

DOI: <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2023.11.20>

УДК: 538.566.2; 621.372.8

## ПЛАЗМОННЫЕ РЕЗОНАНСЫ ЗОЛОТОЙ НАНО НИТИ, ПОКРЫТОЙ СЛОЕМ КВАРЦА

А.П. Анютин

Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники  
им. В.А. Котельникова РАН, 141190, г. Фрязино Московской области,  
пл. Введенского, д. 1.

Статья поступила в редакцию 3 октября 2023 г.

**Аннотация.** В данной работе рассмотрена двумерная задача дифракции плоской ТМ поляризованной волны светового диапазона  $300\text{нм} < \lambda < 900\text{нм}$  ( $\lambda$  – длина волны) на nano структуре, образованной золотым nano цилиндром покрытом симметричным слоем кварца. Строгими численными методами рассчитаны частотные характеристики поперечника рассеяния и резонансы поля плазмонов. Исследовано влияние радиусов цилиндра и оболочки, относительной диэлектрической проницаемости и потерь золота на спектры поперечника рассеяния.

**Ключевые слова:** резонансы, плазмоны, частотные характеристики поперечника рассеяния и плазмонов, золотой nano цилиндр, кварцевая оболочка, плоская Н поляризованная волна светового диапазона.

**Финансирование:** Работа выполнена за счет частичного бюджетного финансирования в рамках государственного задания.

**Автор для переписки:** Anyutin Alexandr Pavlovich, [anioutine@mail.ru](mailto:anioutine@mail.ru)

### Введение

Известно, что на оптических частотах  $300\text{нм} < \lambda < 900\text{нм}$  ( $\lambda$  – длина волны) серебро проявляет свойства критической плазмы, поскольку его комплексная

диэлектрическая проницаемость  $\varepsilon_{Au} = \varepsilon' - i\varepsilon''$  удовлетворяет соотношениям:  $\varepsilon' < 0$ ,  $\varepsilon'' \ll |\varepsilon'|$  [1,2]. При этом величина  $\varepsilon'(\lambda)$  монотонно убывает. Такое поведение диэлектрической проницаемости приводит к резонансным явлениям, возникающим при рассеянии электромагнитных волн на частицах, размеры которых значительно меньше длины волны  $\lambda$  [2]. Заметим, что в трехмерной задаче дифракции плоской волны на диэлектрической сфере дипольный плазмонный резонанс происходит при  $\varepsilon' = -2$ , а в двумерной задаче дифракции на круговом диэлектрическом цилиндре при  $\varepsilon' = -1$ .

В работе [1] отмечалось, что положение плазмонных резонансов в шаровом диэлектрическом слое (нано оболочке) может изменяться в широких пределах при изменении соотношения между внутренним и внешним радиусами оболочки. В случае цилиндрической диэлектрической оболочки частоты плазмонных резонансов также подчиняются этим закономерностям [3-5].

В настоящей работе рассматривается наноструктура, состоящая из золотой нити, покрытой слоем кварца. Цель работы – установить условия, при которых плазмонные резонансы реализуются в видимой части оптического диапазона  $300\text{нм} < \lambda < 900\text{нм}$  ( $\lambda$  – длина волны), и исследовать изменение частотных характеристик дипольных и мультипольных резонансов плазмонов от параметров, характеризующих геометрию задачи.

## 1. Формулировка задачи

Рассматривается двумерная задача дифракции плоской ТМ поляризованной волны:

$$E_x^0 = \exp(-ikx), \quad H_z^0 = \exp(-ikx), \quad (1)$$

на цилиндрической структуре, представляющей собой золотую нить, покрытую симметричным слоем кварца (рис. 1). Контур поперечного сечения такой структуры представляет собой кольцо. Используется гауссовская система физических единиц; зависимость от времени выбрана в виде  $\exp(i\omega t)$ , где

$\omega = kc = 2\pi / \lambda$  – круговая частота,  $k$  – волновое число свободного пространства,  $c$  – скорость света в вакууме.

Зависимость относительной диэлектрической проницаемости от радиуса в исследуемой трехслойной структуре имеет вид:

$$\varepsilon(r) = \begin{cases} \varepsilon_{\text{Au}}, & 0 < r < a, \\ \varepsilon_{\text{SiO}_2}, & a < r < b = \beta a, \\ 1, & r > b = \beta a, \end{cases} \quad (2)$$

Где  $\varepsilon_{\text{SiO}_2}$  и  $\varepsilon_{\text{Au}}$  – относительные диэлектрические проницаемости кварца и серебра соответственно.

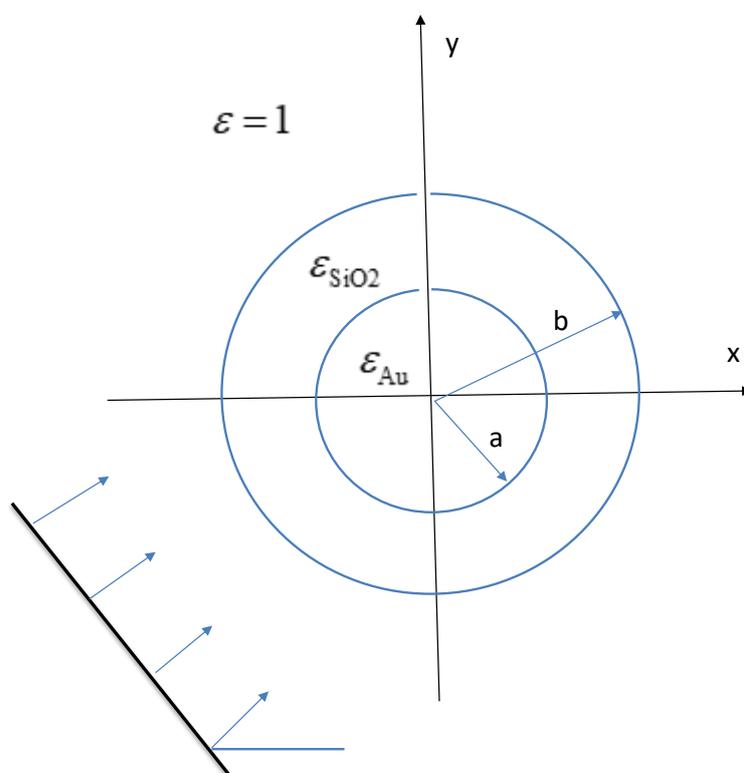


Рис. 1. Геометрия задачи

Вещественную и мнимую части относительной диэлектрической проницаемости золота в видимом диапазоне  $300\text{нм} < \lambda < 900\text{нм}$  будем интерполировать кубическими сплайнами на основе экспериментальных данных работы [1].

В отличие от золота, кварц в исследуемом диапазоне частот имеет существенно меньшие тепловые потери, а его относительная диэлектрическая проницаемость слабо зависит от  $\lambda$ . Поэтому будем полагать относительную диэлектрическую проницаемость кварца вещественной величиной:  $\varepsilon_{\text{SiO}_2} = 2.16$ .

Исследование сформулированной дифракционной задачи удобнее проводить, используя  $z$ -компоненту магнитного поля  $U(r, \varphi) = H_z(r, \varphi)$ . Краевая задача для функции  $U(r, \varphi)$  является скалярной.

Полное поле  $U(r, \varphi)$  в цилиндрической системе координат  $(r, \varphi)$  удовлетворяет уравнению Гельмгольца:

$$\frac{\partial^2 U(r, \varphi)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U(r, \varphi)}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 U(r, \varphi)}{\partial \varphi^2} + k^2 \varepsilon(r) U(r, \varphi) = 0 \quad (3)$$

Граничные условия для функции  $U(r, \varphi)$  имеют вид:

$$\begin{aligned} U(a-0, \varphi) &= U(a+0, \varphi), \\ \frac{1}{\varepsilon_{\text{Ag}}} \frac{\partial U}{\partial r}(a-0, \varphi) &= \frac{1}{\varepsilon_{\text{SiO}_2}} \frac{\partial U}{\partial r}(a+0, \varphi), \\ U(b-0, \varphi) &= U(b+0, \varphi), \\ \frac{1}{\varepsilon_{\text{SiO}_2}} \frac{\partial U}{\partial r}(b-0, \varphi) &= \frac{\partial U}{\partial r}(b+0, \varphi). \end{aligned} \quad (4)$$

Падающее поле в цилиндрической системе координат  $(r, \varphi)$  задано функцией:

$$U^0 = \exp(-ikr \cos \varphi) \quad (5)$$

В области  $r > b$  полное поле состоит из падающего  $U^0$  и рассеянного  $U^S$  полей:

$$U = U^0 + U^S, \quad r > b, \quad (6)$$

при этом рассеянное поле  $U^S$  в дальней зоне должно удовлетворять условию излучения:

$$U^S \sim \Phi(\varphi) \frac{1}{\sqrt{kr}} \exp(-ikr), \quad kr \rightarrow \infty, \quad (7)$$

где  $\Phi(\varphi)$  – диаграмма рассеяния. Компоненты электромагнитного поля могут быть выражены через функцию  $U(r, \varphi)$  следующим образом:

$$\begin{aligned} E_r &= \frac{1}{ik\varepsilon(r)r} \frac{\partial U}{\partial \varphi}, \\ E_\varphi &= -\frac{1}{ik\varepsilon(r)} \frac{\partial U}{\partial r}. \end{aligned} \quad (8)$$

Обозначим полное поле в области  $a < r < b$  буквой  $U_1$ , а полное поле внутри цилиндра  $r < a$  буквой  $U_2$ . Тогда с учетом (4) – (6) граничные условия примут вид:

$$\begin{aligned} U_2(a-0, \varphi) &= U_1(a+0, \varphi), \\ \frac{1}{\varepsilon_{\text{Ag}}} \frac{\partial U_2}{\partial r}(a-0, \varphi) &= \frac{1}{\varepsilon_{\text{SiO}_2}} \frac{\partial U_1}{\partial r}(a+0, \varphi), \\ U_1(b-0, \varphi) &= U^S(b+0, \varphi) + U^0, \\ \frac{1}{\varepsilon_{\text{SiO}_2}} \frac{\partial U_1(b-0)}{\partial r}(b-0, \varphi) &= \frac{\partial U^S(b+0, \varphi)}{\partial r} + \frac{\partial U^0}{\partial r}. \end{aligned} \quad (9)$$

Заметим, что строгое аналитическое решение уравнения Гельмгольца (3) с граничными условиями (9) можно получить методом разделения переменных и представить рассеянное поле  $U^S$  в виде ряда Рэлея [6].

Важной характеристикой рассеянного поля является поперечник рассеяния  $\sigma_s$  и сечение рассеяния  $\sigma_a$ , которые рассчитываются по формулам:

$$\sigma_s = \frac{1}{k} \int_0^{2\pi} |\Phi(\varphi)|^2 d\varphi, \quad (10)$$

$$\sigma_a = \frac{1}{k} \text{Im} \left[ \oint \frac{\partial U}{\partial N} U^* ds \right]. \quad (11)$$

## 2. Численные результаты

Численное решение сформулированной выше граничной задачи (2), (9) получим методом дискретных источников (МДИ) [7,8]. Точность численных расчетов сформулированной выше задачи рассеяния оценивалась нами путем вычисления невязки  $\Delta$  граничных условий:

$$\Delta = |U^0(a, \varphi_m) - U^S(a, \varphi_m)|, \quad (12)$$

которая вычислялась в точках контура цилиндра, лежащих по середине между двумя точками коллокации, где невязка достигает своего максимального значения  $\max(\Delta)$  (т. е. для углов  $\varphi_m = \varphi_{m-1} + \Delta\varphi/2; \Delta\varphi = 2\pi/M; m = 1, \dots, M$ ) [7].

Рассмотрим сначала случай задачи, которая решалась в точках контура цилиндра, лежащих по середине между двумя точками коллокации, где невязка достигает своего максимального значения  $\max(\Delta)$  (т. е. для углов  $\varphi_m = \varphi_{m-1} + \Delta\varphi/2; \Delta\varphi = 2\pi/M; m = 1, \dots, M$ ) [7].

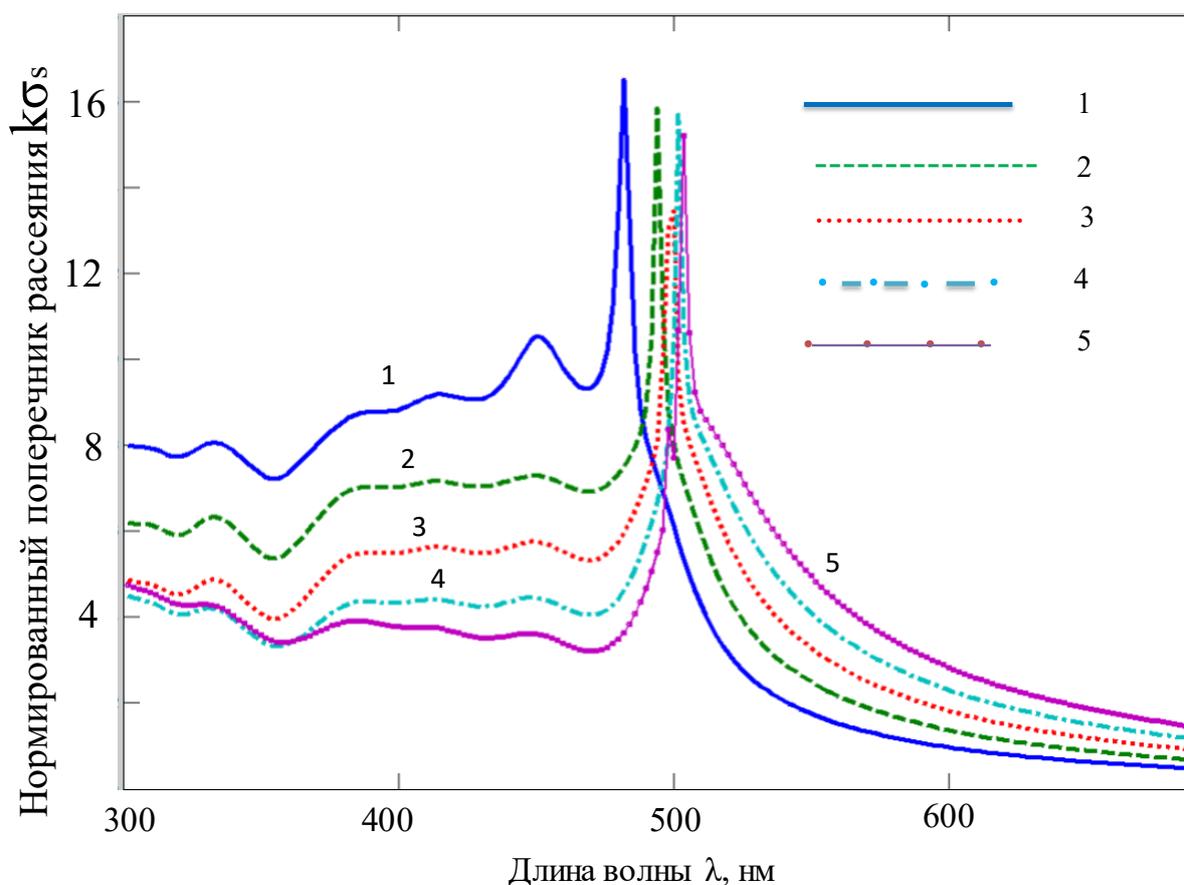


Рис. 2. Нормированный поперечник рассеяния структуры при угле падения плоской ТМ поляризованной волны  $\varphi_0=0$  в отсутствии потерь золота  $\varepsilon'' = 0$  и при радиусе золотого цилиндра  $a = 50$  нм; радиус оболочки из стекла полагался равным: кривая 1 –  $b = 60$  нм; кривая 2 –  $b = 70$  нм; кривая 3 –  $b = 80$  нм; кривая 4 –  $b = 90$  нм; кривая 5 –  $b = 100$  нм

Рассмотрим сначала случай, когда плоская ТМ поляризованная волна падает на структуру изображенную на рис. 1 под углом  $\varphi_0=0$  в отсутствии потерь золота  $\varepsilon'' = 0$ . Структура имела следующие параметры: радиус золотого цилиндра полагался равным  $a = 50$  нм, а радиус оболочки из стекла изменялся и

принимал значения:  $b = 60$  нм,  $b = 70$  нм,  $b = 80$  нм,  $b = 90$  нм и  $b = 100$  нм. На рис. 1 представлены результаты расчета нормированного поперечника рассеяния при изменении длины волны в пределах  $300\text{ нм} < \lambda < 900\text{ нм}$ . Кривые 1–5 рис. 2 соответствуют значениям радиусов оболочки из стекла, указанные выше.

Из рис. 2 видно, что все кривые нормированного поперечника рассеяния имеют один ярко выраженный пик (резонанс) в окрестности длины волны  $\lambda \approx 500\text{ нм}$  и незначительные колебания в остальной области длин волн. Отметим, что увеличение внешнего радиуса оболочки из стекла приводит к увеличению резонансной длины волны примерно на 25 нм.

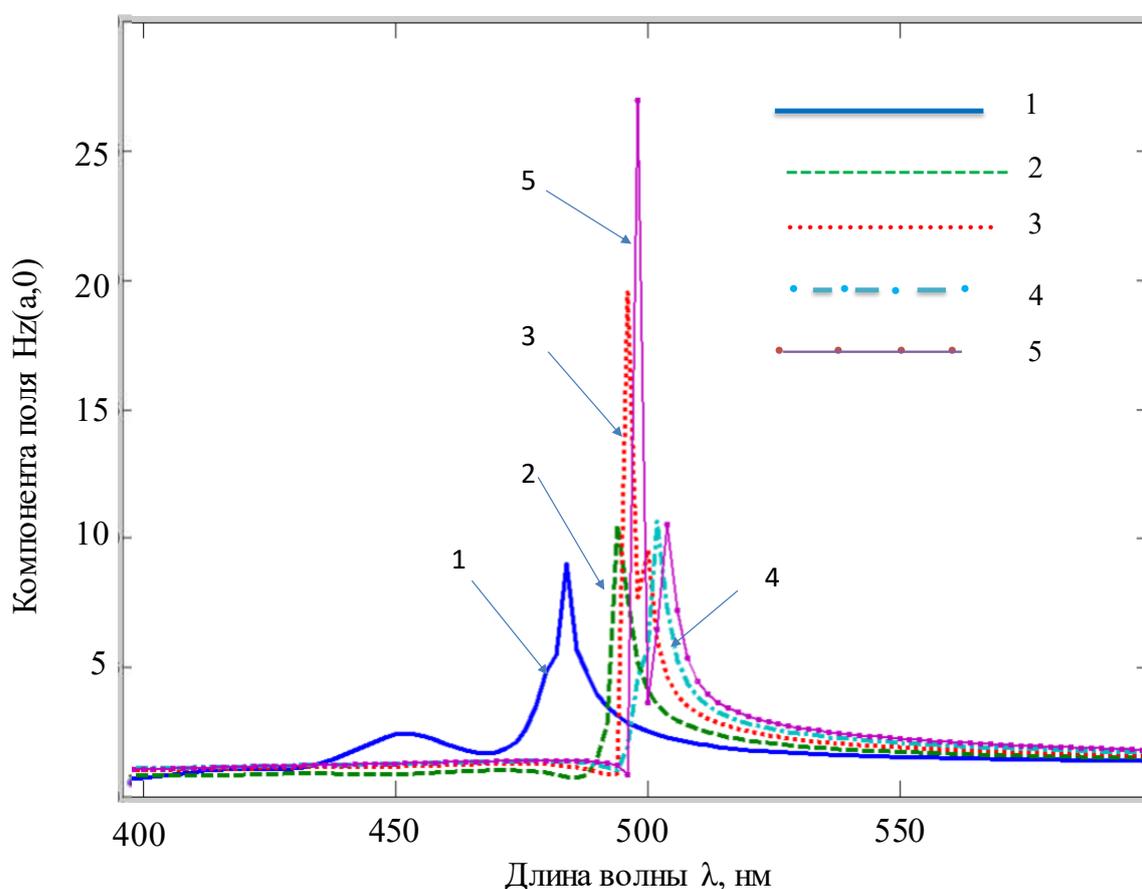


Рис. 3. Частотная зависимость компоненты поля  $H_z(a,0)$  при угле падения плоской ТМ поляризованной волны  $\varphi_0=0$  в отсутствии потерь золота  $\varepsilon'' = 0$  и при радиусе золотого цилиндра  $a = 50$  нм; радиус оболочки из стекла полагался равным: кривая 1 –  $b = 60$  нм; кривая 2 –  $b = 70$  нм; кривая 3 –  $b = 80$  нм; кривая 4 –  $b = 90$  нм; кривая 5 –  $b = 100$  нм

На рис 3 изображены результаты расчета амплитуды компонент поля  $H_z$  для значений длин волн  $400\text{ нм} < \lambda < 600\text{ нм}$  на поверхности золотого цилиндра в точке с координатами  $(r = a, \varphi = \pi)$ . Из рис. 3 следует, что при  $b = 60\text{ нм}$  (кривая 1) и

$b = 70$  нм (кривая 2) зависимости поля  $H_z$  имеют один выраженный максимум, а при  $b = 80$  нм (кривая 3),  $b = 90$  нм (кривая 4) и  $b = 100$  нм (кривая 5) зависимости поля  $H_z$  имеют два локальных максимума – главный и побочный с разной амплитудой. При этом увеличение внешнего радиуса стеклянной оболочки (ее толщины) также приводит к смещению (увеличению) резонансной длины волны примерно на 25 нм.

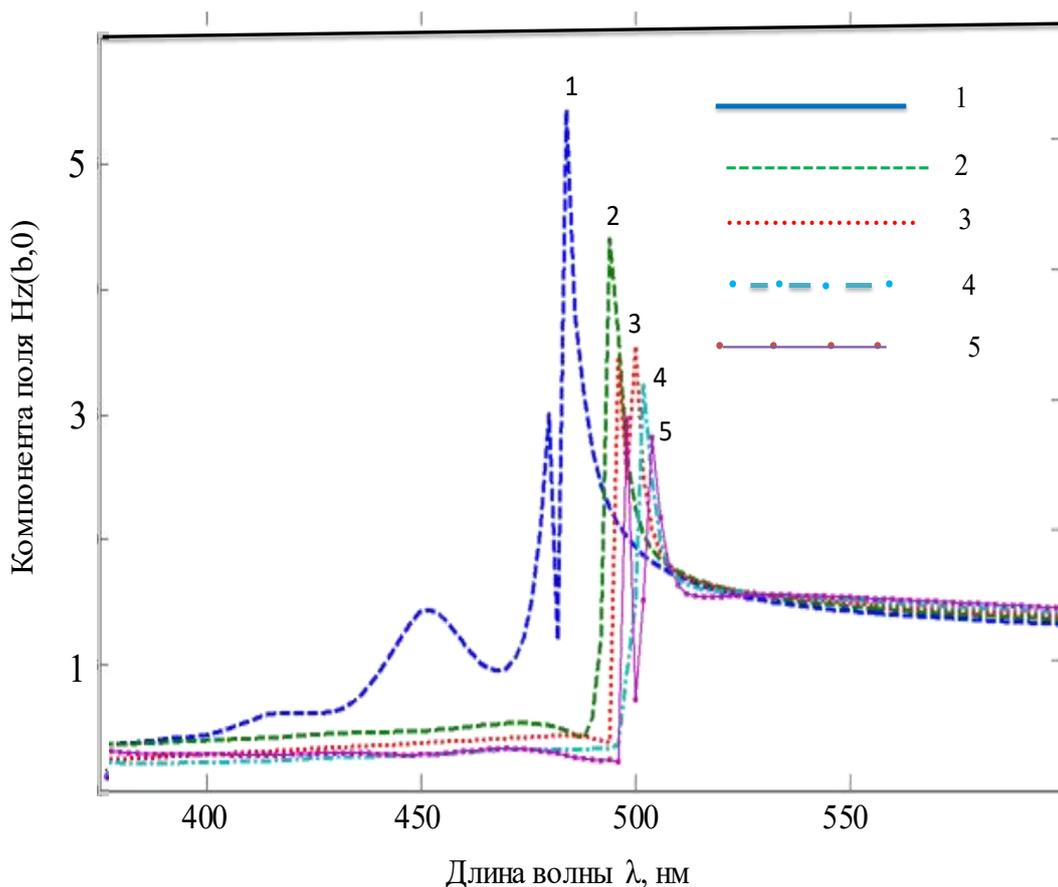


Рис. 4. Частотная зависимость компоненты поля  $H_z(b,0)$  при угле падения плоской ТМ поляризованной волны  $\varphi_0=0$  в отсутствие потерь золота  $\varepsilon''=0$  и при радиусе золотого цилиндра  $a=50$  нм; радиус оболочки из стекла полагался равным: кривая 1 –  $b = 60$  нм; кривая 2 –  $b = 70$  нм; кривая 3 –  $b = 80$  нм; кривая 4 –  $b = 90$  нм; кривая 5 –  $b = 100$  нм

Рис. 4 иллюстрирует результаты расчета амплитуды компоненты поля  $H_z$  для значений длин волн  $400 \text{ нм} < \lambda < 600 \text{ нм}$  на поверхности стеклянной оболочки в точке с координатами  $(r=b, \varphi=\pi)$ . Из рис. 4 следует, что при всех толщинах оболочки зависимости поля  $H_z$  имеют два выраженных максимума. При этом увеличение толщины стеклянной оболочки также приводит к смещению (увеличению) резонансной длины волны примерно на 25 нм. Однако

максимальные значения амплитуды поля  $H_z$  примерно в пять раз меньше, чем значение поля  $H_z$  на поверхности золотого цилиндра.

На рис 5 изображены результаты расчета нормированного поперечника рассеяния для рассмотренной выше структуры но для случая реальных потерь золота при фиксированном радиусе золотой нити  $a = 50$  нм и пяти радиусах оболочки из стекла:  $b = 60$  нм (кривая 1),  $b = 70$  нм (кривая 2),  $b = 80$  нм (кривая 3),  $b = 90$  нм (кривая 4),  $b = 100$  нм (кривая 5).

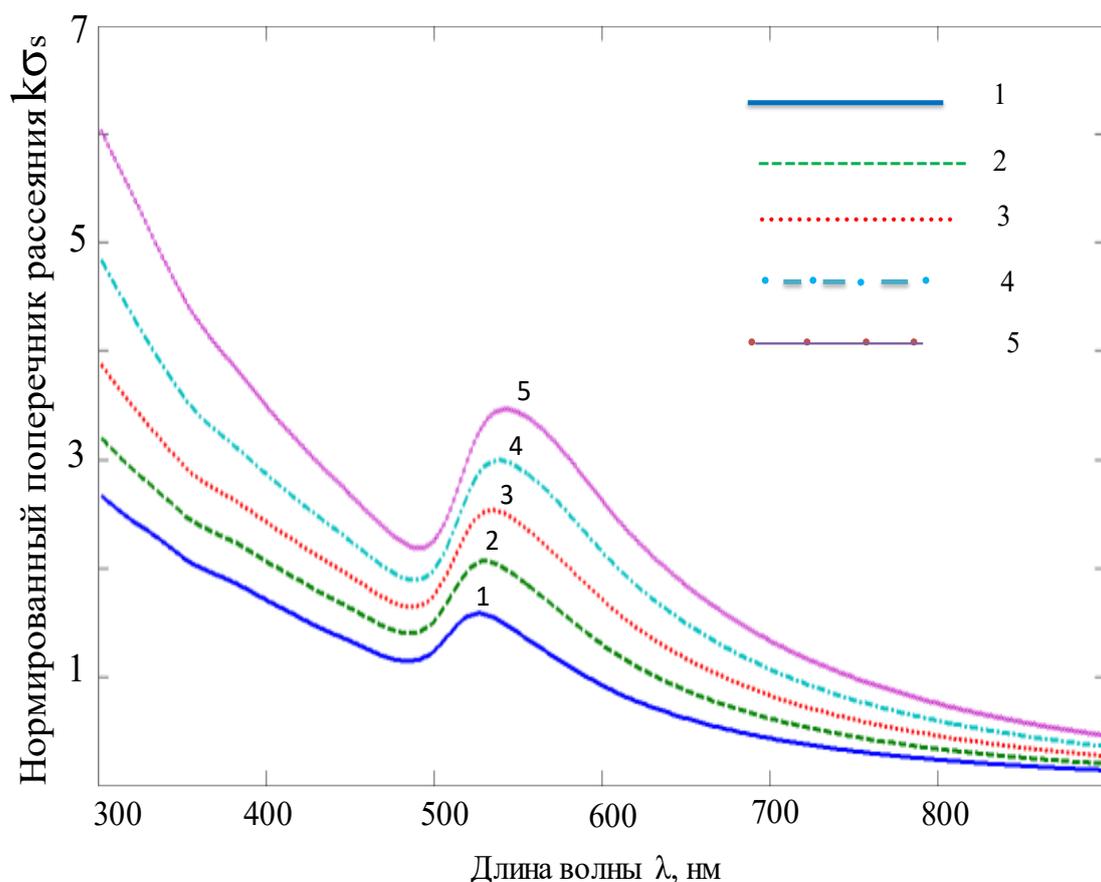


Рис. 5. Нормированный поперечник рассеяния структуры при угле падения плоской ТМ поляризованной волны  $\varphi_0=0$  в случае реальных потерь золота и при радиусе золотого цилиндра  $a = 50$  нм; радиус оболочки из стекла полагался равным: кривая 1 –  $b = 60$  нм; кривая 2 –  $b = 70$  нм; кривая 3 –  $b = 80$  нм; кривая 4 –  $b = 90$  нм; кривая 5 –  $b = 100$  нм

Рис 6 Иллюстрирует результаты расчета нормированного поперечника рассеяния для рассмотренной выше структуры для случая отсутствия потерь золота при фиксированном радиусе золотой нити  $a = 100$  нм и пяти радиусах

оболочки из стекла:  $b = 110$  нм (кривая 1),  $b = 130$  нм (кривая 2),  $b = 150$  нм (кривая 3),  $b = 175$  нм (кривая 4),  $b = 500$  нм (кривая 5).

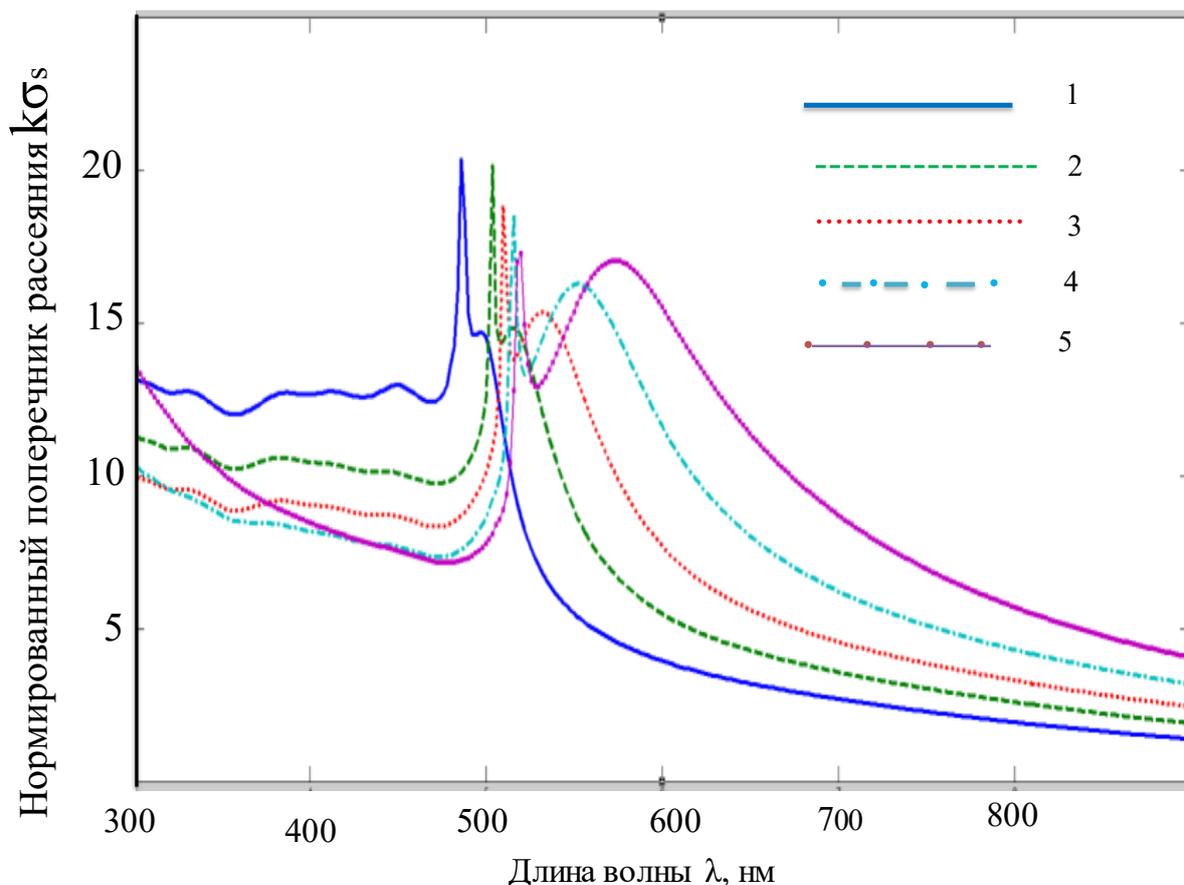


Рис. 6. Нормированный поперечник рассеяния структуры при угле падения плоской ТМ поляризованной волны  $\varphi_0=0$  в отсутствии потерь золота  $\varepsilon'' = 0$  и при радиусе золотого цилиндра  $a=100$  нм; радиус оболочки из стекла полагался равным: кривая 1 –  $b=110$  нм; кривая 2 –  $b=130$  нм; кривая 3 –  $b=150$  нм; кривая 4 –  $b=175$  нм; кривая 5 –  $b=200$  нм

На рис 7 представлены результаты расчета нормированного поперечника рассеяния для рассмотренной выше структуры для случая реального золота при фиксированном радиусе золотой нити  $a = 100$  нм и пяти радиусах оболочки из стекла:  $b = 110$  нм (кривая 1),  $b = 130$  нм (кривая 2),  $b = 150$  нм (кривая 3),  $b = 175$  нм (кривая 4),  $b = 500$  нм (кривая 5).

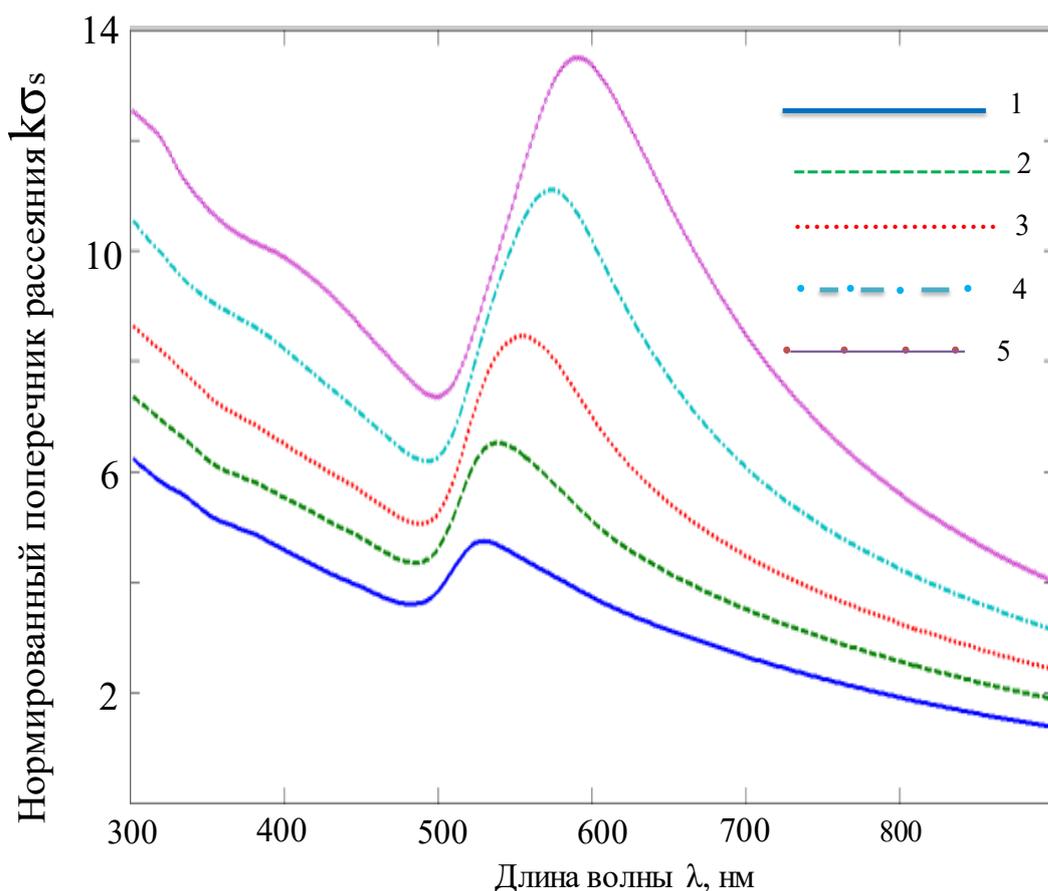


Рис. 7. Нормированный поперечник рассеяния структуры при угле падения плоской ТМ поляризованной волны  $\varphi_0=0$  в случае реальных потерь золота и при радиусе золотого цилиндра  $a = 100$  нм; радиус оболочки из стекла полагался равным: кривая 1 –  $b = 110$  нм; кривая 2 –  $b = 130$  нм; кривая 3 –  $b = 150$  нм; кривая 4 –  $b = 175$  нм; кривая 5 –  $b = 200$  нм

Наконец на рис 8 изображены результаты расчета нормированного поперечника рассеяния для рассмотренной выше структуры для случая реального золота при фиксированном радиусе золотой нити  $a = 200$  нм и пяти радиусах оболочки из стекла:  $b = 220$  нм (кривая 1),  $b = 250$  нм (кривая 2),  $b = 275$  нм (кривая 3),  $b = 300$  нм (кривая 4),  $b = 325$  нм (кривая 5).

Из результатов на приведенных выше рис.4 – рис. 7 следует, что реальные потери золота приводят к исчезновению мультипольных резонансов. При этом, остающийся резонанс располагается в области значений  $500\text{нм} < \lambda < 600\text{нм}$  и смещается в сторону больших длин волн с увеличением радиуса оболочки.

## Заключение

В результате проведенного исследования показано, что учет потерь реального золота приводит к исчезновению высших типов резонансов плазмонов. В результате остается только один резонанс с относительно небольшой амплитудой, который располагается в области  $500\text{нм} < \lambda < 600\text{нм}$ . При этом увеличение радиуса оболочки приводит к его смещению в область больших значений длин волн.

**Финансирование:** Работа выполнена за счет частичного бюджетного финансирования в рамках государственного задания.

## Литература

1. Климов В.В. *Наноплазмоника*. Москва. Физматлит. 2009. 480с.
2. Johnson P.B., Christy R.W. Optical constants of the noble metals. *Phys. Rev. B*. 1972. V. 6. № 12. P. 4370-4379.
3. Velichko E.A., Nosich A.I. Refractive-index sensitivities of hybrid surface-plasmon resonances for a core-shell circular silver nanotube sensor. *Optics Letters*. 2013. V. 38. № 23. P. 4978-4981.
4. Анютин А.П., Коршунов И.П., Шатров А.Д. Низкочастотные резонансы в полых цилиндрах из метаматериала. *Радиотехника и Электроника*. 2013. Т. 58. № 9. С. 951-957.
5. Анютин А.П., Коршунов И.П., Шатров А.Д. Плазмонные резонансы в кварцевой нано нити, покрытой слоем серебра. *Радиотехника и Электроника*. 2015. Т. 60. № 9. С. 896-901.
6. Кюркчан А.Г., Минаев С.А., Соловейчик А.Л. Модификация метода дискретных источников на основе априорной информации об особенностях дифракционного поля. *Радиотехника и Электроника*. 2001. Т. 46. № 6. С.666.
7. Anyutin A.P., Stasevich V.I. Scattering of E and H polarized waves by covered cylindrical structures. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*. 2006. V. 100, N 1-3. P.16-25.

**Для цитирования:**

Анютин А.П. Плазмонные резонансы золотой нано нити, покрытой слоем кварца // Журнал радиоэлектроники. – 2023. – №. 11. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2023.11.20>