



DOI: <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2024.11.25>

УДК: 537.876

## О РАСПРОСТРАНЕНИИ КУСОЧНО-ГОЛОМОРФНЫХ СИГНАЛОВ ЧЕРЕЗ КОСМИЧЕСКИЙ МАЗЕР

Н.С. Бухман

Самарский государственный технический университет,  
443100, Самара, ул. Молодогвардейская, д.244

Статья поступила в редакцию 16 июля 2024 г.

**Аннотация.** Проведено изучение распространения кусочно-голоморфных (разрывных) сигналов через область селективного (по частоте) усиления (космический мазер). Показано, что при этом происходит возбуждение усиленного (по сравнению с исходным) сигнала на частоте излучения лазера даже в том случае, когда несущая частота кусочно-голоморфного сигнала на несколько порядков отличается от частоты излучения лазера. Типичные значения коэффициента усиления по интенсивности сигнала для типичного ОН-мазера составляют около 40 Дб. Это позволяет рассматривать космические мазеры как природные «детекторы» радио- и видео-сигналов искусственного происхождения.

**Ключевые слова:** кусочно-голоморфный сигнал, разрывный сигнал, искусственный сигнал, космический мазер, внеземные цивилизации

**Автор для переписки:** Бухман Николай Сергеевич, e-mail: [nik3142@yandex.ru](mailto:nik3142@yandex.ru)

## Введение

Пусть узкополосный сигнал  $E(z, t)$  с частотой несущей  $\omega_c$  и комплексной огибающей  $A(z, t)$  распространяется в однородной изотропной среде вдоль оси  $z$ . Тогда [1,2]:

$$E(z, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} E_\omega(z, \omega) \exp(-i\omega t) d\omega, \quad E_\omega(z, \omega) = (2\pi)^{-1} \int_{-\infty}^{+\infty} E(z, t) \exp(i\omega t) dt,$$

$$E(z, t) = A(z, t) \exp(-i\omega_c t) + A^*(z, t) \exp(i\omega_c t) =$$

$$= 2|A(z, t)| \cos(\omega_c t - \arg(A(z, t))), \quad (1)$$

$$A(z, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} A_\Omega(z, \Omega) \exp(-i\Omega t) d\Omega, \quad A_\Omega(z, \Omega) = (2\pi)^{-1} \int_{-\infty}^{+\infty} A(z, t) \exp(i\Omega t) dt,$$

$$E_\omega(z, \omega) = A_\Omega(z, \omega - \omega_c) + (A_\Omega(z, -\omega - \omega_c))^*.$$

Здесь  $E(z, t)$  и  $E_\omega(z, \omega)$  – высокочастотный сигнал и его спектр в точке  $z$ ,  $A(z, t)$  и  $A_\Omega(z, \Omega)$  – низкочастотная комплексная огибающая сигнала и ее спектр в точке  $z$ . В стартовой точке ( $z = 0$ ), очевидно,

$$A_\Omega(0, \Omega) = (2\pi)^{-1} \int_{-\infty}^{+\infty} A(0, t) \exp(i\Omega t) dt. \quad (2)$$

Учтя, что в произвольной точке трассы  $z$  имеют место равенства:

$$E_\omega(z, \omega) = E_\omega(0, \omega) \exp(ik(\omega)z),$$

$$A_\Omega(z, \Omega) = A_\Omega(0, \Omega) \exp(ik(\omega_c + \Omega)z), \quad (3)$$

где  $k(\omega) = (\omega/c)\sqrt{\varepsilon(\omega)}$  – волновое число, нетрудно найти комплексную огибающую сигнала (а следовательно, и сам сигнал) в произвольной точке среды:

$$A(z, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} A_\Omega(0, \Omega) \exp(ik(\omega_c + \Omega)z) \exp(-i\Omega t) d\Omega. \quad (4)$$

Соотношения (1)-(4) – точные (в принципе – даже при  $\omega_c = 0$ , то есть для видеосигналов). Они являются основными как для численного счета, так и для различных аналитических приближений для временной зависимости узкополосного сигнала в произвольной точке трассы.

В зависимости от исходной временной зависимости (а следовательно – и исходного спектра сигнала) все сигналы распадаются на два качественно различных типа – голоморфные сигналы и кусочно-голоморфные сигналы [2-4]. Голоморфными сигналами вслед за [2] мы будем именовать сигналы, представляющие собой голоморфную (аналитическую) функцию на всей вещественной оси, а кусочно-голоморфными (в соответствии с [3,4]) – сигналы, совпадающие с разными голоморфными сигналами на разных интервалах вещественной оси и, естественно, имеющие разрыв самого сигнала или его производных того или иного порядка на границах интервалов голоморфности. Рангом  $k$  кусочно-голоморфного сигнала будем называть наименьший порядок производной, терпящей разрыв в начале сигнала (если разрыв испытывает не производная, а сам сигнал, то ранг  $k = 0$ ).

Пусть огибающая  $A(0,t)$  узкополосного сигнала (1) имеет разрыв ранга  $k$  в начальной точке сигнала  $t = t_0$ , то есть  $A(0,t) = 0$  при  $t < t_0$ ,  $A(0,t) \rightarrow (A^{(k)}(0,t_0)/k!)(t-t_0)^k$  при  $t \rightarrow t_0 + 0$ . Тогда для спектра огибающей этого кусочно-голоморфного сигнала  $A_\Omega(0,\Omega)$  можно записать асимптотическое разложение [4,5]:

$$A_\Omega(0,\Omega) = \frac{\exp(i\Omega t_0)}{2\pi} \sum_{l=k}^{\infty} \left( \frac{A^{(l)}(0,t_0)}{(-i\Omega)^{l+1}} \right) \approx \frac{\exp(i\Omega t_0) A^{(k)}(0,t_0)}{2\pi (-i\Omega)^{k+1}}, \quad (5)$$

а для спектра самого сигнала – следующее из (1) и (5) разложение:

$$\begin{aligned}
 E_{\omega}(0, \omega) &= \frac{\exp(i(\omega - \omega_c)t_0)}{2\pi} \sum_{l=k}^{\infty} \left( \frac{A^{(l)}(0, t_0)}{(-i(\omega - \omega_c))^{l+1}} \right) + \\
 &+ \frac{\exp(i(\omega + \omega_c)t_0)}{2\pi} \sum_{l=k}^{\infty} \left( \frac{A^{(l)*}(0, t_0)}{(-i(\omega + \omega_c))^{l+1}} \right) \approx \\
 &\approx \frac{i^{k+1} \exp(i\omega t_0)}{2\pi} \left( \frac{\exp(-i\omega_c t_0) A^{(k)}(0, t_0)}{(\omega - \omega_c)^{k+1}} + \frac{\exp(i\omega_c t_0) A^{(k)*}(0, t_0)}{(\omega + \omega_c)^{k+1}} \right)
 \end{aligned} \tag{6}$$

Нетрудно заметить, что спектр кусочно-голоморфных сигналов с удалением от частоты несущей убывает крайне медленно – по «дальнодействующему» гиперболическому закону, что приводит к двум существенным отличиям кусочно-голоморфных сигналов от голоморфных.

Во-первых, на достаточном удалении от частоты несущей положительно-частотная и отрицательно-частотная части спектра сигнала (первое и второе слагаемое в (6)) оказываются сравнимы по величине и ни одной из них нельзя пренебрегать в сравнении с другой. Поэтому коэффициент ослабления (или усиления) сигнала на трассе  $z$  следует рассчитывать по точной формуле:

$$K(z) = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} |E_{\omega}(0, \omega)|^2 \exp(-2 \operatorname{Im} k(\omega)z) d\omega}{\int_{-\infty}^{+\infty} |E_{\omega}(0, \omega)|^2 d\omega}, \tag{7}$$

а не по ее приближенному аналогу:

$$K(z) = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} |A_{\Omega}(0, \Omega)|^2 \exp(-2 \operatorname{Im} k(\omega_0 + \Omega)z) d\Omega}{\int_{-\infty}^{+\infty} |A_{\Omega}(0, \Omega)|^2 d\Omega}, \tag{8}$$

причем величина этого коэффициента может существенно зависеть от начальной фазы сигнала.

Во-вторых, медленность снижения спектра сигнала с удалением от частоты несущей приводит к тому, что наличие селективного (по частоте)

усиления среды может приводить к значительному усилению сигнала (1) даже в том случае, когда частота несущей сигнала отличается от частоты усиления среды на несколько порядков. При этом усиление сигнала происходит не на частоте его несущей, а на частоте усиления среды. Этот эффект и будет рассмотрен в данной работе.

### Усиление кусочно-голоморфного сигнала космическим мазером

Пусть, например, сигнал (1) с частотой несущей  $\omega_c$  распространяется в разреженной газовой среде с линией усиления (космический мазер [6-9]), центральная частота которой равна  $\omega_m$ , причем разность центральной частоты линии усиления и частоты несущей сигнала велика как в сравнении с шириной спектра сигнала  $\Delta\omega_c$ , так и в сравнении с шириной спектральной линии усиления  $\Delta\omega_m$ . Ясно, что в этой ситуации спектр исходного сигнала в пределах полосы усиления мазера практически постоянен. Основное влияние на коэффициент усиления оказывает значение спектра сигнала на частоте усиления мазера  $\omega_m$ , для которого из (6), ограничившись старшим членом разложения, имеем:

$$E_{\omega}(0, \omega_m) = \frac{\exp(i\omega_m t_0) i^{k+1} |A^{(k)}(0, t_0)|}{2\pi} \left( \frac{\exp(i\varphi_1)}{(\omega_m - \omega_c)^{k+1}} + \frac{\exp(-i\varphi_1)}{(\omega_m + \omega_c)^{k+1}} \right). \quad (9)$$

В (9)  $A^{(k)}(0, t_0) = |A^{(k)}(0, t_0)| \exp(i\varphi_0)$ ,  $\varphi_1 = \varphi_0 - \omega_c t_0$  - фаза сигнала  $E(0, t)$  в момент скачка огибающей  $t_0$ .

В случае  $\omega_c \ll \omega_m$  (возбуждение мазера более низкочастотным сигналом) из (9) имеем:

$$E_{\omega}(0, \omega_m) = \frac{\exp(i\omega_m t_0) i^{k+1} |A^{(k)}(0, t_0)|}{2\pi} \frac{2 \cos(\varphi_1)}{\omega_m^{k+1}}, \quad (10)$$

а в случае  $\omega_c \gg \omega_m$  (возбуждение мазера более высокочастотным сигналом):

$$E_{\omega}(0, \omega_m) = \frac{\exp(i\omega_m t_0) i^{k+1} |A^{(k)}(0, t_0)| \cos(\phi_1) (1 + (-1)^{k+1}) + i \sin(\phi_1) ((-1)^{k+1} - 1)}{2\pi \omega_c^{k+1}}. \quad (11)$$

Видно, что начальная фаза кусочно-голоморфного сигнала существенно влияет не только на его поглощение [3], но и на его усиление. Наибольшее усиление низкочастотного (в сравнении с мазером) сигнала достигается в случае  $\phi_1 = 0$ . Это вполне естественно, потому что именно при  $\phi_1 = 0$  максимальна величина разрыва высокочастотной временной зависимости сигнала (при фиксированной величине разрыва огибающей  $|A^{(k)}(0, t_0)|$  [4]) и потому максимальна величина старшего члена асимптотики (9) при  $\omega_m \rightarrow \infty$ .

Наибольшее усиление высокочастотного (в сравнении с мазером) сигнала достигается при  $\phi_1 = 0$  в случае нечетного ранга разрыва огибающей сигнала  $k$  и при  $\phi_1 = \pi/2$  в случае четного (в том числе и нулевого) ранга разрыва огибающей сигнала  $k$ . Это не совсем ожидаемый, но тоже понятный результат. Связан он с четностью вещественной и нечетностью мнимой части спектра вещественного высокочастотного сигнала [10] – для максимальности спектра высокочастотного сигнала вблизи нулевых частот фаза  $\phi_1$  должна «обеспечить» отнесение главного члена асимптотики (5) к вещественной части спектра.

Очевидно, что в данном случае происходит описанное в [11] формирование двух сигналов с разными несущими частотами. Суммарный сигнал  $E(z, t) = E^{(p)}(z, t) + E^{(a)}(z, t)$  распадается на «первичный»  $E^{(p)}(z, t)$  (по терминологии [11]) сигнал, распространяющийся без особенных искажений с групповой скоростью на исходной частоте несущей исходного сигнала и «усиленный»  $E^{(a)}(z, t)$  (по терминологии [11]) сигнал. Несущая частота этого усиленного сигнала совпадает с центральной частотой линии усиления лазера, скорость распространения совпадает с групповой скоростью на центральной частоте усиления лазера, амплитуда экспоненциально нарастает, а временная зависимость асимптотически приближается к гауссовой.

Другими словами,

$$E(z, t) = E^{(p)}(z, t) + E^{(a)}(z, t),$$

$$E^{(p)}(z, t) = A^{(p)}(z, t) \exp(-i\omega_c t) + \left( A^{(p)}(z, t) \exp(-i\omega_c t) \right)^*,$$

$$E^{(a)}(z, t) = A^{(a)}(z, t) \exp(-i\omega_m t) + \left( A^{(a)}(z, t) \exp(-i\omega_m t) \right)^*.$$

Существенно, что в случае сильного усиления параметры «усиленного» сигнала полностью определяются параметрами лазера и совершенно не зависят от параметров первичного сигнала за исключением величины амплитуды его исходного спектра на частоте лазера (9). Амплитуда же спектра исходного сигнала на частоте лазера зависит только от центральной частоты линии усиления лазера, частоты несущей сигнала, ранга, амплитуды и фазы скачка его огибающей и не зависит, например, от исходной длительности сигнала и от характера его плавной зависимости от времени за (или перед) скачком. Ситуация в данном случае аналогична звуку от удара молотком по подвешенному куску рельса – этот звук определяется только свойствами рельса и силой удара и совершенно не зависит от свойств молотка.

Для оценки энергии усиленного сигнала необходимо конкретизировать свойства линии усиления лазера. В качестве грубого приближения будем считать, что эта линия усиления имеет гауссов профиль [12-14], центральную частоту  $\omega_m$ , полную ширину линии на уровне половины максимума  $\Delta\omega_m$ , коэффициент усиления по амплитуде в центре линии  $\alpha_0$ . Тогда [11] наш сигнал распространяется в среде с (комплексным) волновым числом  $k(\omega) = (\omega/c) - i\alpha_0 g(\omega - \omega_m)$ , где  $g(\Omega) = 2^{-(2\Omega/\Delta\omega_m)^2} + i\left(2\pi^{-1/2} F\left((\ln(2))^{1/2} (2\Omega/\Delta\omega_m)\right)\right)$  – комплексный форм-фактор доплеровской спектральной линии, а  $F(x) \equiv e^{-x^2} \int_0^x e^{t^2} dt$  – т.н. интеграл Досона [15]. Вещественная часть комплексного форм-фактора спектральной линии описывает хорошо известный гауссов контур коэффициента усиления доплеровской спектральной линии, а мнимая часть обеспечивает [16]

выполнение соотношений Крамерса-Кронига [2] и описывает преломление вблизи доплеровской спектральной линии.

В [11] показано, что при значительной оптической толщине слоя ( $\xi = \alpha_0 z \gg 1$ ) усиленный сигнал формируется на центральной частоте лазера, его спектр становится значительно уже исходной ширины линии усиления лазера и сигнал асимптотически (при  $\xi = \alpha_0 z \rightarrow \infty$ ) нормализуется, то есть имеет гауссову временную зависимость:

$$E^{(a)}(z, t) = A^{(a)}(z, t) \exp(-i\omega_m t) + \left( A^{(a)}(z, t) \exp(-i\omega_m t) \right)^*,$$

$$A^{(a)}(z, t) = A_{\max}^{(a)}(z) \exp \left[ -\frac{(t - t_0 - z/c - \tau_c \beta_1 \xi)^2}{2\tau_c^2 \beta_2 \xi} \right], \quad (12)$$

$$A_{\max}^{(a)}(z) = \frac{2\pi E_\omega(0, \omega_m) \exp(ik_m z + \xi)}{\tau_c (2\pi\beta_2 \xi)^{1/2}}.$$

Здесь  $E_\omega(0, \omega_m)$  дается формулой (9),  $t_0$  – момент нарушения голоморфности первичного сигнала,  $\tau_c \equiv 2/\Delta\omega_m$  – время когерентности линии усиления,  $k_m \equiv \omega_m/c$ ,  $\beta_1 = 2(\ln(2)/\pi)^{1/2} \approx 0.939$  и  $\beta_2 = 2\ln(2) \approx 1.386$  – константы, определяемые исходным (в данном случае – гауссовым<sup>1</sup>) контуром спектральной линии.

Отметим, что ни (гауссов) характер временной зависимости усиленного сигнала, ни его характерная длительность (на уровне  $e^{-2}$  от максимума по интенсивности)  $T^{(a)}(z) = 2\tau_c \sqrt{\ln(2)\xi}$ , ни его дополнительная (к вакуумной) задержка  $t^{(a)} = 2(\ln(2)/\pi)^{1/2} \tau_c \xi$  не зависят ни от каких параметров исходного сигнала и определяются исключительно параметрами лазера. От параметров исходного сигнала (через амплитуду спектра исходного сигнала на частоте лазера) зависит лишь амплитуда усиленного сигнала. Длительность усиленного

---

<sup>1</sup> В [17] показано, что при большой оптической толщине слоя наблюдаемый контур спектральной линии усиления в любом случае гауссов, но параметры этого контура при разных исходных контурах спектральной линии несколько отличаются друг от друга.



сигнала может быть как существенно больше, так и существенно меньше длительности исходного сигнала.

Первичный же сигнал (на частоте несущей  $\omega_c$ ) в случае значительной разности его несущей частоты и частоты лазера практически не искажается и «чувствует себя как в вакууме», распространяясь без искажений с групповой скоростью, соответствующей его несущей частоте. Разумеется [18-36], эта групповая скорость в принципе является сверхсветовой, но ее отличие от скорости света в вакууме в данном случае ничтожно. Поэтому первичный сигнал выполняет функции своего собственного предвестника [37-44] и вместе со своим передним разрывом перемещается практически без искажений с вакуумной скоростью света:

$$E^{(p)}(z, t) = E(0, t - z/c). \quad (13)$$

Для энергии усиленного сигнала  $W(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} |A^{(a)}(z, t)|^2 dt$  имеем:

$$W(z) = \frac{|A^{(k)}(0, t_0)|^2 \exp(2\xi)}{2\tau_c \sqrt{2\pi \ln(2)\xi}} \left| \frac{\exp(i\varphi_1)}{(\omega_m - \omega_c)^{k+1}} + \frac{\exp(-i\varphi_1)}{(\omega_m + \omega_c)^{k+1}} \right|^2. \quad (14)$$

Еще раз отметим, что энергия усиленного сигнала не зависит от продолжительности или энергии первичного сигнала и определяется лишь рангом и величиной скачка его огибающей в точке нарушения голоморфности  $A^{(k)}(0, t_0)$ .

Тем не менее для отыскания коэффициента усиления сигнала по энергии

$$K(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} |A^{(a)}(z, t)|^2 dt \Big/ \int_{-\infty}^{+\infty} |A(0, t)|^2 dt$$

приходится наконец конкретизировать и исходный сигнал. Будем (в качестве примера) считать, что:

$$E(0,t) = A(0,t) \exp(-i\omega_c t) + (A(0,t) \exp(-i\omega_c t))^*, \quad (15)$$

$$A(0,t) = \begin{cases} \exp(-t^2 / T_g^2 + i\varphi_0), & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases},$$

то есть это «полугауссов» сигнал, скачком возникающий в момент времени  $t = 0$ . Спектр такого сигнала в точке старта (необходимый для численного счета по формулам (1),(3)), имеет вид  $A_\Omega(0,\Omega) = \frac{1}{4\pi} \left[ \sqrt{\pi} T_g e^{-(\Omega T_g / 2)^2} + 2iT_g F(\Omega T_g / 2) \right]$ , где  $F(x)$  - интеграл Досона [15].

Очевидно, что теперь в (9)-(11) и (13,14) ранг разрыва огибающей  $k = 0$ , момент разрыва  $t_0 = 0$ ,  $\varphi_1 = \varphi_0$ , величина разрыва  $A^{(k)}(0,t_0) = 1$ .

Для коэффициента усиления по энергии в этом случае имеем:

$$K(z) = \frac{2}{\pi \sqrt{\ln(2)}} \frac{\omega_m^2 \cos^2 \varphi_1 + \omega_c^2 \sin^2 \varphi_1}{(\omega_m^2 - \omega_c^2)^2} \frac{\Delta \omega_m}{T_g} \frac{\exp(2\xi)}{\sqrt{\xi}}. \quad (16)$$

Результаты расчетов по аналитической формуле (16), а также совпадающие с ними с графической точностью (кривые сливаются) результаты соответствующего численного счета непосредственно по формуле (7) приведены на рис. 1а.

При этом мы ориентировались на типичные параметры ОН-мазера, приведенные в [6-9]. С учетом яркостной температуры мазера  $10^{13} \dots 10^{15}$  К можно предположить, что оптическая толщина мазера  $\xi = 15$ . Ориентируясь на данные [8], рис.2, нетрудно заметить, что наблюдаемый спектр излучения мазера имеет ширину около 100 кГц. В качестве частоты линии усиления мазера мы использовали  $\nu_m = \omega_m / (2\pi) = 1665.35$  МГц. При большой оптической толщине слоя следует различать ширину наблюдаемого спектра мазера и истинную (исходную) ширину его спектра. При оптической толщине слоя  $\xi = \alpha_0 z = 15$  наблюдаемая ширина линии примерно в  $\sqrt{2\alpha_0 z} \approx 5$  раз меньше исходной [17], поэтому в качестве ширины спектральной линии усиления

взято  $\Delta \nu_m = \Delta \omega_m / (2\pi) = 500$  кГц. В этом случае  $\tau_c \approx 0.64$  мксек и длительность сгенерированного мазером сигнала (не зависящая ни от каких свойств первичного сигнала)  $T^{(a)}(z) = 4.1$  мксек, а его (дополнительная к вакуумной) задержка  $t^{(a)} = 9.0$  мксек.

Формула (16) оставляет некоторую неудовлетворенность, потому что она позволяет «совершенно безнаказанно» манипулировать своим результатом, изменяя стартовую длительность сигнала  $T_g$ , от которой, как отмечалось выше, по существу ничего (кроме коэффициента усиления по энергии) не зависит. В наших расчетах бралась стартовая длительность  $T_g = 100$  мксек. Для сигналов с иной стартовой продолжительностью достаточно заметить (16), что увеличение стартовой продолжительности сигнала в  $p$  раз снижает коэффициент усиления в  $p$  раз, не изменяя ничего более.

Гораздо более адекватной, чем «коэффициент усиления по энергии», характеристикой ситуации при  $k = 0$  является «коэффициент усиления по максимальной интенсивности», который можно определить как отношение максимальной интенсивности «усиленного» сигнала к квадрату скачка огибающей первичного сигнала – то есть практически к максимальной интенсивности исходного сигнала<sup>2</sup>  $K_{\text{int}}(z) = \left| A_{\text{max}}^{(a)}(z) \right|^2 / \left| A(0, t_0) \right|^2$ . Эта характеристика зависит исключительно от фазы огибающей в момент скачка и не зависит ни от каких «привходящих» параметров типа продолжительности и прочих свойств сигнала в точке старта. Она прямо характеризует реальное усиление интенсивности сигнала.

Имеем:

$$K_{\text{int}}(z) = \frac{\omega_m^2 \cos^2 \varphi_1 + \omega_c^2 \sin^2 \varphi_1}{(\omega_m^2 - \omega_c^2)^2} \frac{\Delta \omega_m^2}{4\pi \ln(2)} \frac{\exp(2\xi)}{\xi}. \quad (17)$$

<sup>2</sup> Предполагая, разумеется, что за разрывом сигнала он плавно не нарастает на три порядка, то есть что разрыв расположен не «где-то на периферии» сигнала.

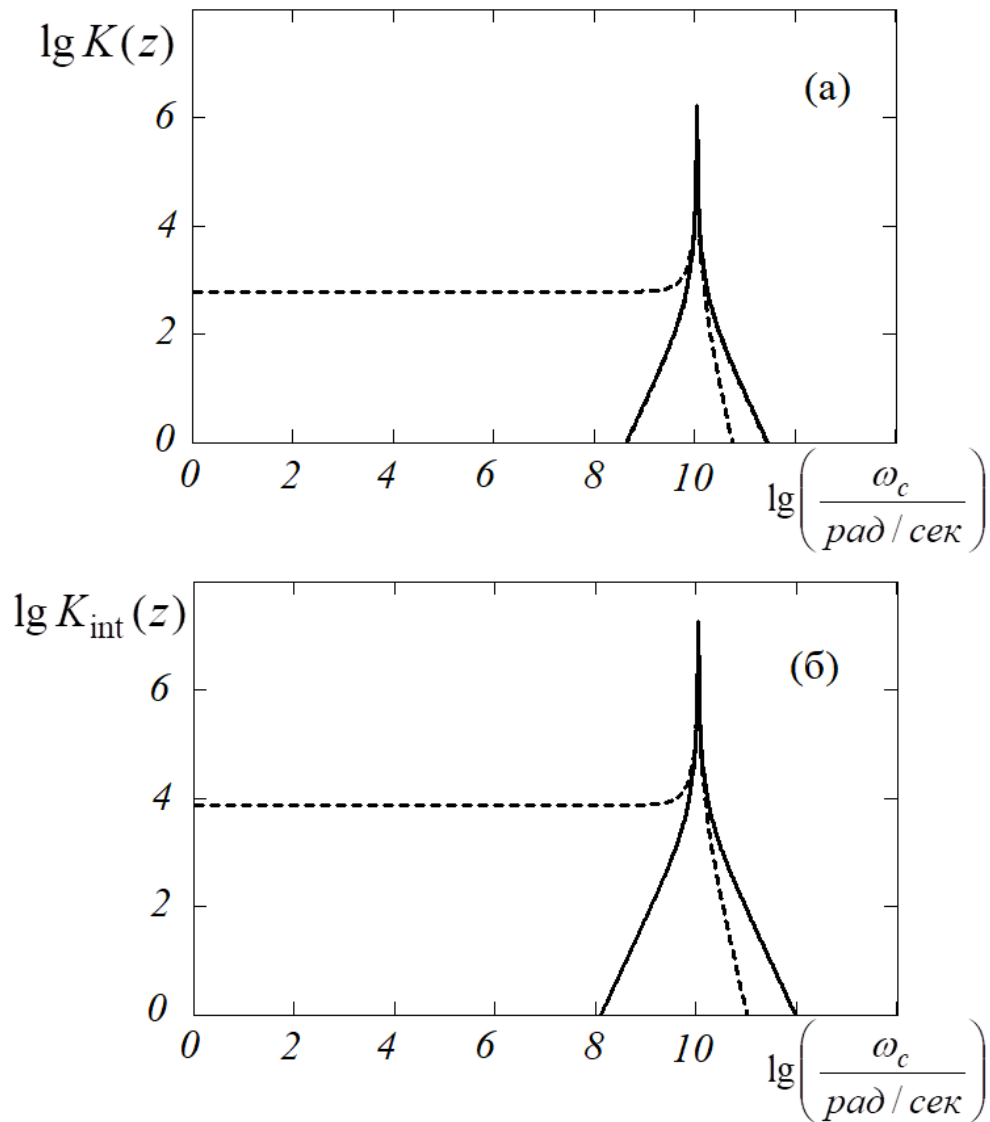


Рис. 1. По горизонтальной оси отложена (в логарифмическом масштабе) несущая (циклическая) частота сигнала, по вертикальной – также в логарифмическом масштабе величина коэффициента усиления по энергии (рис. 1а) и по максимальной интенсивности (рис. 1б). Штриховой линией обозначены расчеты при  $\varphi_0 = 0$ , сплошной – при  $\varphi_0 = \pi/2$ .

Результаты как численных, так и (совпадающих с ними с графической точностью) аналитических (по формуле (17)) расчетов коэффициента усиления по интенсивности приведены на рис. 1б. Отметим, что коэффициент усиления по максимальной интенсивности при фиксированной начальной фазе сигнала зависит только от одного его параметра – от его частоты. Более того,

в случае  $\omega_c \ll \omega_m$  (на практике – уже при  $\omega_c < 0.1\omega_m$ ) он перестает зависеть даже от нее, стремясь к «низкочастотному» пределу<sup>3</sup>:

$$K_{\text{int}0}(z) = \frac{\cos^2 \varphi_1}{\omega_m^2} \frac{\Delta\omega_m^2}{4\pi \ln(2)} \frac{\exp(2\xi)}{\xi}. \quad (18)$$

Это означает, что любой видеосигнал с разрывом (например, сигнал  $E(0,t) = \begin{cases} 2\exp(-t^2/T_g^2), t \geq 0 \\ 0, t < 0 \end{cases}$ , получаемый из (15) при  $\varphi_0 = \omega_c = 0$ )

при прохождении через мазер с указанными выше параметрами порождает «стандартный мазерный сигнал» (13), усиленный (по максимальной интенсивности) примерно в  $10^4$  раз.

Отметим, что в выбранном логарифмическом масштабе ноль по оси ординат соответствует значению коэффициента усиления 1. Из рис. 1б видно, что даже при самой «неудачной» фазе исходного кусочно-голоморфного сигнала с рангом 0 по максимальной интенсивности подвергаются усилению сигналы с исходной длиной волны на частоте несущей от  $\lambda = 2$  см до  $\lambda = 20$  м.

При оптимальном же выборе фазы исходного сигнала «область усиления» простирается от нулевой частоты до длин волн 2 мм). Любой низкочастотный (в сравнении с частотой усиления линии мазера) сигнал (включая видеосигнал с нулевой частотой несущей) усиливается по максимальной интенсивности примерно на 40 Дб, а высокочастотный (при длине волны более 2 см) – по меньшей мере на 20 Дб.

Осталось проверить формулы (12) для «усиленного» сигнала и посмотреть, как выглядят эти сигналы на самом деле. На рис. 2 приведены результаты численных (жирная кривая) и аналитических (по формуле (12), тонкая кривая) расчетов временной зависимости усиленного сигнала. Расчеты проводились

---

<sup>3</sup> Следует отметить, что мы нигде не пользовались условием  $\Delta\omega_c \ll \omega_c$  и формулы (16), (17) применимы в том числе и к видеосигналам (с нулевой частотой несущей).

для  $T_g = 1$  мксек, 10 мксек и 100 мксек при  $\xi = 15$ ,  $\varphi_0 = 0, \pi/2$ ,  $\nu_c = 0, 10^3, 10^7, 10^{11}, 10^{15}$  Гц<sup>4</sup>. При всех указанных значениях параметров результаты численных расчетов совпали между собой с графической точностью, равно как и результаты аналитической формулы (12) – между собой. Поэтому на рис. 2 имеется только одна (а не свыше 20) жирная кривая и одна же тонкая кривая. Отклонение результатов численных расчетов от результатов аналитики невелико и вполне соответствует значению оптической толщины слоя  $\xi = 15$ .

Следует иметь в виду, что несмотря на одинаковость временной зависимости усиленного сигнала при самых разных значениях параметров исходного сигнала, нормировочная константа для разных графиков может быть разной – ее нетрудно посмотреть на рис. 1б ( $K_{\text{int}}(z) = |A_{\text{max}}^{(a)}(z)|^2$ ). Эта нормировочная константа может быть как велика в сравнении с 1, так и мала в сравнении с ней. Ясно, что в первом случае усиленный сигнал доминирует над первичным, а во втором – наоборот. Так например, при  $\varphi_0 = 0$ ,  $\nu_c = 0, 10^3, 10^7$  Гц  $K_{\text{int}}(z) = 0.74 \times 10^4$ , при  $\varphi_0 = 0$ ,  $\nu_c = 10^{11}$  Гц  $K_{\text{int}}(z) = 5.7 \times 10^{-4}$ , при  $\varphi_0 = \pi/2$ ,  $\nu_c = 10^{10}$  Гц  $K_{\text{int}}(z) = 216$ , а при  $\varphi_0 = \pi/2$ ,  $\nu_c = 10^{11}$  Гц  $K_{\text{int}}(z) = 2.0$ . Длительность усиленного сигнала одна и та же «на все случаи жизни» и не зависит от свойств первичного сигнала (разумеется, только в том случае, когда первичный сигнал является кусочно-голоморфным). Эта длительность может быть как существенно больше, так и существенно меньше длительности исходного сигнала.

Говорить об интерференции первичного и усиленного сигнала, вероятно, бессмысленно – их частоты могут отличаться на несколько порядков. Кроме того, их существенное временное перекрытие и одновременно сопоставимая интенсивность – достаточно редкая случайность. Другое дело – учет отклонения

---

<sup>4</sup> При  $\nu_c = 0$  расчеты проводились только для случая  $\varphi_0 = 0$ , потому что при  $\nu_c = 0$  и  $\varphi_0 = \pi/2$  сигнал просто исчезает.

реального профиля линии усиления лазера от гауссова или, что то же самое, учет интерференции нескольких усиленных сигналов, возбужденных одним первичным на разных спектральных линиях усиления одного и того же лазера. Этот эффект не только возможен [11], но и неизбежен и требует дальнейшего изучения.

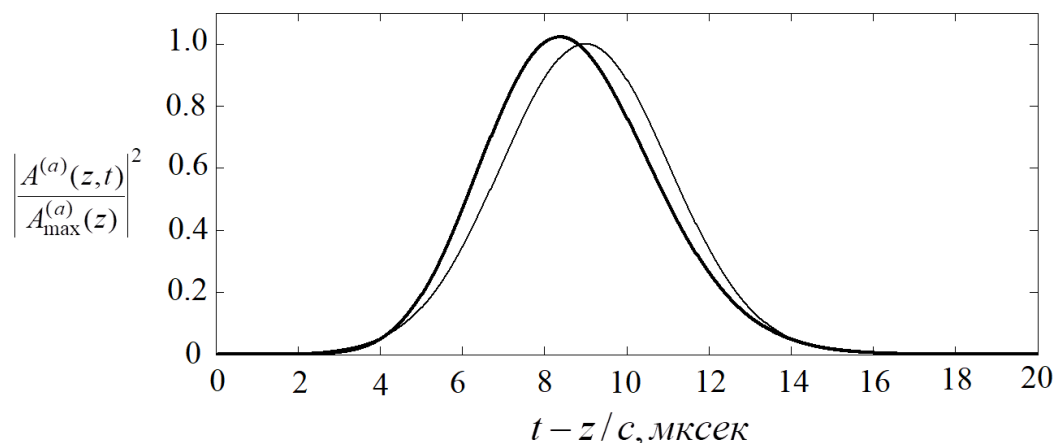


Рис. 2. Временная зависимость интенсивности усиленного сигнала при указанных в тексте параметрах линии усиления лазера. Жирная кривая – численный счет, тонкая - аналитическая формула (12).

## Заключение

Таким образом, любой космический лазер является природным «детектором» кусочно-голоморфных сигналов (в том числе – любых сигналов искусственного происхождения), который «реагирует» не только на сигналы, несущая частота которых близка к частоте линии усиления лазера, но и на сигналы, несущая частота которых отличается от частоты линии усиления на несколько порядков. В частности, типичный ОН-лазер «реагирует» на кусочно-голоморфные сигналы с длиной волны несущей в диапазоне от 2 мм и выше.

«Реакция» лазера заключается в появлении усиленного сигнала на частоте спектральной линии усиления лазера. Временная зависимость этого сигнала, его продолжительность и время запаздывания не зависят от свойств исходного кусочно-голоморфного сигнала и определяются исключительно параметрами

мазера. Для типичного ОН-мазера эти параметры можно оценить как 4 мксек и 9 мксек соответственно.

В случае кусочно-голоморфных сигналов, несущая частота которых ниже частоты линии усиления, ограничение на несущую частоту исходного кусочно-голоморфного сигнала ранга 0 с нулевой начальной фазой вовсе отсутствует, то есть возбуждение «отклика» мазера происходит на сигнал любой частоты (вплоть до видеосигнала), причем коэффициент усиления по интенсивности не зависит от несущей частоты исходного сигнала и составляет около 40 Дб.

Разумеется, для других типов мазеров полученные оценки изменятся, но общая ситуация – вряд ли.

### Литература

1. Виноградова М. Б., Руденко О. В., Сухоруков А. П. Теория волн. – 1979.
2. Вайнштейн Л. А. Распространение импульсов //Успехи физических наук. – 1976. – Т. 118. – №. 2. – С. 339-367. <https://doi.org/10.3367/UFNr.0118.197602h.0339>
3. Бухман Н.С. О поглощении узкополосного сигнала в диспергирующей среде// Известия вузов. Радиофизика. – 2022. – Т. 65. – № 12. – С. 988-1002. [https://doi.org/10.52452/00213462\\_2022\\_65\\_12\\_988](https://doi.org/10.52452/00213462_2022_65_12_988)
4. Бухман Н. С. О принципе причинности и сверхсветовых скоростях распространения сигналов //Радиотехника и электроника. – 2021. – Т. 66. – №. 3. – С. 209-225. <https://doi.org/10.31857/S0033849421030049>
5. Ильин В. А., Позняк Э. Г. Основы математического анализа. – Физматлит, 2005.
6. Стрельницкий В. С. Космические мазеры //Успехи физических наук. – 1974. – Т. 113. – №. 7. – С. 463-502. <https://doi.org/10.3367/UFNr.0113.197407c.0463>
7. Таунс Ч. Х. Космические мазеры и лазеры //Квантовая электроника. – 1997. – Т. 24. – №. 12. – С. 1063-1066.



8. Варшалович Д. А. Мазерный эффект в космосе // Физика космоса: Маленькая энциклопедия / Под ред. Р. А. Сюняева, Ю. Н. Дрожжина-Лабинского, Я. Б. Зельдовича и др.. — 2-е изд. — М.: Советская энциклопедия, 1986. — С. 376—378.
9. Дикинсон Д. Космические мазеры //Успехи физических наук. — 1979. — Т. 128. — №. 6. — С. 345-362.
10. Смирнов В. И. Курс высшей математики. Том 2 //БХВ—Петербург.—624 с. — 1974.
11. Бухман Н. С. Об искажении волнового пакета при его распространении в усиливающей среде //Квантовая электроника. — 2004. — Т. 34. — №. 4. — С. 299-306.
12. Карлов Н. В. Лекции по квантовой электронике. — М.: Наука, 1988.
13. Собельман И. И. Введение в теорию атомных спектров. — Рипол Классик, 2013.
14. García T. T. Voigt profile fitting to quasar absorption lines: an analytic approximation to the Voigt–Hjerting function //Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. — 2006. — Т. 369. — №. 4. — С. 2025-2035. <https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2006.10450.x>
15. Абрамовиц М. и др. Справочник по специальным функциям. — 1979.
16. Бухман Н. С., Куликова А. В. О характере дисперсии показателя преломления вблизи уединенной спектральной линии //Радиотехника и электроника. — 2015. — Т. 60. — №. 5. — С. 535-535. <https://doi.org/10.7868/S0033849415030080>
17. Бухман Н. С. О нормализации наблюдаемой формы спектральной линии усиления с ростом оптической толщины слоя вещества //Квантовая электроника. — 2000. — Т. 30. — №. 9. — С. 799-802.
18. Wang L. J., Kuzmich A., Dogariu A. Gain-assisted superluminal light propagation //Nature. — 2000. — Т. 406. — №. 6793. — С. 277-279. <https://doi.org/10.1038/35018520>

19. Talukder M. A. I., Amagishi Y., Tomita M. Superluminal to subluminal transition in the pulse propagation in a resonantly absorbing medium // Physical Review Letters. – 2001. – Т. 86. – №. 16. – С. 3546. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.86.3546>
20. Dogariu A., Kuzmich A., Wang L. J. Transparent anomalous dispersion and superluminal light-pulse propagation at a negative group velocity // Physical Review A. – 2001. – Т. 63. – №. 5. – С. 053806. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.63.053806>
21. Акульшин А. М., Чиммино А., Опат Д. И. Отрицательная групповая скорость светового импульса в парах цезия // Квантовая электроника. – 2002. – Т. 32. – №. 7. – С. 567-569. <https://doi.org/10.1070/QE2002v032n07ABEH002249>
22. Macke B., Ségard B. Propagation of light-pulses at a negative group-velocity // The European Physical Journal D-Atomic, Molecular, Optical and Plasma Physics. – 2003. – Т. 23. – С. 125-141. <https://doi.org/10.1140/epjd/e2003-00022-0>
23. Akulshin A. M. et al. Pulses of "fast light," the signal velocity, and giant Kerr nonlinearity // LASER PHYSICS-LAWRENCE-. – 2005. – Т. 15. – №. 9. – С. 1252.
24. Золотовский И. О., Семенцов Д. И. Скорость максимума огибающей частотно-модулированного гауссова импульса в усиливающей нелинейной среде // Оптика и спектроскопия. – 2005. – Т. 99. – №. 1. – С. 89-92.
25. Золотовский И. О., Семенцов Д. И. Скорость огибающей импульса в туннельно-связанных оптических волноводах с сильно различающимися параметрами // Оптика и спектроскопия. – 2006. – Т. 101. – №. 1. – С. 120-123. <https://doi.org/10.1134/S0030400X06070204>
26. Macke B., Ségard B. From fast to slow light in a resonantly driven absorbing medium // Physical Review A—Atomic, Molecular, and Optical Physics. – 2010. – Т. 82. – №. 2. – С. 023816. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.82.023816>
27. Akulshin A. M., McLean R. J. Fast light in atomic media // Journal of Optics. – 2010. – Т. 12. – №. 10. – С. 104001. <https://doi.org/10.1088/2040-8978/12/10/104001>

28. Малыкин Г. Б., Романец Е. А. Сверхсветовые движения (обзор) // Оптика и спектроскопия. – 2012. – Т. 112. – №. 6. – С. 993-993. <https://doi.org/10.1134/S0030400X12040145>
29. Золотовский И. О., Минвалиев Р. Н., Семенцов Д. И. Динамика частотно-модулированных волновых пакетов в световодах с комплексными материальными параметрами // Успехи физических наук. – 2013. – Т. 183. – №. 12. – С. 1353-1365. <https://doi.org/10.3367/UFNr.0183.201312e.1353>
30. Macke B., Ségard B. Simultaneous slow and fast light involving the Faraday effect // Physical Review A. – 2016. – Т. 94. – №. 4. – С. 043801. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.94.043801>
31. Macke B., Ségard B. Optical precursors with self-induced transparency // Physical Review A—Atomic, Molecular, and Optical Physics. – 2010. – Т. 81. – №. 1. – С. 015803.
32. Macke B., Ségard B. Optical precursors in transparent media // Physical Review A—Atomic, Molecular, and Optical Physics. – 2009. – Т. 80. – №. 1. – С. 011803.
33. Boyd and R. W., Gauthier D. J. "Slow" and "fast" light // Progress in Optics. – 2002. – V. 43. – P. 497.
34. Macke B., Ségard B. Simple asymptotic forms for Sommerfeld and Brillouin precursors // Physical Review A—Atomic, Molecular, and Optical Physics. – 2012. – Т. 86. – №. 1. – С. 013837. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.86.013837>
35. Ravelo B. Investigation on microwave negative group delay circuit // Electromagnetics. – 2011. – Т. 31. – №. 8. – С. 537-549. <https://doi.org/10.1080/02726343.2011.621106>
36. Macke B., Ségard B. // Opt. Commun. 2008. V. 281. № 1. P. 12-17. <https://doi.org/10.1016/j.optcom.2007.09.007>
37. Sommerfeld A. Über die Fortpflanzung des Lichtes in dispergierenden Medien // Annalen der Physik. – 1914. – Т. 349. – №. 10. – С. 177-202.
38. Brillouin L. Über die Fortpflanzung des Lichtes in dispergierenden Medien // Annalen der Physik. – 1914. – Т. 349. – №. 10. – С. 203-240.

39. Aaviksoo J., Kuhl J., Ploog K. Observation of optical precursors at pulse propagation in GaAs //Physical Review A. – 1991. – Т. 44. – №. 9. – С. R5353. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.44.R5353>
40. Österberg U., Andersson D., Lisak M. On precursor propagation in linear dielectrics //Optics communications. – 2007. – Т. 277. – №. 1. – С. 5-13. <https://doi.org/10.1016/j.optcom.2007.04.050>
41. Tanaka H. et al. Propagation of optical pulses in a resonantly absorbing medium: Observation of negative velocity in Rb vapor //Physical Review A. – 2003. – Т. 68. – №. 5. – С. 053801. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.68.053801>
42. Du S. et al. Observation of optical precursors at the biphoton level //Optics letters. – 2008. – Т. 33. – №. 18. – С. 2149-2151. <https://doi.org/10.1364/OL.33.002149>
43. Macke B., Ségard B. Brillouin precursors in Debye media //Physical Review A. – 2015. – Т. 91. – №. 5. – С. 053814. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.91.053814>
44. Macke B., Ségard B. On-resonance material fast light //Physical Review A. – 2018. – Т. 97. – №. 6. – С. 063830. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.80.011803>

**Для цитирования:**

Бухман Н.С. О распространении кусочно-голоморфных сигналов через космический мазер. // Журнал радиоэлектроники. – 2024. – №. 11. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2024.11.25>