираний сигналов (4), (7), (9).

### 3. Результаты вычислений

Ниже приведены результаты вычислений с целью оценивания вероятностей ошибки  $P_6$  (соответственно  $\langle P_6 \rangle$ ), энергетических потерь по отношению к распространению в свободном пространстве для  $P$  - и  $L$  - частотных диапазонов, интенсивно используемых информационными

спутниковыми системами. Для  $P$ - частотного диапазона в соответствии с экспериментальными данными для нормальной ионосферы средних широт индекс  $S_4$  принимает значения до 0.7, для полярных областей значения  $S_4$  могут достигать 1 и в этом случае замирания могут быть отнесены к классу сильных замираний [4, 6].

В таблице 1 приведены соответствующие статистические характеристики замираний сигналов для нормальной ионосферы средних широт для  $P$ - (400 МГц) и  $L$ - (1500 МГц) частотных диапазонов: значения замираний  $P_d$  (дБ), вычисленные с использованием (2); значения параметра  $\sigma_{лг}^2$  для логнормального распределения (4); значения параметра  $m$  для распределения Накагами (7), значения коэффициентов  $c$  для распределения Релея-Райса (9). Приведенные оценочные значения  $P_d$  соответствуют вариациям отношений сигнал/помеха, приведенным на рис.2 для  $L$ - частотного диапазона.

Таблица 1. Статистические характеристики замираний сигналов для нормальной ионосферы средних широт.

Параметры	$P$ -частотный диапазон ( $f = 400$ МГц)	$L$ -частотный диапазон ( $f = 1500$ МГц)
$S_4$	до 0.50	до 0.07
$\sigma_{лг}^2$	до 0.06	до 0.0125
$m$	>2.0	>25.0
$c$	>6.5	>28.0
$P_d$ (дБ)	до 10	до 1.0

На рис.3 приведены вероятности ошибки  $P_6$  при когерентном приеме ФМ4 сигналов, вычисленные с использованием соотношений (11), (12) для модели замираний, задаваемой логнормальной плотностью распределения амплитуды  $p(A)$  (4). Кривая 1 соответствует распространению в свободном пространстве - вероятность  $P_6 = 10^{-3}$  обеспечивается при отношении  $E_6/N_0 = 6.7$  дБ. Кривая 2 соответствует распространению сигналов по

трансионосферной линии с параметрами  $S_4 = 0.3$ ,  $\sigma_{\text{ЛГ}}^2 = 0.0215$ . Энергетические потери при распространении по рассматриваемой модели линии по отношению к кривой 1 для  $P_6 = 10^{-3}$  достигает 0.75 дБ. При уменьшении значений  $P_6$  энергетические потери увеличиваются и для  $P_6 = 10^{-4}$  достигают 1.5 дБ. Следует также отметить линейный характер зависимости вероятности  $P_6$  от отношения сигнал/помеха для значений  $E_6/N_0 > 10$  дБ, что является свойством рассматриваемых линий передачи по отношению к линиям без замираний с вероятностной характеристикой экспоненциального вида [8].

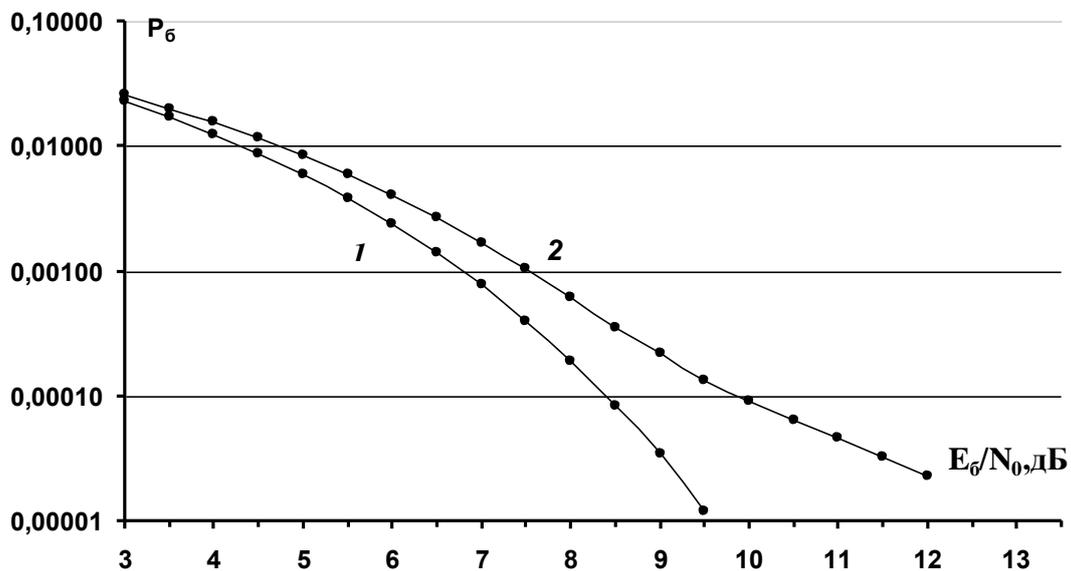


Рис.3. Вероятности ошибки  $P_6$  при когерентном приеме ФМ4 сигналов: 1 - распространение в свободном пространстве; 2 - модель замираний на основе логнормальной плотности распределения (параметр  $S_4 = 0.3$ ).

На рис.4 приведены вероятности ошибки  $P_6$  при когерентном приеме ФМ4 сигналов для модели замираний, задаваемой  $m$ -распределением Накагами (распределением Релея-Райса) амплитуды  $p(A)$  (4). Кривая 1 соответствует распространению в свободном пространстве. Кривая 2 соответствует распространению сигналов по трансионосферной линии с параметрами  $S_4 = 0.3$ ,  $m = 11.1$ . Энергетические потери при распространении по

рассматриваемой модели линии по отношению к кривой 1 для  $P_6=10^{-3}$  достигают 0.75 дБ, при уменьшении значений  $P_6$  энергетические потери увеличиваются и для  $P_6=10^{-4}$  достигают 1.5 дБ. Для этих значений  $P_6$  вероятностная кривая 2 совпадает с вероятностной кривой 2, приведенной на рис.3.

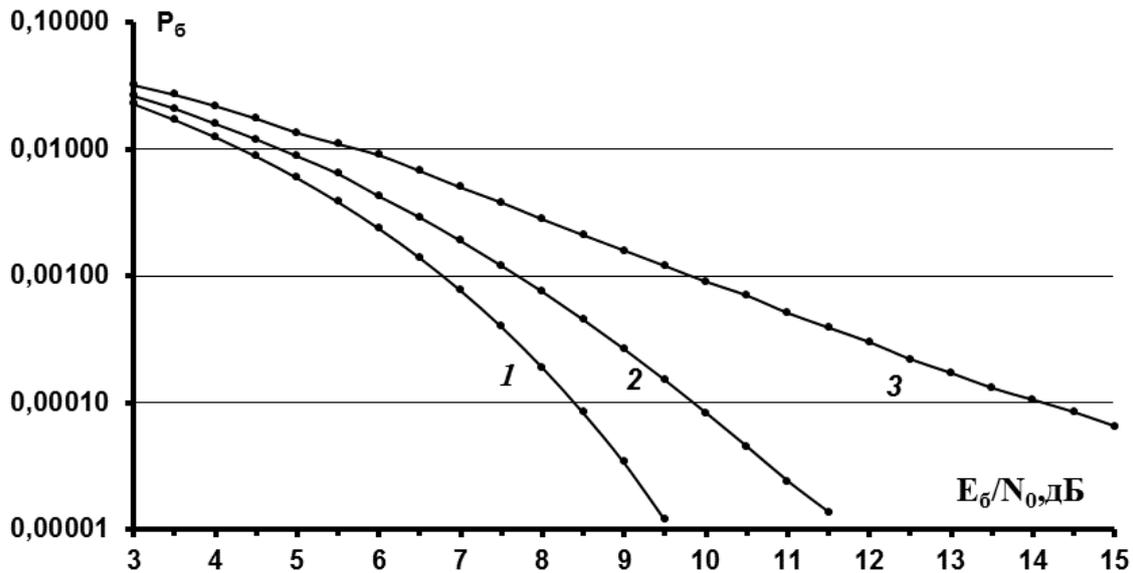


Рис.4. Вероятности ошибки  $P_6$  при когерентном приеме ФМ4 сигналов: 1 - распространение в свободном пространстве; 2 - модель замираний на основе  $m$ -распределения ( $S_4 = 0.3, m = 11.1$ ); 2 - модель замираний на основе  $m$ -распределения ( $S_4 = 0.5, m = 4$ ).

Вероятностная кривая 3 на рис.4 соответствует распространению сигналов по транссионсферной линии с параметрами  $S_4 = 0.5, m = 4$ . Энергетические потери при распространении по рассматриваемой модели линии по отношению к кривой 1 для  $P_6=10^{-3}$  достигает 3 дБ, для  $P_6=10^{-4}$  достигают 5.5 дБ.

### Заключение

Рассмотрены статистические модели узкополосных транссионсферных линий, определяющих возникновение мультипликативных помех (замирания сигналов) за счет случайных временных и пространственных флуктуаций электронной плотности ионосферных неоднородностей.

При развитии моделей замираний сигналов использован подход на основе эмпирических соотношений относительно плотности распределения амплитуды сигналов на выходе трансионосферной линии как случайного процесса. Параметры эмпирических плотностей распределения (логнормальное распределение, распределение Накагами, распределение Релея-Райса) связаны с коэффициентом сцинтилляции сигналов.

С использованием рассмотренных моделей замираний сигналов приведена методика оценивания вероятности ошибочного приема цифровых сигналов с фазовой манипуляцией при приеме. С использованием данной методики произведены оценки энергетических потерь по отношению к распространению в свободном пространстве, достигающих при вероятности ошибочного приема информационного бита  $10^{-3}$  для значения коэффициента сцинтилляции 0.5 до 3 дБ для сигналов ФМ2 и ФМ4.

Работа выполнена в рамках государственного задания ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН.

### Литература

1. Спилкер Дж. Цифровая спутниковая связь. Пер. с англ. М.: Связь. 1979, 592 с.
2. Назаров Л.Е., Антонов Д.В., Батанов В.В., Зудилин А.С., Смирнов В.М. Модели сцинтилляции сигналов при распространении по ионосферным спутниковым радиолиниям. // Радиоэлектроника. Наносистемы. Информационные технологии. 2019. Т.11. №1. Стр.57-64.
3. Crane R.K. Ionospheric Scintillation. // Proceeding of IEEE. 1977. V.2. P. 180-199.
4. Rino C.L. The Theory of Scintillation with Applications in Remote Sensing. John Wiley & Sons, Hoboken, New Jersey. 2011, 244 p.

5. Назаров Л. Е., Батанов В.В. Анализ искажений радиоимпульсов при распространении по ионосферным линиям передачи спутниковых систем связи. // Электромагнитные волны и электронные системы. 2016. Т.21. №5. С. 37-45.
6. Ionospheric propagation data and prediction methods required for the design of satellite services and systems. Recommendation ITU-R P.531-11 (01.2012)
7. Яковлев О. И., Якубов В. П., Урядов В.П., Павельев А. Г. Распространение радиоволн. М.: ЛЕНАНД, 2009, 496 с.
8. Скляр Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение. Пер. с англ. М.: Издательский дом “Вильямс”, 2003, 1104 с.

**Для цитирования:**

Назаров Л.Е., Смирнов В.М. Оценивание вероятностных характеристик приема сигналов с использованием моделей замираний при распространении по трансфоносферным линиям. Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2020. №11. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2020.11.7>