

DOI: <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2023.11.25>

УДК: 537.874; 537.624

## ВТОРИЧНЫЙ МАГНИТОУПРУГИЙ РЕЗОНАНС В СТРУКТУРЕ: ТОНКАЯ МАГНИТНАЯ ПЛЕНКА – ТОЛСТАЯ УПРУГАЯ ПОДЛОЖКА

В.С. Власов <sup>1</sup>, В.Н. Шапоров <sup>1</sup>, В.Г. Шавров <sup>2</sup>, В.И. Щеглов <sup>2</sup>

<sup>1</sup> Сыктывкарский государственный университет им. П. Сорокина  
167001, Сыктывкар, Октябрьский просп., 55

<sup>2</sup> Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН  
125009, Москва, ул. Моховая, 11, корп. 7

Статья поступила в редакцию 10 октября 2023 г.

**Аннотация.** Рассмотрена задача о возбуждении связанных магнитных и упругих колебаний в плоскопараллельной структуре, состоящей из нормально намагниченной тонкой магнитной пленки, наложенной на толстую немагнитную упругую подложку. В результате решения поставленной задачи получены амплитудно-частотные характеристики магнитных и упругих колебаний. Показано, что в условиях частоты ферромагнитного резонанса значительно выше частоты собственных упругих колебаний структуры на амплитудно-частотную характеристику колебаний намагниченности наложена сетка эквидистантно расположенных упругих резонансов структуры. Для интерпретации наблюдаемой сетки резонансов предложена модель фазового синхронизма между исходным возбуждением и упругой волной, испытавшей двукратный пробег по толщине структуры. Показано, что частота максимума огибающей колебаний упругости значительно превышает частоту максимума характеристики намагниченности. Существование собственной характеристики огибающей упругих колебаний названо вторичным резонансом упругой системы. Исследована зависимость частоты максимума вторичного резонанса от

величины константы магнитоупругого взаимодействия. Показано, что по мере увеличения такой константы расстояние по частоте между максимумами обеих характеристик возрастает. В качестве гипотезы такого увеличения, предложена аналогия с расщеплением амплитудно-частотной характеристики системы из двух связанных резонаторов. Исследованы амплитудно-частотные характеристики магнитных и упругих колебаний в широком диапазоне частот. На эквидистантной сетке амплитудно-частотной характеристики упругих резонансов обнаружены узкие эквидистантно расположенные резонансные провалы, соответствующие уменьшению амплитуды колебаний более чем на два порядка. Показано, что частотный интервал между соседствующими провалами обратно пропорционален расстоянию от точки регистрации упругих колебаний до поверхности подложки, противоположной той, на которой расположена пленка. Для интерпретации формирования провалов предложена модель, учитывающая противофазность в точке регистрации между волной, выходящей из точки возбуждения, и волной, отраженной от противоположного конца структуры. Кратко отмечены некоторые физические аналогии рассматриваемых явлений.

**Ключевые слова:** магнитная пленка, немагнитная подложка, магнитоупругий резонанс, связанные колебания.

**Финансирование:** Работа выполнена в рамках государственного задания Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН.

**Автор для переписки:** Щеглов Владимир Игнатьевич, [vshcheg@cplire.ru](mailto:vshcheg@cplire.ru)

## Введение

Спиновые волны в магнитных материалах, наряду с высоким интересом в физике, находят широкое применение в технике обработки аналоговой информации в СВЧ диапазоне [1-8]. Особый интерес представляют пленки железоиттриевого граната (ЖИГ), обладающие уникальными магнитными и упругими свойствами [9]. Высокое значение константы магнитоупругого взаимодействия открывает широкие дополнительные возможности

функционального использования этого материала [10]. Особый интерес представляют сверхбыстрые процессы возбуждения и регистрации спиновых волн за счет мощного импульса света, создаваемого фемтосекундным лазером [11]. В большинстве случаев реализация таких процессов происходит с участием магнитоупругого взаимодействия [12, 13], оказывающего существенное воздействие на характеристики ферромагнитного резонанса и распространяющихся спиновых волн [14-18].

Весьма перспективным материалом для упомянутых применений являются пленки ферритов-гранатов, в первую очередь железоиттриевого граната, выращенные методом жидкофазной эпитаксии на подложках из гадолиний-галлиевого граната [19-24]. Толщина магнитной пленки при этом составляет единицы и немногие десятки микрометров, а толщина подложки – сотни тех же микрометров, то есть толщина пленки составляет небольшую часть от полной толщины структуры пленка-подложка. Магнитные свойства такой структуры определяются магнитной пленкой, а упругие – в совокупности пленкой и подложкой, ибо их упругие свойства одинаковы. Учитывая многократное различие толщин пленки и подложки, можно считать, что упругие свойства, в первую очередь частота упругого резонанса по толщине структуры, определяется толщиной подложки.

В работах [25-28] наблюдалось одновременное возбуждение магнитных и упругих резонансов, проявлявшееся в наложении на достаточно широкую линию магнитного резонанса пленки частой сетки узких линий упругих резонансов подложки, причем отмечалось, что частотные интервалы между линиями наложенной сетки соответствуют первой моде упруго резонанса подложки. Так, в работе [25, рис. 2] на частоту ФМР около 5550 МГц наложена сетка с шагом 3,5 МГц. В работе [26, рис. 5] на линию ФМР, соответствующую частоте 1860 МГц наложена сетка упругих мод с шагом 3,8 МГц. В работе [27, рис. 2] на линию ФМР, имеющую частоту около 200 МГц, наложена сетка линий упругих резонансов с периодом 3,8 МГц.

В работах [29-32] наблюдались осцилляции на амплитудно-частотных характеристиках объемных и поверхностных магнитостатических волн, прошедших через структуру «пленка-подложка», причем соответствие частотных интервалов между осцилляциями частоте упруго резонанса подложки также отмечалось.

В работах [25, 27, 28, 33] для интерпретации наблюдаемых явлений была предложена модель связанных осцилляторов, соответствующих модам упругих колебаний, однако подробный вывод предложенной системы уравнений отсутствовал. В работе [26] предложена модель, интерпретирующая возбуждение ФМР как Бозе-конденсацию магнонов, однако расчетный аппарат должным образом также не был представлен.

Ввиду отсутствия в цитированных работах достаточно подробной теории, в работе [34] была предложена модель, рассматривающая наложение сетки упругих резонансов на линию магнитного резонанса, как распространение периодического граничного режима [35, стр. 106-110] магнитоупругих колебаний пленки в пределах всей толщины подложки. В линейном и нелинейном режимах были получены амплитудно-частотные характеристики линии ферромагнитного резонанса пленки с наложенной сеткой упругих резонансов подложки. Было отмечено соответствие расчетной картины явлениям, наблюдаемым в цитированных выше экспериментах.

В работе [36] подробно описан расчетный аппарат модели, приведены зависимости характеристик возбуждаемых упругих резонансов от параметров пленки и подложки, выявлено имеющее место в определенных условиях рассогласование по частоте между магнитным резонансом пленки и максимумом амплитуды упругих резонансов подложки, названное «вторичным резонансом». Настоящая работа является продолжением и развитием работы [36] с основным вниманием к явлению вторичного резонанса.

## 1. Геометрия задачи

Для решения задачи будем использовать ту же геометрию, что была принята в работах [34, 36]. Общая ее схема показана на рис. 1.

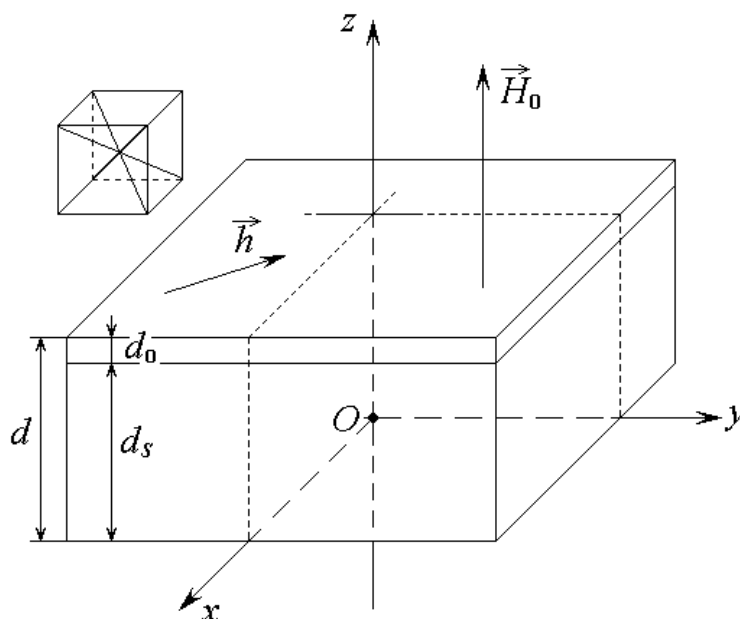


Рис. 1. Общая схема геометрии задачи.

В основе геометрии лежит пластина, состоящая из пленки на подложке, общей толщиной  $d$ , из которой на пленку приходится толщина  $d_0$ , на подложку –  $d_s$ . Пленка обладает магнитными, упругими и магнитоупругими свойствами, подложка является немагнитной, однако упругие и кристаллографические свойства пленки и подложки совпадают. Материал пластины в целом имеет кубическую кристаллографическую симметрию, плоскость (100) которой совпадает с плоскостью пластины. Внешнее постоянное магнитное поле  $\vec{H}_0$  приложено перпендикулярно плоскости пластины, переменное магнитное поле  $\vec{h}$  действует в ее плоскости.

Задача решается в декартовой системе координат  $Oxyz$ , плоскость  $Oxy$  которой совпадает с плоскостью пластины, а оси  $Ox$ ,  $Oy$  и  $Oz$  параллельны ребрам куба кристаллографической ячейки. Центр системы координат  $O$  находится на нижней по рисунку поверхности пластины, так что ее верхняя поверхность соответствует координате  $z = d$ .

**Замечание.** Заметим, что в принятой здесь геометрии положение системы координат выбрано несколько отличным от традиционного, используемого в работах [37-40]. Там начало системы координат находится на середине толщины магнитной пленки [37] или структуры в целом [38-40]. Такой выбор для [37] оправдан рассмотрением единственной пленки без подложки, где магнитные и упругие колебания развиваются симметрично относительно этой середины. То же касается структуры из двух магнитных пленок [38-40] без подложек. Здесь же рассматривается пленка на подложке, причем в соответствии с традицией предполагается, что пленка находится на верхней поверхности подложки, а упругая волна распространяется по всей толщине структуры. Поэтому начало координат выбрано на нижней, противоположной пленке поверхности структуры, чтобы можно было рассматривать упругие волны по толщине подложки подобно тому, как рассматриваются колебания смещений в классической задаче о колебаниях струны [35].

## 2. Общая постановка и ход решения задачи

Следуя [34,36], приведем вкратце общую постановку и ход решения задачи.

Плотность энергии структуры в целом имеет вид:

$$\begin{aligned}
 U = & -M_0 h_x m_x - M_0 h_y m_y - M_0 H_0 m_z + 2\pi M_0^2 m_z^2 + \\
 & + 2c_{44} (u_{xy}^2 + u_{yz}^2 + u_{zx}^2) + \\
 & + 2B_2 (m_x m_y u_{xy} + m_y m_z u_{yz} + m_z m_x u_{zx}),
 \end{aligned} \tag{1}$$

где  $m_{x,y,z}$  – нормированный на  $M_0$  вектор намагниченности:

$$m_{x,y,z} = M_{x,y,z} / M_0, \tag{2}$$

$M_0$  – намагниченность насыщения;  $c_{44}$  – константа (модуль) упругости;

$B_2$  – константа магнитоупругого взаимодействия;

При этом компоненты тензора упругого смещения имеют вид:

$$u_{ik} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial k} + \frac{\partial u_k}{\partial i} \right), \quad (3)$$

где  $u_i$  – упругие смещения при  $i, k = x, y, z$ .

Внешние магнитные поля имеют вид:

$$\vec{H} = \{h_x; h_y; H_0\}, \quad (4)$$

$$h_x = h_{0x} \sin(\omega t); \quad (5)$$

$$h_y = -h_{0y} \cos(\omega t), \quad (6)$$

где  $h_{0x,0y}$  – постоянные, причем  $h_{0x,0y} \ll H_0$ .

Уравнения движения для намагниченности (Ландау-Лифшица) имеют вид:

$$\frac{\partial m_x}{\partial t} = -\frac{\gamma}{1 + \alpha^2} \left[ (m_y + \alpha m_x m_z) H_{ez} - (m_z - \alpha m_y m_x) H_{ey} - \alpha (m_y^2 + m_z^2) H_{ex} \right]; \quad (7)$$

$$\frac{\partial m_y}{\partial t} = -\frac{\gamma}{1 + \alpha^2} \left[ (m_z + \alpha m_y m_x) H_{ex} - (m_x - \alpha m_z m_y) H_{ez} - \alpha (m_z^2 + m_x^2) H_{ey} \right]; \quad (8)$$

$$\frac{\partial m_z}{\partial t} = -\frac{\gamma}{1 + \alpha^2} \left[ (m_x + \alpha m_z m_y) H_{ey} - (m_y - \alpha m_x m_z) H_{ex} - \alpha (m_x^2 + m_y^2) H_{ez} \right]. \quad (9)$$

Здесь  $m_{x,y,z}$  – динамические компоненты намагниченности, нормированные на намагниченность насыщения материала  $M_0$ ,  $\alpha$  – параметр затухания Гильберта,  $H_{ex,ey,ez}$  – эффективные поля, определяемые выражениями:

$$H_{ex} = h_x - \frac{B_2}{M_0} m_z \frac{\partial u_x}{\partial z}; \quad (10)$$

$$H_{ey} = h_y - \frac{B_2}{M_0} m_z \frac{\partial u_y}{\partial z}; \quad (11)$$

$$H_{ez} = H_0 - 4\pi M_0 m_z - \frac{B_2}{M_0} \left( m_x \frac{\partial u_x}{\partial z} + m_y \frac{\partial u_y}{\partial z} \right), \quad (12)$$

Уравнения для упругих смещений имеют вид:

$$\frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} + 2\beta \frac{\partial u_x}{\partial t} - \frac{c_{44}}{\rho} \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} = 0; \quad (13)$$

$$\frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2} + 2\beta \frac{\partial u_y}{\partial t} - \frac{c_{44}}{\rho} \frac{\partial^2 u_y}{\partial z^2} = 0, \quad (14)$$

где  $\beta$  – параметр упругого затухания,  $c_{44}$  – компонента модуля упругости,  $\rho$  – плотность материала пластины.

Граничные условия, в соответствии с постановкой задачи о распространении периодического граничного режима, имеют вид:

$$\left. \frac{\partial u_x}{\partial t} \right|_{z=d} = -\frac{B_2}{c_{44}} m_x m_z; \quad (15)$$

$$\left. \frac{\partial u_y}{\partial t} \right|_{z=d} = -\frac{B_2}{c_{44}} m_y m_z; \quad (16)$$

$$\left. \frac{\partial u_x}{\partial t} \right|_{z=0} = 0; \quad (17)$$

$$\left. \frac{\partial u_y}{\partial t} \right|_{z=0} = 0. \quad (18)$$

Последовательное решение задачи состоит из трех этапов:

1) Решение задачи для упругости, состоящей из уравнений (13)-(14) с граничными условиями (15)-(18). При этом будут получены выражения для упругого смещения, имеющие резонансный характер.

2) Определение развития во времени колебаний намагниченности в соответствии с системой уравнений (7)-(9), эффективные поля в которых определяются выражениями (10)-(12), где компоненты упругих смещений получены на этапе №1.

3) Путем пошагового изменения частоты колебаний переменного магнитного поля, на основе установившихся во времени колебаний, получение амплитудно-частотных характеристик для колебаний намагниченности и упруго смещения.

Реализация первого этапа состоит в решении уравнения для компонент упругого смещения (ограничиваемся компонентой  $u_x$ , для  $u_y$  будет то же самое):



$$\frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} + 2\beta \frac{\partial u_x}{\partial z} - v^2 \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} = 0; \quad (19)$$

граничные условия:

$$\left. \frac{\partial u_x}{\partial z} \right|_{z=d} = A \exp(i\omega t); \quad (20)$$

$$\left. \frac{\partial u_x}{\partial z} \right|_{z=0} = 0, \quad (21)$$

где введены вспомогательные обозначения для скорости упругой волны:

$$v = \sqrt{\frac{c_{44}}{\rho}}, \quad (22)$$

и амплитуды возбуждающей силы (обусловленной колебаниями намагниченности):

$$A = -\frac{B_2}{c_{44}} m_x^{(0)} m_z^{(0)}, \quad (23)$$

где  $m_x^{(0)}$  и  $m_z^{(0)}$  – постоянные амплитуды компонент намагниченности. При этом в динамике компонента  $m_x$  имеет вид:

$$m_x = m_x^{(0)} \exp(i\omega t), \quad (24)$$

а компонента  $m_z$  остается постоянной:

$$m_z = m_z^{(0)}. \quad (25)$$

Решение такой задачи позволяет определить компоненту упругого смещения при координате  $z$ , имеющую вид:

$$u_x = \frac{B_2}{c_{44}} m_x m_z \frac{\sin(kz)}{k \sin(kd)}. \quad (26)$$

Подстановка определенных таким образом упругих смещений в выражения (10)-(12) позволяет получить эффективные поля в виде:

$$H_{ex} = h_x - \frac{B_2^2}{M_0 c_{44}} m_x m_z^2 P; \quad (27)$$

$$H_{ey} = h_y - \frac{B_2^2}{M_0 c_{44}} m_y m_z^2 P; \quad (28)$$

$$H_{ez} = H_0 - 4\pi M_0 m_z - \frac{B_2^2}{M_0 c_{44}} (m_x^2 + m_y^2) m_z P, \quad (29)$$

где  $P$  – вспомогательный параметр, имеющий вид

$$P(k, z, d) = \frac{\cos(kz)}{\sin(kd)}, \quad (30)$$

где значение координаты  $z$  соответствует точке, в которой наблюдаются далее упругие колебания, а  $k$  – волновое число упругой волны, имеющее комплексный характер,

$$k = \eta - i\xi, \quad (31)$$

действительная и мнимая части которого равны:

$$\eta = \frac{\omega}{v} \sqrt{\frac{1}{2} \left( 1 + \sqrt{1 + \frac{4\beta^2}{\omega^2}} \right)}; \quad (32)$$

$$\xi = \frac{\omega}{v} \sqrt{\frac{1}{2} \left( -1 + \sqrt{1 + \frac{4\beta^2}{\omega^2}} \right)}. \quad (33)$$

Благодаря комплексному характеру волнового числа, параметр  $P$  также принимает комплексный вид:

$$P(k, z, d) = g + ih, \quad (34)$$

где:

$$g = \frac{ac - bd}{c^2 + d^2}; \quad (35)$$

$$h = \frac{ad + bc}{c^2 + d^2}, \quad (36)$$

причем величины  $a, b, c, d$  определяются выражениями:

$$a = \cos(\eta z) \cosh(\xi z); \quad (37)$$

$$b = \sin(\eta z) \sinh(\xi z); \quad (38)$$

$$c = \sin(\eta d) \cosh(\xi d); \quad (39)$$

$$d = \cos(\eta d) \sinh(\xi d). \quad (40)$$

В рамках настоящей работы ограничимся действительными значениями намагниченности и упругого смещения, для чего будем использовать модуль параметра  $P$ , то есть:

$$|P(k, z, d)| = \sqrt{g^2 + h^2}. \quad (41)$$

Здесь параметры  $g$  и  $h$  через посредство (35)-(36), (37)-(40), (32)-(33) содержат частоту  $\omega$ , скорость упругой волны  $v$  и параметр затухания  $\beta$ . Получаемые при этом выражения являются довольно громоздкими, поэтому при машинном счете авторы рекомендуют их вычислять последовательно в обратном порядке, то есть сначала (32)-(33), затем (37)-(40), после чего (35)-(36) и параметр  $P$  (41), подстановка которого в (27)-(29) дает эффективные поля, подставляемые далее в уравнения движения для намагниченности (7)-(9).

### 3. Основные параметры задачи

В рамках настоящей работы использовались типичные параметры пленки железиттриевого граната на подложке из гадолиний-галлиевого граната [9, 10]: намагниченность насыщения  $4\pi M_0 = 1750$  Гс, константа магнитоупругого взаимодействия  $B_2 = 6.96 \times 10^6$  эрг см<sup>-3</sup>, константа упругости  $c_{44} = 7.64 \times 10^{11}$  эрг см<sup>-3</sup>, плотность  $\rho = 5.17$  г см<sup>-3</sup>. Параметры  $c_{44}$  и  $\rho$  в пленке и подложке считались одинаковыми. При этом скорость упругой волны равнялась:  $v = \sqrt{c_{44}/\rho} = 3.84 \times 10^5$  см с<sup>-1</sup>. Постоянное поле  $H_0$  задавалось равным 2750 Э, что при  $\gamma = 2.8$  МГц Э<sup>-1</sup> обеспечивало частоту ферромагнитного резонанса равной 2800 МГц. Базовые значения параметров магнитного и упругого затухания составляли:  $\alpha = 0.01$ ,  $\beta = 10^8$  с<sup>-1</sup>.

Толщина пленки железиттриевого граната принималась равной  $d_0 = 0.6865$  мкм, что при заданных выше параметрах материала соответствовало частоте упругого резонанса на толщине пленки равной 2800 МГц, совпадающей с частотой ферромагнитного резонанса.

Толщина пластины, то есть структуры в целом, была в 70 раз больше толщины пленки, то есть составляла 48,06 мкм.

Основное значение координаты  $z$ , на уровне которой регистрировалось упругое смещение, равнялась 0.6865 мкм, то есть находилась вблизи поверхности структуры, противоположной местонахождению пленки.

В некоторых случаях приведенные параметры затухания, константа магнитоупругости и координата регистрации смещения варьировались, что будет отмечено в соответствующих местах текста.

#### **4. Общие свойства амплитудно-частотных характеристик намагниченности и упругого смещения**

Приведенная в разделе 2 система уравнений для намагниченности (7)-(9) решалась численно методом Рунге-Кутты четвертого порядка [41, стр. 702, вариант «с»]. Упругие смещения определялись через полученную намагниченность по формуле (26). В результате решения получались развертки по времени тех и других колебаний. Амплитуда колебаний регистрировалась в стационарном режиме, то есть по прошествии времени, значительно превышающего время релаксации магнитной и упругой систем. Осуществлялась пошаговая развертка по частоте, так что в результате получались амплитудно-частотные характеристики магнитных и упругих колебаний в установившемся режиме.

Результаты расчетов представлены на рис. 2. Для выявления максимального влияния упругих колебаний на магнитный параметр затухания упругих колебаний был положен равным нулю.

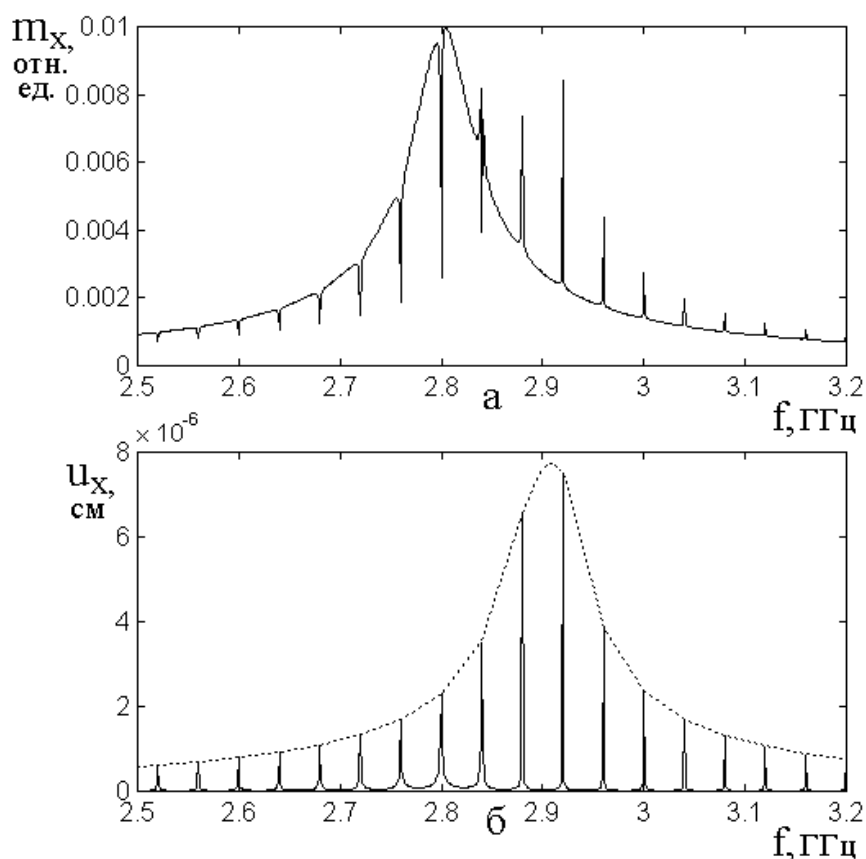


Рис. 2. Амплитудно-частотные характеристики колебаний намагниченности (а) и упругого смещения (б) в отсутствие упругого затухания  $\beta = 0$ . Точечной кривой на нижнем рисунке показана огибающая резонансных пиков упругих колебаний. Параметры – представлены в разделе 3.

Из рисунка видно, что характеристика магнитных колебаний (а) имеет классический колоколообразный вид с симметричными скатами в обе стороны. Основной максимум характеристики на частоте 2800 МГц соответствует возбуждению ферромагнитного резонанса в пластине, намагниченной по нормали постоянным полем, равным 2750 Э.

На характеристике намагниченности присутствует регулярная сетка узких максимумов и минимумов, интервал по частоте между которыми равен 40 МГц. Эти особенности как раз соответствуют максимумам характеристики упругих смещений (б), что говорит об их несомненном упругом происхождении.

В самом деле, как легко убедиться, исходя из толщины структуры 48,06 мкм и скорости упругой волны  $\nu = 3.84 \times 10^5$  см  $\text{с}^{-1}$ , что частота 40 МГц как раз соответствует возбуждению первой полуволновой моды упругого резонанса структуры в целом.

Для более подробного пояснения обратимся к рис. 3. Здесь показан вид «в торец» структуры «пленка-подложка», ограниченной на рисунке вертикальными линиями с краевой штриховкой. Слева при координате  $z = d$  находится магнитная пленка, толщиной  $d_0$ . Остальная часть структуры между координатами 0 и  $d - d_0$  представляет собой немагнитную подложку, обладающую только упругими свойствами.

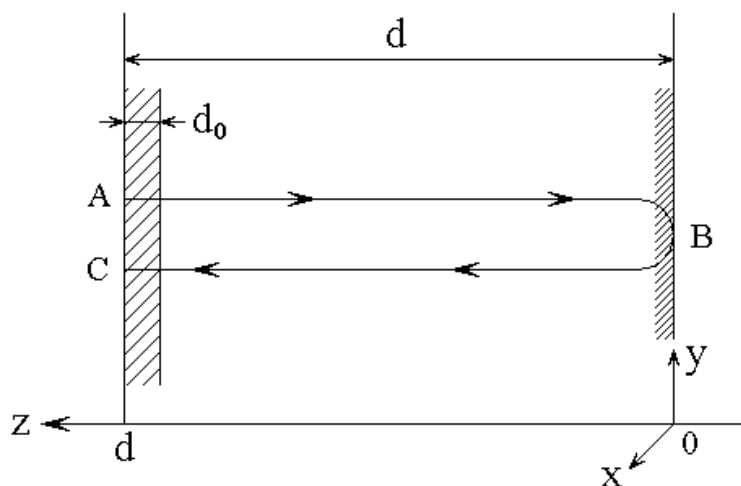


Рис. 3. Схема формирования единичного резонанса упругих колебаний.

Переменное магнитное поле, действуя на пленку, возбуждает в ней колебания намагниченности, которые в свою очередь за счет магнитоупругого взаимодействия возбуждают в пленке упругие колебания. Исходя из условия, что толщина магнитной пленки значительно меньше толщины структуры в целом (то есть  $d_0 \ll d$ ), можно полагать, что упругая волна возбуждается на поверхности структуры в точке А. Далее возбужденная таким образом волна распространяется по толщине подложки к другой ее поверхности, достигая которой в точке В, отражается и снова возвращается к первой поверхности в точке С. Таким образом, волна проходит через толщину структуры два раза, что при условии совпадения фаз исходящей и возвращающейся волн обеспечивает упругий резонанс. Разделяя удвоенную толщину структуры ( $2 \times 48,06$  мкм) на скорость упругой волны ( $3,84 \times 10^5$  см  $s^{-1}$ ), получаем период стоячего упругого резонанса, обратная величина которого дает частоту 40 МГц.

Важно отметить, что совпадение фаз исходящей и возвращающейся волн происходит через время, которое требуется волне, чтобы пройти в оба конца. За это время намагниченность в исходной точке успевает совершить множество полных колебаний, поэтому совпадение фаз может происходить не на одной частоте, а на различных частотах, соответствующих отличающимся на единицу друг от друга числу полных колебаний, то есть образуется сетка частот, равноотстоящих друг от друга на частоту упругого резонанса. Такая сетка накладывается на характеристику намагниченности (рис. 3а) и проявляется в явном виде на характеристике для упругого смещения (рис. 3б).

С математической стороны проявление упругих резонансов обеспечивается периодичностью (через  $2\pi$ ) выражения  $\sin(kd)$ , присутствующего в знаменателях формул (26) и (30) при волновом числе, обратно пропорциональном толщине структуры при возбуждении первой моды. Из этих формул можно видеть, что при уменьшении толщины структуры расстояние по частоте между упругими резонансами увеличивается. В самом деле, чем меньше толщина, тем двойной пробег волны будет короче и время его меньше, так что частота собственных колебаний, обратная времени двойного пробега, будет больше.

Некоторые дополнительные детали образования сетки упругих резонансов на конкретном примере обсуждаются в разделе 10 работы [36]. Заметим однако, что там рассматривается другая толщина структуры (24,03 мкм), в результате чего расстояние между резонансами получается равным 80 МГц.

Определенной особенностью характеристики для намагниченности (рис. 3а) является тот факт, что на левом ее склоне упругие резонансы дают минимумы, а на правом – максимумы. Такая асимметричность обусловлена фазовыми соотношениями между магнитными и упругими колебаниями. Этот вопрос также подробно обсуждается в разделе 8 работы [36] на модели колебаний двух связанных осцилляторов при сильном различии их собственных частот.

## 5. Проявление вторичного резонанса на амплитудно-частотных характеристиках

Обратимся еще раз к рис. 2 и отметим, что из сравнения представленных там характеристик для магнитных (а) и упругих (б) колебаний можно видеть, что форма огибающей упругих резонансов (б) геометрически подобна форме резонансной кривой для намагниченности (а). При этом однако частоты максимума колебаний намагниченности и максимума огибающей упругих резонансов существенно различаются. Так, максимум кривой магнитного резонанса (а) соответствует частоте 2800 МГц, а максимальный по амплитуде пик упругости (б) приходится на частоту 2920 МГц.

Это явление также отмечалось в разделе 18 работы [36] и названо там «вторичным резонансом». Было показано, что вторичный резонанс имеет место только при упругом затухании, меньшем «инверсного» значения, составляющего при принятых там параметрах задачи величину  $\beta_p = 0,5 \cdot 10^7 \text{ с}^{-1}$ . При этом, если параметр затухания превышает инверсное значение, то вторичный резонанс переходит в «первичный», при котором максимум огибающей по упругости приходится точно на максимум резонансной кривой намагниченности. Такой переход по мере увеличения параметра затухания происходит через расщепление вторичного резонанса и стремления амплитуды отщепленной части к нулю.

## 6. Влияние степени связи на характер магнитных и упругих колебаний

Рассмотрим теперь, как зависят свойства вторичного резонанса от параметров задачи. Прежде всего обратим внимание на связь между магнитными и упругими колебаниями. Обратимся к рис. 4, где показаны амплитудно-частотные характеристики намагниченности и упругих колебаний при двух различных значениях константы магнитоупругого взаимодействия. Характеристики в левом столбце рисунка (а,б), построены при типичном для ЖИГ значении константы магнитоупругости. Эти характеристики аналогичны представленным на рис. 2. Характеристики в правом столбце (в,г) построены для



той же структуры, но при значении константы магнитоупругости, увеличенном в пять раз.

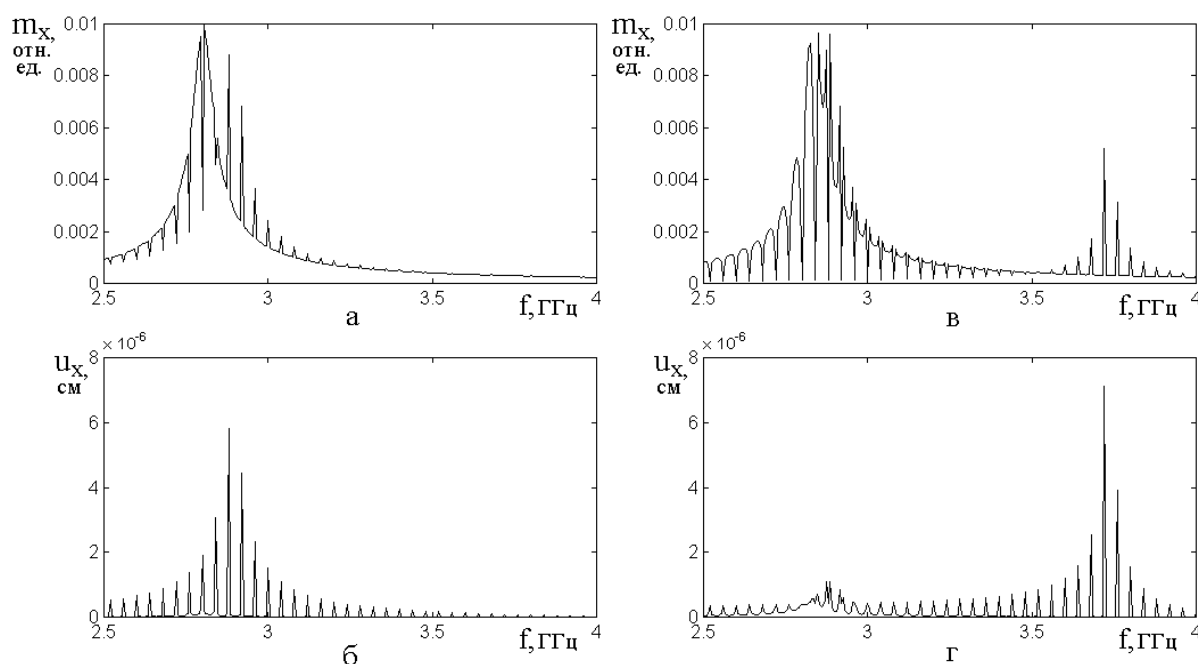


Рис. 4. Амплитудно-частотные характеристики намагниченности (а,в) и упругих колебаний (б,г) при различных значениях константы магнитоупругого взаимодействия: а, б –  $B_2 = B_2(YIG) = 6.96 \cdot 10^6$  эрг см<sup>-3</sup>;

$$в, г – B_2 = 5 \cdot B_2(YIG) = 34.80 \cdot 10^6 \text{ эрг см}^{-3}.$$

Упругое затухание отсутствует  $\beta = 0$ .

Контур огибающей опущен для упрощения рисунка.

Остальные параметры приведены в разделе 3.

Из рисунка можно видеть, что увеличение связи между магнитной и упругой системами привело к резкому увеличению частоты вторичного резонанса. При этом общий характер огибающей упругих резонансов, а также подобная огибающая магнитных колебаний, в основном, сохранились прежними. Структура сетки упругих резонансов также не изменилась, поскольку она обусловлена только собственными резонансами упругой системы и от величины связи не зависит. Из сравнения характеристик для упругих колебаний (б) и (г) видно, что упругий резонанс на частоте магнитного резонанса 2,8 ГГц сохранился, однако его амплитуда резко упала (в пять-шесть раз), тогда как амплитуда вторичного резонанса, перешедшего с частоты 2,92 ГГц на частоту 3,74 ГГц, практически не изменилась. То есть при сильной связи сравнительно

малые магнитные колебания вдали от магнитного резонанса все равно возбуждают упругие колебания достаточно большой амплитуды.

## 7. Вторичный резонанс при различной величине константы магнитоупругости

Рассмотрим теперь характер вторичного резонанса при изменении степени связи между магнитной и упругой системами более подробно. Обратимся к рис. 5, где представлены зависимости параметров огибающей вторичного резонанса от величины константы магнитоупругого взаимодействия  $B_2$ . Для удобства рассмотрения константа  $B_2$  нормирована на величину константы в ЖИГ, которая равна  $B_2(YIG) = 6.96 \cdot 10^6$  эрг см<sup>-3</sup>, так что:

$$B_2 = N_{B_2} \cdot B_2(YIG), \quad (42)$$

где нормирующий коэффициент  $N_{B_2}$  определяется выражением:

$$N_{B_2} = \frac{B_2}{B_2(YIG)}. \quad (43)$$

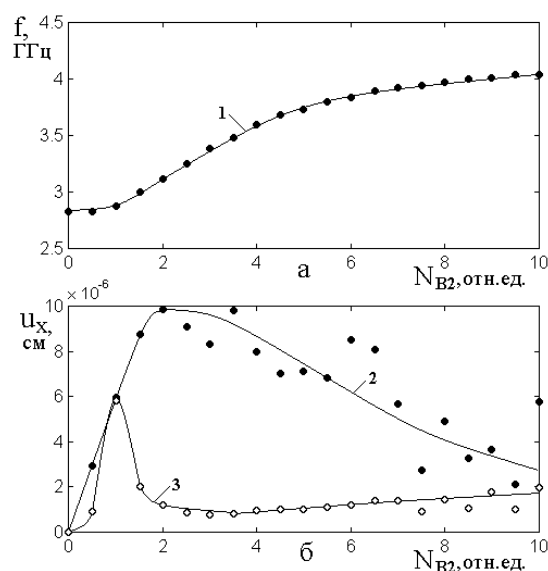


Рис. 5. Зависимости параметров огибающей вторичного резонанса от константы магнитоупругого взаимодействия.

1 – частота максимума огибающей вторичного резонанса;

2 – максимум амплитуды огибающей;

3 – амплитуда огибающей на частоте 2,8 ГГц.

Параметр  $N_{B_2}$  – относительное значение константы  $B_2$ , определяемое формулой (43). Параметр затухания  $\beta = 0$ .

На рис. 5а представлена зависимость частоты максимума огибающей вторичного резонанса от нормирующего коэффициента магнитоупругости (кривая 1), то есть от величины связи магнитной и упругой систем. Из рисунка видно, что до значений  $N_{B2}$  порядка 4-5 отн.ед. частота максимума возрастает почти линейно с угловым коэффициентом около 0,2 ГГц на одну отн.ед. параметра  $N_{B2}$ . При дальнейшем увеличении связи рост частоты замедляется, приближаясь к насыщению, что происходит из-за удаления частоты вторичного резонанса от частоты магнитного резонанса 2,8 ГГц с соответствующим уменьшением амплитуды возбуждающего воздействия, каковым являются колебания намагниченности.

На рис. 5б представлены зависимости от  $N_{B2}$  амплитуды огибающей вторичного резонанса на ее максимуме (то есть на частоте, представленной на рис. 5а) (кривая 2), а также амплитуды той же огибающей на частоте резонанса намагниченности 2,8 ГГц (кривая 3).

Из рисунка видно, что по мере увеличения связи максимум амплитуды сначала возрастает, а при достижении  $N_{B2}$  величины 2-3 отн.ед. плавно спадает. Такое поведение этой зависимости связано с тем, что при небольшом увеличении частоты вторичного резонанса она еще остается достаточно близкой к частоте резонанса намагниченности, так что магнитное возбуждение остается довольно сильным, а при дальнейшем увеличении частоты вторичного резонанса амплитуда колебаний намагниченности спадает, так что эффективность возбуждения ослабевает.

Амплитуда колебаний на частоте магнитного резонанса 2,8 ГГц (кривая 3) после отхода частоты вторичного резонанса от частоты резонанса магнитного, сразу резко падает и далее остается на невысоком уровне. Такое поведение этой зависимости говорит о самостоятельном характере вторичного резонанса, то есть имеется определенная колебательная система, резонансная частота которой полностью определяется свойствами вторичного резонанса.

## 8. Возможный механизм зависимости частоты вторичного резонанса от константы магнитоупругости

В качестве интерпретации такого поведения магнитного и вторичного упругого резонансов можно предположить, что огибающая упругой характеристики представляет собой отдельный резонатор, который связан с обычным магнитным резонатором через посредство магнитоупругости. При этом общая амплитудно-частотная характеристика таких двух связанных резонаторов при достаточной степени связи имеет «двугорбый» характер, то есть выглядит как два максимума, разделенные минимумом. При увеличении связи между резонаторами максимумы разъезжаются в стороны, а при уменьшении сливаются в один [42, стр. 252, рис. 6.11], [43, стр. 147, рис. 85]. Можно видеть, что такое поведение общей амплитудно-частотной характеристики системы из двух связанных резонаторов подобно поведению рассматриваемой здесь системы связанных магнитного и вторичного резонаторов.

## 9. Вторичный резонанс при различной величине параметра упругого затухания

В работе [36, раздел 19] отмечалось, что упругое затухание вносит существенное изменение в характеристики вторичного резонанса, в том числе в определенном интервале своих значений приводит к его расщеплению на две отдельные линии. Рассмотрим здесь эти явления более подробно. Для большей наглядности получаемых результатов выберем константу магнитоупругого взаимодействия в семь раз большей, чем в ЖИГ, то есть равной  $B_2 = 7 \cdot B_2(YIG) = 48.72 \cdot 10^6$  эрг см<sup>-3</sup>.

Обратимся к рис. 6, где представлены зависимости для тех же величин, что на рис. 5, но теперь в зависимости от параметра упругого затухания  $\beta$ .

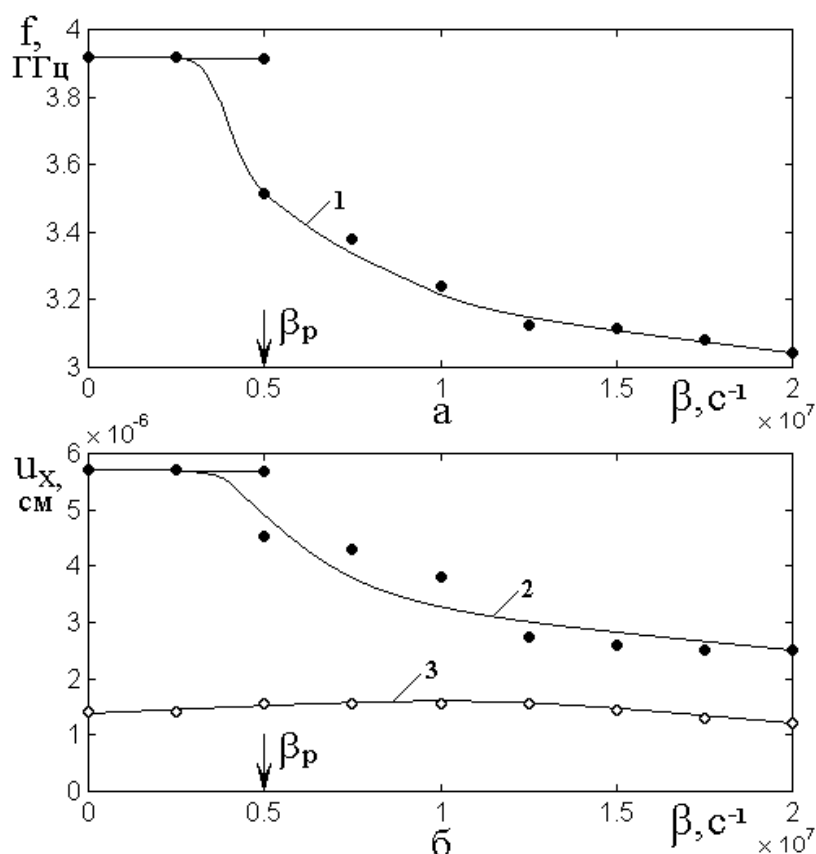


Рис. 6. Зависимости параметров огибающей вторичного резонанса от параметра упругого затухания.

Константа магнитоупругого взаимодействия  $B_2 = 7 \cdot B_2(YIG)$ .

$\beta_p$  – инверсное значение параметра затухания.

1 – частота максимума огибающей вторичного резонанса;

2 – максимум амплитуды огибающей;

3 – амплитуда огибающей на частоте 2,8 ГГц.

Остальные параметры – те же, что на рис. 5.

На рис. 6а представлена зависимость частоты максимума огибающей вторичного резонанса от параметра затухания (кривая 1). Из рисунка видно, что при значениях параметра затухания ниже инверсного, которое, согласно работе [36] (при тех же остальных параметрах) равно  $\beta_p = 0.5 \cdot 10^7 \text{ c}^{-1}$ , частота вторичного резонанса не меняется, оставаясь равной 3,92 ГГц. Однако вблизи инверсного значения огибающая вторичного резонанса расщепляется на две части, частота одной из которых остается равной 3,93 ГГц, а частота другой уменьшается. Далее при превышении инверсного значения верхняя по частоте линия исчезает, а оставшаяся нижняя по частоте спадает еще больше, в пределах стремясь к значению частоты ФМР, то есть 2,8 ГГц.

На рис. 6б в виде кривой 2 представлены в тех же условиях амплитуды огибающей вторичного резонанса на основной и отщепленной частотах. Видно, что амплитуда на исходной частоте 3,92 ГГц до момента достижения затуханием критического значения, остается постоянной, после чего исчезает, а амплитуда на отщепленной частоте уменьшается, стремясь к тому же значению, что остается на частоте ФМР, то есть 2,8 ГГц. При этом амплитуда линии на частоте ФМР (кривая 3) во всем интервале изменения параметра затухания, оставаясь малой, с точностью до 5% не меняется.

Рассмотренное поведение частоты и амплитуды вторичного резонанса, в том числе с явлением расщепления, также в определенной степени соответствует модели двух резонаторов, предложенной в разделе 8. Видимое сходство состоит в том, что в модели резонаторов при повышении затухания двугорбая кривая сжимается и переходит в одногорбую с дальнейшим уменьшением амплитуды. Можно видеть, что наблюдаемые здесь связанные магнитный и вторичный резонансы ведут себя подобным образом.

## **10. Характеристики магнитных и упругих колебаний в широком диапазоне частот**

В разделе 7 показано, что при отстройке частоты вторичного резонанса от частоты ФМР на 1,0 ГГц, что более чем на порядок превышает ширину линии ФМР, амплитуда максимума огибающей падает всего в три раза (рис. 5). Столь плавное уменьшение амплитуды огибающей при весьма значительной расстройке побуждает рассмотреть поведение вторичного резонанса в более широком диапазоне частот, чем в предыдущих случаях.

Такое расширение исследуемого диапазона реализовано на рис. 7, где показаны амплитудно-частотные характеристики для намагниченности и упругого смещения в линейном и логарифмическом по амплитуде масштабах. Упругое затухание принято отсутствующим, а параметр магнитного затухания положен равным 0.1 отн.ед., то есть таким же, как во всех рассмотренных выше случаях.

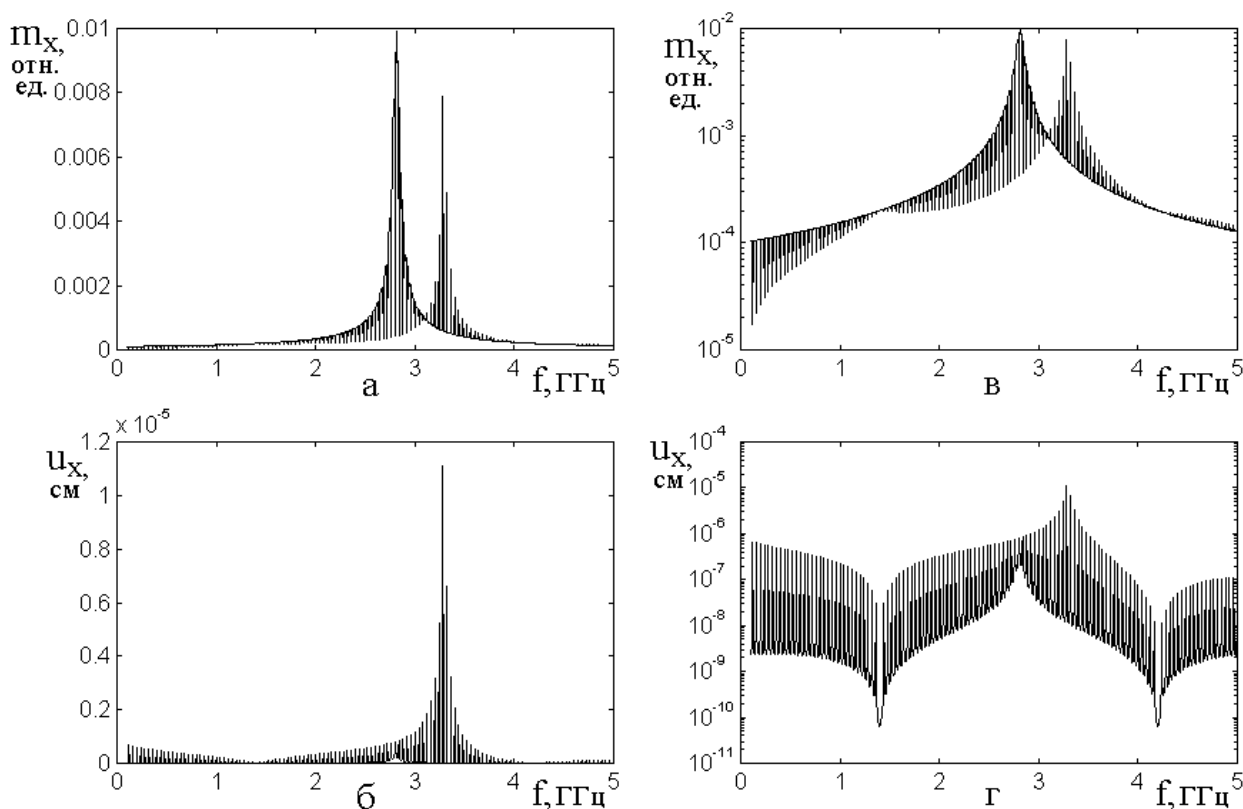


Рис. 7. Амплитудно-частотные характеристики колебаний намагниченности (а,в) и упругого смещения (б,г) в широком диапазоне частот.

а,б – масштаб по вертикали линейный;

в,г – масштаб по вертикали логарифмический.

Параметры:  $B_2 = 2.3 \cdot B_2(YIG)$  (то есть  $N_{B_2} = 2.5$  отн.ед.);

$\beta = 0, \alpha = 0.1$ .

Остальные параметры – те же, что в разделе 3.

Из рис. 7а видно, что характеристика для намагниченности имеет два четко выраженных подъема, соответствующих частоте ФМР 2,8 ГГц и частоте вторичного резонанса 3,3 ГГц (которая, согласно рис. 5а, соответствует  $N_{B_2} = 2.5$  отн.ед.). На рис. 7б наблюдается одна четко выраженная линия при частоте 3,3 ГГц, соответствующая вторичному резонансу. Малость амплитуды упругого смещения (около  $0.1 \cdot 10^{-5}$  см) на частоте ФМР, равной 2,8 ГГц также согласуется с подобной величиной, определяемой кривой 3 на рис. 5б. Наблюдаемой зависимостью амплитуды упругого смещения от частоты является падение этой амплитуды до нуля при частоте 1,4 ГГц, тогда как на более низких частотах, то есть при большем удалении от частоты ФМР, амплитуда снова возрастает почти до  $0.1 \cdot 10^{-5}$  см, близкой к амплитуде на частоте ФМР. Подобное

падение амплитуды до нуля наблюдается также на частоте 4,2 ГГц, теперь уже значительно выше частоты ФМР, причем после такого падения амплитуда также слегка возрастает.

Для более подробного рассмотрения такого поведения амплитуд были построены те же характеристики для магнитных и упругих колебаний в логарифмическом масштабе. Полученные кривые представлены на рис. 7б (намагниченность) и рис. 7г (упругое смещение).

Из рис. 7в, отражающего поведение намагниченности, видно, что намагниченность имеет ярко выраженные особенности на частотах 1,4 и 4,2 ГГц, проявляющиеся в изменении знака сетки пиков, соответствующих вторичному резонансу. На частотах 2,8 и 3,3 ГГц характеристика имеет подъемы, соответствующие ФМР и огибающей вторичного резонанса. Заметим также, что вся характеристика в целом имеет плавный широкий подъем в виде «пьедестала», обусловленный равномерным удалением от частоты ФМР в обе стороны.

Из рис. 7г, соответствующего упругому смещению, видно, что на частотах 1,4 и 4,2 ГГц характеристика имеет резко выраженные провалы на один-два порядка более глубокие, чем соседствующие резонансные линии. То есть отстройка всего на 40 МГц (то есть на один интервал сетки упругих резонансов) меняет их амплитуду весьма значительно. На частотах 2,8 и 3,3 ГГц характеристика имеет особенности, соответствующие подъемам на частоте ФМР и огибающей вторичного резонанса. Заметим также, что в этом случае «пьедестал», наблюдаемый для характеристики намагниченности (рис. 7в), здесь отсутствует, что обусловлено множественностью сетки упругих резонансов, для которых выделение частоты 2,8 ГГц в отсутствие упругого затухания особенностью не является, то есть все остальные резонансы, выше и ниже этой частоты, в отсутствие затухания являются равноправными. То же касается сохранения полного размаха по амплитуде упругих резонансов во всем диапазоне частот.



В качестве весьма важной особенности можно отметить тот факт, что частоты провалов 1,4 и 4,2 ГГц различаются ровно в три раза, Проверка в более широком диапазоне частот (была выполнена до 15 ГГц) показывает, что аналогичные провалы наблюдаются на частотах 7,0 ГГц, 9,8 ГГц, 12,6 ГГц и далее, так что частоты провалов равны произведению частоты 1,4 ГГц на целое нечетное число, то есть определяются формулой

$$f_n = 1.4 \cdot (2n - 1), \quad (44)$$

где  $n = 1, 2, 3, \dots$

При этом частотные интервалы между провалами составляют 2,8 ГГц.

## 11. Механизм образования провалов на характеристике упругого смещения

Для выяснения причины появления такой закономерности была проведена проверка зависимости положений провалов от различных параметров задачи. Было установлено, что их положения не зависят от величины поля, намагниченности насыщения, параметра магнитного затухания, константы магнитоупругого взаимодействия, толщины структуры в целом.

Увеличение параметра упругого затухания от нуля до значения на порядок выше критического приводит к расплыванию провалов тем большему, чем затухание выше, вплоть до близкого к синусоидальному характеру, однако центральные частоты провалов, определяемые по максимумам их глубины, остаются на прежних местах.

Единственной причиной, вызывающей изменение частот провалов явилось изменение координаты точки регистрации упругих колебаний. Во всех рассмотренных выше случаях упругое смещение регистрировались вблизи поверхности структуры, противоположной местонахождению магнитной пленки и отстоящей от этой поверхности на расстояние 0,6865 мкм (раздел 3).

Из рассмотрения рис. 7г можно видеть, что упругие резонансы возбуждаются во всем исследованном интервале частот с одинаковой интенсивностью, причем эта интенсивность мало зависит от частоты ФМР, возрастая только в ближайшей окрестности частоты ФМР (от 2,7 до 3,4 ГГц). Вне

этой окрестности для возбуждения упругих колебаний важен лишь факт наличия магнитных, причем амплитуда магнитных может быть весьма малой (как это имеет место вдали от ФМР). Таким образом, можно полагать, что для изучения упругих колебаний резонансный характер магнитных является определенной помехой, вносящей в регулярную сетку упругих колебаний нерегулярную особенность вблизи частоты ФМР.

Для очистки картины упругих резонансов от помехи магнитных, зададим затухание магнитных колебаний настолько большим, чтобы они стали аperiodическими. При этом особенность в области ФМР должна исчезнуть, а возбуждение упругих колебаний остаться, возможно, с несколько меньшей амплитудой.

Получаемые характеристики для намагниченности и упругого смещения при аperiodическом режиме колебаний намагниченности представлены на рис. 8.

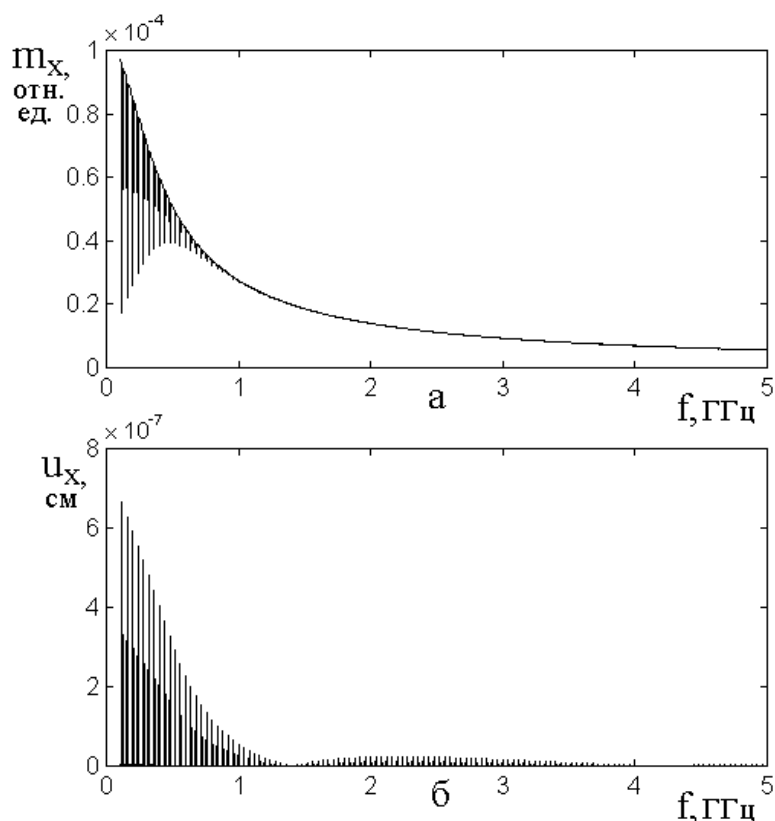


Рис. 8. Характеристики магнитных (а) и упругих (б) колебаний при большом параметре затухания намагниченности  $\alpha = 10$  отн.ед. Координата точки регистрации упругих колебаний:  $z_c = 0,6865$  мкм.

Остальные параметры – те же, что на рис. 7.

Из рисунка видно, что в обоих случаях колебания являются достаточно интенсивными только в области малых частот (меньших 1,0 ГГц), после чего по мере повышения частоты плавно спадают. В то же время, амплитуда магнитных колебаний (рис. 8а) стремится к нулю без каких-либо заметных особенностей, а амплитуда упругих колебаний (рис. 8б) имеет четко выраженный минимум вблизи частоты 1,4 ГГц и подобный же минимум (различимый с увеличением) вблизи частоты 4,2 ГГц.

Рассмотрим теперь упругие колебания более подробно, для чего представим их в логарифмическом масштабе. Поскольку главным фактором, определяющим частоты провалов характеристики для упругости, является положение точки регистрации упругих колебаний, рассмотрим вариацию этого положения.

На рис. 9 представлены характеристики колебаний упругого смещения при двух значениях координаты регистрации: первое значение  $z_c = 0.6865$  см – то же, что во всех приведенных выше результатах, второе –  $z_c = 1.3730$  см, то есть в два раза больше.

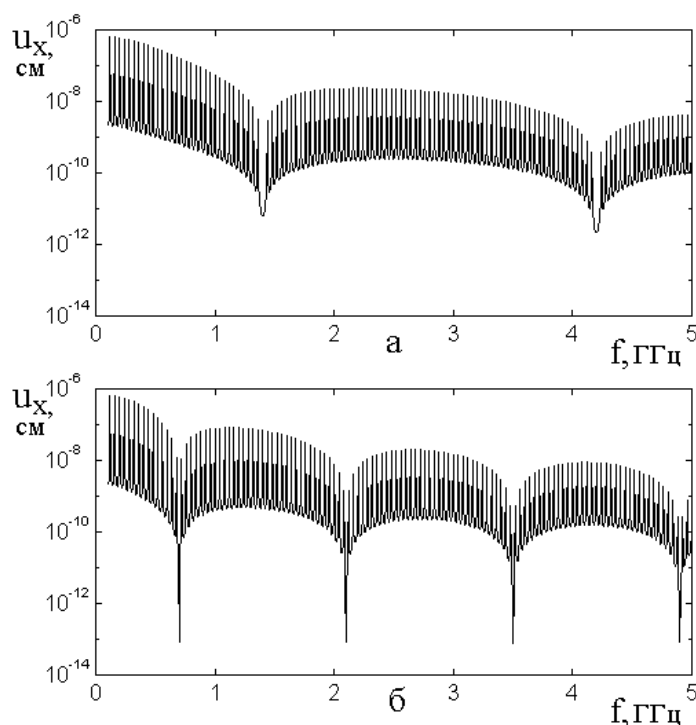


Рис. 9. Характеристики колебаний упругого смещения при двух значениях координаты регистрации: а –  $z_c = 0.6865$  мкм; б –  $z_c = 2 \cdot 0.6865 = 1,3730$  мкм; Остальные параметры – те же, что на рис. 8.

Из рисунка видно, что при увеличении координаты регистрации упругого смещения в два раза, интервалы частот между провалами уменьшались также в те же два раза – с 2,8 ГГц до 1,4 ГГц. Поскольку координаты отсчитываются от внешней поверхности структуры, противоположной той, где находится пленка (рис. 1), то такое изменение координаты соответствует увеличению этого расстояния в два раза. Таким образом, получаем, что интервал по частоте между провалами обратно пропорционален расстоянию от свободной поверхности структуры до точки регистрации упругих колебаний.

Дополнительная проверка, проведенная в интервале изменения координаты регистрации колебаний до величины в 10 раз превышающей  $z_c = 0.6865$  мкм, подтвердила закон обрванной пропорциональности с высокой точностью.

Для пояснения механизма формирования провалов обратимся к рис. 10, построенного в той же схеме, что рис. 3.

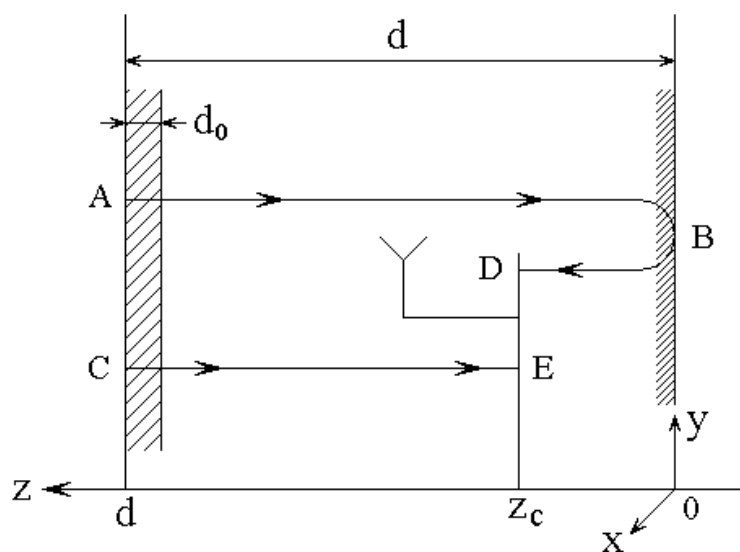


Рис. 10. Схема формирования провалов на характеристике упругих колебаний.

Здесь также показан вид «в торец» той же структуры «пленка-подложка». Слева при координате  $z = d$  находится магнитная пленка толщиной  $d_0$ , а остальная часть структуры между координатами 0 и  $d - d_0$  представляет собой немагнитную подложку, обладающую только упругими свойствами.

Регистрация упругих колебаний осуществляется при координате  $z_c$ , отстоящей от поверхности подложки противоположной пленке на это самое расстояние  $z_c$ .

При возбуждении упругих колебаний в пленке в точке регистрации встречаются две волны: одна, исходящая из точки А, проходящая через структуру и отражающаяся в точке В и далее, приходящая в точку D при координате  $z_c$  уже будучи отраженной от свободной поверхности подложки. Вторая волна, исходящая из точки С и приходящая в точку Е, имеющую ту же координату  $z_c$ .

Первая волна после прохождения по маршруту  $A \rightarrow B \rightarrow D$ , имеет набег фазы:

$$\phi_{ABD} = \frac{\omega}{v} (d + z_c), \quad (45)$$

где  $\omega$  – частота колебаний,  $v$  – скорость упругой волны.

Вторая волна, проходящая по маршруту  $C \rightarrow E$ , имеет набег фазы:

$$\phi_{CE} = \frac{\omega}{v} (d - z_c), \quad (46)$$

Полагая, что фазы исходящих из пленки волн одинаковы, а также учитывая, что точки D и E находятся при одной координате, получаем, что разность фаз волн, встречающихся в точке регистрации равна:

$$\Delta\phi_c = \phi_{ABD} - \phi_{CE} = \frac{\omega}{v} 2z_c. \quad (47)$$

Полагая, что условием отсутствия сигнала в точке регистрации, то есть реализации провала, является сдвиг фазы между приходящими волнами на половину периода, то есть на  $\pi$ , то есть  $\Delta\phi_c = \pi$ , получаем:

$$\frac{\omega}{v} 2z_c = \pi, \quad (48)$$

откуда, учитывая, что  $\omega = 2\pi f$ , получаем:

$$f_c = \frac{v}{4z_c}. \quad (49)$$

Подставляя в эту формулу  $v = 3,85 \cdot 10^5$  см  $s^{-1}$  и  $z_c = 0,6865$  мкм, получаем  $f_c = 14$  МГц. Следующий провал будет тогда, когда разность фаз составит  $3\pi$ :

$$\frac{\omega}{v} 2z_c = 3\pi, \quad (50)$$

так что:

$$f_c = 3 \cdot \frac{v}{4z_c}, \quad (51)$$

что равно 42 МГц. Таким образом, получаем сетку частот провалов, определяемую формулой (44).

## 12. Замечание о некоторых физических аналогиях

В заключение настоящей работы приведем некоторые соображения, касающиеся рассматриваемых явлений в целом, а также их места в общей науке о колебаниях.

Можно полагать, что полученные в разделах 4-6 амплитудно-частотные характеристики, содержащие расставленные с одинаковыми интервалами по частоте особенности, не являются исключением среди физических явлений. Так, интересную аналогию можно проследить с теорией длинных линий [43, стр. 233-2453]. Там тоже волна, исходящая из одного конца линии после отражения от другого, вступает в синхронизм с исходной волной, что в результате кратного соотношения фаз дает периодическое распределение максимумов отражения. Приведенная в [43, стр. 233, форм.(178)] формула, определяющая зависимость напряжения на конце линии от волнового числа, имеет структуру, сходную с приведенной в разделе 2 формулой (30) для параметра  $P$ , что через посредство волнового числа и дает периодическую зависимость частотной характеристики от частоты. Пример такой характеристики для длинной линии можно видеть на рис. 168 в [43, стр. 243].

Другим примером характеристики, содержащей эквидистантно расставленные максимумы, можно считать систему с задержкой в цепи обратной связи [44, стр. 533-540]. Здесь уже аналогия еще более близкая к

рассматриваемому случаю, так как задержка в цепи обратной связи аналогична запаздыванию отраженной волны при двойном прохождении толщины подложки туда и обратно. Примечательно, что частотная характеристика такой системы, приведенная на рис. 15.18 [44, стр. 536], весьма близка по виду к рассматриваемой здесь характеристике для упругих колебаний, представленной на рис 2а.

## **Заключение**

Основные результаты настоящей работы сводятся к следующему.

Рассмотрена задача о возбуждении связанных магнитных и упругих колебаний в плоскопараллельной структуре, состоящей из нормально намагниченной тонкой магнитной пленки, наложенной на толстую немагнитную упругую подложку. Записаны связанные уравнения движения намагниченности и упругого смещения с граничными условиями, соответствующими возбуждению колебаний намагниченности в магнитной пленке. Для решения задачи предложена модель распространения периодического граничного режима. Решение полученной системы уравнений выполнено методом Рунге-Кутты с последующим выделением стационарной амплитуды в установившемся режиме, что позволило построить амплитудно-частотные характеристики магнитных и упругих колебаний.

Показано, что в условиях частоты ферромагнитного резонанса значительно выше частоты собственных упругих колебаний структуры в целом на амплитудно-частотную характеристику колебаний намагниченности накладывается сетка эквидистантных линий, соответствующих упругим резонансам полной структуры. Установлено, что огибающая амплитудно-частотной характеристики сетки упругих резонансов имеет колоколообразный вид, геометрически подобный виду амплитудно-частотной характеристики колебаний намагниченности

Для интерпретации наблюдаемой сетки резонансов предложена модель их формирования, учитывающая фазовый синхронизм между исходным

возбуждением и упругой волной, испытавшей двукратный пробег по толщине структуры в целом. При этом каждый следующий по частоте резонанс соответствует увеличению на один период фазы исходного возбуждения от предыдущего резонанса.

Показано, что частота максимума огибающей колебаний упругости превышает частоту максимума характеристики намагниченности, причем такое превышение может быть в несколько раз больше ширины той и другой линий.

Наличие собственной характеристики огибающей упругих колебаний, имеющей резонансный характер с частотой, существенно отличающейся от частоты резонанса колебаний намагниченности, названо вторичным резонансом упругой системы.

Исследована зависимость частоты максимума вторичного резонанса от величины константы магнитоупругого взаимодействия, обеспечивающей связь между магнитной и упругой системами. Показано, что по мере увеличения такой константы расстояние по частоте между максимумами обеих характеристик возрастает. В качестве гипотезы, объясняющей такое увеличение, предложена аналогия с расщеплением амплитудно-частотной характеристики системы из двух связанных резонаторов при увеличении параметра связи вплоть до взаимного расталкивания резонансных кривых.

Исследована зависимость частоты вторичного резонанса от параметра упругого затухания материала структуры. Показано, что при увеличении затухания расталкивание максимумов магнитного и вторичного упругого резонансов уменьшается, что также соответствует модели двух связанных резонаторов.

Исследованы амплитудно-частотные характеристики магнитных и упругих колебаний в широком диапазоне частот. Для выделения характеристик упругих колебаний в чистом виде, параметр магнитного затухания увеличен до установления апериодического характера колебаний намагниченности. Показано, что даже в апериодическом режиме магнитной системы, эквидистантная сетка резонансов упругих колебаний достаточно эффективно



возбуждается в диапазоне частот, значительно (в два и более раз) превышающем частоту исходного резонанса намагниченности.

На эквидистантной сетке амплитудно-частотной характеристики упругих резонансов обнаружены узкие эквидистантно расположенные резонансные провалы, соответствующие уменьшению амплитуды колебаний более чем на два порядка по сравнению с соседними резонансами. Установлено, что частоты провалов на два порядка превышают частоту упругого резонанса структуры в целом, причем эти частоты подчиняются закону последовательного распределения нечетных чисел. Показано, что частотный интервал между соседствующими провалами обратно пропорционален расстоянию от точки регистрации упругих колебаний до поверхности подложки противоположной тому, на котором расположена пленка. Для интерпретации формирования провалов предложена модель, учитывающая противофазность в точке регистрации между одной волной, выходящей из точки возбуждения, и другой волной, прошедшей через структуру и после отражения пришедшей в точку регистрации со стороны, противоположной направлению прихода первой волны.

Кратко отмечены некоторые физические аналогии рассматриваемых явлений, такие как резонансы в длинных линиях и колебания в системах с задержанной обратной связью.

**Финансирование:** Работа выполнена в рамках государственного задания Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН.

### Литература

1. Адам Дж.Д. Аналоговая обработка сигналов с помощью СВЧ-ферритов. // ТИИЭР. 1988. Т.76. №2. С.73-86.
2. Исхак В.С. Применение магнитостатических волн: обзор. // ТИИЭР. 1988. Т.76. №2. С.86-104,
3. Вашковский А.В., Стальмахов В.С., Шараевский Ю.П. Магнитостатические волны в электронике сверхвысоких частот. – Саратов, Изд.Саратовского университета, 1993, 320 с.

4. Adam J.D., Davis L.E., Dionne G.F., Schloemann E.F., Stitzer S.N. Ferrite devices and materials. // IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques. 2002. V.50. №3. P.721-737.
5. Serga A.A., Chumak A.V., Hillebrands B. YIG magnonics // J. Phys. D: Appl. Phys. 2010. V.43. P.264002(16).
6. Шавров В.Г., Щеглов В.И. Магнитостатические волны в неоднородных полях. М.: Физматлит. 2016.
7. Шавров В.Г., Щеглов В.И. Магнитостатические и электромагнитные волны в сложных структурах. М.: Физматлит. 2017.
8. Шавров В.Г., Щеглов В.И. Спиновые волны в средах с обменом и диссипацией. М.: Физматлит. 2021.
9. Штраусс В. Магнитоупругие свойства иттриевого феррита-граната. // В кн. : У. Мэзон (ред.): Физическая акустика. Т.4Б. Применения физической акустики в квантовой физике и физике твердого тела. М.: Мир. 1970. С.241-316.
10. Ле-Кроу Р., Комсток Р. Магнитоупругие взаимодействия в ферромагнитных диэлектриках. // В кн.: У. Мэзон (ред.): Физическая акустика. Т.3Б. Динамика решетки. М.: Мир. 1968. С.156.
11. Чернов А.И., Кожаев М.А., Ветошко П.М., Додонов Д.В., Прокопов А.Р., Шумилов А.Г., Шапошников А.Н., Бержанский В.Н., Звездин А.К., Белотелов В.И. Локальное зондирование магнитных пленок с помощью оптического возбуждения магнитостатических волн. // ФТТ. 2016. Т.58. №6, С.1093.
12. Власов В.С., Голов А.В., Котов Л.Н., Щеглов В.И., Ломоносов А.М., Темнов В.В. Современные проблемы сверхбыстрой магнитоакустики. // АЖ (Акустический журнал). 2022. Т.68. №1. С.22-56.
13. Beaurepaire E., Merle J.C., Daunois A., Bigot J.Y. Ultrafast spin dynamics in ferromagnetic nickel. // Phys. Rev. Lett. 1996. V.76. №22. P.4250.
14. Walowski J., Münzenberg M. Perspective: Ultrafast magnetism and THz spintronics. // J. Appl. Phys. 2016. V.120. №14. P.140901(16).

15. Dreher L., Weiler M., Pernpeintner M., Huebl H., Gross R., Brandt M.S., Goennenwein S.T.B. Surface acoustic wave driven ferromagnetic resonance in nickel thin films: theory and experiment. // *Phys. Rev. B*. 2012. V.86. №13. P.134415(13).
16. Bigot J.V., Vomir M. Ultrafast magnetization dynamics of nanostructures. // *Ann. Phys. (Berlin)*. 2013. V.525. №1-2. P.2-30.
17. Thevenard L., Gourdon C., Prieur J.Y., Von Bardeleben H.J., Vincent S., Becerra L., Largeau L., Duquesne J.Y. Surface-acoustic-wave-driven ferromagnetic resonance in (Ga,Mn)(As,P) epilayers. // *Phys. Rev. B*. 2014. V.90. №9. P.094401(8).
18. Jäger J.V., Scherbakov A.V., Glavin B.A., Salasyuk A.S., Campion R.P., Rushforth A.W., Yakovlev D.R., Akimov A.V., Bayer M. Resonant driving of magnetization precession in a ferromagnetic layer by coherent monochromatic phonons. // *Phys. Rev. B*. 2015. V.92. №2. P.020404(5).
19. Sparks M., Tittmann B.R., Mee J.F., Newkirk C. Ferromagnetic resonance in epitaxial garnet thin films // *JAP*. 1969. V.40. №3. P.1518.
20. Chen H., De Gasperis P., Marcelli R., Pardavi-Horvath M., McMichael R., Wigen P.E. Wide-band linewidth measurements in yttrium iron garnet films // *JAP*. 1990. V.67. №9. P.5530.
21. Телеснин Р.В., Козлов В.И., Дудоров В.Н. Ферромагнитный резонанс в эпитаксиальных пленках  $Y_3Fe_{5-x}Ga_xO_{12}$ . // *ФТТ*. 1974. Т.16. №11. С.3532.
22. Аваева И.Г., Лисовский Ф.В., Осика В.А., Щеглов В.И. Исследование эпитаксиальных пленок смешанных ферритов-гранатов методом ферромагнитного резонанса // *ФТТ*. 1975. Т.17. №10. С.3045.
23. Аваева И.Г., Лисовский Ф.В., Осика В.А., Щеглов В.И. Ферромагнитный резонанс в эпитаксиальных пленках смешанных ферритов-гранатов // *РЭ*. 1976. Т.21. №9. С.1894.
24. Аваева И.Г., Лисовский Ф.В., Осика В.А., Щеглов В.И. Ферромагнитный резонанс в эпитаксиальных пленках смешанных ферритов-гранатов с кубической анизотропией. // *ФТТ*. 1976. Т.18. №12. С.3694.

25. An K., Litvinenko A.N., Kohno R., Fuad A.A., Naletov V.V., Vila L., Ebels U., De Loubens G., Hurdequint H., Beaulieu N., Ben Youssef J., Vukadinovic N., Bauer G.E.W., Slavin A.N., Tiberkevich V.S., Klein O. Coherent long-rare transfer of angular momentum between magnon Kittel modes by phonons. // Phys. Rev. B. 2020. V.101. №6. P.060407(6)
26. Кузмичев А.Н., Ветошко П.М., Князев Г.А., Белотелов В.И., Буньков Ю.М. Особенности взаимодействия магнонного Бозе-конденсата с акустическими модами в пленках железоиттриевого граната. // ПЖЭТФ. 2020. Т.112. №11-12. С.749-753.
27. Полулях С.Н., Бержанский В.Н., Семук Е.Ю., Белотелов В.И., Ветошко П.М., Попов В.В., Шапошников А.Н., Чернов А.И. // Модуляция магнитоупругой связи при ферромагнитном резонанса в пленках феррит-гранатов. // ЖТФ. 2021. Т.91. №7. С.1124- 1131.
28. Полулях С.Н., Бержанский В.Н., Семук Е.Ю., Белотелов В.И., Ветошко П.М., Попов В.В., Шапошников А.Н., Шумилов А.Г., Чернов А.И. Ферромагнитный резонанс и упругие колебания в эпитаксиальных пленках феррит-граната иттрия. // ЖЭТФ. 2021. Т.159. №2. С.307-314.
29. Гуляев Ю.В., Зильберман П.Е., Казаков Г.Т., Сысоев В.Г., Тихонов В.В., Филимонов Ю.А., Нам Б.П., Хе А.С. Наблюдение быстрых магнитоупругих волн в тонких пластинах и эпитаксиальных пленках железоиттриевого граната. // ПЖЭТФ. 1981. Т.39. №9. С.500-504.
30. Казаков Г.Т., Тихонов В.В., Зильберман П.Е. // ФТТ. 1983. Т.25. №8. С.2307-2312.
31. Андреев А.С., Зильберман П.Е., Кравченко В.Б., Огрин Ю.Ф., Темиряев А.Г., илимонова Л.М. // ПЖТФ. 1984. Т.10. №2. С.90-94.
32. Хивинцев Ю.В., Сахаров В.К., Высоцкий С.Л., Филимонов Ю.А., Стогний А.И., Никитов С.А. Магнитоупругие волны в субмикронных пленках ЖИГ, полученных ионно-лучевым распылением на подложках гадолиний-галлиевого граната. // ЖТФ. 2018. Т.88. №7. С.1060-1066.

33. Streib S., Keshtgar H., Bauer G.E.W. Damping of magnetization dynamics by phonon pumping. // Phys.Rev.Lett. 2018. V.121. №2. P.027202(6).
34. Ветошко П.М., Власов В.С., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Влияние упругих резонансов подложки на ферромагнитный резонанс в пленках железоиттриевого граната. // РЭ. 2023. Т.68. №2. С.157-164.
35. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука. 1972.
36. Власов В.С., Шапоров В.Н., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Упругие резонансы в структуре: тонкая магнитная пленка – толстая упругая подложка. // Журнал радиоэлектроники. – 2023. – №. 11. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2023.11.12>
37. Власов В.С., Котов Л.Н., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Нелинейное возбуждение гиперзвука в ферритовой пластине при ферромагнитном резонансе. // РЭ. 2009. Т.54. №7. С.863.
38. Власов В.С., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Нелинейное возбуждение гиперзвука в двухслойной ферритовой структуре. //Электронный «Журнал радиоэлектроники». 2013. №2. Режим доступа: <http://jre.cplire.ru/jre/feb13/10/text.pdf>.
39. Власов В.С., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Комбинационное возбуждение гиперзвука в двухслойной ферритовой структуре. // Сборник трудов XXI Международной конференции «Электромагнитное поле и материалы». М.: НИУ МЭИ. 2013. С.164.
40. Власов В.С., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Нелинейное возбуждение гиперзвука в двухслойной ферритовой структуре при ферромагнитном резонансе. // РЭ. 2014. Т.59. №5. С.482.
41. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука. 1973.
42. Мигулин В.В., Медведев В.И., Мустель Е.Р., Парыгин В.Н. Основы теории колебаний. М.: Наука. 1978.
43. Харкевич А.А. Основы радиотехники. М: Физматлит. 2007.

44. Гоноровский И.С. Радиотехнические цепи и сигналы. М.: Советское радио. 1964.

**Для цитирования:**

Власов В.С., Шапоров В.Н., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Вторичный магнитоупругий резонанс в структуре: тонкая магнитная пленка – толстая упругая подложка. // Журнал радиоэлектроники. – 2023. – №. 11. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2023.11.25>