

DOI: <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2023.11.30>

УДК: 004.932

## МЕТОД НЕЙРОМОРФНОГО КОДИРОВАНИЯ / ВОССТАНОВЛЕНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ, ЗАДАННЫХ ПУАССОНОВСКИМИ ОТСЧЕТАМИ

В.Е. Анциперов

ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН  
125009, Москва, ул. Моховая, 11, корп.7

Статья поступила в редакцию 30 ноября 2023 г.

**Аннотация.** В работе рассмотрен один из возможных методов нейроморфной обработки относительно больших объемов потоковых данных. Метод в основном мотивирован известными механизмами сенсорного восприятия живых систем, в частности, методами зрительного восприятия. В этой связи основные положения метода обсуждаются в контексте задач кодирования / восстановления изображений на периферии зрительной системы. Предлагаемый метод ориентирован на представление входных данных в виде потока дискретных событий (отсчетов), аналогичных событиям разрядов нейронов сетчатки глаза. Для этих целей используется специальное представление потоков данных с помощью выборок отсчетов контролируемого размера (выборочных представлений). Основываясь на специфике выборочного представления формализована порождающая (генеративная) модель данных в виде системы распределенных по полю зрения компонент. В рамках генеративной модели задача оптимального кодирования сформулирована в задачу поиска максимально-правдоподобных оценок. Решение последней задачи осуществлено на основе структурирования массива компонент в виде модели системы рецептивных полей (РП), воплощающих универсальные принципы (в т.ч. латерального торможения) нейронной сети мозга. Механизм латерального

торможения реализован в модели в виде антагонистической структуры центр / окружение РП. Вопросы декодирования изображений рассматриваются в контексте восстановления пространственных контрастов, что отчасти имитирует работу так называемых простых клеток зрительной коры. Показано, что модель связанного ON-OFF-декодирования допускает восстановление резких деталей изображения в виде подчеркивания границ, отмечается связь метода с положениями теории ретинекса.

**Ключевые слова:** нейроморфные методы, пуассоновские отсчеты, выборочное представление, рецептивные поля, согласованная с контрастом интерполяция изображений.

**Финансирование:** Работа выполнена за счет бюджетного финансирования в рамках государственного задания в Институте радиотехники и электроники им. Котельникова РАН (ГЗ «РЕЛДИС»).

**Автор для переписки:** Анциперов Вячеслав Евгеньевич, [antciperov@cplire.ru](mailto:antciperov@cplire.ru)

## Введение

Настоящее время характеризуется широким внедрением цифровых технологий практически во все сферы человеческой деятельности. Использование цифровых данных на платформе современных компьютерных технологий предоставляет уникальные возможности использования имеющихся знаний, их обобщения в виде порождающих моделей, синтеза и внедрения оптимальных методов обработки и анализа данных, включая вопросы принятия решений, долгосрочного и краткосрочного прогнозирования и т.д.

С появлением на рубеже XX–XXI веков мощных и достаточно дешевых компьютерных технологий оказалось возможным существенно расширить арсенал используемых моделей данных, руководствуясь не столько вопросами аппроксимации их классическими схемами, допускающими разработанные аналитические подходы, сколько спецификой статистических особенностей самих данных. Открывшиеся новые возможности агрегации в компьютерных хранилищах / серверах больших объемов данных также содействовали

диверсификации моделей. Результатом этого тренда стали революционные достижения в области машинного обучения и, в частности, ряд подходов глубокого обучения, основанных на искусственных нейронных сетях [1].

К сожалению, период расцвета нынешних искусственных нейронных сетей не обещает быть продолжительным. Проблема в том, что существующие нейросетевые приложения реализованы на компьютерах с фон-неймановской архитектурой вычислений. Поскольку в них блоки программ и данных располагаются в пространстве общей памяти, это подразумевает непрерывный, интенсивный обмен информацией между памятью и процессором. Учитывая, что компьютерные технологии следующего поколения будут ориентированы на выполнение  $\sim 10^{18}$  переключений в секунду, они, при всей своей невероятной мощности, станут потреблять от 20 до 30 мегаватт энергии, если будут по-прежнему основаны на архитектуре фон Неймана. Ни закон удвоения Мура, ни закон масштабирования Деннарда, обеспечивавшие до последнего времени рост производительности компьютерных технологий, не смогут преодолеть трудности, связанные с принципиально физическими (термодинамическими) ограничениями.

Одним из перспективных путей решения отмеченной проблемы представляется переход к использованию нейроморфных вычислительных систем, основанных на принципах работы человеческого мозга [2]. Их наиболее привлекательными чертами являются такие принципы биологических нейронных сетей, как высокая степень параллельности обработки информации, процедуры обработки, внедренные непосредственно в блоки данных, масштабируемость, событийно управляемые вычисления и т.д. Ожидается, что основанное на этих принципах новое поколение компьютеров (называемых иногда нейросетями третьего поколения - импульсными (спайковыми) нейронными сетями) сможет эффективно использоваться как для хранения сверхбольших объемов информации, так и для ее обработки за приемлемое время и при этом с гораздо меньшими энергозатратами. Помимо энергоэффективности нейроморфные системы идеальны для реализации подходов машинного

обучения и имеют огромный потенциал для вычислений, не ограниченных рамками фон-неймановской парадигмы. Эти преимущества обеспечат им бесспорные приоритеты в целом ряду информационных технологий, среди которых очевидны следующие направления. Во-первых, нейроморфные компьютеры будут незаменимы для систем с распределенными вычислениями, содержащими автономные подсистемы, включая робототехнику и дистанционное зондирование. Во-вторых, они вполне могут стать ускорителями и сопроцессорами естественного (биологического) интеллекта. Наконец, благодаря способности выполнять вычисления, не связанные с конкретной архитектурой, нейроморфные компьютеры могут быть использованы в качестве сопроцессоров в гетерогенных высокопроизводительных вычислительных системах следующего поколения.

Наряду с ожидаемыми потенциально многообещающими возможностями, нейроморфные системы, однако, предполагают также и трудно прогнозируемые проблемы их разработки. Поскольку нейроморфные системы моделируют нейронную структуру и механизмы мозга, их компоненты, видимо, будут представлены чередующимися искусственными нейронами и синапсами, в отличие от полностью разделенных общей шиной процессоров и блоков памяти. Поэтому в нейроморфных системах и обработка данных, и память управляются “по месту” нейронной сетью и, соответственно, программы и процедуры в них не задаются последовательностями инструкций, а определяются структурой и параметрами самой нейронной сети. Кроме того, если традиционные компьютеры (фон Неймана) кодируют информацию в виде последовательности числовых значений, нейроморфные компьютеры оперируют данными в виде потоков событий, аналогичных спайковым (импульсным) последовательностям. Это, конечно, открывает новые горизонты, позволяющие не только сосредоточиться на цифровых вычислениях, но и переосмыслить использование аналоговых, приближенных вычислений и вычислений со смешанными данными, что характерно для биологических нейронов. Но вместе с этим, использование нейроморфных компьютеров потребует кардинальной смены

концепции программирования. В свете этого нами относительно недавно предприняты попытки проведения исследований по вопросам разработки новых, основанных на принципах нейроморфных вычислений методов работы с потоками цифровых данных [3]. В предлагаемой работе приведены некоторые результаты предпринятых усилий.

Именно, ниже в работе мы обсуждаем возможности обработки относительно больших объемов потоковых данных методами нейроморфного типа на примере задачи кодирования / восстановления изображений. Предлагаемые методы ориентированы на представление входных данных в виде потока дискретных событий (отчетов), аналогичных событиям разрядов нейронов сетчатки глаза. Для этих целей разработано специальное представление потоков данных с помощью выборок отчетов контролируемого размера (выборочных представлений). Основываясь на специфике данного представления естественным образом формализуется порождающая (генеративная) модель кодировщика, которая затем конкретизируется до вероятностной параметрической модели в виде системы компонент. В рамках генеративной модели задача оптимального кодирования может быть переформулирована в задачу поиска максимально правдоподобных оценок. Решение последней задачи осуществлено на основе структурирования массива компонент в виде модели системы рецептивных полей (РП), воплощающих универсальные принципы (в т.ч. латерального торможения) нейронной сети головного мозга. В нашей модели механизм латерального торможения реализован в виде антагонистической структуры центр / окружение РП. Вопросы декодирования изображений рассматриваются в контексте восстановления пространственных контрастов, что отчасти эмитирует работу так называемых простых клеток зрительной коры. Показано, что модель связанного ON-OFF-декодирования допускает восстановление резких деталей изображения в виде подчеркивания границ.

Основное содержание работы сгруппировано в следующих трех разделах. Первый содержит краткий обзор нейрофизиологических данных по структуре

рецептивных полей сетчатки и способам ее моделирования. Второй раздел связан с обоснованием статистического описания функций РП по обработке входного потока отсчетов. И в третьем разделе обсуждаются результаты численной процедуры восстановления изображений (декодирования) на основе результатов кодирования системой РП входного потока. Заключение кратко резюмирует результаты и намечает пути дальнейших исследований.

## **1. Рецептивные поля сетчатки – структурные единицы кодирования границ**

Предлагаемый нами метод кодирования регистрируемых изображений, физически представленных интенсивностью излучения, фокусируемого хрусталиком глаза на сетчатку или оптикой видеокамеры на КМОП-матрицу, связан с оснащением области формирования изображения определенной, изначально фиксированной структурой, не зависящей, в частности, от распределения интенсивности. Эта структура устроена “просто, насколько это возможно, но не более того”. А именно, она моделирует структуру рецепторного (внешнего) слоя сетчатки глаза человека (или высших позвоночных), известную как система рецептивных полей (РП).

Общая концепция РП для сенсорных систем живых организмов известна достаточно давно, в отношении же периферии зрительной системы, начало систематических исследований и анализ особенностей РП обычно связывают с работами Куффлера [4] начала 50-х годов. Согласно сложившейся вслед за Куффлером традиции, под рецептивными полями понимаются небольшие участки сетчатки, содержащие от десятков до сотен входных рецепторов (колбочки / палочки), стимуляция которых ведет к активации определенных выходных нейронов (ГК – ганглиозных клеток) сетчатки. Важно отметить, что вдоль пути распространения от рецепторов до ГК зрительная информация претерпевает ряд преобразований, осуществляемых промежуточными нейронами (горизонтальные, биполярные и амакриновые клетки) сетчатки. В итоге рецептивные поля проявляют определенную функциональную структуру. Они как бы состоят из двух отдельных частей: круглой области,

принимающей данные непосредственно от рецепторов сетчатки, называемой центром РП, и концентрически окружающей центр области, принимающей данные рецепторов через горизонтальные клетки и называемой окружением. Обычно считается, что отношение линейного размера центра к размеру РП составляет в среднем  $\sim 1:2$  [5]. Отметим, что собственно размер рецептивных полей может меняться в значительных пределах в зависимости от расположения по отношению к центру сетчатки (fovea centralis) – от долей градусов зрительного угла до нескольких градусов ( $1^\circ$  на сетчатке  $\sim 0.3$  мм, а на внешнем экране на расстоянии наилучшего зрения в 60 см  $1^\circ \sim 1$  см) [6].

Помимо функциональной структуры РП Куффлер также выяснил, что все их можно разделить на два больших класса в зависимости от реакции РП на освещенность центра или окружения. Поля ON-типа активируются (деполяризуются), когда небольшое пятно света проецируется на их центр. Наоборот, поля OFF-типа активируются когда их центр слегка затемняется. Однако в обоих типах клеток ответ на стимуляцию центра аннулируется наличием аналогичной стимуляцией окружения [6]. Ввиду последнего обстоятельства говорят, что центр и окружение РП составляют антагонистическую структуру. Одним из следствий этого является то, что большинство ГК сетчатки слабо реагируют на медленные (в масштабе РП) изменения освещенности вдоль сетчатки, а в основном реагируют на заметные ее перепады в пределах РП.

Формализуем приведенные нейробиологические факты в виде простой модели РП, которая тем не менее отражает ее основную функциональность, заодно выясним, какого рода требованиями она обеспечивается. Обозначим посредством  $\Omega$  плоскую светочувствительную поверхность формирования изображения с координатами  $\vec{x} = (x_1, x_2)$ . Пусть изображение соответствует зарегистрированной интенсивности излучения  $I(\vec{x})$ .

В качестве РП рассмотрим область  $\Delta \subset \Omega$  площади  $\sigma$ , состоящую из центра  $\Delta_c$  площади  $\sigma_c$  и концентрического ему окружения  $\Delta_s$  площади  $\sigma_s$  так, что имеют

место  $\Delta_c \cup \Delta_s = \Delta$ ,  $\Delta_c \cap \Delta_s = \emptyset \rightarrow \sigma_c + \sigma_s = \sigma$ . По существу  $\Delta_c$  и  $\Delta_s$  представляют собой разбиение  $\Delta$ , как это показано на рис. 1.

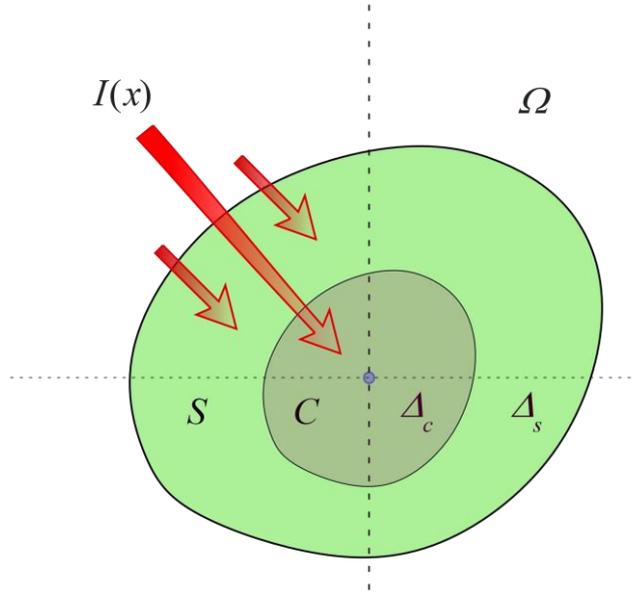


Рис. 1. Схематическое изображение структуры РП центр/окружение.

Введем величины средних интенсивностей  $\bar{I}, \bar{I}_c, \bar{I}_s$ , соответственно, на РП, в его центре и в окружении:

$$\bar{I} = \frac{1}{\sigma} \iint_{\Delta} I(\vec{x}) ds, \quad \bar{I}_c = \frac{1}{\sigma_c} \iint_{\Delta_c} I(\vec{x}) ds, \quad \bar{I}_s = \frac{1}{\sigma_s} \iint_{\Delta_s} I(\vec{x}) ds. \quad (1)$$

Аппроксимируем распределение интенсивности  $I(\vec{x})$  его разложением в ряд по степеням  $(\vec{x} - \vec{x}_0)$  до второго порядка включительно в некоторой фиксированной точке  $\vec{x}_0$  (не обязательно  $\vec{x}_0 \in \Delta_c$  или даже  $\vec{x}_0 \in \Delta$ ):

$$I(\vec{x}) \approx I(\vec{x}_0) + [\vec{\nabla}^T I(\vec{x}_0)](\vec{x} - \vec{x}_0) + \frac{1}{2} (\vec{x} - \vec{x}_0)^T [\vec{\nabla} \vec{\nabla}^T I(\vec{x}_0)](\vec{x} - \vec{x}_0), \quad (2)$$

где символ  $T$  означает транспонирование, а оператор набла  $\vec{\nabla}$  означает “вектор” частных производных (вектор градиента). Подставив аппроксимацию (2) в соотношение (1) для  $\bar{I}$ , получим:

$$\bar{I} \approx I(\vec{x}_0) + [\vec{\nabla}^T I(\vec{x}_0)](\vec{X} - \vec{x}_0) + \frac{1}{2} Sp \left( [\vec{\nabla} \vec{\nabla}^T I(\vec{x}_0)] \left[ \hat{Y} + (\vec{X} - \vec{x}_0)(\vec{X} - \vec{x}_0)^T \right] \right). \quad (3)$$

где  $Sp(\dots)$  означает след матрицы, а  $\vec{X}$  и  $\hat{Y}$  – соответственно вектор первых и матрицы вторых моментов области  $\Delta$ :

$$\vec{X} = \frac{1}{\sigma} \iint_{\Delta} \vec{x} ds, \quad \hat{Y} = \frac{1}{\sigma} \iint_{\Delta} (\vec{x} - \vec{X})(\vec{x} - \vec{X})^T ds. \quad (4)$$

Заметим, что  $\vec{X}$  и  $\hat{Y}$  (4) определяются только геометрическими характеристиками  $\Delta$  и не зависят от произвольного выбора  $\vec{x}_0$ . Таким образом, если выбрать  $\vec{x}_0 = \vec{X}$ , то (3) можно записать в более компактном виде:

$$\bar{I} \approx I(\vec{X}) + \frac{1}{2} Sp([\vec{\nabla}\vec{\nabla}^T I(\vec{X})]\hat{Y}), \quad (5)$$

который инвариантен относительно выбора точки  $\vec{x}_0$ .

Те же рассуждения можно повторить также в отношении  $\bar{I}_c, \bar{I}_s$ , которые примут вид аналогичный (5), где вместо  $\vec{X}, \hat{Y}$  будут  $\vec{X}_c, \hat{Y}_c$  и  $\vec{X}_s, \hat{Y}_s$ :

$$\begin{aligned} \vec{X}_c &= \frac{1}{\sigma_c} \iint_{\Delta_c} \vec{x} ds, \hat{Y}_c = \frac{1}{\sigma_c} \iint_{\Delta_c} (\vec{x} - \vec{X}_c)(\vec{x} - \vec{X}_c)^T ds, \\ \vec{X}_s &= \frac{1}{\sigma_s} \iint_{\Delta_s} \vec{x} ds, \hat{Y}_s = \frac{1}{\sigma_s} \iint_{\Delta_s} (\vec{x} - \vec{X}_s)(\vec{x} - \vec{X}_s)^T ds. \end{aligned} \quad (6)$$

Если РП  $\Delta$  и его центр  $\Delta_c$  расположены так, что их векторы первых моментов совпадают  $\vec{X}_c = \vec{X}$ , то из полученных соотношений вытекает следствие

$$\delta\bar{I} = \bar{I} - \bar{I}_c = \frac{1}{2} Sp([\vec{\nabla}\vec{\nabla}^T I(\vec{X})][\hat{Y} - \hat{Y}_c]) \quad (7)$$

и аналогичное для  $\bar{I} - \bar{I}_s$ . Для целей дальнейшего анализа  $\delta\bar{I}$  (7) удобно выбрать систему координат с началом в  $\vec{X}$  так что в ней  $\vec{X} = \vec{0}$ . Если при этом область центра  $\Delta_c$  подобна области  $\Delta$ , то при однородном линейном преобразовании координат  $\vec{x} \rightarrow k\vec{x}$  с некоторым  $k > 1$  область  $\Delta_c$  перейдет в  $\Delta$  и, соответственно, получим  $\hat{Y}_c \rightarrow k^2\hat{Y}_c = \hat{Y}$ . Соотношение (7) в этом случае принимает вид:

$$\delta\bar{I} = \bar{I} - \bar{I}_c = \frac{k^2-1}{2k^2} Sp([\vec{\nabla}\vec{\nabla}^T I(\vec{0})]\hat{Y}). \quad (8)$$

Как следует из определения (4), матрица вторых моментов  $\hat{Y}$  симметрична и положительно определена, следовательно, существует ортогональная система координат (из нормированных собственных векторов), в которой  $\hat{Y}$  диагональна, а элементы на диагонали положительны и в сумме составляют величину момента инерции  $Z = \iint_{\Delta} \vec{x}^2 ds/\sigma$ . Если, более того, при этом моменты равны ( $= Z/2$ ), то  $\hat{Y}$  кратна единичной матрице и (8) принимает следующий окончательный вид:

$$\delta\bar{I} = \bar{I} - \bar{I}_c = \frac{k^2-1}{4k^2} Z Sp(\vec{\nabla}\vec{\nabla}^T I(\vec{0})) = \frac{k^2-1}{4k^2} Z \Delta I(\vec{0}), \quad (9)$$

где  $\Delta$  – оператор Лапласа (лапласиан).

Правую часть (9) можно рассматривать как результат действия фильтра Лапласа, примененного к интенсивности  $I(\vec{x})$  в нуле. Это сразу же наводит на аналогию функцией рецептивных полей, вычисляющей дефект интенсивности  $\delta\bar{I} = \bar{I} - \bar{I}_c$ , с оператором Марра [5], служащим для обнаружения границ на цифровых изображениях (второго порядка по производным). Линии резкого изменения интенсивности (границы) Марр предложил характеризовать условием  $\Delta I(\vec{x}) = 0$ , т.е. как линии пересечения лапласианом нуля (zero-crossings, далее нуль-линии). Мотивация подобного выбора следующая. Если в окрестности некоторого малого сегмента нуль-линии интенсивность ведет себя как ступенчатая вдоль этой линии функция, то в локальной системе координат, когда ось  $x_1$  направлена нормально к сегменту, а  $x_2$  вдоль него, ее локальная форма может быть записана в виде  $I(\vec{x}) = I(\vec{0}) + \vec{a}\vec{x} + \mu\Gamma(x_1)$ , где  $\Gamma(x_1)$  – монотонно возрастающая функция типа сглаженной ступеньки Хэвисайда,  $\vec{a}$  – некоторый вектор, связанный с крупно-масштабной освещенностью сетчатки, а  $\mu$  – величина, характеризующая перепад интенсивности в пределах РП. Из этого представления следует, что в окрестности нуля  $\Delta I(\vec{0}) = \mu\Gamma''(0)$ . Если потребовать, чтобы в точках нуль-линии градиент интенсивности ступеньки  $\Gamma'(0)$  был максимальным, то необходимо  $\Gamma''(0) = 0$ , что эквивалентно условию Марра  $\Delta I(\vec{0}) = 0$ . Обоснование этого условия у Марра можно найти в теоремах 1, 2 приложения А к работе [5].

В связи с изложенными выше рассуждениями отметим следующее обстоятельство. Фактически из ступенчатой модели локальной интенсивности следует не столько условие Марра  $\Delta I(\vec{0}) = 0$ , сколько равенство нулю самой матрицы  $\vec{\nabla}\vec{\nabla}^T I(\vec{0})$ , следом которой является лапласиан (ввиду  $I_{x_1x_1}(\vec{0}) = \Gamma''(0)$ ). При этом необходимое условие скачка интенсивности на РП в виде  $\delta\bar{I} = 0$  будет следовать уже из (7) без дополнительных допущений, ведущих к (8) или (9). Тем самым для необходимости условия  $\delta\bar{I} = 0$  при ступенчатом изменении  $I(\vec{x})$  вполне достаточно, чтобы расположения РП и его центра обеспечивали равенство первых моментов  $\vec{X}_c = \vec{X}$  (равных  $\vec{0}$  в специальной системе

координат). В результате, заменяя условие Марра  $\Delta I(\vec{x}) = 0$  на условие  $\delta \bar{I}(\vec{x}) = 0$ , мы приходим к более прямому подходу в обнаружении границ в виде нуль-линий.

Интересно отметить, что дефект  $\delta \bar{I}(\vec{x}) = \bar{I}(\vec{x}) - \bar{I}_c(\vec{x})$  можно также рассматривать как выход кусочно-постоянного фильтра с компактным носителем в форме области поля  $\Delta$ . Уровнями фильтра являются положительная константа  $1/\sigma$  в окружении и отрицательная  $-\sigma_s/\sigma_c\sigma$  в центре RF, так что фильтр имеет нулевой отклик на постоянный сигнал. Такой фильтр (с точностью до знака) был ранее предложен под названием COSO (center-on-surround-off) в [7]. Однако в [7] этот фильтр был предложен в качестве аппроксимации использованного Марром фильтра лапласиана-от-гауссова ядра (LoG) [5] всего лишь с целью экономии вычислений, но не по принципиальным основаниям.

Хотя описанный выше подход представляется привлекательным, на данный момент, пока не определен способ его реализации, он является лишь руководящим принципом. Фактически именно особенности компьютерной реализации определяют оригинальность подхода, что Марр отмечал уже в своих первых работах. Рассмотрим поэтому некоторые аспекты возможной компьютерной реализации предлагаемого подхода.

Первый аспект заключается в том, что в отличие от фильтра COSO [7] мы не можем генерировать значения  $\delta \bar{I}(\vec{x})$  в произвольных точках  $\vec{x}$  изображения, а только в расположениях  $\{\vec{X}_i\}$  фиксированной дискретной системы РП. Поэтому использование любой стандартной численной процедуры для поиска решения задачи  $\delta \bar{I}(\vec{x}) = 0$  проблематично без указания метода интерполяции данных  $\{\delta \bar{I}(\vec{X}_i)\}$  на всю область изображения  $\Omega$ . Для решения этой проблемы Марр предложил метод, моделирующий работу простых клеток (нейронов), расположенных в латеральном коленчатом ядре [5]. Основная идея, предложенная Марром, состоит в следующем. Рассмотрим набор рецептивных полей с заметным положительным дефектом  $\delta \bar{I}(\vec{X}_i) > 0$  и назовем их ON-полями. Аналогично назовем совокупность полей, имеющих отрицательный

дефект  $\delta\bar{I}(\vec{X}_i) < 0$  OFF-полями, см. рис. 2. Поскольку эти два множества не пересекаются, их разделяет некоторая воображаемая граница. Любые два соседних ON- и OFF-поля, лежащие по обе стороны от этой границы, имеют дефекты разных знаков, поэтому где-то на отрезке, соединяющем их, должна существовать точка  $\vec{x}$ , в которой  $\delta\bar{I}(\vec{x}) = 0$ , см. рис. 2. Положение этой точки можно интерполировать любым подходящим способом (например линейным), если известны положения  $\vec{X}_k$  и  $\vec{X}_l$  этих полей и значения их дефектов  $\delta\bar{I}(\vec{X}_k)$  и  $\delta\bar{I}(\vec{X}_l)$ . Перебрав таким образом все пары полей и соединив ближайшие найденные точки, мы получим ломаную линию перехода через нуль, соответствующую данным полям.

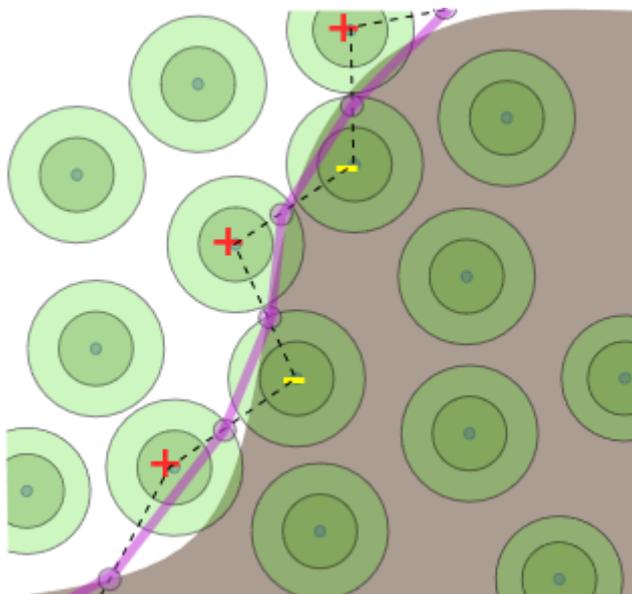


Рис. 2. Иллюстрация обнаружения границ на изображениях. ON-поля отмечены знаком “+”, OFF-поля знаком “-”, отрезки, соединяющие их центры обозначены пунктиром, выделенные точки на этих отрезках – интерполяции нулей  $\delta\bar{I}$ , соединяющая их ломаная – интерполяция нуль-линии (границы).

Второй аспект реализации связан с вопросами достоверного определения соответствующих ON- и OFF-полей, т.е. с вопросами уверенного разрешения альтернативы  $\delta\bar{I}(\vec{X}_i) \leq 0$ . Проблема здесь в том, что в действительности зарегистрированные дефекты  $\delta\bar{I}(\vec{X}_i) = \bar{I}(\vec{X}_i) - \bar{I}_c(\vec{X}_i)$  представляют собой зашумленные данные, которые при соотношениях сигнал / шум  $\sim 1$ , часто будут

приводить к ложным решениям. Выходом здесь является использование пороговых критериев типа  $\delta\bar{I}(\vec{X}_i) > T$  или  $\delta\bar{I}(\vec{X}_i) < -T$  с некоторым порогом  $T$  (что, кстати, тоже является известным психобиологическим фактом о функциях нейронов). Впрочем, здесь также возникает много вопросов типа: как выбрать порог, должен ли он зависеть от расположений  $\{\vec{X}_i\}$  РП или от РП-данных  $\{\bar{I}(\vec{X}_i)\}$ ,  $\{\delta\bar{I}(\vec{X}_i)\}$  и т.д.

Некоторые из перечисленных выше вопросов для случая пуассоновских отсчетов рассматривались нами в предыдущих работах [8,9]. Ниже мы обсудим роль полученных результатов применительно к теме данной работы.

## 2. Статистика функций кодирования РП входного потока отсчетов

Статистическое описание представления изображений выборками отсчетов (моделирующих события регистрации рецепторами сетчатки фотонов падающего на  $\Omega$  излучения интенсивности  $I(\vec{x})$ , см. рис. 1) – выборочного представления  $X_k = (\vec{x}_1, \dots, \vec{x}_k)$  – в виде условного распределения вероятностей  $\rho(X_k|I(\vec{x}))$  было получено в предыдущих работах (см., например [8, 9]) и выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} \rho(X_k|I(\vec{x})) &= \prod_{i=1}^k \rho(\vec{x}_i|I(\vec{x})), \\ \rho(\vec{x}_i|I(\vec{x})) &= \frac{I(\vec{x}_i)}{\iint_{\Omega} I(\vec{x}) ds}. \end{aligned} \quad (10)$$

Как было показано, аппроксимация (10) справедлива при объеме выборки  $k \ll \bar{N}$ , где  $\bar{N} = \alpha T \iint_{\Omega} I(\vec{x}) ds$  – потенциальное среднее число всех отсчетов, которые идеальное устройство формирования изображений [9] могло бы зарегистрировать за время экспозиции  $T$  при (стационарной) интенсивности  $I(\vec{x})$  падающего излучения. Параметр  $\alpha = \eta(h\nu)^{-1}$  характеризует взаимодействие излучения с веществом и зависит от  $h\nu$  – средней энергии падающего фотона и от безразмерного коэффициента  $\eta$  – квантовой эффективности материала детектора. Примечательно, что распределение (10) обладает рядом полезных свойств, которые придают ему достаточно универсальный характер. Во-первых,

(10) фиксирует условную независимость и одинаковое распределение (свойство iid) всех  $k$  отсчетов выборочного представления  $X_k$ . Во-вторых, общее для всех отсчетов распределение  $\rho(\vec{x}_i|I(\vec{x}))$  зависит только от нормированной на область  $\Omega$  интенсивности  $I(\vec{x})$  и не зависит ни от единиц измерения, ни от времени регистрации  $T$ , ни от коэффициента  $\alpha$ . И, в-третьих, зависимость  $\rho(\vec{x}_i|I(\vec{x}))$  от интенсивности тривиальна – она с точностью до нормировки совпадает с  $I(\vec{x}_i)$  в точке отсчета.

Для иллюстрации типичного выборочного представления и результатов его последующего анализа на рис. 3 представлено PNG изображение в градациях серого размером  $s \times s, s = 1000$  пикселей, глубиной цвета  $v = 8$  бит и соответствующая ему выборка в  $k = 1000000$  отсчетов. Генерация отсчетов осуществлялась методом отбора (rejection/acceptance sampling) Монте-Карло с равномерным вспомогательным распределением  $u(\vec{x}) = s^{-2}$  и вспомогательной константой  $M = 2^v$ .

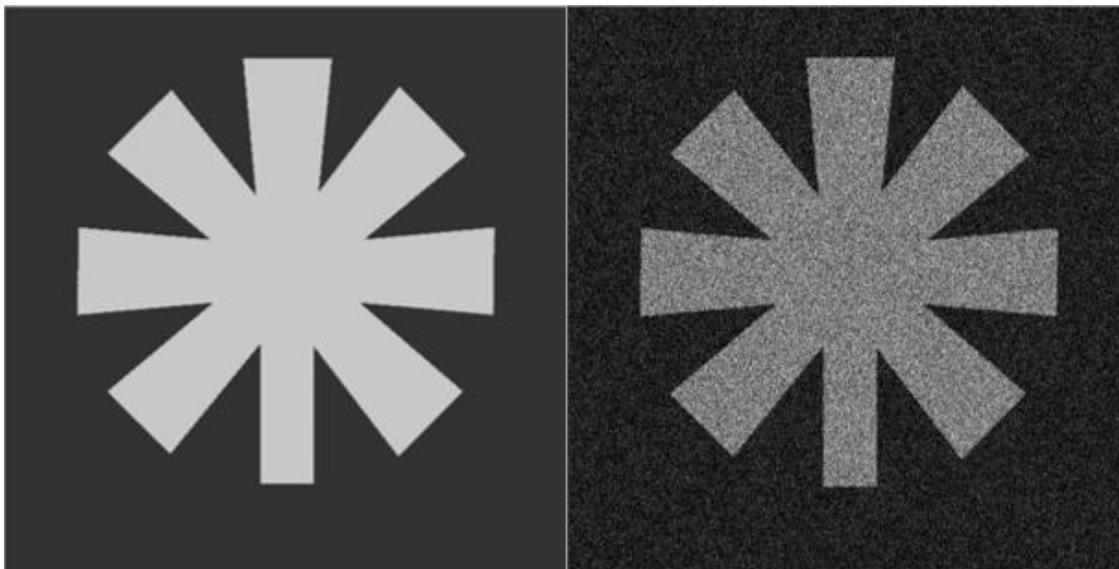


Рис. 3. Иллюстрация выборочного представления изображения. Слева – оригинал, справа – представление  $X_k$  размером  $k = 1\,000\,000$  отсчетов.

От статистического описания (10) потока отсчетов в форме заданного на  $\Omega$  их числа – выборочного представления  $X_k$ , всегда легко перейти к описанию распределения отсчетов в заданной области, например в области  $\Delta$  РП (описание в форме “count preset” и “region preset”, см. [10]). Поскольку последнее описание (в заданная область) больше подходит для последующего описания РП-данных,

изложим здесь его краткий вывод. А именно, возьмем некоторую небольшую область  $\Delta \subset \Omega$  и положим событие попадания в нее отсчета из  $X_k$  успехом, а не попадания – неудачей. Согласно (10) вероятность успеха равна  $p = \iint_{\Delta} \rho(\vec{x}|I(\vec{x}))ds$ , а вероятность неудачи, соответственно,  $q = 1 - p$ . Тогда, рассматривая регистрацию отсчета как тест в схеме Бернулли, мы находим, что вероятность  $n$  из  $k$  успехов – вероятность  $n$  отсчетов из  $X_k$  в  $\Delta$  определяется биномиальным распределением и в асимптотике  $k \gg 1$ ,  $p \sim \Delta \rightarrow 0$ , но при  $\lambda = kp \rightarrow const$ , совпадает с пуассоновским:

$$P_{\Delta}(n | k, p) = \binom{k}{n} p^n q^{k-n} \approx \frac{\lambda^n}{n!} \exp\{-\lambda\},$$

$$\lambda = kp = k \frac{\iint_{\Delta} I(\vec{x})ds}{\iint_{\Omega} I(\vec{x})ds} = \beta \iint_{\Delta} I(\vec{x})ds,$$
(11)

где  $\binom{k}{n}$  – биномиальный коэффициент, а  $\beta = \alpha T k / \bar{N}$  – новый параметр пересчета, который, однако, в отличие от  $\alpha$  зависит не только от характеристик регистрации, но и от отношения размера выборочного представления  $X_k$  к  $\bar{N}$ .

Для дальнейших целей удобно выразить параметр  $\lambda$  распределения Пуассона (11) не через регистрируемую интенсивность  $I(\vec{x})$ , а через пропорциональную ей интенсивность генерируемых рецепторами отсчетов  $i(\vec{x}) = \beta I(\vec{x})$ . С учетом этих обозначений распределение числа отсчетов  $n$  в  $\Delta$  (11) можно переписать в виде:

$$P_{\Delta}(n | i_{\Delta}) \cong \frac{(\sigma i_{\Delta})^n}{n!} \exp\{-\sigma i_{\Delta}\},$$

$$i_{\Delta} = \frac{1}{\sigma} \iint_{\Delta} i(\vec{x})ds = \frac{\beta}{\sigma} \iint_{\Delta} I(\vec{x})ds,$$
(12)

где  $\sigma$  – площадь области  $\Delta$ , а  $i_{\Delta}$  – среднее значение интенсивности отсчетов  $i(\vec{x})$  на  $\Delta$ . Заметим, что как среднее значение  $n$ , так и его дисперсия, согласно распределению Пуассона (12), составляют в точности  $\bar{n} = \sigma i_{\Delta}$ .

С учетом сделанных замечаний и введенных обозначений рассмотрим типичное рецептивное поле  $\Delta \subset \Omega$  площади  $\sigma$ , со структурой центра / окружения  $\Delta_c / \Delta_s$ ,  $\Delta = \Delta_c \cup \Delta_s$ . Обозначим количества отсчетов в центре и в окружении РП через  $n_c$  и  $n_s$ . Ввиду  $\Delta_c \cap \Delta_s = \emptyset$  получаем, что число  $n = n_c + n_s$  является

полным числом отсчетов на РП. В силу (12) статистическими моделями  $n_c$  и  $n_s$  являются распределения вероятностей Пуассона:

$$\begin{aligned} n_c | i_c &\sim P_c(n_c | i_c) = \frac{(\sigma_c i_c)^{n_c}}{n_c!} \exp\{-\sigma_c i_c\}, \\ n_s | i_s &\sim P_s(n_s | i_s) = \frac{(\sigma_s i_s)^{n_s}}{n_s!} \exp\{-\sigma_s i_s\}, \end{aligned} \quad (13)$$

где  $i_c$  и  $i_s$  – средние интенсивности отсчетов в центре и в окружении РП:

$$i_c = \frac{1}{\sigma_c} \iint_{\Delta_c} i(\vec{x}) ds, \quad i_s = \frac{1}{\sigma_s} \int_{\Delta_s} i(x) dx, \quad (14)$$

а  $\sigma_c$  и  $\sigma_s$  – площади центра и окружения РП:  $\sigma_c + \sigma_s = \sigma$ . Отметим здесь, что поскольку числа  $n_c$  и  $n_s$  являются несмещенными оценками своих средних значений  $\bar{n}_c = \sigma_c i_c$  и  $\bar{n}_s = \sigma_s i_s$ , значения  $n_c/\sigma_c$  и  $n_s/\sigma_s$  являются несмещенными оценками средних интенсивностей  $i_c$  и  $i_s$ .

Поскольку  $n_c$  и  $n_s$  являются пуассоновскими на непересекающихся областях  $\Delta_c \cap \Delta_s = \emptyset$ , они статистически независимы, и их совместное распределение вероятностей можно записать как:

$$\begin{aligned} P(n_c, n_s | i_c, i_s) &= P_c(n_c | i_c) P_s(n_s | i_s) = \\ &= \frac{(\sigma_c i_c)^{n_c} (\sigma_s i_s)^{n_s}}{n_c! n_s!} \exp\{-[\sigma_c i_c + \sigma_s i_s]\}. \end{aligned} \quad (15)$$

Если перейти от данных  $n_c$  и  $n_s$  к случайным данным  $n_c$  и  $n = n_c + n_s$ , то (15) перейдет в:

$$\begin{aligned} P(n_c, n | i_c, i_s) &= P_c(n_c | i_c) P_s(n - n_c | i_s) = \\ &= B(n_c | n, p) \times P_\Delta(n | i_\Delta). \end{aligned} \quad (16)$$

где  $P_\Delta(n | i_\Delta)$  также как и (12) – распределение вероятностей Пуассона с параметром  $i_\Delta = [\sigma_c i_c + \sigma_s i_s]/\sigma$ , а  $B(n_c | n, p)$  – биномиальное распределение с параметрами  $n$  и  $p = \sigma_c i_c / \sigma i_\Delta$ :

$$\begin{aligned} B(n_c | n, p) &= \binom{n}{n_c} p^{n_c} (1 - p)^{n - n_c}, \\ P_\Delta(n | i_\Delta) &= \frac{(\sigma i_\Delta)^n}{n!} \exp\{-\sigma i_\Delta\}. \end{aligned} \quad (17)$$

Для полного статистического описания данных РП необходимо выбрать априорную модель интенсивностей  $i_c$  и  $i_s$ . Предположим в связи с этим, что маргинальные распределения обеих интенсивностей задаются одной плотностью  $\wp(i)$ . Что касается их совместного распределения, то будем считать, что

возможны два случая. В первом случае обе интенсивности полностью статистически зависимы вследствие их совпадения  $i_c = i_s$ , так что их совместное распределение есть  $\delta(i_c - i_s)\wp(i_s) = \delta(i_s - i_c)\wp(i_c)$ , где  $\delta(i)$  – дельта-функция Дирака. Во втором случае они полностью статистически независимы, и их совместное распределение есть  $\wp(i_c)\wp(i_s)$ . Формально, обозначая первый случай полной зависимости как 0-гипотезу  $H_0$ , а второй – как ее альтернативу  $\overline{H_0}$ , можно записать априорное (условное в отношении  $H \in \{H_0, \overline{H_0}\}$ ) распределение  $i_c$  и  $i_s$  в виде:

$$\rho_{app}(i_c, i_s | H) = \begin{cases} \delta(i_s - i_c)\wp(i_c), H = H_0, \\ \wp(i_c)\wp(i_s), H = \overline{H_0}. \end{cases} \quad (18)$$

Объединив (16) и (18), получим следующие распределения для полной статистической (генеративной) модели:

$$\begin{aligned} \rho(n_c, n, i_c, i_s | H) &= P(n_c, n | i_c, i_s)\rho_{app}(i_c, i_s | H) = \\ &= \begin{cases} B(n_c | n, p_0) P_\Delta(n | i_c)\delta(i_s - i_c)\wp(i_c), H = H_0, \\ P_c(n_c | i_c)P_s(n_s | i_s)\wp(i_c)\wp(i_s), H = \overline{H_0}. \end{cases} \end{aligned} \quad (19)$$

где в первой строке правой части (19) ввиду  $i_\Delta = i_s = i_c$  параметр  $i_\Delta$  в  $P_\Delta(n | i_\Delta)$  заменен на  $i_c$ , а параметр  $p$  в  $B(n_c | n, p)$  заменен на  $p_0 = \sigma_c/\sigma$ , а во второй строке для  $P(n_c, n | i_c, i_s)$  использовано исходное представление (15). Используя (19), теперь можно найти безусловное – маргинальное распределение случайных величин  $n_c$  и  $n$ . А именно, интегрируя (19) по  $i_c, i_s$ , получаем:

$$P(n_c, n | H) = \begin{cases} B(n_c | n, p_0) \int_0^\infty P_\Delta(n | i)\wp(i)di, H = H_0, \\ \int_0^\infty P_c(n_c | i)\wp(i)di \int_0^\infty P_s(n_s | i)\wp(i)di, H = \overline{H_0}. \end{cases} \quad (20)$$

Отметим, что обе строки в правой части (20) содержат интегралы одного и того же вида  $\int_0^\infty P_j(n_j | i)\wp(i)di, j = \Delta, c, s$ , которые являются безусловными по отношению к  $i$  распределениями  $n_j$ . Поскольку распределения Пуассона  $P_j(n_j | i)$  (13) как функции  $i$  имеют моды в точках  $n_j/\sigma_j$  шириной  $\sqrt{n_j}/\sigma_j$  то, полагая, что характерный масштаб  $\mathcal{R}$  функции  $\wp(i)$  значительно превышает ширину моды:  $\mathcal{R} \gg \sqrt{n_j}/\sigma_j$ , можно для соответствующих интегралов получить следующие приближения:

$$\int_0^\infty P_j(n_j | i) \wp(i) di \approx \wp\left(\frac{n_j}{\sigma_j}\right) \int_0^\infty P_j(n_j | i) di \approx \frac{1}{\sigma_j} \wp\left(\frac{n_j}{\sigma_j}\right). \quad (21)$$

Условие применимости аппроксимации (21) можно переформулировать в виде  $\sigma_j \mathcal{R} \gg \sqrt{n_j}$ , где  $\sigma_j \mathcal{R}$  можно трактовать как максимальные априорные средние чисел соответствующих отсчетов, а  $\sqrt{n_j}$  – как их апостериорные флуктуации. Если грубо положить  $n_j \sim \sigma_j \mathcal{R} / 2$ , то критерий применимости (21) примет форму  $\sqrt{\sigma_j \mathcal{R}} \gg 1$ , то есть априорные средние  $\sigma_j \mathcal{R} / 2$  должны превышать десятки отсчетов.

Подставляя (21) в (20), получаем приближение больших отсчетов:

$$P(n_c, n | H) \approx \begin{cases} B(n_c | n, p_0) \frac{1}{\sigma} \wp\left(\frac{n}{\sigma}\right), H = H_0, \\ \frac{1}{\sigma_c} \wp\left(\frac{n_c}{\sigma_c}\right) \frac{1}{\sigma_s} \wp\left(\frac{n-n_c}{\sigma_s}\right), H = \overline{H_0}. \end{cases} \quad (22)$$

На основании соотношений (22) можно ввести зависящее от  $n_c, n$  отношение правдоподобия гипотез  $H_0 / \overline{H_0}$ :

$$L(n_c, n) = \frac{P(n_c, n | H_0)}{P(n_c, n | \overline{H_0})} = \frac{\sigma_c \sigma_s}{\sigma} \frac{\wp\left(\frac{n}{\sigma}\right)}{\wp\left(\frac{n_c}{\sigma_c}\right) \wp\left(\frac{n-n_c}{\sigma_s}\right)} B(n_c | n, p_0). \quad (23)$$

Отношение правдоподобия  $L(n_c, n)$  (23) можно сделать более интерпретируемым, если перейти от переменных  $n_c, n$  к  $\delta = n/\sigma - n_c/\sigma_c$  и  $n$ . В этих переменных биномиальное распределение допускает гауссово приближение (при больших  $n$ ):

$$B(n_c | n, p_0) \approx \frac{\sigma}{\sqrt{2\pi n \sigma_c \sigma_s}} \exp\left\{-\frac{\sigma^2}{2n \sigma_s / \sigma_c} \delta^2\right\}. \quad (24)$$

Ввиду быстрого убывания экспоненты в (24) само выражение заметно отлично от нуля только на интервале, например,  $|\delta| < 10 \sqrt{n}/\sigma = 10/\sqrt{n} \times (n/\sigma)$ . При сделанных выше приближениях последнее означает  $|\delta| < n/\sigma$ , с учетом чего в (23) можно заменить  $\wp\left(\frac{n_c}{\sigma_c}\right) = \wp\left(\frac{n}{\sigma} - \delta\right)$  на  $\wp\left(\frac{n}{\sigma}\right)$  и аналогично для  $\wp\left(\frac{n-n_c}{\sigma_s}\right)$ , избавившись от медленной зависимости от  $\delta$  в среднем сомножителе правой части (23). В итоге, упрощенное выражение для отношения правдоподобия будет:

$$L(\delta, n) = \frac{P(n_c, n | H_0)}{P(n_c, n | \bar{H}_0)} = \frac{1}{\sqrt{2\pi n}} \sqrt{\frac{\sigma_c \sigma_s}{\sigma^2}} \frac{1}{\frac{1}{\sigma} \wp\left(\frac{n}{\sigma}\right)} \exp\left\{-\frac{\sigma^2}{2n\sigma_s/\sigma_c} \delta^2\right\}. \quad (25)$$

Основываясь на отношении правдоподобия (25), можно использовать равномерно наиболее мощный несмещенный критерий [11], чтобы сравнить степень соответствия гипотез  $H_0/\bar{H}_0$  доступным данным  $\delta$  и  $n$ . А именно, по критерию Неймана–Пирсона следует принять  $H_0$  – гипотезу о совпадении  $i_\Delta = i_s = i_c$ , если  $L(\delta, n) > K_\alpha$ , и отвергнуть  $H_0$ , подразумевая  $\bar{H}_0$  – гипотезу существенного различия между  $i_\Delta$  и  $i_c$ , в противном случае. В используемом пороге  $K_\alpha$  явно указана его зависимость от  $\alpha$  – размера теста. Размер теста, в свою очередь, можно определить как вероятность попадания данных  $\delta$  и  $n$  в критическую область  $C_\alpha = \{\delta, n | L(\delta, n) < K_\alpha\}$ , т.е.  $\alpha = \sum_{\delta, n \in C_\alpha} \rho(\delta, n | H_0)$ , где согласно (22)

$$\rho(\delta, n | H_0) = \frac{\sigma}{\sqrt{2\pi n\sigma_s/\sigma_c}} \exp\left\{-\frac{\sigma^2}{2n\sigma_s/\sigma_c} \delta^2\right\} \frac{1}{\sigma} \wp\left(\frac{n}{\sigma}\right). \quad (26)$$

Из (25) следует, что критическая область  $C_\alpha$  имеет вид:

$$C_\alpha: \frac{\sigma^2}{2n\sigma_s/\sigma_c} \delta^2 > \ln\left(\frac{\sqrt{\frac{\sigma_c \sigma_s}{2\pi n \sigma^2}}}{K_\alpha \frac{1}{\sigma} \wp\left(\frac{n}{\sigma}\right)}\right). \quad (27)$$

Правую часть (27) можно упростить, если аппроксимировать априорное распределение  $\wp(i)$  величиной  $\mathcal{R}^{-1}$  на ее характерном масштабе  $\mathcal{R}$ . Как отмечалось выше, при этом априорное среднее числа отсчетов на РП равно  $\bar{n}_\alpha = \sigma\mathcal{R}/2$ . Если приближенно положить в правой части (27) также  $n \approx \bar{n}_\alpha$ , то она обратится в константу, которую обозначим  $D_\alpha^2$ :

$$D_\alpha^2 = \ln\left(\frac{1}{K_\alpha} \sqrt{\frac{\sigma_c \sigma_s}{\pi \sigma^2}} \sqrt{2\bar{n}_\alpha}\right) = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{\sigma_c \sigma_s}{\pi \sigma^2}\right) + \frac{1}{2} \ln(2\bar{n}_\alpha) - \ln(K_\alpha). \quad (28)$$

С учетом (26), (27) размер критерия  $\alpha$  принимает вид:

$$\begin{aligned} \alpha &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\sigma} \wp\left(\frac{n}{\sigma}\right) \left[ \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{-D_\alpha} \exp\{-\xi^2\} d\xi + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{D_\alpha}^{\infty} \exp\{-\xi^2\} d\xi \right] = \\ &= \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{D_\alpha}^{\infty} \exp\{-\xi^2\} d\xi \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\sigma} \wp\left(\frac{n}{\sigma}\right) = \operatorname{erfc}(D_\alpha). \end{aligned} \quad (29)$$

где учтено, что  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\sigma} \wp\left(\frac{n}{\sigma}\right) \approx \int_0^{\infty} \wp(i) di = 1$ , и использована стандартная дополнительная функция ошибок  $\operatorname{erfc}(x)$ . Соотношение (29) напрямую

связывает  $\alpha$  и  $D_\alpha$ , и тем самым нет необходимости в нахождении порога  $K_\alpha$ , а через него посредством (28)  $D_\alpha$ . В соответствии с (29)  $D_\alpha$  может быть вычислена непосредственно по  $\alpha$  как обратная функция ошибок:  $D_\alpha = \text{erf}^{-1}(1 - \alpha)$ . После того, как она найдена, критерий отказа от  $H_0$  гипотезы о совпадении  $i_\Delta = i_c$  и принятии альтернативы  $\bar{H}_0$  (о несовпадении, о возможном скачке значений) принимает следующий окончательный вид:

$$\delta^2 > \frac{2n\sigma_s/\sigma_c}{\sigma^2} D_\alpha^2 \text{ или } \delta > \sqrt{2 \frac{\sigma_s D_\alpha}{\sigma_c \sigma}} \sqrt{n} : \delta < -\sqrt{2 \frac{\sigma_s D_\alpha}{\sigma_c \sigma}} \sqrt{n}. \quad (30)$$

Возвращаясь к исходной формулировке метода обнаружения границ посредством нуль-линий, изложенного в первом разделе, заметим здесь следующее. Как отмечалось выше, несмещенные оценки средних интенсивностей  $i_c$ ,  $i_s$  и  $i_\Delta$  (14), (16) задаются данными регистрации РП  $n_c/\sigma_c$ ,  $n_s/\sigma_s$  и  $n/\sigma$ . По определению случайной переменной  $\delta = n/\sigma - n_c/\sigma_c$  она задает несмещенную оценку величины  $i_\Delta - i_c$ . Но, ввиду пропорциональности  $i(\vec{x}) = \beta I(\vec{x})$ , справедливы соотношения  $i_c = \beta \bar{I}_c$ ,  $i_s = \beta \bar{I}_s$  и  $i_\Delta = \beta \bar{I}$  (см. (1), (14), (16)). Следовательно,  $\delta$  является несмещенной оценкой  $\beta(\bar{I} - \bar{I}_c) = \beta \delta \bar{I}$ . Поэтому нуль-линии  $\delta \bar{I}$  будут также нуль-линиями  $\delta$  и алгоритм обнаружения границ можно буквально переформулировать в терминах данных  $\{\delta(\vec{X}_i)\}$  по всем рецептивным полям. При этом ON-поля определяются первым из условий в правой части (30), а OFF-поля – вторым. При этом, поскольку пороги в этих условиях зависят от  $\sqrt{n}$ , данные  $\{n(\vec{X}_i)\}$  также необходимы по всем полям.

Итого, формулировка предлагаемого метода обнаружения границ в терминах данных рецептивных полей  $\{\delta_i, n_i\}$ ,  $\delta_i = \delta(\vec{X}_i)$ ,  $n_i = n(\vec{X}_i)$  имеет вид:

1) Для всех рецептивных полей в положениях  $\{\vec{X}_i\}$  найти на основе выборочного представления  $X_k = \{\vec{x}_j\}$  количества отсчетов  $n_{ci}$  в центре,  $n_{si}$  – в окружении и  $n_i = n_{ci} + n_{si}$  – в целом на РП. Сформировать на их основе достаточные данные всех полей  $\{\delta_i, n_i\}$ :

$$\delta_i = n_i/\sigma_i - n_{ci}/\sigma_{ci}.$$

2) На основе данных  $\{\delta_i, n_i\}$  сформировать классы ON-и OFF-полей:

$$\delta_i > \sqrt{2 \frac{\sigma_{si}}{\sigma_{ci}} \frac{D_\alpha}{\sigma_i}} \sqrt{n_i} \rightarrow \text{ON-поле,}$$

$$\delta_i < -\sqrt{2 \frac{\sigma_{si}}{\sigma_{ci}} \frac{D_\alpha}{\sigma_i}} \sqrt{n_i} \rightarrow \text{OFF-поле.}$$

3) Найти пары ближайших ON-и OFF-полей и на соединяющем их отрезке  $\vec{X}_i - \vec{X}_j$ , принимая во внимание  $\delta_i$  и  $\delta_j$ , найти при помощи интерполяции (например, линейной) ноль-точку  $\vec{X}_{ij}$ , см. рис. 2.

4) Соединить ломаной все найденные ближайшие ноль-точки  $\vec{X}_{ij}$ , получив тем самым аппроксимацию искомой ноль-линии, см. рис. 2.

Отметим, что в пункте 2 отнюдь не все поля будут классифицированы как ON- и OFF-поля. Более того, практика показывает, что их число обычно заметно меньше числа всех полей. Это, кстати, дает основание называть предложенный метод также алгоритмом кодирования выборочного представления  $X_k = \{\vec{x}_j\}$ , см. в этой связи [8]. Кроме того, если множитель  $2\sigma_{si}/\sigma_{ci}$  в порогах тестов пункта 2 имеют порядок единицы, тесты можно переформулировать в виде  $v_i > D_\alpha \sqrt{n_i}$  и  $v_i < -D_\alpha \sqrt{n_i}$ , где  $v_i = \sigma_i \delta_i = n_i - \hat{n}_i$ , а  $\hat{n}_i = \sigma_i n_{ci} / \sigma_{ci}$  представляют собой скорректированные по данным центров оценки полного числа отсчетов на РП.

Для иллюстрации возможностей предложенного метода ниже приведены результаты интерполяции, согласованной с границами изображения по данным  $\{\delta_i, n_i\}$ , сформированным на основе выборочного представления рис. 3 (справа).

### 3. Пример декодирования (интерполяции) кодированных данных РП

Для реконструкции (декодирования) изображений область реконструкции также, как и область исходного изображения  $\Omega$ , покрывается подобной (по числу, форме и сочетанию полей) системой РП. Например, сеткой, состоящей из 2500 квадратных рецептивных полей, изображенной на рис. 4. По системе РП строится двойственная ей сетка, узлами которой являются центры

соответствующих РП, а ребрами – соединяющие ближайшие узлы отрезки. Каждому  $i$ -му узлу приписываются данные (код)  $\delta_i, n_i$   $i$ -го рецептивного поля.

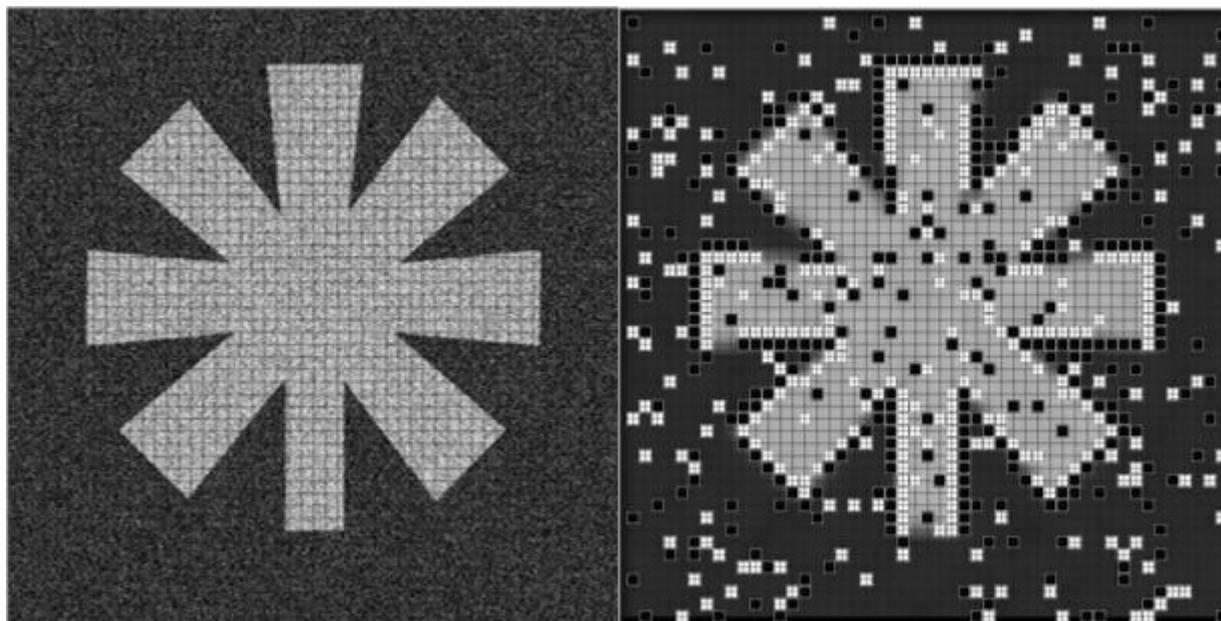


Рис. 4. Результат кодирования с помощью системы РП выборочного представления изображения рис. 3. Слева – выборочное представление с сеткой  $50 \times 50$  рецептивных полей, справа отмечены РП с цензурированным кодом  $v_i$ : белым цветом – ON-РП –  $v_i > D_\alpha \sqrt{n_i}$ , черным – OFF-РП –  $v_i < -D_\alpha \sqrt{n_i}$ .

Классическая билинейная интерполяция изображения может быть построена только по “плавной” части кода  $\{n_i\}$ . Именно, сначала значения  $n_i$  интерполируют вдоль вертикальных ребер сетки, а затем линейно по всем строкам всех ячеек на основе уже интерполированных вертикальных ребер. Предлагаемая нами интерполяция, также использует двухпроходную реконструкцию. При первом проходе значения  $n_i$  также интерполируются по ребрам сетки, причем не только вертикальным, но и горизонтальным. При этом, если в узлах данного ребра значения  $v_i$  и  $v_j$  отличны от нуля и разных знаков, то такое ребро рассматривается как пересекающая нуль-линию – линию перепада контраста, и в качестве точки пересечения принимается середина ребра. На втором проходе значения в ячейках решетки линейно интерполируются по значениям на их ребрах. При этом, если пара ребер ячейки имеет пересечения с нуль-линией, то интерполяция осуществляется вдоль отрезка (может быть наклонного), соединяющего точки пересечения. Если нет, то интерполяция

производится по строкам ячеек, как при классической интерполяции. Результаты обоих типов интерполяции представлены на рис. 5.

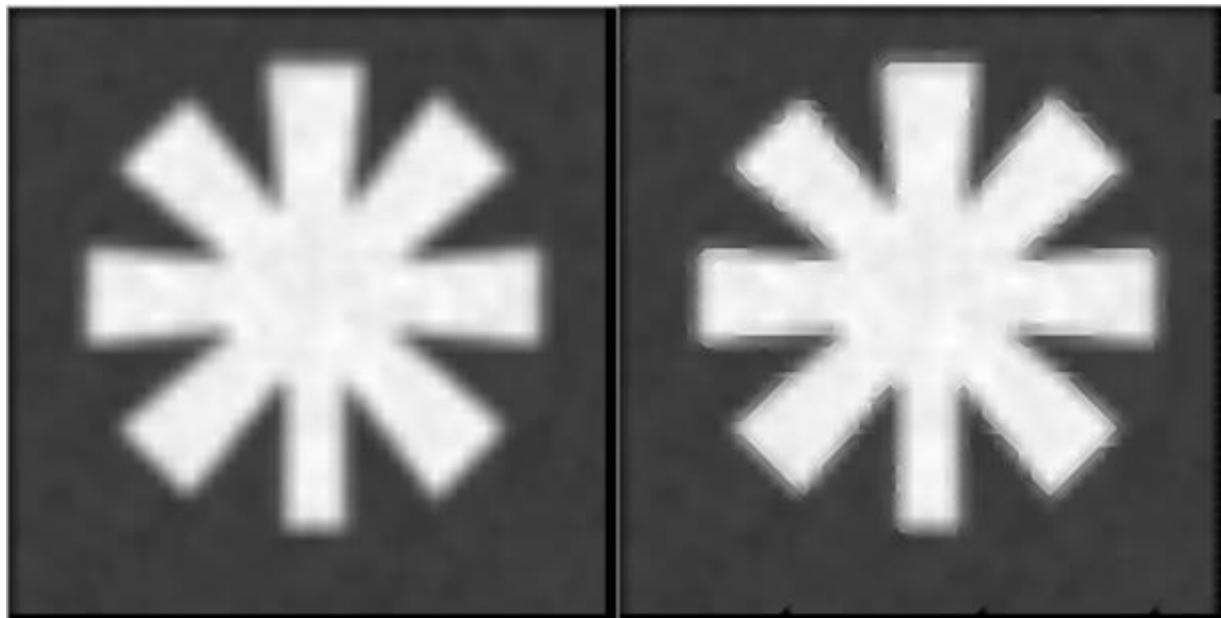


Рис. 5. Интерполированное на основе кодов рис. 4 изображения рис. 3. Слева – билинейная интерполяция изображения только на основе “плавной” части  $\{n_i\}$  кода, справа – интерполяция изображения вдоль сегментов нуль-линий, заданных также “детальными”  $\{v_i\}$ .

Отметим, что число цензурированных ON- и OFF-полей в данном примере оказалось действительно заметно меньше числа всех полей, что, однако, привело к заметному на глаз увеличению резкости изображения. Данный факт находится в замечательном согласии с нейро-принципами восприятия изображений, известными, как теория ретинекса [12].

## Заключение

Предложенный в работе метод оказался конструктивным в отношении открывающихся с его помощью новых возможностей по синтезу реальных нейроморфных алгоритмов кодирования–восстановления изображений. Разработанное для этих целей специальное представление изображений с помощью выборок отсчетов (выборочных представлений) позволяет, с одной стороны, избежать связанных с изображениями вычислительных, связных и пр. проблем, а, с другой стороны, открывает широкие возможности по адаптации методов машинного обучения к задачам подобным рассмотренным в работе.

Особенностью предложенного метода является широко используемая в нем концепция рецептивных полей. Она позволяет эффективно обходить известные трудности числовых алгоритмов, обрабатывающих смеси с большим числом компонент. Данный вывод следует в том числе из имеющегося опыта по компьютерной реализации метода. Все приведенные в работе иллюстративные материалы были получены в рамках вычислительных экспериментов. Эксперименты подтвердили эффективность метода по ресурсам памяти / времени вычисления. К примеру, представленное в качестве иллюстрации кодирование / восстановление из отсчетов изображения 1000x1000 пикселей, с глубиной цвета  $v = 8$  бит в сером исполнении, см. рис. 3 потребовали даже в случае наиболее плотной сетки в 150x150 узлов (22500 компонент) времени вычисления всего до нескольких секунд.

В целом, основываясь на полученных результатах, хотелось бы выразить надежду, что предложенный в работе подход найдет в ближайшее время как дальнейшее теоретическое развитие, так и плодотворное использование в прикладных задачах.

**Финансирование:** Работа выполнена за счет бюджетного финансирования в рамках государственного задания в ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН (ГЗ “РЭЛДИС”).

### Литература

1. Nguyen G. et al. Machine learning and deep learning frameworks and libraries for large-scale data mining: a survey // Artificial Intelligence Review. – 2019. – Т. 52. – С. 77-124. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10462-018-09679-z> .
2. Christensen D. V. et al. 2022 roadmap on neuromorphic computing and engineering // Neuromorph. Comput. Eng. – 2022. – Т. 2. – С. 022501. DOI: <https://doi.org/10.1088/2634-4386/ac4a83>

3. Antsiperov V. E. Generative Model of Autoencoders Self-Learning on Images Represented by Count Samples // Automation and Remote Control. – 2022. – Т. 83. – №. 12. – С. 1959-1983. <https://doi.org/10.1134/S00051179220120098>
4. Kuffler S. W. Discharge patterns and functional organization of mammalian retina // Journal of neurophysiology. – 1953. – Т. 16. – №. 1. – С. 37-68. <https://doi.org/10.1152/jn.1953.16.1.37>.
5. Marr D., Hildreth E. Theory of edge detection // Proceedings of the Royal Society of London. Series B. Biological Sciences. – 1980. – Т. 207. – №. 1167. – С. 187-217. <https://doi.org/10.1098/rspb.1980.0020>.
6. Bear M. F., Connors B. W., Paradiso M. A. The eye // Neuroscience: Exploring the Brain,. – 2007. – С. 277-307.
7. Allebach J., Wong P. W. Edge-directed interpolation // Proceedings of 3rd IEEE International Conference on Image Processing. – IEEE, 1996. – Т. 3. – С. 707-710. <https://doi.org/10.1109/icip.1996.560768>
8. Antsiperov V. New Centre/Surround Retinex-like Method for Low-Count Image Reconstruction // Proceedings of the 12th International Conference on Pattern Recognition Applications and Methods-ICPRAM. – SciTePress, 2023. – С. 517-528. <https://doi.org/10.5220/0011792800003411>
9. Antsiperov V., Kershner V. Retinotopic image encoding by samples of counts // International Conference on Pattern Recognition Applications and Methods. – Cham: Springer International Publishing, 2021. – С. 52-75. [https://doi.org/10.1007/978-3-031-24538-1\\_3](https://doi.org/10.1007/978-3-031-24538-1_3)
10. Barrett H. H., White T., Parra L. C. List-mode likelihood // JOSA A. – 1997. – Т. 14. – №. 11. – С. <https://doi.org/10.1364/JOSAA.14.002914>
11. Young G. A., Smith R. L. Essentials of statistical inference. – Cambridge University Press, 2005. – Т. 16.
12. Land E. H. The retinex theory of color vision // Scientific American. – 1977. – Т. 237. – №. 6. – С. 108-129. <https://doi.org/10.1038/scientificamerican1277-108>.

**Для цитирования:**

Анциперов В.Е. Метод нейроморфного кодирования / восстановления изображений, заданных пуассоновскими отсчетами. // Журнал радиоэлектроники. – 2023. – №. 11.  
<https://doi.org/10.30898/1684-1719.2023.11.30>