

DOI: <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2024.11.29>

УДК: 538.566

## ВЛИЯНИЕ НЕРОВНОЙ МЕСТНОСТИ НА ПОЛЕ ЗЕМНОЙ ВОЛНЫ НА ЧАСТОТЕ 10 МГц

М.Г. Дембелов, С.Н. Бальхаев, Ю.Б. Башкуев

Институт физического материаловедения СО РАН,  
670047, Улан-Удэ, ул. Сахьяновой, д. 6

Статья поступила в редакцию 8 ноября 2024 г.

**Аннотация.** Рассматривается распространение поля земной волны над плавной нерегулярной в геометрическом отношении местностью. Приведены расчеты модуля функции ослабления поля земной волны над модельной и реальной радиотрассами. Выполнены измерения напряженности поля над неровной местностью на частоте 10 МГц. Расчеты функции ослабления на рельефной трассе выполнены с использованием интегрального уравнения Хаффорда. Численное решение интегрального уравнения применимо для рельефных трасс с перепадами высот, соизмеримых с длиной волны. Сопоставление расчетов с измерениями на реальной гористой трассе на частоте 10 МГц показало удовлетворительную согласованность результатов. Показано, что применимость метода интегрального уравнения для расчета функции ослабления обусловлена расположением геометрической неоднородности от передатчика на расстоянии не менее пяти шагов интегрирования.

**Ключевые слова:** поле земной волны, рельеф радиотрассы, функция ослабления, поверхностный импеданс.

**Финансирование:** Работа выполнена в рамках государственного задания Института физического материаловедения СО РАН по теме № 0270-2024-0008 «Развитие радиофизических методов исследования динамики поверхности суши, водоемов и атмосферы Земли в СНЧ-СДВ-ДВ-СВ и СВЧ диапазонах радиоволн».

**Автор для переписки:** Дембелов Михаил Георгиевич, [mdembelov@mail.ru](mailto:mdembelov@mail.ru)

## Введение

Теория распространения радиоволн над однородной в электрическом и геометрическом отношении Землей впервые описана в ранних работах Зоммерфельда [1] и Вейля [2]. В последствии данная теория была основательно проработана Фоком [3], Уотсоном [4], Бремером [5] и другими радиофизиками. Фейнбергом [6] получено интегральное уравнение, численная реализация которого позволяет построить решение для кусочно-однородных импедансных трасс. В работах Макарова [7] и Уайта [8] подробно показан учет неоднородных по глубине подстилающих сред, исследована задача о распространении радиоволн над сильноиндуктивными средами. В работах [9,10] описаны экспериментальные результаты, подтверждающие существование поверхностных электромагнитных волн над такими средами.

Для геометрически неоднородных радиотрасс в работе Хаффорда [11] предложено интегральное уравнение для функции ослабления поля земной волны. В работах Джолера [12] и Проскурина и др. [13] представлен алгоритм расчета функции ослабления по методу интегрального уравнения Хаффорда. В данном методе не учитываются отражения от границ неоднородностей, а также неоднородности рельефа местности и импеданса в поперечном направлении. Недостатком метода является его неустойчивость для больших расстояний от источника. Подобно уравнению Фейнберга метод интегрального уравнения Хаффорда учитывает импедансные неоднородности вдоль трассы распространения. Оба метода можно использовать для расчета функции ослабления как над «плоской», так и сферической Землей. Интерес к задачам

распространения радиоволн над реальной земной поверхностью в эти годы не ослабевает [14-16].

## 1. Интегральное уравнение Хаффорда

Используя функцию Грина в свободном пространстве, Хаффорд [11] предложил удобное для численной реализации интегральное уравнение для расчета функции ослабления поля земной волны над геометрически и электрически неоднородными трассами. В то же время данное интегральное уравнение можно использовать для расчета над гладкой и неоднородной в электрическом отношении земной поверхности. Не останавливаясь на выводе и особенностях интегрального уравнения, запишем само уравнение для функции ослабления  $W$  [11-13]:

$$W(D) = 1 + i \sqrt{\frac{ikD}{2\pi}} \int_0^D W(x) \left[ \delta(x) + \left(1 - \frac{1}{ikr_2}\right) \frac{\partial r_2}{\partial n} \right] \frac{\exp[ik(r_1 + r_2 - r_0)] dx}{\cos\psi \sqrt{x(D-x)}}. \quad (1)$$

Здесь  $k$  – волновое число в вакууме;  $D$  и  $x$  – расстояния вдоль земной поверхности соответственно от источника до приемника и до текущей точки интегрирования;  $\delta(x)$  – неоднородный вдоль радиотрассы приведенный поверхностный импеданс;  $r_1$  – расстояние по прямой между источником и текущей точкой интегрирования;  $r_2$  – расстояние по прямой между приемником и точкой интегрирования;  $r_0$  – расстояние по прямой между источником и приемником;  $\psi$  – угол между нормалью к реальной земной поверхности  $\vec{n}$  и радиальным вектором, направленным из центра Земли. Приемник и излучатель расположены на поверхности Земли.

В работе [10] впервые представлено численное решение уравнения (1) для вертикально поляризованных радиоволн, приведены примеры расчетов модуля и дополнительной фазы функции ослабления для частот до 10 МГц. Показано, что если модуль приведенного поверхностного импеданса ненамного меньше 1, то расчеты по методу интегрального уравнения (1) будут совершенно неэффективны. Здесь необходимо выполнение импедансного условия  $|\delta|^2 \ll 1$ .

Наиболее подробный алгоритм численного решения уравнения (1) приведен в работе [11]. Это рекуррентный метод расчета по точкам разбиения трассы, он определяет значение функции ослабления по всем предыдущим рассчитанным значениям  $W$ .

Метод интегрального уравнения Хаффорда (1) является наиболее востребованным методом расчета амплитудно-фазовой структуры поля над геометрически неоднородной трассой. Также использование данного интегрального уравнения является более оправданным с точки зрения того, что оно обеспечивает непрерывное во всем диапазоне расстояний решение. Отметим, что традиционный метод расчета над однородной сферической Землей требует отдельного сшивания результатов расчета по двум разным формулам: функции Зоммерфельда на малых расстояниях и ряду Фока при достаточных удалениях от излучателя. Кроме того, алгоритм решения уравнения (1) остается одинаковым при произвольных значениях поверхностного импеданса, тогда как в методе нормальных волн (ряд Фока) при сильно индуктивных импедансах необходимо специально рассматривать случаи вырождения [7]. В то же время для метода интегрального уравнения (1) область применимости может быть ограничена по расстоянию из-за потери точности вычислений особенно на высоких частотах и при плохих проводимостях радиотрассы.

## 2. Модельные расчеты

Используя численную реализацию интегрального уравнения (1), выполним расчет функции ослабления для рельефной трассы в виде Гауссовой горы с однородным поверхностным импедансом. Функция рельефа горы гауссовой формы задается выражением  $y(x) = h_0 \cdot e^{-9\left(\frac{x-3}{2}\right)^2}$  с производной  $y'(x) = -y(x) \cdot 4,5(x-3)$ . Здесь  $h_0$  – максимальная высота горы, пик горы находится в 3 км от передатчика, ширина горы около 2 км. (рис. 1в). Передатчик расположен в начале координат, точка наблюдения перемещается вдоль заданной рельефной трассы. Удельное сопротивление и относительная

диэлектрическая проницаемость трассы составляют соответственно  $\rho = 100 \text{ Ом}\cdot\text{м}$  и  $\varepsilon = 10$ . Передатчик вертикально поляризован, рабочая частота составляет 10 МГц.

На рис. 1а,б представлены зависимости от расстояния модуля функции ослабления  $|W|$  и уровня электрического поля  $E$  над трассой с Гауссовой горой с зафиксированной шириной и разной высотой:  $1\lambda$  (30 м) и  $2\lambda$  (60 м), где  $\lambda$  – длина волны. Модуль вертикальной составляющей  $|E_z|$  электрического поля связан с модулем функции ослабления  $|W|$  формулой [17]:

$$|E_z| = \frac{300\sqrt{P}}{R} \left| W(R) - \frac{1}{ikR} + \frac{1}{(ikR)^2} \right|, \text{ где } P \text{ – излучаемая мощность антенны (кВт);}$$

$R$  – расстояние от источника поля до точки приема,  $1/(ikR)$  – индукционный,  $1/(ikR)^2$  – статический члены, которые «участвуют» в формировании поля в ближней зоне излучателя. При расчетах, приведенных на рис. 1, излучаемая мощность передающей антенны принята равной 1 кВт.

Графики в виде штриховой линии на рис. 1а,б – модуль функции ослабления и уровень поля над плоской однородной Землей, рассчитанные по формуле Зоммерфельда [7]. Перед геометрической неоднородностью модель плоской Земли практически совпадает с расчетами по формуле (1). В области горы графики, рассчитанные по интегральному уравнению, вначале показывают рост и достигают максимального значения при приближении к вершине, примерно в точке перегиба функции  $y(x)$ . Далее наблюдается падение значения, в том числе над пиком горы. Минимум наблюдается на спуске горы вблизи другой точки перегиба функции  $y(x)$ . Затем имеет место частичное восстановление уровня поля, и далее изменение уровня поля постепенно приобретает тенденцию к медленному убыванию. Расчет уровня поля над трассой с учетом Гауссовой горы с высотой  $2\lambda$  (60 м) имеет максимум перед пиком, который превышает уровень поля без учета геометрической неоднородности на величину 650 мВ/м или на 124%. В теневой зоне за пиком горы минимум меньше поля без учета геометрической неоднородности на величину 181 мВ/м или на 67%. Однако далее расчет показывает сильное восстановление уровня поля, и даже на некотором теневом участке трассы имеет

место превышение уровня поля над однородной средой примерно на 12%. После этого уровень поля начинает заметно падать. Рассчитанный эффект сильного восстановления уровня поля за препятствием в виде Гауссовой горы, когда отсутствует прямой луч, можно объяснить несовершенством алгоритма для случая большого превышения высоты горы в масштабе длины волны. При этом расчет уровня поля для Гауссовой горы с высотой  $1\lambda$  показывает вполне адекватную картину на всей протяженности трассы. Таким образом, алгоритм численного решения интегрального уравнения Хаффорда (1) удовлетворительно применим для гористых трасс с перепадами высот рельефа местности, которые соизмеримы с длиной волны.

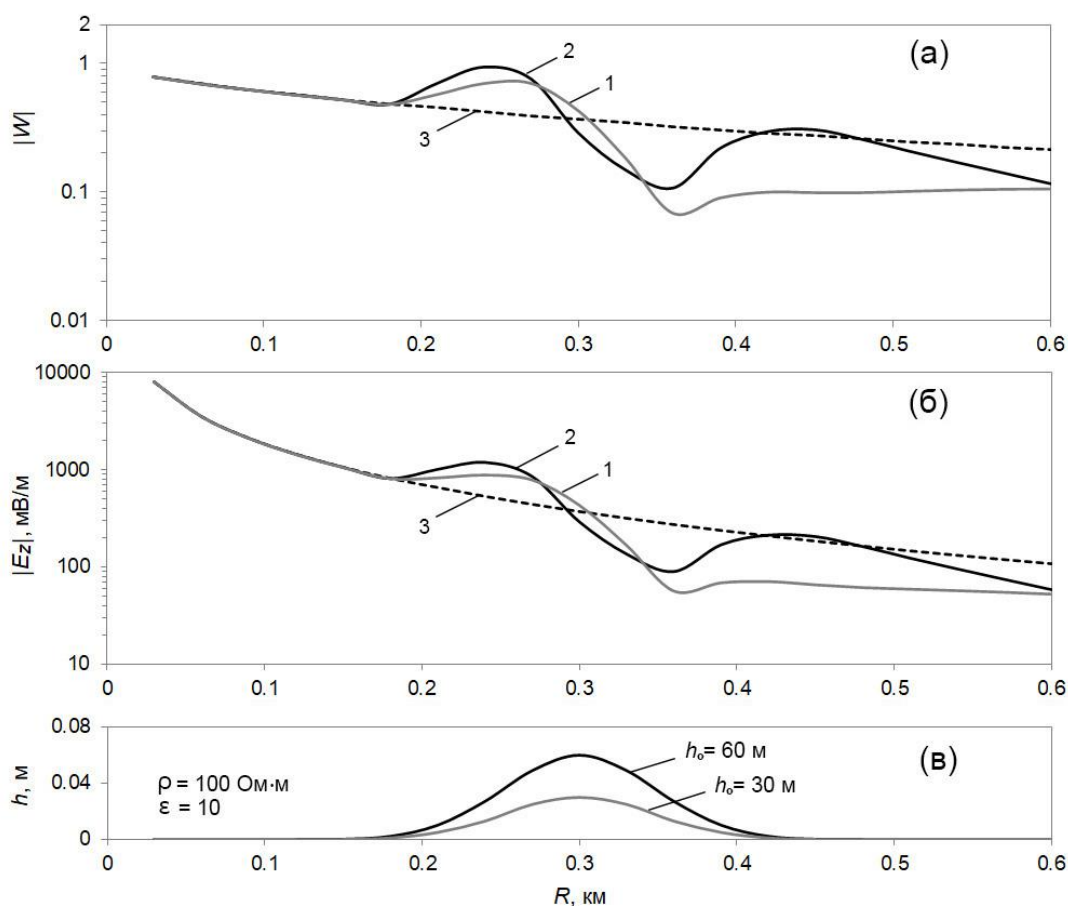


Рис. 1. Функция ослабления (а) и уровень поля (б) для частоты 10 МГц над Гауссовой горой (в) двух видов.

- 1 – расчет функции ослабления над Гауссовой горой с высотой  $1\lambda$  (30 м);
- 2 – расчет функции ослабления над Гауссовой горой с высотой  $2\lambda$  (60 м);
- 3 – расчет функции ослабления над плоской однородной поверхностью.

### 3. Сравнение расчетов с экспериментом

В пригороде Улан-Удэ в летнее время выполнены измерения уровня поля земной волны на гористой безлесной трассе протяженностью 330 метров на частоте 10 МГц (рис. 2). Измерения напряженности поля выполнялись приемником WR-G31DDC "EXCALIBUR" с использованием антенного блока FMA-6.2 с магнитным датчиком. Антенна типа «вертикаль» применялась в качестве излучателя, в качестве генератора сигналов использовался многофункциональный осциллограф АКПП-75444, дополнительно использовался высокочастотный усилитель У-3-33. В течение всего измерительного процесса выполнялся контроль за излучаемой мощностью передающей антенны. Возбуждалось электромагнитное поле вертикальной поляризации, которое в дневное время распространялось в виде поля земной волны.

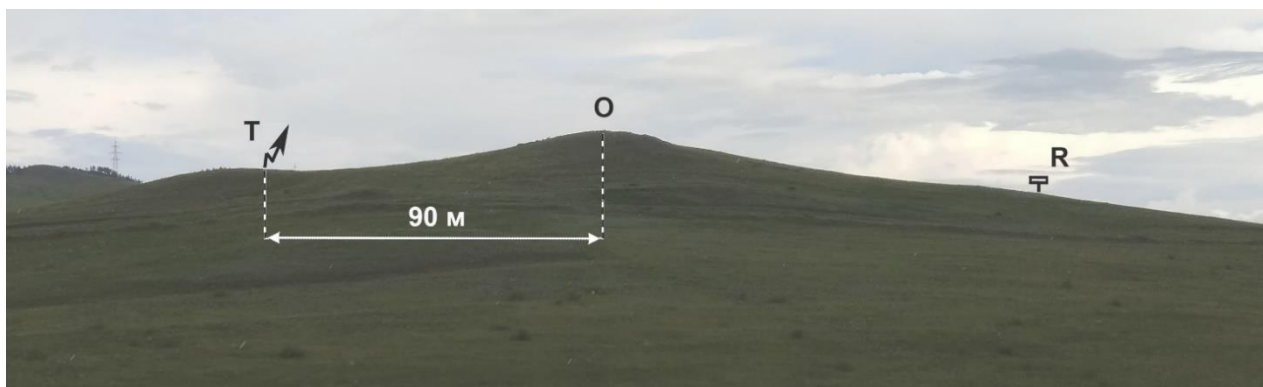


Рис. 2. Схема рассматриваемой гористой трассы.

Т – передатчик; О – точка пика горы; Р – точка приема сигнала.

Выполненное радиокомпарирование заключалось в определении напряженности поля и модуля функции ослабления в зависимости от расстояния от передатчика вдоль земной поверхности [9]. Модуль функции ослабления нормировался произведением значений уровня поля  $E_i$  на расстояние до излучателя  $R_i$  к величине  $E_0R_0$  в выбранном пункте измерения:  $|W_i| = (E_iR_i) / (E_0R_0)$ . Значение  $R_0$  определялось на расстоянии половины длины волны ( $0,5\lambda$ ).

Подстилающая среда рассматриваемой трассы представляет собой двухслойную структуру. Верхний слой – влажная почва с электрическими

свойствами:  $\rho = 70 \text{ Ом}\cdot\text{м}$  и  $\varepsilon = 10$ , толщиной в среднем около 50 см; нижний слой – разрушающиеся гранитные породы (рапакиви) с электрическими свойствами:  $\rho = 800 \text{ Ом}\cdot\text{м}$  и  $\varepsilon = 10$ . Расчет поверхностного импеданса такой двухслойной структуры для частоты 10 МГц дает результат:  $|\delta| = 0,18$ ;  $\arg \delta = -14^\circ$ .

На рис. 3а представлены рассчитанные и измеренные значения модуля функции ослабления  $|W|$  над рельефной трассой, профиль которой представлен на рис. 3б. Максимальная высота профиля рельефа трассы относительно передатчика составила 12 м, или  $0,4\lambda$ . Имеет место распространение над плавной нерегулярной в геометрическом отношении местностью. Пик горы находится в 90 м ( $3\lambda$ ) от источника. Расчеты выполнены с разным шагом интегрирования:  $1\lambda$  (30 м),  $0,5\lambda$  (15 м) и  $0,25\lambda$  (7,5 м).

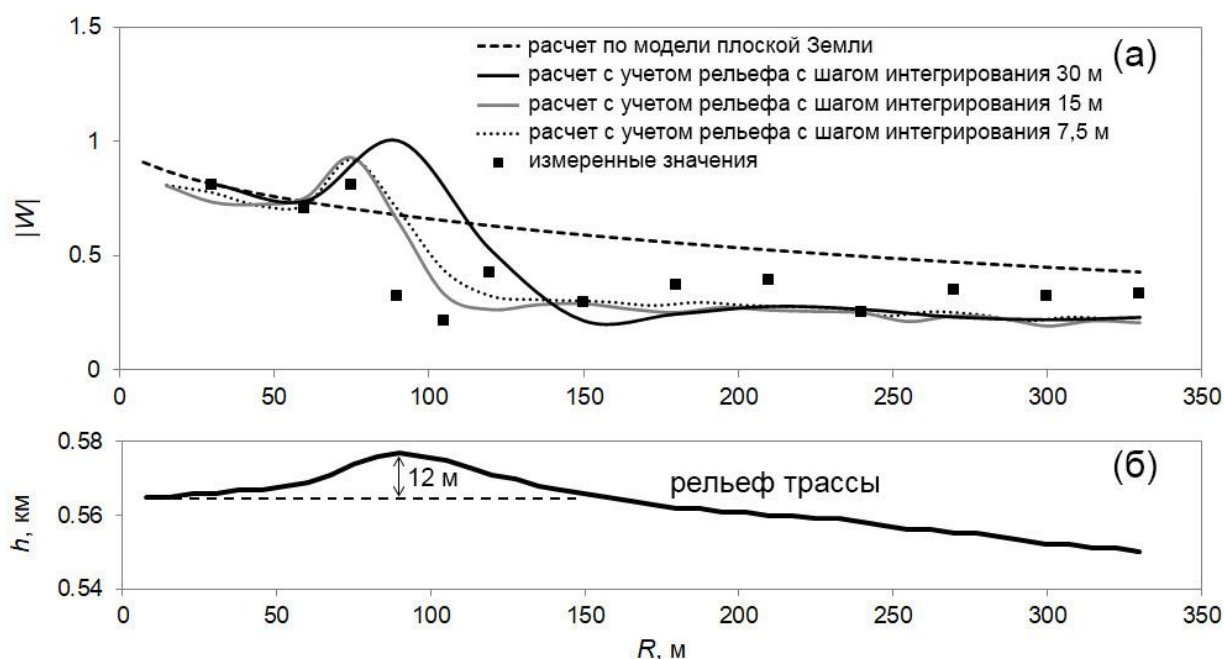


Рис. 3. Рассчитанные и измеренные значения функция ослабления на гористой трассе на частоте 10 МГц (а) и профиль рельефа трассы (б).

Среднее отклонение и среднеквадратическое отклонение рассчитанных и измеренных значений с разными шагами интегрирования в точках измерений по трассе показаны в таблице 1. Здесь  $W_\lambda$ ,  $W_{0,5\lambda}$ ,  $W_{0,25\lambda}$  – значения функции ослабления, рассчитанные с шагами интегрирования соответственно  $1\lambda$  (30 м),



$0,5\lambda$  (15 м) и  $0,25\lambda$  (7,5 м). Расчеты с шагом интегрирования  $0,5\lambda$  и  $0,25\lambda$  находятся намного ближе к экспериментальным значениям. Максимум как рассчитанного, так и измеренного значения уровня поля находится перед вершиной горы. Также за вершиной горы наблюдаются минимумы уровня поля. Значение  $|W|$ , рассчитанное с шагом интегрирования 30 м, на третьем шаге уже достигает точку вершины геометрической неоднородности. Из-за близости вершины горы в масштабе шага интегрирования рассчитанная кривая неточно отражает процесс распространения, поэтому максимум  $|W|$  находится в точке пика горы (рис. 3а). На практике для применимости метода расчета по формуле (1) необходимо, чтобы геометрическая неоднородность располагалась от передатчика не ближе, чем в пяти шагах интегрирования. Отличие расчетов функции ослабления с шагами интегрирования  $0,5\lambda$  и  $0,25\lambda$  от измеренных значений в среднем находится в пределах 25% (таблица 1). Это удовлетворительный уровень сопоставления результатов моделирования и эксперимента.

Таблица 1. Сравнение разницы экспериментальных и рассчитанных значений  $|W|$ , выполненных с разными шагами интегрирования.

	Среднее отклонение	СКО
$ W_\lambda  -  W_\Delta $	0,18	0,26
$ W_{0,5\lambda}  -  W_\Delta $	0,11	0,14
$ W_{0,25\lambda}  -  W_\Delta $	0,11	0,15

## Заключение

Модельные расчеты функции ослабления поля земной волны на частоте 10 МГц над нерегулярной поверхностью в виде Гауссовой горы показали, что алгоритм численного решения интегрального уравнения Хаффорда (1) может применяться для соизмеримых с длиной волны перепадах высот трассы. Недостаток моделирования для сильных перепадов высот могут проявляться за геометрической неоднородностью в теневой области. Для решения этой проблемы необходимо усовершенствование алгоритма расчета.

Приведенный пример расчета функции ослабления для Гауссовой горы показывает явление фокусирования поля (максимума уровня поля) перед пиком возле точки перегиба функции, описывающей саму гору. Причем в точке пика горы наблюдается заметное падение уровня поля. Расчеты также показали минимум за гребнем горы вблизи другой точки перегиба функции рельефа. Выполненный эксперимент выявил максимум и минимум уровня поля перед и за гребнем горы.

Достоверность использования численного решения интегрального уравнения Хаффорда обуславливается расположением геометрической неоднородности от передатчика на расстоянии не ближе пяти шагов интегрирования. Расхождения экспериментальных и теоретических значений функции ослабления на рассмотренной реальной гористой трассе могут быть вызваны погрешностью в задании поверхностного импеданса трассы, а также неучетом геометрических и электрических неоднородностей в поперечном направлении. Точность сопоставления выполненного расчета с экспериментом для рельефной трассы на уровне 25% является достаточно высокой.

**Финансирование:** Работа выполнена в рамках государственного задания Института физического материаловедения СО РАН по теме № 0270-2024-0008 «Развитие радиофизических методов исследования динамики поверхности суши, водоемов и атмосферы Земли в СНЧ-СДВ-ДВ-СВ и СВЧ диапазонах радиоволн».

### Литература

1. Sommerfeld A. Über die Ausbreitung der Wellen in der drahtlosen Telegraphie //Annalen der Physik. – 1926. – Т. 386. – №. 25. – С. 1135-1153.
2. Weyl H. Ausbreitung elektromagnetischer Wellen über einem ebenen Leiter //Annalen der Physik. – 1919. – Т. 365. – №. 21. – С. 481-500.
3. Фок В.А. Проблемы дифракции и распространения электромагнитных волн. – М: Советское Радио, 1970. 517 с.

4. Watson G.N. The diffraction of electric waves by the earth //Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character. – 1918. – Т. 95. – №. 666. – С. 83-99.
5. Bremmer H. Applications of operational calculus to ground-wave propagation, particularly for long waves //IRE Transactions on Antennas and Propagation. – 1958. – Т. 6. – №. 3. – С. 267-272.
6. Фейнберг Е.Л. Распространение радиоволн вдоль земной поверхности. – АН СССР, 1961. 546 с.
7. Макаров Г.И., Новиков В.В., Рыбачек С.Т. Распространение электромагнитных волн над земной поверхностью. – Наука, 1991. 196 с.
8. Wait J.R. Electromagnetic waves in stratified media. – Pergamon Press, 1970.
9. Башкуев Ю.Б., Хаптанов В.Б., Дембелов М.Г. Экспериментальное доказательство существования поверхностной электромагнитной волны //Письма в Журнал технической физики. – 2010. – Т. 36. – №. 3. – С. 88-95.
10. Башкуев Ю.Б., Дембелов М.Г., Хаптанов В.Б. Поверхностная электромагнитная волна над сильноиндуктивной средой лед-соленая вода //Известия высших учебных заведений. Радиофизика. – 2021. – Т. 64. – № 8-9. – С. 611-615.
11. Hufford G.A. An integral equation approach to the problem of wave propagation over an irregular surface //Quarterly of applied mathematics. – 1952. – Т. 9. – №. 4. – С. 391-404.
12. Johler J.R. Loran-D phase corrections over inhomogeneous, irregular terrain. – US Department of Commerce, Environmental Science Services Administration, Institutes for Environmental Research, Institute for Telecommunication Sciences, 1967. – Т. 52.
13. Проскурин Е.П. и др. Распространение радиоволн над электрически и геометрически неоднородными трассами //Проблемы дифракции и распространения волн.-Л.: Изд-во ЛГУ. – 1981. – №. 18. – С. 171-183.
14. Wang D.D. et al. Hybrid FDTD–PE method for Loran-C ASF prediction with near-source complex topography //IET Microwaves, Antennas & Propagation. – 2020. – Т. 14. – №. 2. – С. 171-176.

15. Liu J. et al. An effective CFS-PML implementation for cylindrical coordinate FDTD method //IEEE Microwave and Wireless Components Letters. – 2012. – Т. 22. – №. 6. – С. 300-302.
16. Zhou L. et al. LF ground-wave propagation over irregular terrain //IEEE Transactions on antennas and propagation. – 2011. – Т. 59. – №. 4. – С. 1254-1260.
17. Башкуев Ю.Б., Дембелов М.Г. Моделирование распространения ДВ-, СВ-, КВ-радиоволн над покрытым льдом морем //Техника радиосвязи. – 2016. – №. 1. – С. 89-101.

**Для цитирования:**

Дембелов М.Г., Бальхаев С.Н., Башкуев Ю.Б. Влияние неровной местности на поле земной волны на частоте 10 МГц. // Журнал радиоэлектроники. – 2024. – №. 11. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2024.11.29>