

DOI: <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2024.11.15>

УДК: 621.396; 521.19

СТОХАСТИЧЕСКИЙ РЕЗОНАНС ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ ОЦЕНКИ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОЙ ФУНКЦИИ ЛЯПУНОВА

Ю.М. Вешкурцев ¹, Д.А. Титов ²

¹Институт радиоэлектроники, сервиса и диагностики
644077, г. Омск, проспект Мира 57

²Омский государственный технический университет
644050, г. Омск, проспект Мира 11

Статья поступила в редакцию 30 июля 2024 г.

Аннотация. Целью работы является исследование явления стохастического резонанса в цифровом фильтре в условиях воздействия на него аддитивной смеси квазидетерминированного сигнала и сосредоточенной помехи. Рассмотрено явление стохастического резонанса в цифровом фильтре на основе характеристической функции Ляпунова. В процессе моделирования цифрового фильтра установлены эффект и показатели стохастического резонанса при фильтрации аддитивной смеси квазидетерминированного сигнала и сосредоточенной помехи. Исследованы спектральные характеристики выходного сигнала цифрового фильтра в условиях возникновения стохастического резонанса. Приведены результаты моделирования цифрового фильтра в условиях воздействия аддитивной смеси полезного сигнала и сосредоточенной помехи. Моделирование цифрового фильтра выполнено для случаев, когда частота помехи равна частоте полезного сигнала, частота помехи находится в полосе частот полезного сигнала, а также при нахождении частоты помехи за пределами полосы частот полезного сигнала. Показано наличие

явления стохастического резонанса при воздействии сосредоточенной помехи. Показано положительное влияние сосредоточенной помехи на характеристики цифрового фильтра. Получено улучшение отношения сигнал/шум на выходе системы более чем в 180 раз по сравнению с отношением сигнал/шум на ее входе. Приведено сравнение результатов исследования явления стохастического резонанса в случае воздействий сосредоточенной помехи и «белого» шума.

Ключевые слова: стохастический резонанс, характеристическая функция Ляпунова, цифровой фильтр, квазидетерминированный сигнал, помехоустойчивость цифрового фильтра.

Автор для переписки: Титов Дмитрий Анатольевич, dtitov2@yandex.ru

Введение

Фундаментальная и прикладная наука уже давно знакома с характеристической функцией А. Ляпунова, которая по определению ее автора равна

$$\Theta_1(V_m) = m_1 \{ \exp(jV_m \xi) \} = m_1 \{ \cos(\xi V_m) \} + j m_1 \{ \sin(\xi V_m) \} = A(V_m) + jB(V_m), \quad (1)$$

где $\Theta_1(V_m)$ – одномерная характеристическая функция (х.ф.) Ляпунова; V_m – параметр х.ф., ξ – случайная величина; $m_1 \{ \cdot \}$ – оператор математического ожидания; $A(V_m)$, $B(V_m)$ – действительная и мнимая часть х.ф. соответственно. Физический смысл этой функции применительно к случайным процессам раскрыт в книге [1], там же описаны основные свойства х.ф., в частности, $\Theta_1(0) = 1$, $|\Theta_1(V_m)| = 1$, $\Theta_1(\pm\infty) = 0$. Важно, что х.ф. измерима, поскольку она ограничена значениями плюс (минус) единица. Это свойство х.ф. широко используется на практике. Целью данной работы является расширение начальных условий появления стохастического резонанса путем изучения его показателей при исследовании цифровой системы на базе характеристической функции Ляпунова при воздействии аддитивной смеси квазидетерминированного сигнала и сосредоточенной помехи.

1. Описание нелинейной системы и используемых сигналов

Пусть требуется выделить мнимую часть х.ф. Ляпунова аддитивной смеси квазидетерминированного сигнала и сосредоточенной помехи в соответствии с определением автора [2]. Аддитивная смесь имеет вид

$$z(t) = u_1(t) + u_{\Pi}(t) = U_0 \sin(\omega_0 t + \eta) + U_{\Pi} \sin(\omega_{\Pi} t + \eta), \quad (2)$$

где $u_1(t)$, $u_{\Pi}(t)$ – полезный (регулярный) сигнал и помеха соответственно; η – случайная величина в пределах $-\pi \dots +\pi$ распределена по равномерному закону (начальный угол сдвига фаз); U_0 , U_{Π} , ω_0 , ω_{Π} – амплитуда и частота сигнала и помехи соответственно (постоянные величины). В литературе по физике аддитивную смесь (2) называют суммой двух стохастических процессов.

Повторим из работы [3] структурную схему системы (рис. 1), реализующей алгоритм цифровой фильтрации с использованием характеристической функции Ляпунова

$$B_u(V_i) = B_z(V_m) / A_{\Pi}(V), \quad (3)$$

где $A_{\Pi}(V)$ – действительная часть характеристической функции помехи, $B_u(V_k)$, $B_z(V_m)$ – мнимая часть характеристической функции сигнала и аддитивной смеси (2) соответственно; V , V_i , V_m – параметр характеристической функции помехи, сигнала, аддитивной смеси соответственно.

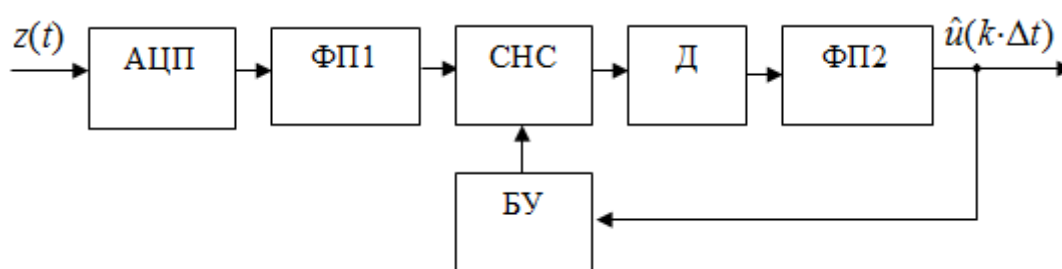


Рис. 1. Структурная схема цифрового фильтра.

На структурной схеме рис.1 имеются АЦП – аналого-цифровой преобразователь; ФП1 – функциональный преобразователь первый; СНС – сумматор накапливающий со скользящим усреднением; Д – делитель; ФП2 – функциональный преобразователь второй; БУ – блок управления; $\hat{u}(k \cdot \Delta t)$ – оценка сигнала на выходе фильтра. В данной структурной схеме делитель

выполняет деление на константу, значение которой определяется свойствами помехи. Нелинейные функциональные преобразователи ФП1 и ФП2 вычисляют значения прямой и обратной тригонометрической функции синус соответственно.

АЦП дискретизирует смесь $z(t)$ и на его выходе появляются дискретные значения

$$z(k \cdot \Delta t) = u_1(k \cdot \Delta t) + u_n(k \cdot \Delta t),$$

где $z(k \cdot \Delta t)$ – k -ое дискретное мгновенное значение аддитивной смеси сигнала и помехи, взятое в момент времени $t = t_0 + k \cdot \Delta t$ при $t_0 = 0$; Δt – интервал дискретизации; $u_1(k \cdot \Delta t)$ – k -ое дискретное мгновенное значение полезного сигнала; $u_n(k \cdot \Delta t)$ – k -ое дискретное мгновенное значение помехи.

В соответствии с алгоритмом (3) на выходе блока СНС имеем [3]

$$\hat{B}_z(V, t) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \sin[z(k \cdot \Delta t) \cdot V], \quad (4)$$

где обозначение $\hat{B}_z(\cdot)$ указывает на получение значений оценки характеристической функции при конечном числе отсчетов сигнала N . В структурной схеме цифрового фильтра (ЦФ) на рис. 1 включено скользящее усреднение, поэтому выражение (4) следует переписать в другом виде

$$\hat{B}_z(V, k \cdot \Delta t) = \frac{1}{N} \sum_{l=0}^{N-1} \sin[z((k-l) \cdot \Delta t) \cdot V], \quad (5)$$

где l – целое число. Выражение (5) использовано в дальнейшем при моделировании входных блоков вместе с блоком СНС нелинейной системы, представленной на рис. 1. Повторим в другой редакции цель работы. Она заключается в расширении границ возникновения стохастического резонанса путем доказательства его существования при обработке нелинейной системой (рис. 1) аддитивной смеси двух стохастических сигналов.

Учитывая формулу (2) дискретные значения сигнала будут иметь вид

$$u_1(k \cdot \Delta t) = U_0 \sin \left(2\pi \frac{f_0}{f_d} k + \eta \right),$$

где f_0 – частота сигнала; $f_d = 1/\Delta t$ – частота дискретизации. Аналогично можно определить выражение для дискретных значений аддитивной смеси сигнала и помехи

$$z(k \cdot \Delta t) = U_0 \sin\left(2\pi \frac{f_0}{f_d} k + \eta\right) + U_{\Pi} \sin\left(2\pi \frac{f_{\Pi}}{f_d} k + \eta\right), \quad (6)$$

где f_{Π} – частота сосредоточенной помехи.

Как и в предыдущих работах [4, 5] входной полезный сигнал и выходной сигнал системы связаны с передаваемой информацией. Информация об амплитуде и фазе полезного сигнала может быть закодирована в переходах системы из одного состояния в другое [5]. Для ЦФ (5) переходы между состояниями можно связать с установлением на его выходе значений $\hat{B}_z(V, k \cdot \Delta t) > \Pi$ либо $\hat{B}_z(V, k \cdot \Delta t) < -\Pi$, где Π – некоторый порог [4]. Для определения показателей стохастического резонанса будем рассматривать превышения порога Π , т.е. случай, когда $\hat{B}_z(V, k \cdot \Delta t) > \Pi$, и будем фиксировать превышения с помощью порогового устройства, работающего в соответствии с выражением

$$c(k \cdot \Delta t) = \begin{cases} 1, & \hat{B}_z(V, k \cdot \Delta t) > \Pi \\ 0, & \hat{B}_z(V, k \cdot \Delta t) \leq \Pi \end{cases}$$

С учетом порогового устройства структурная схема нелинейной системы для изучения эффекта стохастического резонанса будет иметь вид, показанный на рис. 2. На данном рисунке Φ – устройство, реализующее алгоритм (5); ПУ – пороговое устройство.

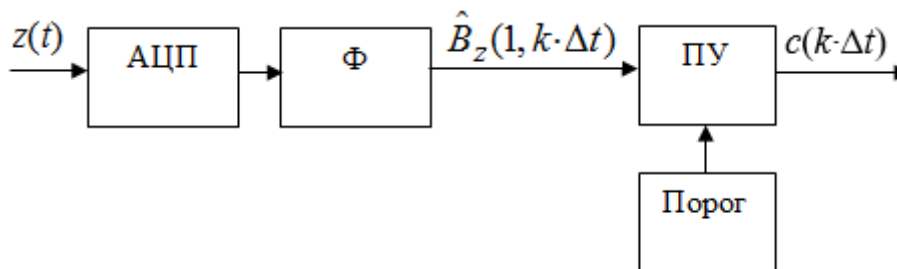


Рис. 2. Структурная схема нелинейной системы.

2. Доказательство существования стохастического резонанса

На основе структурной схемы, показанной на рис. 2, в пакете Matlab была разработана имитационная модель. На вход модели подавались дискретные отсчеты смеси (6) с различными значениями параметров. В ходе выполненного моделирования были рассмотрены случаи, когда [2]

- частота помехи равна частоте полезного сигнала $f_{\text{п}} = f_0$;
- частота помехи находится в полосе частот полезного сигнала;
- частота помехи находится за пределами полосы частот полезного сигнала.

Также далее будем использовать следующие параметры входных воздействий на систему. Частота дискретизации системы $f_{\text{д}} = 500000$ Гц, частота помехи $f_{\text{п}} = 50000$ Гц, частота сигнала изменяется в диапазоне $f_0 = 500 \dots 50000$ Гц, амплитуда полезного сигнала изменяется в диапазоне $U_0 = 0,3 \dots 0,6$, дисперсия (интенсивность) помехи изменяется в диапазоне $(\sigma_{\text{п}}^2)_{\text{вх}} = 0,16 \dots 2,30$. При необходимости значения $U_{\text{п}}$ могут быть вычислены из соотношения $(\sigma_{\text{п}}^2)_{\text{вх}} = U_{\text{п}}^2/2$, $(\sigma_{\text{п}})_{\text{вх}} \equiv \sigma_{\text{п}} = \sqrt{U_{\text{п}}^2/2}$. Порог Π установлен равным 0,8, полезный сигнал является подпороговым, т.е. его воздействие на входе системы не может вызвать преодоление выходным сигналом системы порога Π .

В начале рассмотрим случай, когда частота помехи находится за пределами полосы частот полезного сигнала. Как было сказано ранее, полезный сигнал является центрированным квазидетерминированным сигналом. На рис. 3 показана спектральная плотность мощности, найденная по реализации квазидетерминированного сигнала с частотой 50000 Гц. Для построения графика использован пакет Matlab и его встроенные функции расчета спектральной плотности мощности с использованием периодограмм [6]. На рис. 3 f – обозначение оси частот [Гц]. В соответствии с рисунком полоса частот, которую занимает центрированный квазидетерминированный сигнал с частотой 50000 Гц, составляет ≈ 414 Гц (при измерении полосы частот по

уровню менее 0,1 от максимального значения спектральной плотности мощности на графике).

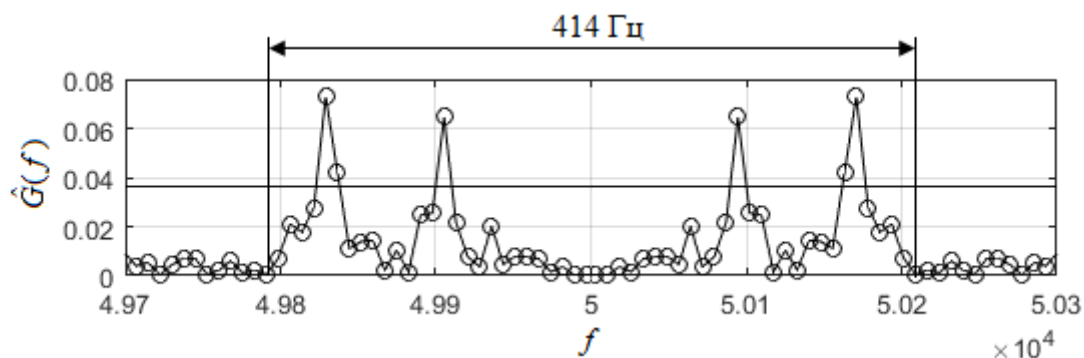


Рис. 3. Спектральная плотность мощности квазидетерминированного сигнала.

На рис. 4 – 6 показаны осциллограммы сигналов, соответствующих подаче на вход системы (рис. 2) смеси (6). Амплитуда полезного сигнала не изменяется и задана значением $U_0 = 0,6$. Частоты полезного сигнала установлены равными 500, 2500 и 15000 Гц. Значения разности между частотами помехи и полезного сигнала $|f_{п} - f_0|$ равны 49500, 47500 и 35000 Гц соответственно. Значения f_0/f_d на рис. 4 – 6 составляют 0,001, 0,005 и 0,03 соответственно. Частота помехи на всех рисунках $f_{п} = 50000$ Гц, значение $(\sigma_{п})_{вх}$ во всех случаях одинаково и составляет 1,02.

Как можно видеть из рис. 4 – 6, при больших значениях разности между частотами помехи и полезного сигнала (например, в диапазоне от 35000 Гц до 49500 Гц) наблюдается регулярное пересечение порога П выходным сигналом устройства Ф. Моменты времени, когда пороговое устройство переходит в состояние «1» соответствуют положительным полуволнам полезного сигнала. Таким образом, согласно работе [7] в данном случае при соответствующих параметрах сигналов стохастический резонанс присутствует. Изменение состояний системы происходит регулярно, т.е. в соответствии с регулярным входным воздействием.

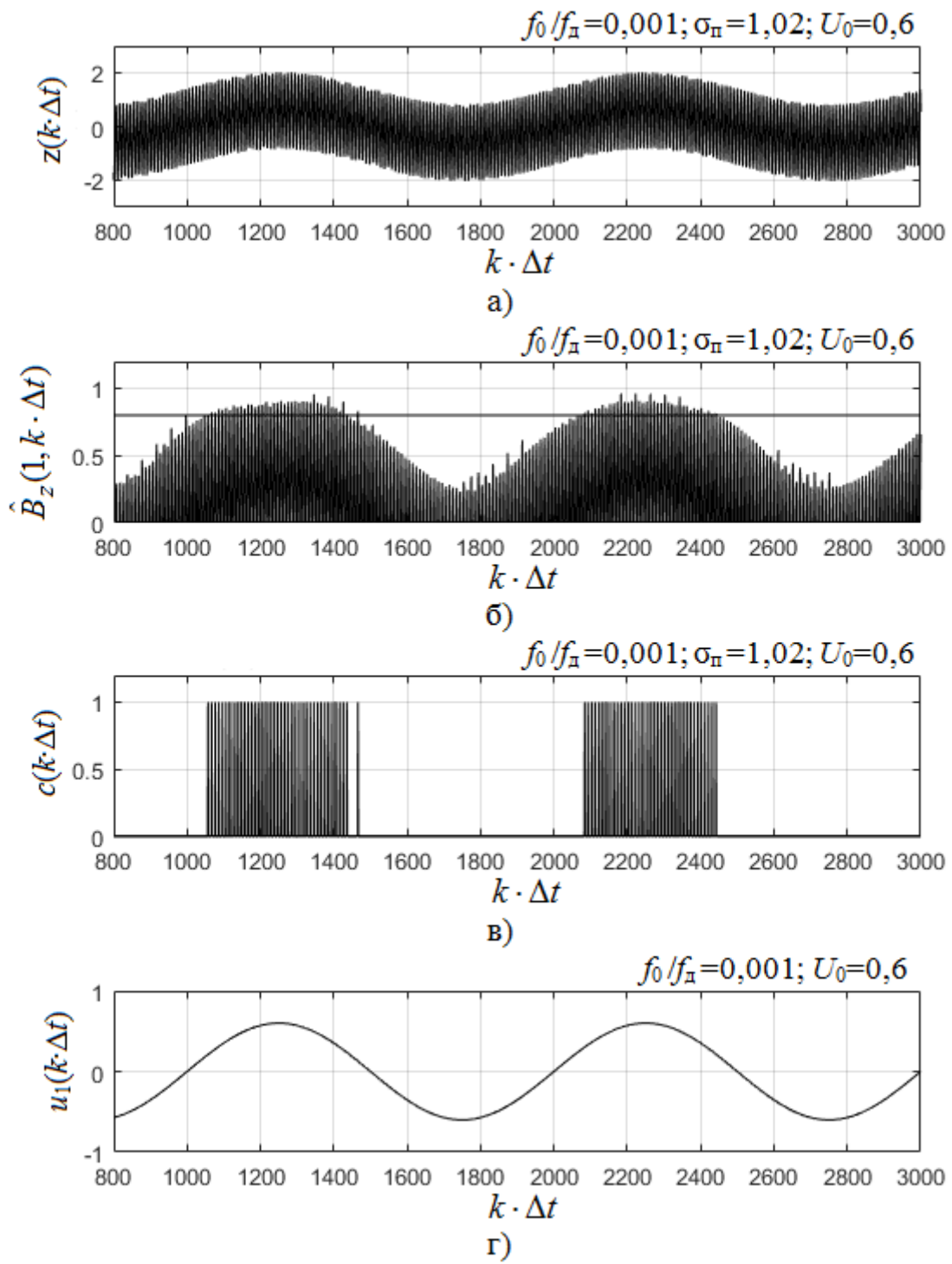


Рис. 4. Разные формы сигналов.

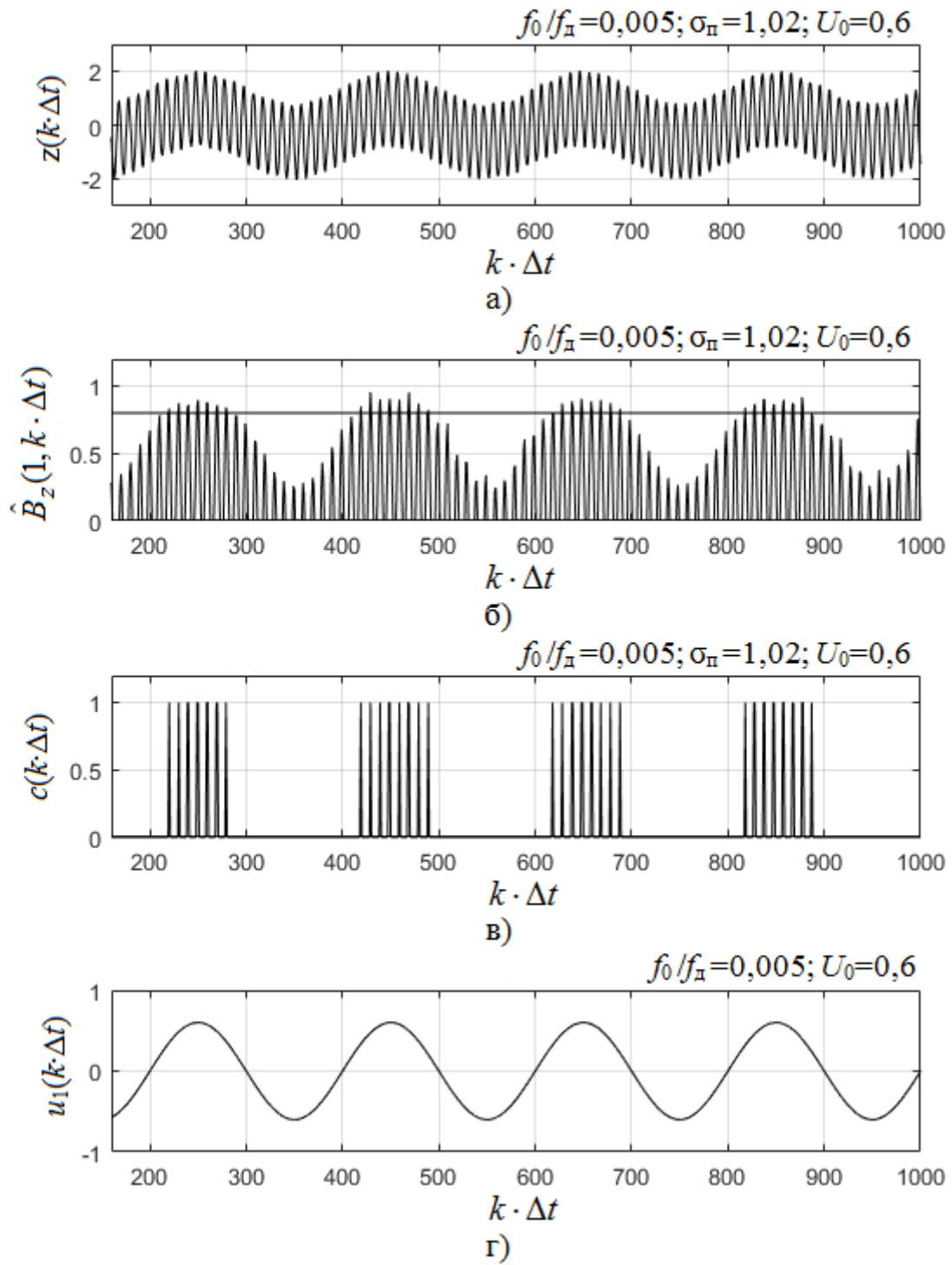


Рис. 5. Разные формы сигналов.

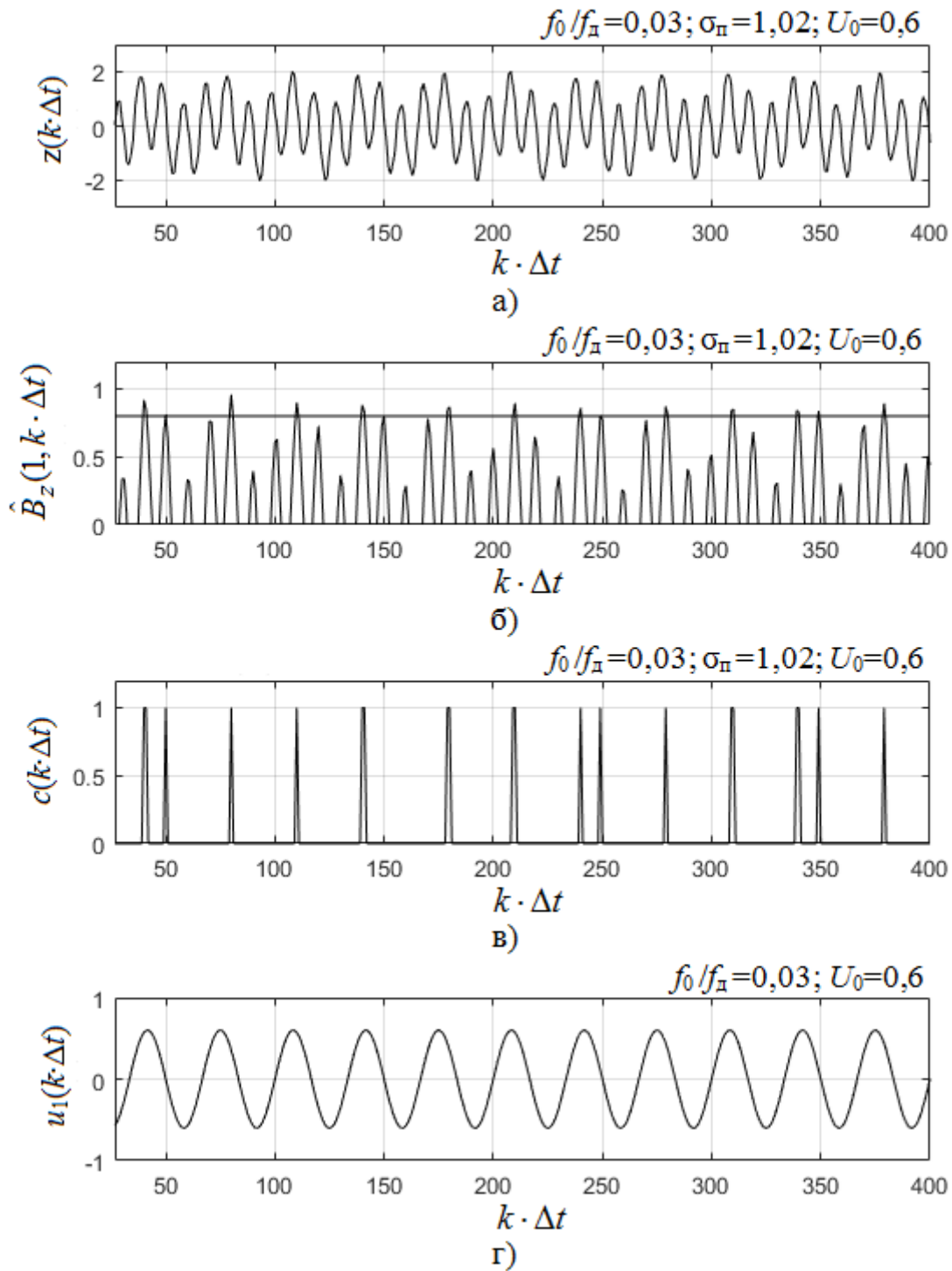


Рис. 6. Разные формы сигналов.

Далее рассмотрим случай, соответствующий равенству частот полезного сигнала и помехи, т.е. $f_n = f_0 = 50000$ Гц. На рис. 7 показаны примеры осциллограмм для $U_0 = 0,6$, $(\sigma_n)_{вх} = 2,02$, $f_0/f_d = 0,1$.

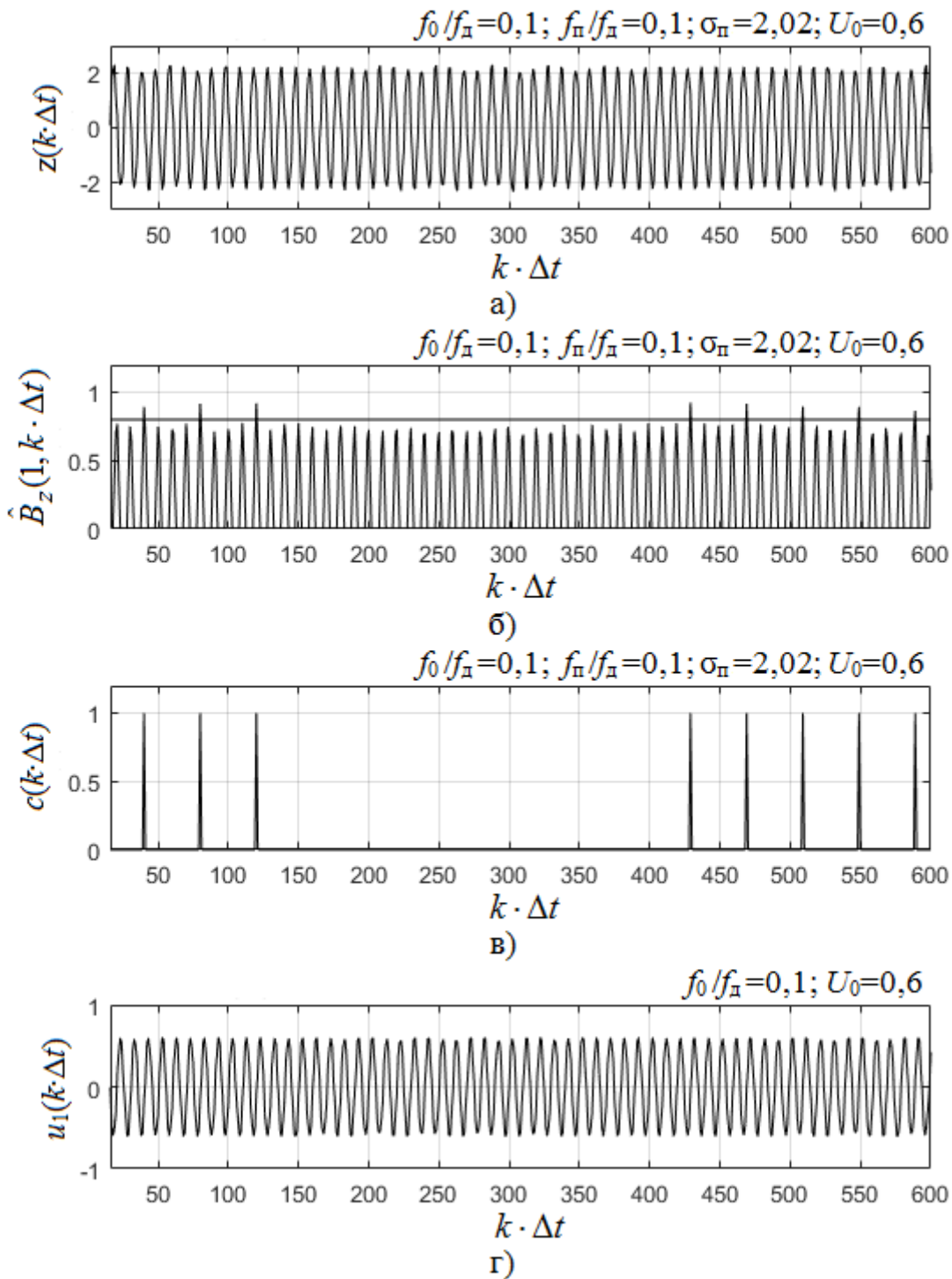


Рис. 7. Разные формы сигналов.

Из содержания рис. 7 видно, что во время присутствия на входе устройства положительной полуволны полезного сигнала в отдельные моменты времени происходят пересечения порога. Если начальные фазы полезного сигнала и помехи будут иметь такие значения, при которых их положительные полуволны совпадут, то выходной сигнал системы будет пересекать порог. Иными словами, произойдет ли пересечение порога Π выходным сигналом

устройства зависит от значения начальных фаз η полезного сигнала и помехи. Т.к. значения η случайны, то и регулярного пересечения порога, соответствующего положительной полуволне полезного сигнала, наблюдаться не будет. Например, рис. 7 (в) и рис. 7 (г) демонстрируют, что промежутки времени между пересечениями порога не соответствуют периоду полезного сигнала.

Таким образом, можно сказать, что при равенстве частот полезного сигнала и помехи стохастический резонанс также присутствует. За счет энергетической «добавки», вносимой сосредоточенной помехой, можно видеть пересечение порога. Однако, регулярности пересечения порога (как это можно наблюдать, например, в случае квазидетерминированного сигнала и белого шума [4]) здесь наблюдаться не будет. Похожие графики будут получены и в случае нахождения частоты сосредоточенной помехи в полосе частот полезного сигнала.

В соответствии с работами [4, 5] эффект стохастического резонанса можно контролировать по уровню гармоник на частоте регулярного сигнала в спектре выходного сигнала системы. Сигнал $c(k \cdot \Delta t)$ представляет собой последовательность прямоугольных импульсов, которая является случайной, т.к. во входном воздействии системы имеются шумы или помехи. Как показано в ранее известных работах [4, 5] в данной последовательности присутствует периодичность, т.к. пересечения порога (при определенных соотношениях сигнал/шум на входе системы) происходят с приходом положительной полуволны регулярного сигнала. В результате энергетический спектр сигнала $c(k \cdot \Delta t)$ показывает присутствие или даже преобладание компоненты, соответствующей частоте полезного сигнала (даже при малом соотношении сигнал/шум на входе системы) [4].

В работах [4, 5] соотношение сигнал шум рассчитывается в результате сопоставления уровня гармоник на частоте регулярного сигнала с уровнем остальных спектральных составляющих, называемым «шумовым основанием» [5]. Для решения задач данной работы может быть определен некоторый аналог

«шумового основания», который будет характеризовать уровень сосредоточенной помехи в спектре выходного сигнала системы. Пример определения уровня составляющих сосредоточенной помехи на графике спектральной плотности мощности сигнала $c(k \cdot \Delta t)$ показан на рис. 8. На рис. 8 (а) частота полезного сигнала составляет $f_0 = 5000$ Гц, а частота помехи $f_{\text{п}} = 50000$ Гц. На графиках использована нормированная частота $\hat{f} = f_0/f_{\text{д}}$.

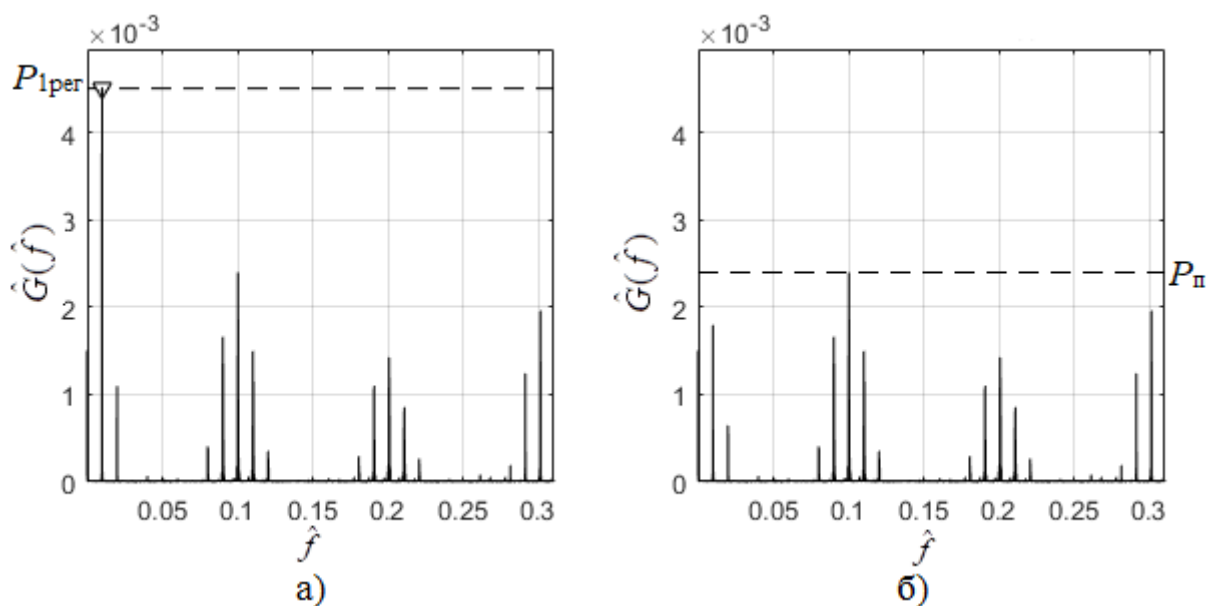


Рис. 8. Спектральная плотность мощности сигнала $c(k \cdot \Delta t)$.

Сигнал $c(k \cdot \Delta t)$ представляет собой последовательность прямоугольных импульсов, поэтому наиболее интенсивная спектральная составляющая (не считая составляющей с нулевой частотой) имеет частоту входного регулярного сигнала $\hat{f} = 5000 \text{ Гц} / 500000 \text{ Гц} = 0,01$. Данная спектральная составляющая на рисунках отмечена знаком треугольника, кроме того, на рис. 8 (а) показано численное значение ее уровня $P_{1\text{рег}}$. Т.к. в смеси (б) присутствует помеха, спектральная плотность мощности сигнала $c(k \cdot \Delta t)$ также будет содержать составляющие, вносимые помехой. Уровень $P_{\text{п}}$ спектральных составляющих помехи для заданного значения $U_{\text{п}}$ будем определять как максимальное значение спектральной плотности мощности в диапазоне частот $\hat{f} \in [0, 0,5]$ при исключении ее составляющих на частотах: $f_0/f_{\text{д}} = 0$; $f_0/f_{\text{д}} = 1 \cdot 0,01$; $f_0/f_{\text{д}} = 2 \cdot 0,01$; $f_0/f_{\text{д}} = 3 \cdot 0,01$; $f_0/f_{\text{д}} = 4 \cdot 0,01$. Т.е. считаем, что гармоники на указанных частотах соответствуют спектру прямоугольных импульсов с частотой регулярного

сигнала, а все остальные составляющие являются вкладом помехи. График спектральной плотности мощности после подавления составляющих полезного сигнала показан на рис. 8 (б). Величина P_{Π} является аналогом «шумового основания», если использовать термины работы [5].

Таким образом, далее в работе будут использованы следующие обозначения: $h_{\text{вх}}^2 = (\sigma_c^2)_{\text{вх}}/(\sigma_{\Pi}^2)_{\text{вх}}$ – отношение по мощности сигнал/шум на входе ЦФ; $(\sigma_c^2)_{\text{вх}} = U_0^2/2$ – энергия полезного сигнала; $(\sigma_{\Pi}^2)_{\text{вх}} = \sigma_{\Pi}^2 = U_{\Pi}^2/2$ – энергия помехи; $h_{\text{вых}}^2 = P_{\text{рег}}/P_{\Pi}$ – отношение по мощности сигнал/шум на выходе системы.

Отметим, что найти значение P_{Π} мы можем только в случае, когда полезный сигнал и помеха разнесены по частоте. Т.е. для сигналов при $f_0 = f_{\Pi}$, (например, показанных на рис. 7) значение P_{Π} определить невозможно, т.к. для его нахождения нужно подавить составляющие спектра, вносимые регулярным входным воздействием. Вместе со спектральными составляющими регулярного входного воздействия будут подавлены и составляющие сосредоточенной помехи. Также при равенстве частот регулярного сигнала и сосредоточенной помехи нельзя сказать, какое значение имеет соотношение сигнал/шум на выходе системы.

На рис. 9 приведены графики зависимости соотношения $P_{\text{рег}}/P_{\Pi}$ от интенсивности (энергии) помехи на входе системы на рис. 2. Графики построены для разных соотношений f_0/f_d , значение f_{Π}/f_d на всех графиках одинаковое и составляет 0,1. Как можно видеть из рис. 9, все кривые имеют резонансный характер.

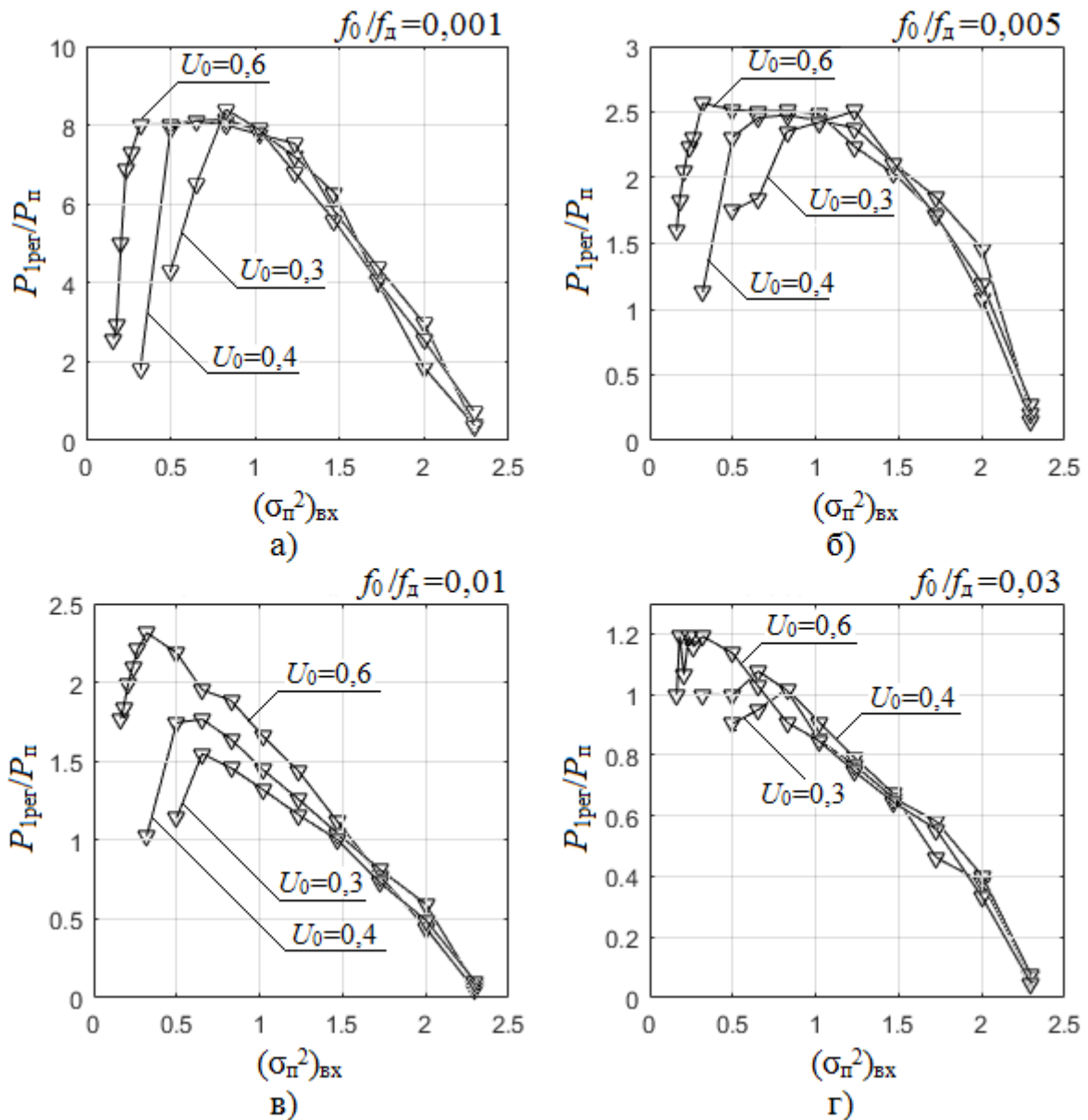


Рис. 9. Зависимости соотношения $P_{\text{пер}}/P_{\text{п}}$ от энергии помехи на входе.

Как и в случае белого шума, эффект стохастического резонанса лучше проявляется при низкой частоте полезного сигнала. Так, например, графики на рис. 9 (а) и 9 (б) имеют плоские вершины. В частности, на рис. 9(а) для случая $U_0 = 0,6$, $f_0 = 500$ Гц одинаковые значения $P_{\text{пер}}/P_{\text{п}} \approx 8$ соответствуют диапазону $(\sigma_{\text{п}}^2)_{\text{вх}}$ от 0,32 до 1,02. При увеличении $f_0/f_{\text{д}}$ кривые зависимостей $P_{\text{пер}}/P_{\text{п}}$ от $(\sigma_{\text{п}}^2)_{\text{вх}}$ становятся более острыми, например, такими, как на рис. 9 (в) и 9 (г). Также из содержания графиков на рис. 9 можно видеть, что с увеличением частоты полезного сигнала соотношение $P_{\text{пер}}/P_{\text{п}}$ уменьшается.

На рис. 10 приведены графики зависимости значения $h_{\text{ввых}}^2/h_{\text{вх}}^2$ от энергии помехи на входе ЦФ.

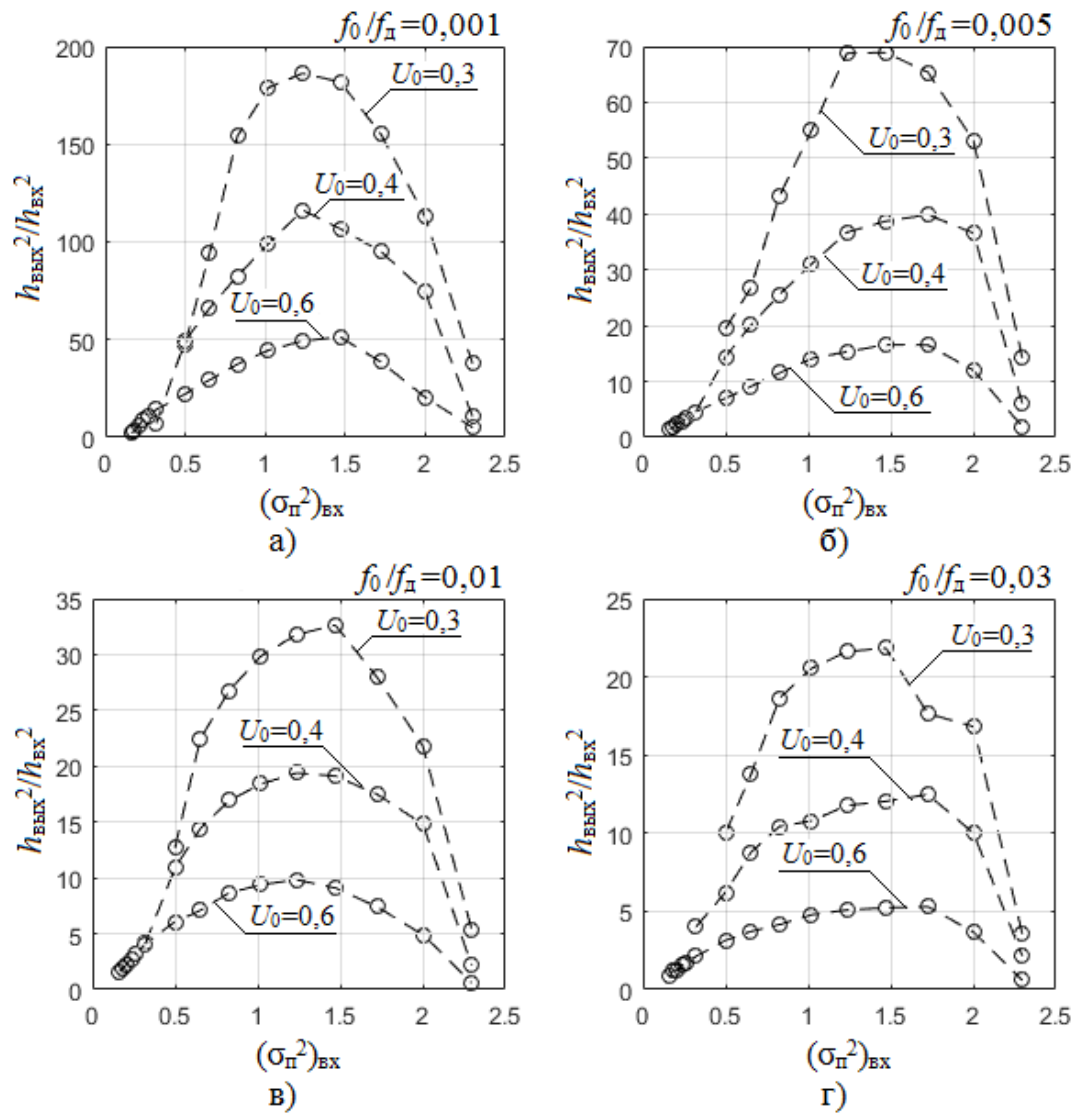


Рис. 10. Зависимости значения $h_{\text{вых}}^2/h_{\text{вх}}^2$ от энергии помехи на входе.

Данные зависимости графически и численно характеризуют известный показатель [5] появления стохастического резонанса в системе. В частности, можно видеть, что в некоторых случаях (рис. 10 (а)) значение $h_{\text{вых}}^2$ превышает $h_{\text{вх}}^2$ более чем в 180 раз.

Проведенные исследования и полученные результаты показывают, что заявленные авторами открытия [8] начальные условия появления стохастического резонанса в виде наличия нелинейной системы и аддитивной смеси «белого» шума и сигнала могут быть расширены за счет аддитивной смеси двух стохастических сигналов. Приведенные нами результаты позволяют утверждать о расширении границ возникновения стохастического резонанса в нелинейной системе.

Заключение

В данной работе рассмотрено явление стохастического резонанса в нелинейной системе (рис. 2) при обработке аддитивной смеси квазидетерминированного сигнала и сосредоточенной помехи. В ходе проведенных исследований получены следующие результаты:

1) В цифровом фильтре с алгоритмом (5) в условиях воздействия аддитивной смеси полезного сигнала и сосредоточенной помехи появляется эффект стохастического резонанса. При контроле эффекта наблюдается преодоление выходным сигналом системы заданного порога Π . При этом порог не может быть преодолен при воздействии полезного сигнала или сосредоточенной помехи по отдельности.

2) Для цифрового фильтра с алгоритмом (5) существуют определенные значения отношения сигнал/шум на входе системы, при которых наблюдается возникновение эффекта стохастического резонанса. Например, при $U_0 = 0,4$, $f_0 = 2500$ Гц, $f_{\Pi} = 50000$ Гц стохастический резонанс возникает при $h_{\text{вх}}^2 = 0,04 \dots 0,25$.

3) Стохастический резонанс наступает как при равенстве частот полезного сигнала и помехи, так и в случае, когда частота сосредоточенной помехи лежит вне полосы частот полезного сигнала.

4) При низкой частоте полезного сигнала графики зависимости $h_{\text{вых}}^2$ от $(\sigma_{\Pi}^2)_{\text{вх}}$ имеют плоские вершины, т.е. стохастический резонанс возникает в широком диапазоне значений $(\sigma_{\Pi}^2)_{\text{вх}}$.

5) При увеличении частоты полезного сигнала диапазон значений $(\sigma_{\Pi}^2)_{\text{вх}}$, при котором возникает эффект стохастического резонанса, уменьшается. Графики зависимости $h_{\text{вых}}^2$ от $(\sigma_{\Pi}^2)_{\text{вх}}$ приобретают ярко выраженные максимумы.

6) С увеличением частоты полезного сигнала значение $h_{\text{вых}}^2$ уменьшается. Т.е. для одного и того же $h_{\text{вх}}^2$ при высокой частоте f_0 полезная составляющая спектра выходного сигнала преобладает над «шумовым основанием» в меньшей степени, чем при низкой.

7) В результате моделирования получено улучшение отношения сигнал/шум на выходе системы за счет показателя стохастического резонанса более чем в 180 раз по сравнению с отношением сигнал/шум на ее входе.

Литература

1. Вешкурцев Ю.М. Прикладной анализ характеристической функции случайных процессов : моногр. / Ю. М. Вешкурцев. – Москва: Радио и связь. 2003. – 204 с. – ISBN 5-8149-0170-5.
2. Финк Л.М. Теория передачи дискретных сообщений / Л. М. Финк. – 2-е изд., перераб. и доп. – Москва: Советское радио, 1970. – 728 с.
3. Вешкурцев Ю.М., Титов Д.А., Табакова А.С. Зависимость стохастического резонанса в нелинейной системе от характеристик каждого слагаемого аддитивной смеси // Журнал радиоэлектроники. – 2023. – №. 10. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2023.10.10>
4. Вешкурцев Ю.М., Титов Д.А., Табакова А.С. Спектральные характеристики выходных сигналов цифрового фильтра в условиях возникновения стохастического резонанса // Теория и техника радиосвязи. – 2023. – № 2. – С. 28–37.
5. Анищенко В.С., Нейман А.Б., Мосс Ф., Шиманский-Гайер Л. Стохастический резонанс как индуцированный шумом эффект увеличения степени порядка // Успехи физических наук. – 1999. – Т. 169, № 1. – С. 7–38.
6. Periodogram power spectral density estimate // MathWorks. – URL: https://uk.mathworks.com/help/signal/ref/periodogram.html?s_tid=doc_ta
7. Вешкурцев Ю.М., Титов Д.А., Табакова А.С. Стохастический резонанс в цифровом фильтре на основе характеристической функции Ляпунова. // Журнал радиоэлектроники. – 2023. – №. 6. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2023.6.7>
8. Benzi R., Sutera A., Vulpiani A. The mechanism of stochastic resonance // Journal of Physics A: mathematical and general. – 1981. – Т. 14. – №. 11. – С. L453.

Для цитирования:

Вешкурцев Ю.М., Титов Д.А. Стохастический резонанс при определении оценки характеристической функции Ляпунова. // Журнал радиоэлектроники. – 2024. – №. 11. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2024.11.15>