

DOI: <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2025.11.41>

УДК: 537.874; 537.624

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА РЕЗИСТИВНОЙ СЕТКИ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПРОВОДИМОСТИ ГРАФЕНОСОДЕРЖАЩЕГО ШУНГИТА ПО ДАННЫМ ЭЛЕКТРОСИЛОВОЙ МИКРОСКОПИИ

И.В. Антонец ¹, Е.А. Голубев ², В.И. Щеглов ³

¹ Сыктывкарский государственный университет им. П.Сорокина,
167001, Сыктывкар, Октябрьский пр-т, 55

² Институт геологии им. Н.П.Юшкина Коми НЦ Уро РАН,
167982, Сыктывкар, ул. Первомайская, 54

³ Институт радиотехники и электроники им. В.А.Котельникова РАН,
125009, Москва, ул. Моховая, 11 к.7

Статья поступила в редакцию 23 сентября 2025 г.

Аннотация. Рассмотрена возможность применения метода резистивной сетки для анализа сопротивления графеносодержащего шунгита по данным электросиловой микроскопии. Отмечена задача применения шунгита для создания экранов микроволнового излучения. Приведен пример построения карты содержания углерода методом электросиловой микроскопии, выполнена ее бинарная дискретизация. Приведена схема построения резистивной сетки на основе дискретизированной карты. Выполнена процедура сворачивания, в результате которой сетка преобразована в единственный резистор, номинал которого равен сопротивлению исходной сетки. Представлена схема получения частичных карт из единой карты путем деления ее на четыре части. Получены зависимости сопротивления частичных карт от сопротивления ячейки кварца. Выявлены два вида таких зависимостей: возрастание с насыщением и возрастание линейное. Выявлено существование «сквозного канала», представляющего собой непрерывную цепочку ячеек углерода.

Установлено, что возрастание с насыщением обусловлено существованием на частичной карте сквозного канала. Установлено, что в отсутствие сквозного канала зависимость сопротивления карты от сопротивления ячейки кварца возрастает линейно. Выполнена нормировка сопротивлений сеток различных образцов относительно проводимости, измеренной методом контактов. Получен нормировочный коэффициент, позволяющий получить значения проводимостей с точностью до 25 %. Рассмотрено влияние степени неоднородности образцов на проводимые измерения. Приведены некоторые замечания о возможном развитии работы.

Ключевые слова: графеносодержащий шунгит, электросиловая микроскопия, резистивная сетка.

Финансирование: Исследование выполнено в рамках госзадания ФГБОУ ВО «СГУ им. Питирима Сорокина» № 075-03-2024-162 по теме «Влияние структуры на статические и динамические электропроводящие свойства разупорядоченного углерода» (получение карт шунгита методом электросиловой микроскопии), а также в рамках государственного задания Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН (обработка карт методом резистивной сетки).

Автор для переписки: Щеглов Владимир Игнатьевич, vshcheg@cplire.ru

Введение

Одной из важнейших задач техники СВЧ является создание планарных структур, надежно экранирующих электромагнитное излучение. Перспективной средой для таких структур является природный материал шунгит, обладающий высокой экранирующей способностью [1-14]. По геологическому происхождению шунгит представляет собой углеродосодержащую горную породу, родственную графиту и антрациту, сформировавшуюся на основе нефти и морских водорослей [15-20]. За проводящую способность шунгита отвечают собранные в пачки слои графена [21-24], образующие проводящие области между непроводящими

включениями из кварца [9, 18, 20]. Общая проводимость подобного материала определяется удельной концентрацией и структурным распределением проводящих областей между непроводящими.

Главным параметром, определяющим интегральную проводимость шунгита, является объемное содержание углерода. Традиционным способом определения такого содержания является метод кулонометрического титрования, состоящий в сжигании образца в печи с последующим химическим анализом продуктов горения [25-27]. То есть содержание углерода определяется путем уничтожения образца, исключающего возможность дальнейшего использования.

В то же время, практика требует поиска альтернативных неразрушающих методов, позволяющих определить объемное содержание углерода с сохранением образца как целого.

Весьма удобным методом, позволяющим определить конфигурацию и взаимное распределение проводящих и непроводящих областей на поверхности образца, является метод электросиловой микроскопии [28-30]. Основой метода является измерение сопротивления растекания тока между острием зонда и поверхностью образца. В работе [31] таким методом получена карта планарного распределения проводящих и непроводящих областей на исследуемой поверхности, по соотношению площадей которых определена концентрация проводящей фазы.

Для практического применения в качестве защитного экрана главным параметром является определяемая концентрацией углерода электрическая проводимость материала в целом. В работах [32-34] рассмотрено соотношение между концентрацией углерода и удельной проводимостью шунгита. Установлено, что такое соотношение носит квадратичный характер (рис. 2 и форм.(1) в работе [34]). Там же предложена методика определения проводимости шунгита на основе карт проводимости, полученных методом электросиловой микроскопии. Методика включает в себя бинарную дискретизацию карт с последующим анализом количества и протяженности

цепей, образованных бинарными элементами проводящего характера. Некоторым недостатком предложенной методики является трудоемкость определения параметров цепей, требующая значительных затрат времени. Такое обстоятельство вынуждает искать другие способы анализа бинарных карт, позволяющие определить проводимость более простым путем.

В настоящей работе предложена методика непосредственного анализа проводимости структуры в целом путем расчета сопротивления резистивной сетки, ячейки которой соответствуют сопротивлениям ячеек бинарной карты, имеющим всего два значения. Ввиду доступности машинной алгоритмизации, методика является весьма простой и значительно менее трудоемкой, чем рассмотренная в работе [34].

1. Образцы и методика измерений

В настоящем рассмотрении исследовались те же образцы шунгита, что в работах [31-34]. Основу исследования составлял метод электросиловой микроскопии. Подобно [31-34], предварительный анализ концентрации углерода выполнялся методом кулонометрического титрования. Измерения интегральной проводимости образцов выполнялись методом четырех контактов.

Из всей массы образцов для более подробных измерений были выбраны три наиболее характерных образца, соответствующие большой ($c = 73 \%$, образец №1), средней ($c = 47 \%$ образец №2) и малой ($c = 5 \%$, образец №3) концентрации углерода. Образцы представляли собой химически полированные, наклеенные на стекло, пластины шунгита толщиной 0.5 мм. Измерения по методу электросиловой спектроскопии [28-30] проводились на сканирующем зондовом микроскопе Интегра-Прима-NT-MDT (Зеленоград). Пространственное разрешение составляло 0,03 нм. Сканирование проводилось по площади 20x20 мкм. Измерялось сопротивление растекания тока между острием кантилевера и поверхностью образца.

Результатами измерений являлись представленные в графическом режиме карты, состоящие из четко разграниченных черных и белых областей, где белые области соответствовали проводящему углероду, а черные – непроводящему кварцу.

2. Схема бинарной дискретизации карты проводимости

Для анализа полученных карт проводимости выполнялась их дискретизация с бинарной цифровой обработкой. Типичный пример дискретизации карты представлен на рис. 1 (работа [31, рис. 1]).

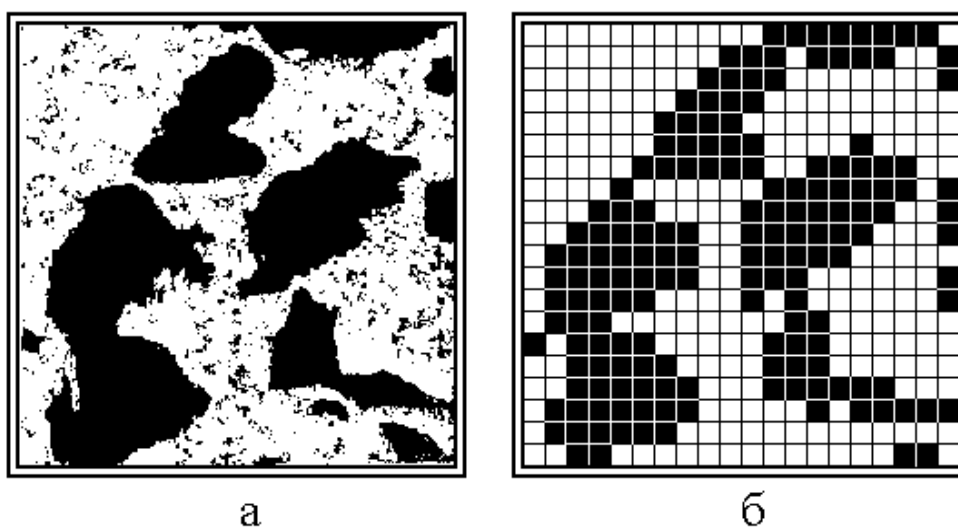


Рис. 1. Схема цифровой дискретизации карт проводимости для образца с концентрацией углерода $c = 60\%$. [31]. а – исходная карта проводимости, б – та же карта проводимости после бинарной обработки.

На рис. 1а показана исходная карта проводимости, полученная методом электросиловой спектроскопии. Размер исходной карты – 20×20 мкм. На эту карту накладывалась сетка из квадратных ячеек размером 1×1 мкм. В каждой ячейке сетки анализировалась степень ее почернения. Если черный цвет занимал более половины площади ячейки, то такая ячейка вся целиком окрашивалась в черный цвет. Если черный цвет занимал менее половины площади ячейки, то такая ячейка окрашивалась в белый цвет. Полученная в результате такой процедуры бинарная карта показана на рис. 1б.

Согласно описанной процедуре, ячейки бинарной карты имеют различное электрическое сопротивление. Совокупность таких соединенных друг с другом

сопротивлений образует резистивную сетку, полное сопротивление которой соответствует полному сопротивлению рассматриваемого участка образца. Перейдем далее к построению такой резистивной сетки.

3. Модель резистивной сетки

Важным инструментом расчета электрических свойств неоднородной среды является модель резистивной сетки. В основе такой модели лежит дискретизированная среда, ячейки карты которой представляются в виде эквивалентных схем из резисторов, совокупность которых имеет то же электрическое сопротивление, что и ячейка исходной среды. В результате получается схема из значительного числа резисторов, общее сопротивление или проводимость которой равно сопротивлению или проводимости исходной среды.

В качестве примера на рис. 2 приведена схема построения такой сетки для дискретизированной карты, содержащей три ряда по четыре ячейки в каждом.

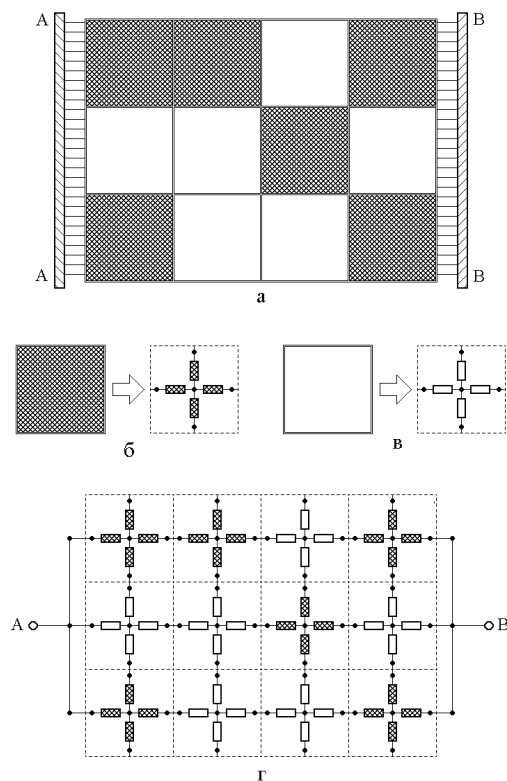


Рис. 2. Схема построения «крестообразной» сетки для дискретизированной карты. а – исходная дискретизированная карта; б, в – схема замены ячейки сеткой из резисторов; г – полученная резистивная сетка.

AA, BB (а) и A, B (г) – контакты.

На рис. 2а показана исходная дискретизированная карта, содержащая два вида ячеек. Заштрихованные ячейки имеют малое сопротивление, свободные – большое (или по проводимости – в обратном соотношении). *AA* и *BB* – контакты, сопротивление которых равно нулю.

На рис. 2б и рис. 2в приведены схемы замены ячеек того и другого вида сеткой из резисторов. Каждая ячейка заменяется крестообразно соединенными четырьмя резисторами. Для удобства обращения будем называть такую сетку по имени конфигурации ячейки «крестообразной».

Сопротивление ячейки по горизонтали моделируется двумя одинаковыми горизонтально расположенными последовательно соединенными резисторами, сопротивление по вертикали – двумя другими также одинаковыми вертикально расположенными резисторами, соединенными последовательно. Сопротивления горизонтальных резисторов равны соответственно половине сопротивления ячейки в горизонтальном направлении, сопротивления резисторов по вертикали – половине сопротивления ячейки в вертикальном направлении. Для того, чтобы обеспечить возможность протекания тока в диагональном направлении, средние точки соединения каждой пары резисторов связаны друг с другом.

Сопротивление ячейки по горизонтали может отличаться от сопротивления по вертикали, то есть ячейка является анизотропной. При этом сопротивления каждой пары резисторов также будут различными. Если же ячейка по сопротивлению изотропна, то есть ее сопротивления по горизонтали и по вертикали равны, то сопротивления всех четырех резисторов будут одинаковыми.

На рис. 2 показана резистивная сетка, полученная в результате объединения ячеек в соответствии с исходной картой. Предполагается, что полное сопротивление исходной карты, измеренное между контактами *AA* и *BB* на рис. 2а, с определенной точностью равно сопротивлению резистивной сетки между контактами *A* и *B* на рис. 2г.

Замечание. Заметим, что такое положение не является безусловным, однако можно ожидать, что с уменьшением размера ячейки точность приближения повышается. В пределе, при стремлении размера ячейки к нулю, рассчитанное сопротивление должно равняться истинному. Доказательство такого положения должно быть подобно проводимому в задачах математического анализа [35, 36]. Авторам настоящей работы такое доказательство не известно, поэтому они осмеливаются предложить поиск его любознательному читателю.

4. Формирование квадратной сетки

Представленная на рис. 2г сетка имеет сложный характер ячеек. Для удобства анализа приведем сетку к более простому виду, для чего заменим каждую пару последовательно соединенных резисторов одним, номинал которого равен их сумме. Будем называть такую сетку «квадратной». Схема формирования такой сетки представлена на рис. 3.

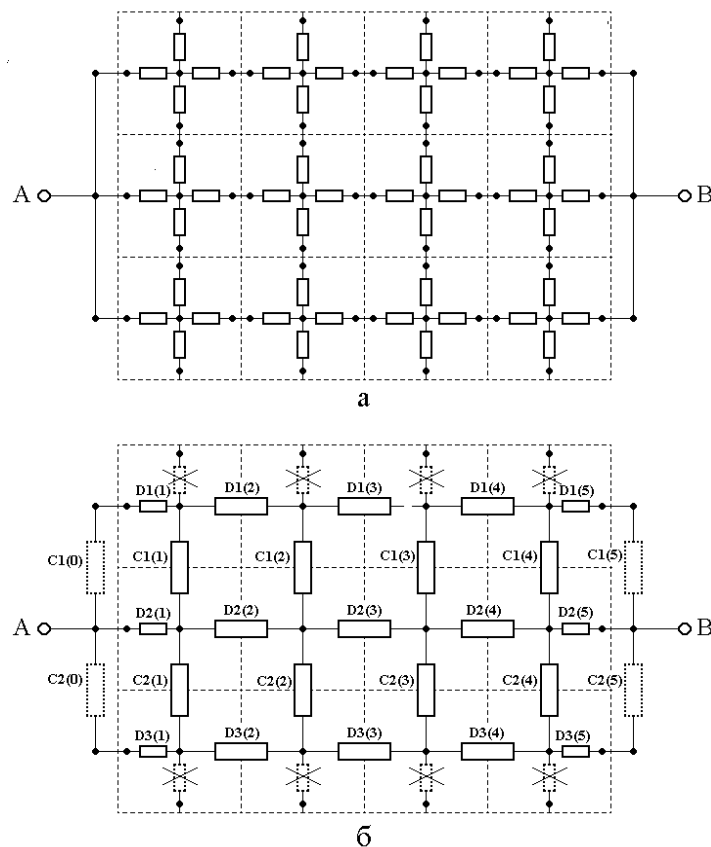


Рис. 3. Схема преобразования крестообразной сетки в квадратную.
а – исходная крестообразная сетка; б – преобразованная квадратная сетка.

Здесь на рис. 3а показана исходная крестообразная сетка, совпадающая с сеткой на рис. 2г. Для удобства чертежа все резисторы изображены без внутренней штриховки, однако надо не забывать, что их величины определяются параметрами исходной карты (рис. 2а).

На рис. 3б представлена та же сетка, в которой каждая пара последовательно соединенных резисторов заменена одним общим, изображенным в несколько более крупном виде. Номинал каждого такого резистора равен сумме номиналов двух исходных его образующих. Исходные резисторы самого верхнего и самого нижнего рядов в формировании общего сопротивления сетки не участвуют, поэтому изображены пунктиром и перечеркнуты. Для симметрии схемы слева при контакте «А» добавлены два резистора, показанные пунктиром, причем номиналы этих резисторов равны нулю. Такие же два резистора с нулевыми номиналами добавлены справа при контакте «В».

Для идентификации резисторов введены обозначения $DI(J)$ и $CK(L)$. Здесь ряды горизонтально ориентированных резисторов обозначены буквой D с номером ряда, считаемым сверху, то есть первый сверху ряд – $D1$, второй – $D2$, третий – $D3$. Цифры в скобках – номера элементов ряда слева направо от 1 до 5. Ряды вертикально ориентированных резисторов обозначены буквой C с номером ряда, то есть первый сверху ряд – $C1$, второй – $C2$. Цифры в скобках – номера элементов ряда слева направо от 0 до 5. Как сказано выше, номиналы резисторов $C1(0)$, $C1(5)$, $C2(0)$, $C2(5)$ равны нулю.

5. Замечание о программировании

В рамках настоящей работы при алгоритмизации задачи использовался язык Фортран с размещением данных в одномерных массивах. Так, верхний ряд горизонтально ориентированных резисторов составлял массив $D1(J)$, где J – номер элемента массива. Соответственно следующий ряд резисторов составлял массив $D2(J)$ и так далее. Верхний ряд вертикально ориентированных

резисторов составлял массив $C1(K)$, следующий – массив $C2(K)$ и так далее. Кроме того, как будет показано далее, при сворачивании сетки возникали диагонально ориентированные резисторы, для которых использовались массивы $H1(M)$, $H2(M)$ и так далее. Полное количество массивов определялось числом ячеек исходной карты. Так, для карты, имеющей N строк и столько же N столбцов, число массивов D равнялось N , а число массивов C и H равнялось $N - 1$. Массивы D и H имели $N + 1$ элементов, а массивы C – $N + 2$ элементов.

В качестве примера используемых далее обозначений на рис. 4 приведена схема электрических соединений, построенная на основе сетки, приведенной на рис. 3б,

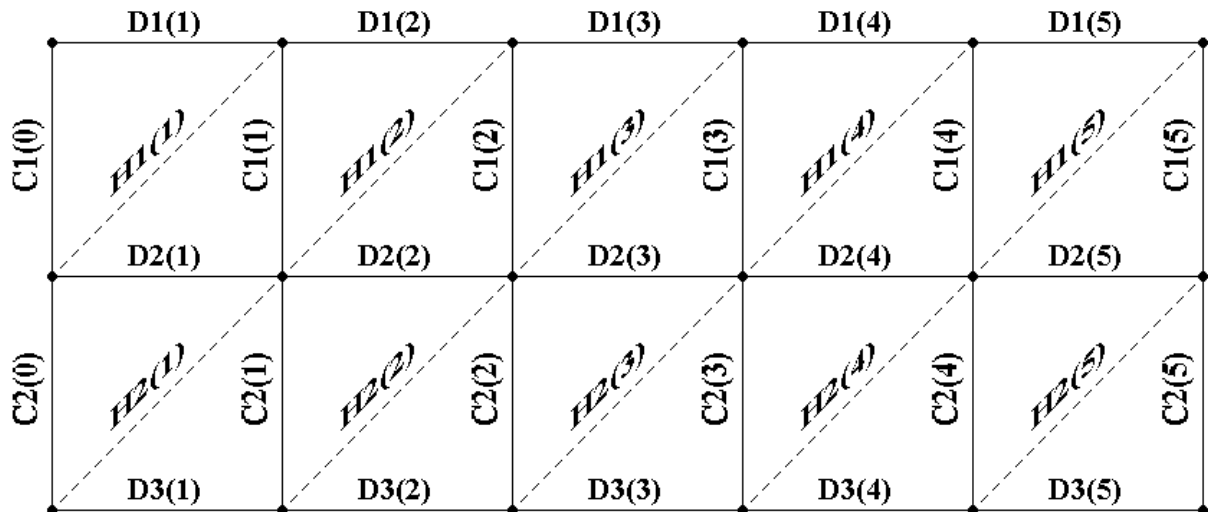


Рис. 4. Схема электрических соединений сетки, приведенной на рис. 3б.

Для простоты рисунка схемные условные знаки резисторов (прямоугольники) опущены. Временные соединения, соответствующие резисторам типа H показаны пунктиром. Остальные обозначения соответствуют приведенным на рис. 3б. В следующем разделе рассматривается сворачивание подобной сетки в один резистор.

6. Сворачивание резистивной сетки

После того, как резистивная сетка построена, следующей задачей является определение полного сопротивления такой сетки. Классическая электротехника для решения такой задачи предлагает ряд методов, основанных на применении законов Кирхгофа [37, гл.5, стр.152-192]. Главной задачей является определение токов и напряжений на различных участках цепи, что требует решения достаточно сложной системы уравнений. Однако для определения сопротивления цепи типа резистивной сетки можно использовать значительно более простую процедуру «свертывания» или «сворачивания», позволяющую преобразовать полную сетку ко всего одному резистору, сопротивление между концами которого будет равно сопротивлению исходной сетки.

Для решения подобных задач в работе [38], предложен довольно простой алгоритм, носящий название «алгоритма Франка-Лобба». Приведем краткую схему сворачивания по этому алгоритму, в основном, следуя превосходному пособию [39, стр.288-305].

В основе процедуры сворачивания лежит применение трех преобразований: последовательного и параллельного соединений резисторов, а также преобразования «треугольник – звезда» и обратно. Схема таких преобразований представлена на рис. 5. В случаях двух контактов, то есть для последовательного (а) и параллельного (б) соединений в левом столбце представлены исходные соединения, в правом – преобразованные. В случае трех контактов (в), то есть для схемы «треугольник – звезда» или «звезда – треугольник» – преобразование выполняется в обе стороны.

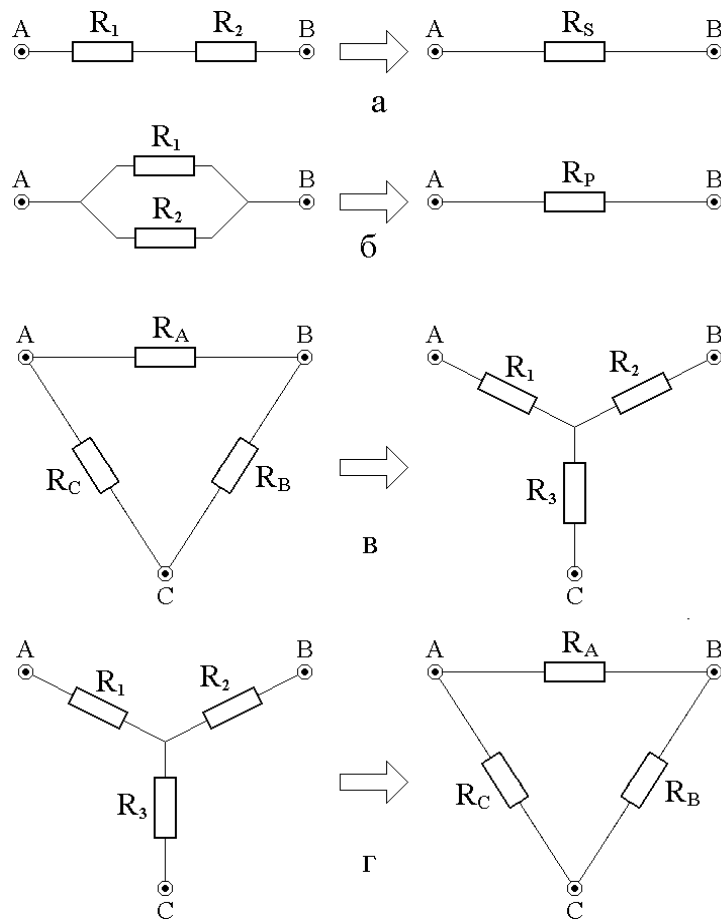


Рис. 5. Схемы преобразований соединений резисторов.

а – последовательное; б – параллельное; в – треугольник – звезда;
г – звезда – треугольник.

При каждом преобразовании сопротивление между любой парой контактов A , B , C остается тем же самым (поэтому контакты в обоих столбцах рисунка обозначены одними и теми же буквами). Таким образом, относительно сопротивлений преобразованное и исходное соединения эквивалентны друг другу.

Преобразованные сопротивления определяются следующими формулами.

Для последовательного соединения (а)

$$R_S = R_1 + R_2. \quad (1)$$

Для параллельного соединения (б):

$$R_P = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}. \quad (2)$$

Для преобразования из треугольника в звезду (в):

$$R_1 = \frac{R_A R_C}{R_A + R_B + R_C}; \quad (3)$$

$$R_2 = \frac{R_B R_A}{R_A + R_B + R_C}; \quad (4)$$

$$R_3 = \frac{R_C R_B}{R_A + R_B + R_C}. \quad (5)$$

Для преобразования из звезды в треугольник (г):

$$R_A = R_1 + R_2 + \frac{R_1 R_2}{R_3}; \quad (6)$$

$$R_B = R_2 + R_3 + \frac{R_2 R_3}{R_1}; \quad (7)$$

$$R_C = R_3 + R_1 + \frac{R_3 R_1}{R_2}. \quad (8)$$

В общем случае для сворачивания полной сетки в один резистор применение приведенных четырех видов преобразований является достаточным, однако на практике более удобно использовать их не по отдельности, а в виде двух комбинаций, называемых «пропагаторами». Приведем схемы двух основных пропагаторов, используемых далее в настоящей работе. Для простоты обращения присвоим им номера №1 и №2.

7. Пропагатор №1

Схема работы пропагатора №1 (по [39] именуемого «Т55»), приведена на рис. 6.

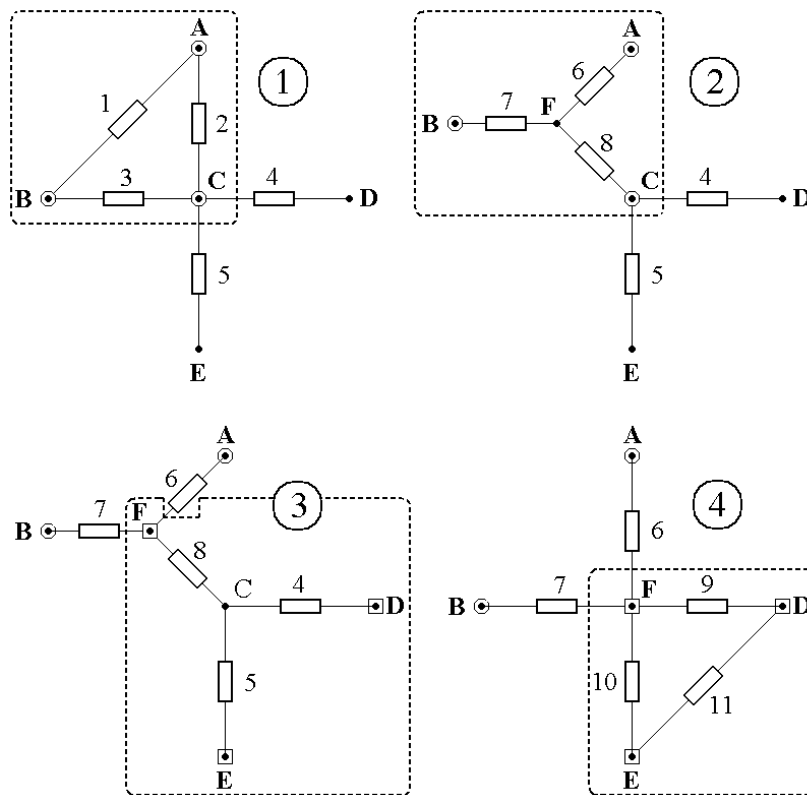


Рис. 6. Схема работы пропагатора №1. Цифры в кругах – последовательные шаги преобразования. Цифры при резисторах – номера резисторов. Пунктирными рамками обведены фрагменты преобразования из треугольника в звезду и обратно.

Здесь представлены шаги его формирования на основе преобразований (в) и (г) на рис. 5. Внешние контакты пропагатора обозначены буквами A, B, D, E . Внутренняя точка C находится внутри пропагатора и прямых связей с более удаленными контактами не имеет. На входе присутствует диагональный резистор 1, отсутствующий в схеме на рис. 3б. Диагональные резисторы изначально не заданы и появляются при суммировании двух соседствующих резисторов, один из которых ориентирован горизонтально (типа D), а другой вертикально (типа C) при условии, что точка соединения этих резисторов с другими резисторами не соединяется. Так, в схеме на рис. 3б диагональный резистор дают два последовательно соединенных резистора $C1(0)$ и $D1(1)$, так что диагональный резистор $H1(1)$ получается равным их сумме:

$$H1(1) = C1(0) + D1(1). \quad (9)$$

Главная задача пропагатора №1 состоит в том, чтобы этот диагональный резистор убрать, тем самым исключив из рассмотрения резисторы $C1(0)$ и $D1(1)$. На рис. 6 показаны четыре последовательных шага преобразований. На эюре №1 обведенный пунктирной рамкой треугольник BAC преобразуется в звезду, обозначенную теми же буквами на эюре №2, причем появляется центральная точка F . Далее звезда, обозначенная на эюре №3 буквами FDE , преобразуется в треугольник, обозначаемый теми же буквами на эюре №4. В результате между точками E и D возникает новый диагональный резистор, который в обозначениях схемы на рис. 3б должен именоваться как $H2(2)$. Таким образом, диагональный резистор перемещается из положения между точками A и B , которые теперь прямой связи не имеют, в положение между точками E и D , что и требовалось от данного пропагатора. При этом номиналы всех резисторов меняются таким образом, что сопротивление между любой парой главных контактов, то есть на участках AB , AE , AD , BE , BD , DE сохраняется. Поэтому замена точки C на точку F внешних параметров схемы не меняет.

Рассмотрим электрические параметры старых и новых резисторов пропагатора. Итак, заданы: R_1, R_2, R_3, R_4, R_5 . Надо найти: $R_6, R_7, R_9, R_{10}, R_{11}$. Выражая те резисторы, что надо найти, через те, что заданы, получаем следующее.

Основные резисторы:

$$R_6 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + R_3}; \quad (10)$$

$$R_7 = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_2 + R_3}. \quad (11)$$

Промежуточный резистор:

$$R_8 = \frac{R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3}. \quad (12)$$

Остальные основные резисторы:

$$R_9 = \frac{R_1 R_4 R_5 + R_2 R_3 R_4 + R_2 R_3 R_5 + R_2 R_4 R_5 + R_3 R_4 R_5}{R_5 (R_1 + R_2 + R_3)}; \quad (13)$$

$$R_{10} = \frac{R_1 R_4 R_5 + R_2 R_3 R_4 + R_2 R_3 R_5 + R_2 R_4 R_5 + R_3 R_4 R_5}{R_4 (R_1 + R_2 + R_3)}; \quad (14)$$

$$R_{11} = \frac{R_1 R_4 R_5 + R_2 R_3 R_4 + R_2 R_3 R_5 + R_2 R_4 R_5 + R_3 R_4 R_5}{R_2 R_3}. \quad (15)$$

Главным итогом работы пропагатора является уменьшение количества резисторов исходной схемы за счет удаления резисторов $C1(0)$ и $D1(1)$, Появившийся новый резистор $H2(2)$ может быть удален повторным применением пропагатора к контактам E и D , что приведет к его смещению по диагонали далее. Такое смещение диагонального резистора по диагонали сетки может происходить до тех пор, пока он не упрется в нижнюю границу сетки, где для его удаления используется пропагатор №2. Рассмотрим теперь работу этого пропагатора более подробно.

8. Пропагатор №2

Схема работы пропагатора №2 (по [39] именуемого «Т43»), приведена на рис. 7.

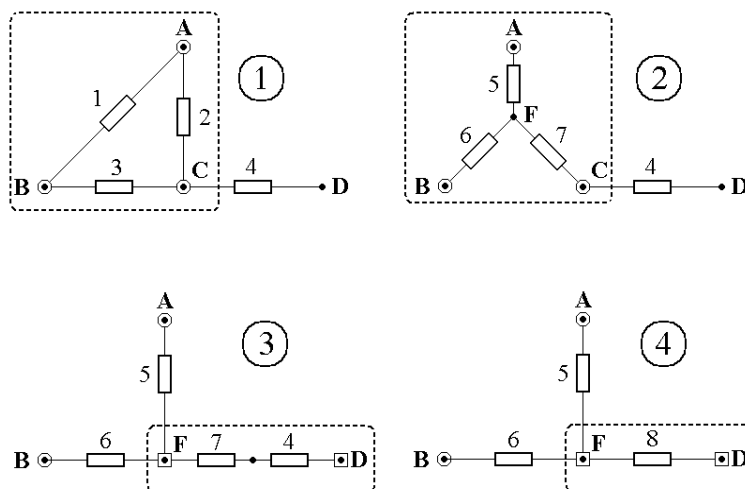


Рис. 7. Схема работы пропагатора №2. Цифры в кругах – последовательные шаги преобразования. Цифры при резисторах – номера резисторов. Пунктирными рамками обведены фрагменты преобразования из треугольника в звезду и далее последовательного соединения.

Этот пропагатор используется тогда, когда имеется диагональный резистор, а место для его перевода вниз отсутствует. Главной задачей пропагатора является полное удаление диагонального резистора. Главные контакты A , B , D , центральная точка C . Преобразование стоит в том, что треугольник ABC (эпюра №1) заменяется на звезду тоже ABC с центральной точкой F (эпюра №2), после чего резистор звезды в правом нижнем углу (7) объединяется с исходным резистором в правом нижнем углу (4) исходной схемы (эпюры №3 и №4), образуя резистор (8).

В результате полного преобразования сопротивление между любой парой главных контактов, то есть на участках AB , AD , BD сохраняется. Поэтому замена точки C на точку F внешних параметров схемы не меняет.

Рассмотрим электрические параметры старых и новых резисторов пропагатора. Заданы: R_1 , R_2 , R_3 , R_4 . Надо найти: R_5 , R_6 , R_8 . Выражая те резисторы, что надо найти, через те, что заданы, получаем следующее.

Основные резисторы:

$$R_5 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + R_3}; \quad (16)$$

$$R_6 = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_2 + R_3}. \quad (17)$$

Промежуточный резистор:

$$R_7 = \frac{R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3}. \quad (18)$$

Оставшийся основной резистор:

$$R_8 = \frac{R_1 R_4 + R_2 R_3 + R_2 R_4 + R_3 R_4}{R_1 + R_2 + R_3}. \quad (19)$$

Главным итогом работы пропагатора является выделение левого резистора нижней строки схемы, на рис. 7 в резистор (6). В дальнейших преобразованиях этот резистор не участвует.

9. Преобразование сетки в целом

Преобразование квадратной сетки в целом начинается с левого верхнего угла, крайние резисторы которого дают первый диагональный резистор $H1(1)$ в соответствии с формулой (1). Следующим шагом является использование пропагатора №1 для перевода этого диагонального резистора в положение $H2(2)$.

Так, на примере схемы, представленной на рис. 4 можно видеть, что начальными резисторами пропагатора №1 являются $H1(1)$, $C1(1)$, $D2(1)$, $D2(3)$, $C2(1)$, а конечными, измененными в соответствии с формулами (10)-(15), резисторы $H1(1)$, $C1(1)$, $D2(1)$, $D2(3)$, $C2(1)$, $H2(2)$.

Замечание. Заметим, что для простоты рисунка сетка на рис. 4 ограничена только двумя горизонтальными и четырьмя вертикальными рядами ячеек. В общем же случае число тех и других рядов может быть значительно большим и определяется размерами исходной структуры такого же типа, как показана на рис. 2а.

Повторное применение к полученному диагональному резистору $H2(2)$ пропагатора №1 уничтожает этот резистор и дает новый диагональный резистор $H3(3)$ и так далее. Перемещение диагональных резисторов по диагонали сетки происходит до тех пор, пока новый диагональный резистор не упрется в нижний край сетки, где он уничтожается пропагатором №2.

В схеме на рис 4 такая ситуация имеет место уже для резистора $H2(2)$. При этом применение пропагатора №2 совокупность резисторов $H2(2)$, $C2(2)$, $D3(2)$, $D3(3)$ переводит в набор резисторов с новыми номиналами $C2(2)$, $D3(2)$, $D3(3)$, так что диагональный резистор $H2(2)$ удаляется. Такое же удаление диагонального резистора происходит с помощью

пропагатора №2 при любом диагональном прохождении сетки на нижней ее границе.

По окончании первого такого прохождения в схеме диагональных резисторов не остается, однако образуется новый «свободный» угол на левом краю сетки, образованный резисторами $C2(0)$ и $D2(1)$, последовательное соединение которых порождает новый диагональный резистор $H2(1)$ (рис. 4). К этому резистору снова применяется пропагатор №1, который доводит его до нижнего края сетки, где он уничтожается.

Далее высвобождаются резисторы $C3(0)$ и $D3(1)$, дающие диагональный резистор $H3(1)$, который снова спускается вниз, где уничтожается. В результате повторения таких процедур, левый столбец сетки уничтожается, так что от него остается только один горизонтальный резистор типа 6 на рис. 7, который дальше в преобразованиях не участвует. В схеме на рис. 4 такими резисторами типа 6 будут последовательно $D3(1)$, $D3(2)$ и так далее.

После того, как первый слева столбец будет полностью пройден, происходит переход ко второму столбцу, который начинается с объединения резисторов $C1(1)$ и $D1(2)$, образующих диагональный резистор $H1(2)$. Далее второй столбец проходится так же, как первый, давая в результате на нижнем ряду новый резистор типа 6 на рис. 7 и так далее.

При прохождении нескольких столбцов может сложиться такое положение, что диагональный резистор не дойдет до нижней строки сетки, а упрется в ее правый край. На рис. 3б такую роль может играть резистор $H1(5)$, получаемый как сумма:

$$H1(5) = C1(4) + D1(5), \quad (20)$$

где такая сумма уже может быть реализована, так как столбец, начинающийся с резистора $D1(4)$ уже уничтожен. Здесь надо учесть, что резистор $C1(5)$ равен нулю, а резистор $D1(5)$ уже израсходован на создание $H1(5)$, так что можно считать, что резистор $H1(5)$ подключен параллельно к резистору $D2(5)$,

так что сумма таких параллельно соединенных резисторов дает новый резистор $D2(5)$, определяемый по формуле (3) в виде:

$$D2(5) = \frac{H1(5) \times D2(5)}{H1(5) + D2(5)}, \quad (21)$$

так что диагональный резистор уничтожается.

Если диагональный резистор упирается в правый край сетки еще до уничтожения лежащего сверху резистора типа D , то такое параллельное представление также имеет силу, так как сопротивления всех резисторов типа C на правом краю сетки равно нулю, так что оба конца этого резистора можно считать соединенными в одной общей точке, то есть и в этом случае действует преобразование параллельного соединения, подобное (13), так что диагональный резистор в любом случае уничтожается.

Таким образом, последовательное выполнение всех описанных преобразований приводит к формированию линейной цепочки следующих друг за другом изолированных резисторов типа (6) на рис. 7, сумма номиналов которых по схеме последовательного соединения дает сопротивление единственного резистора, эквивалентного сопротивлению исходной сетки в целом.

10. Замечание о программировании

При машинной реализации описанной процедуры сворачивания сетки удобным является выполнение программаторов №1 и №2 в виде отдельных подпрограмм. В то же время, как видно из предыдущего раздела, основной процедурой расчета является многократное повторное использование пропагатора №1. Так, при прохождении первого столбца в результате работы такого программатора резистор $H1(1)$ заменяется на $H2(2)$, который далее заменяется на $H3(3)$ и так далее. Можно полагать, что достаточно удобным сокращением программы было бы введение цикла, в котором последовательно будут участвовать резисторы $H1(1)$, $H2(2)$, $H3(3)$ и так далее. При этом

происходит переход от массива $H1$ к массиву $H2$, затем к $H3$ и так далее. Цикл может быть организован таким образом, что по мере его прохождения номер массива последовательно увеличивается на единицу.

В рамках настоящей работы использовался классический язык Фортран IV [40, гл.3, стр.140-259], который не допускает идентификации массива путем присвоения ему какого-то порядкового номера. Поэтому приходилось проходить столбец последовательно по шагам с переходом от массива к массиву. Программа для карты из 20x20 ячеек получалась крайне громоздкой, поэтому в рамках настоящей работы авторы признали целесообразным ограничиться числом 10x10 ячеек, для чего исходная карта разбивалась на 4 части. Программа содержала около 500 строк, время работы составляло менее одной секунды. Что же касается карты размером 20x20 ячеек, то эксперименты по ее расчету авторы могут предложить любознательному читателю в качестве полезной задачи. Заметим, что в работе [39, стр.295-302] приведены некоторые фрагменты листинга такой программы, написанной на языке Фортран-90. Можно полагать, что любознательный читатель ценой некоторых усилий вполне сможет самостоятельно написать подобную программу на любом языке, ему доступном.

11. Схема получения частичных карт на основе полной

Рассмотрим теперь применение описанного алгоритма для расчета удельного сопротивления карты с произвольным распределением углерода.

Обратимся к рис. 8, где представлена схема формирования частичных карт из единой дискретизированной карты. В качестве довольно наглядного примера выбран образец №2 (раздел 1) с содержанием углерода, равным 47 %. На рис. 8а показана исходная карта, снятая с помощью электросилового микроскопа по методике, описанной в разделе 1. Белые поля карты соответствуют углероду, черные – кварцу. На рис. 8б – та же карта с наложенной сеткой и на рис. 8в – карта с проведенной бинаризацией. Полная карта содержит 20x20 ячеек. Как отмечено в разделе 10, для удобства

алгоритмизации, полная карта разбивается на четыре частичных карты с присвоением номеров от 1 до 4 по схеме, показанной на рис. 8г. Такие частичные карты показаны в нижнем ряду рис. 8 (д, е, ж, з).

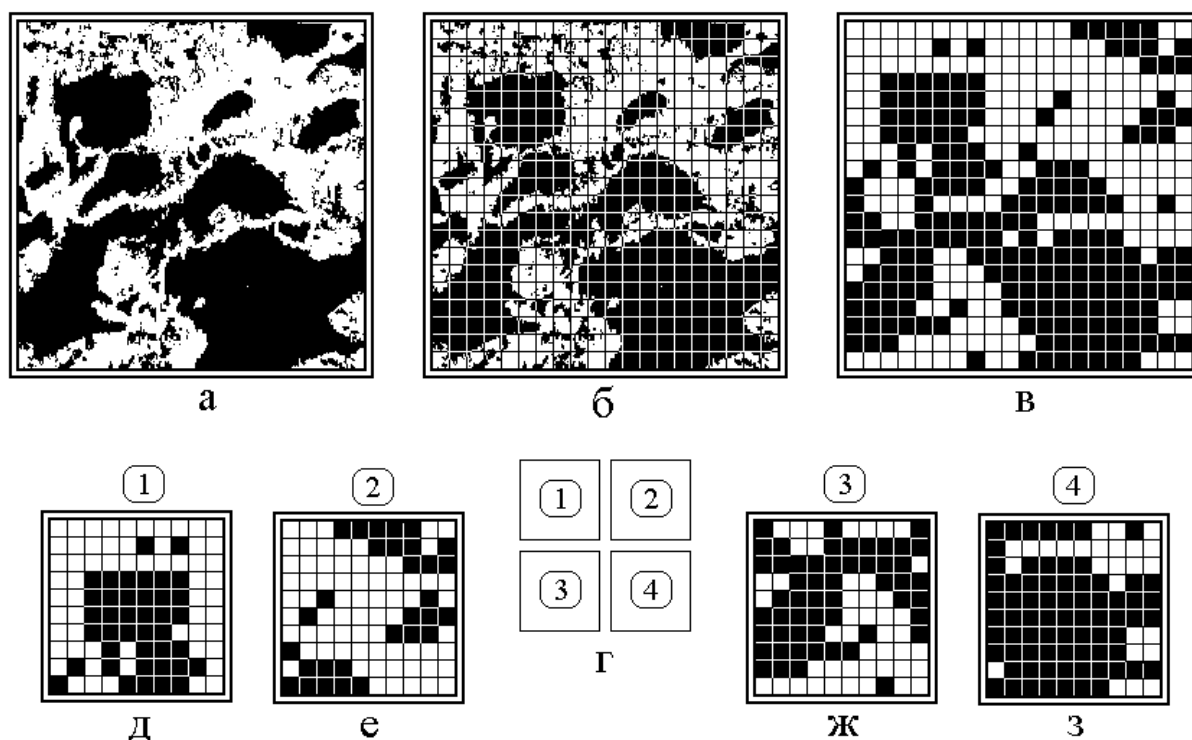


Рис. 8. Схема формирования частичных карт из единой дискретизированной карты. а – исходная карта; б – та же карта с наложенной сеткой; в – карта с выполненной бинаризацией; г – схема разделения единой карты на четыре части; д, е, ж, з – частичные карты. Белые поля – углерод; черные – кварц. Образец №2, содержание углерода – 47 %.

Согласно работе [32], относительное количество полей белого цвета с определенной точностью соответствует концентрации углерода. Здесь же, не вдаваясь в подробности, излишние для настоящего рассмотрения, будем полагать, что концентрация просто равна такому относительному количеству. Параметры карт для рассматриваемого случая приведены в таблице №1.

Таблица №1. Параметры полей частичных карт для образца №2.

№№	Белые	Черные	Концентрация (%)	Среднее (%)
1	60	40	60.0	50.5 ± 16.5 (± 33 %)
2	70	30	70.0	
3	46	54	46.0	
4	26	74	74.0	
S	22	198	50.5	

Структура таблицы следующая. В первом столбце приведены номера частичных карт, а также условное обозначение полной карты «S». Во втором столбце – количество белых полей в частичных картах и в полной карте. В третьем столбце – количество черных полей в тех же картах. В четвертом столбце – концентрация углерода, полученная как отношение количества белых полей к полному количеству полей карты. Здесь учитывается, что каждая частичная карта содержит $10 \times 10 = 100$ полей, а полная карта – $20 \times 20 = 400$ полей. В последнем столбце таблицы приведена усредненная по всем частичным картам концентрация углерода. Видно, что это значение, с точностью до квадратичного отклонения около 33 %, совпадает со значением концентрации по всей карте. То есть каждая частичная карта, взятая по отдельности, отражает положение дел в полной карте с точностью до 33 %.

12. Оцифровка частичных карт

Для введения в машинный алгоритм (раздел 10) производилась оцифровка частичных карт. При этом ячейке белого цвета (углерод) присваивалось число 1, а ячейке черного цвета (кварц) число N .

Схема оцифровки для частичных карт №1 и №2 показана на рис. 9. Слева представлены исходные частичные карты, справа – оцифрованные. Оцифровка карт, №3 и №4, а также всех последующих (для других образцов) проводилась аналогичным образом.

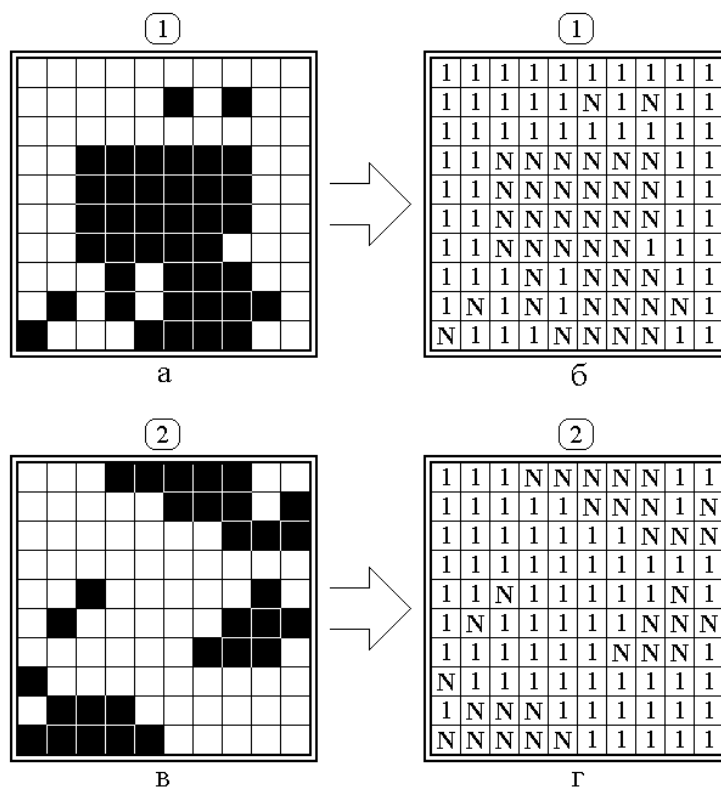


Рис. 9. Схема оцифровки частичных карт №1 и №2, представленных на рис. 8. а, в – исходные частичные карты №1 и №2; б, г – те же карты, оцифрованные в двух номиналах 1 и N.

Все расчеты проводились в относительных единицах с последующей нормировкой на интегральную проводимость, измеренную контактным методом (раздел 1). Поэтому сопротивление ячейки углерода, как опорная величина, полагалось равным единице. При этом сопротивление ячейки кварца, равное числу N , полагалось заведомо большим единицы, и определялось далее в процессе нормировки.

13. Сопротивления частичных карт при различных сопротивлениях ячейки кварца

На рис. 10 представлены зависимости сопротивлений сеток частичных карт от величины сопротивления ячейки кварца. Сопротивления рассчитаны по методике, приведенной в разделах 3-10. Горизонтальной точечной линией отмечено минимально возможное сопротивление, соответствующее полному отсутствию кварца, то есть все ячейки – углерод с сопротивлением 1 отн.ед.

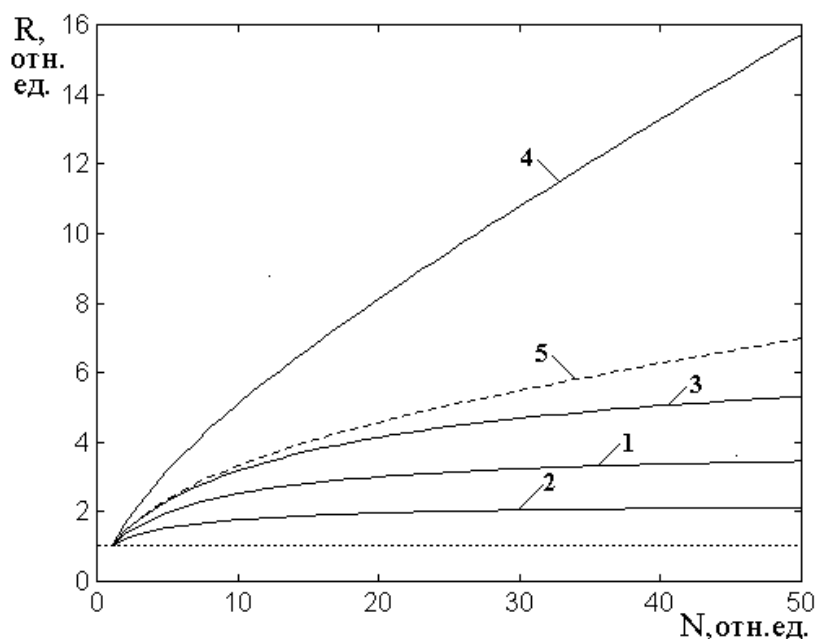


Рис. 10. Зависимости сопротивлений сеток частичных карт от величины сопротивления ячейки кварца. 1 – частичная карта №1; 2 – частичная карта №2; 3 – частичная карта №3; 4 – частичная карта №4; 5 – среднее сопротивление для всех частичных карт. Образец №2, содержание углерода – 47 %.

Из рисунка видно, что во всех случаях по мере увеличения сопротивления ячейки кварца общее сопротивление сетки увеличивается. Однако характер увеличения для различных карт существенно меняется. Так, для карт №1, №2, №3 (кривые 1, 2, 3) по мере увеличения сопротивления кварца сопротивление сначала растет довольно быстро, а со значения $N = 10$ отн.ед., то есть когда сопротивление ячейки кварца становится на порядок выше сопротивления ячейки углерода, рост замедляется и зависимость постепенно стремится к насыщению. В то же время, для карты №4 насыщение не наблюдается, так что рост сопротивлении сетки по мере увеличения N приближается к линейному. Так, при $N = 10000$ отн.ед. (что соответствует насыщению с точностью до 10^{-4}) насыщение R кривой 1 соответствует 3,8651 отн.ед., кривой 2 – 2,2817 отн.ед., кривой 3 – 6,8772 отн.ед., а кривая 4 меняется по линейному закону в виде: $R = 2283,0 \cdot N$ без какого-либо насыщения.

Среднее значение зависимости R от N , соответствующее кривой 5, как и для других кривых, растет, причем, благодаря вкладу кривой 4, насыщение

отсутствует и при $N \rightarrow 10000$ ее значение приближается к величине $2283,0/4 = 570,75$ отн.ед.

14. Сопротивление шунгита при различных концентрациях углерода

В предыдущем разделе исследована карта шунгита, соответствующая образцу №2 со средним содержанием углерода, равным 47 %. Проведем теперь подобный анализ для других образцов с большим (73 %, образец №1) и малым (5 %, образец №3) содержанием углерода

15. Высокоуглеродистый шунгит

Начнем со случая высокоуглеродистого шунгита – образец № 1 ($c = 73\%$). Дискретизация карты и выделение частичных карт для такого образца показано на рис. 11.

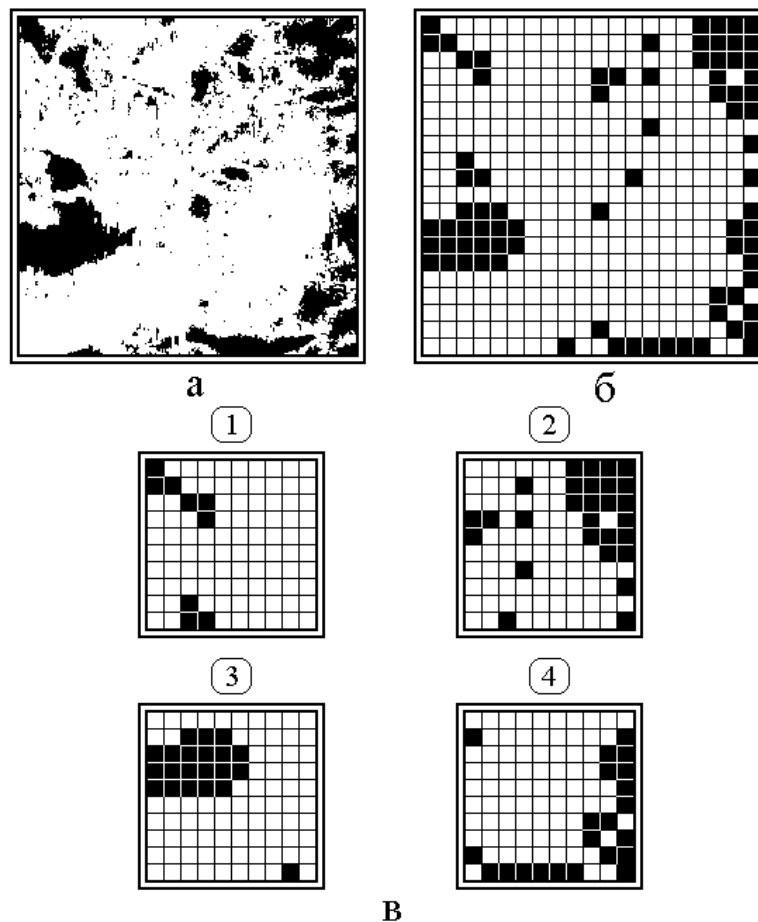


Рис. 11. Схема формирования частичных карт из единой дискретизированной карты для образца №1 ($c = 73\%$). а – исходная карта; б – карта с выполненной бинаризацией; в – частичные карты, полученные по схеме «г» на рис. 8.

Из рисунка видно значительное преобладание полей белого цвета, соответствующих углероду. Параметры карт для рассматриваемого случая приведены в таблице №2.

Таблица №2. Параметры полей частичных карт для образца №1.

№№	Белые	Черные	Концентрация (%)	Среднее (%)
1	91	9	91.0	80.0 ± 6.9 (8.6 %)
2	72	28	72.0	
3	79	21	79.0	
4	78	22	78.0	
S	320	80	80.0	

Структура таблицы та же, что таблицы №1. Первый столбец – номера частичных карт и условное обозначение полной карты «S». Второй и третий столбцы – количество белых и черных полей в частичных картах и в полной карте. Четвертый столбец – концентрация углерода для каждой частичной карты. Последний столбец – усредненная по всем частичным картам концентрация углерода. Видно, что это значение, с точностью до квадратичного отклонения около 8.6 %, совпадает со значением концентрации по всей карте. То есть каждая частичная карта, взятая по отдельности, отражает положение дел в полной карте с точностью до 8.6 %.

На рис. 12 представлены зависимости сопротивлений сеток частичных карт от величины сопротивления ячейки кварца, подобные представленным на рис. 10.

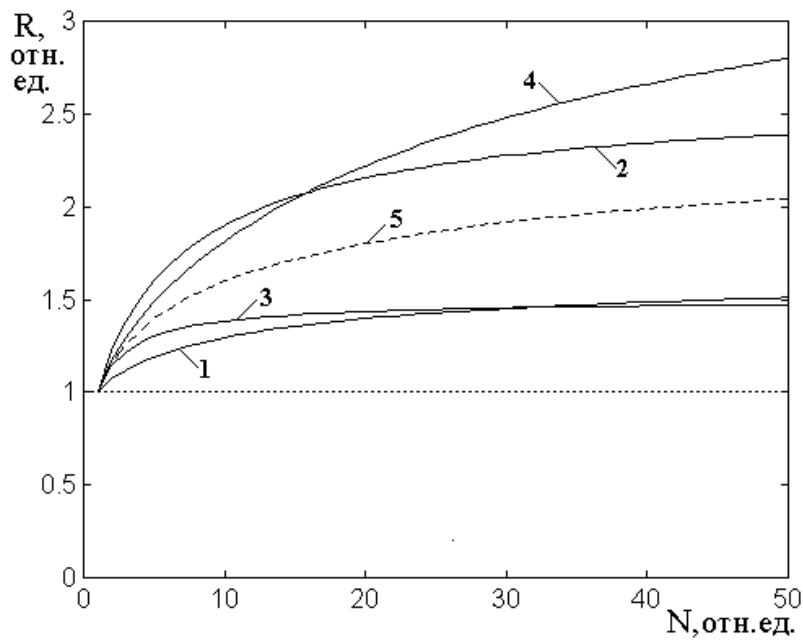


Рис. 12. Зависимости сопротивлений сеток частичных карт от величины сопротивления ячейки кварца. 1 – частичная карта №1; 2 – частичная карта №2; 3 – частичная карта №3; 4 – частичная карта №4; 5 – среднее сопротивление для всех частичных карт. Образец №1, содержание углерода – 73 %.

Из рисунка видно, что во всех случаях по мере увеличения сопротивления ячейки кварца общее сопротивление сетки увеличивается. При этом характер увеличения для различных карт одинаковый, то есть сначала сопротивление растет довольно быстро, а со значения N порядка 10 отн.ед. рост замедляется и кривые стремятся к насыщению. Насыщение R кривой 1 соответствует 1,6360 отн.ед., кривой 2 – 2,6059 отн.ед., кривой 3 – 1,4908 отн.ед., кривой 4 – 3,7309 отн.ед. Среднее значение насыщения для всех четырех кривых равно $(2,3659 \pm 0,8968)$ отн.ед., причем отклонение от среднего составляет $\pm 38 \%$.

Таким образом, можно сделать вывод, что при большой концентрации углерода все кривые насыщаются и линейный рост сопротивлений частичных карт при увеличении сопротивления кварца отсутствует.

16. Низкоуглеродистый шунгит

Обратимся теперь к рассмотрению низкоуглеродистого шунгита, представленного в настоящей работе образцом №3 с концентрацией углерода $c = 5\%$. Дискретизация карты и выделение частичных карт для этого образца показано на рис. 13.

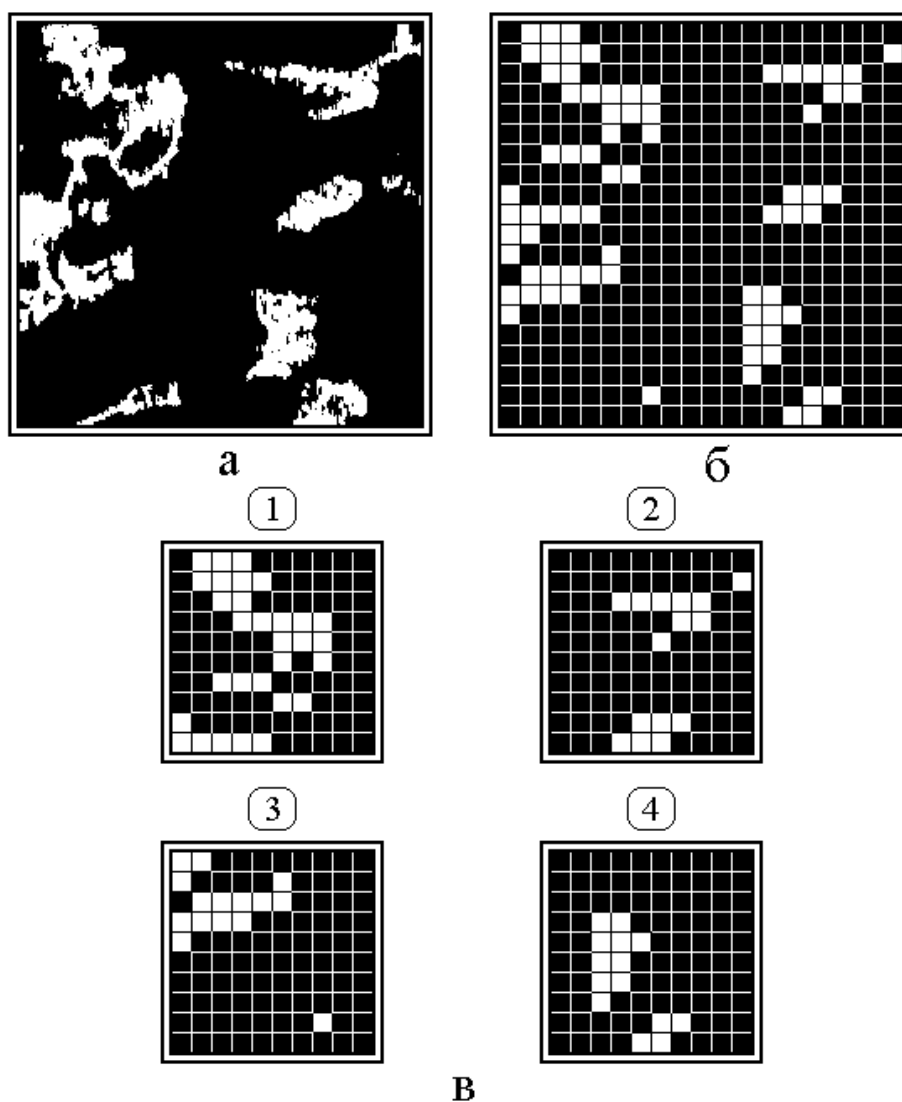


Рис. 13. Схема формирования частичных карт из единой дискретизированной карты для образца №3 ($c = 5\%$). а – исходная карта; б – карта с выполненной бинаризацией; в – частичные карты, полученные по схеме «г» на рис. 8.

Из рисунка видно значительное преобладание полей черного цвета, соответствующих кварцу. Параметры карт для рассматриваемого случая приведены в таблице №3.

Таблица №3. Параметры полей частичных карт для образца №3.

№№	Белые	Черные	Концентрация (%)	Среднее (%)
1	30	70	30.0	18.5 ± 6.6 (35.6 %)
2	15	85	15.0	
3	15	85	15.0	
4	14	86	14.0	
S	74	226	10.5	

Структура таблицы – та же, что таблиц №1 и №2, поэтому здесь подробно не поясняется.

Из таблицы видно, что среднее по частичным картам значение концентрации 18,5 %, с точностью до квадратичного отклонения около 35.6 %, совпадает со значением концентрации по всей карте 10,5 %. Заметим, что здесь наблюдается некоторое отличие от значения 5 %, полученного методом кулонометрического титрования (раздел 1). Можно полагать, что такое различие обусловлено недостаточным учетом особенностей определения концентрации по картам, рассмотренным в работе [32]. В рамках настоящей работы не будем вдаваться в излишние подробности и положим, что каждая частичная карта, взятая по отдельности, отражает концентрацию карты с точностью 35,6 %.

Обратимся теперь к рис. 14, где представлены зависимости сопротивлений сеток частичных карт от величины сопротивления ячейки кварца, подобные представленным на рис. 10 и рис. 12.

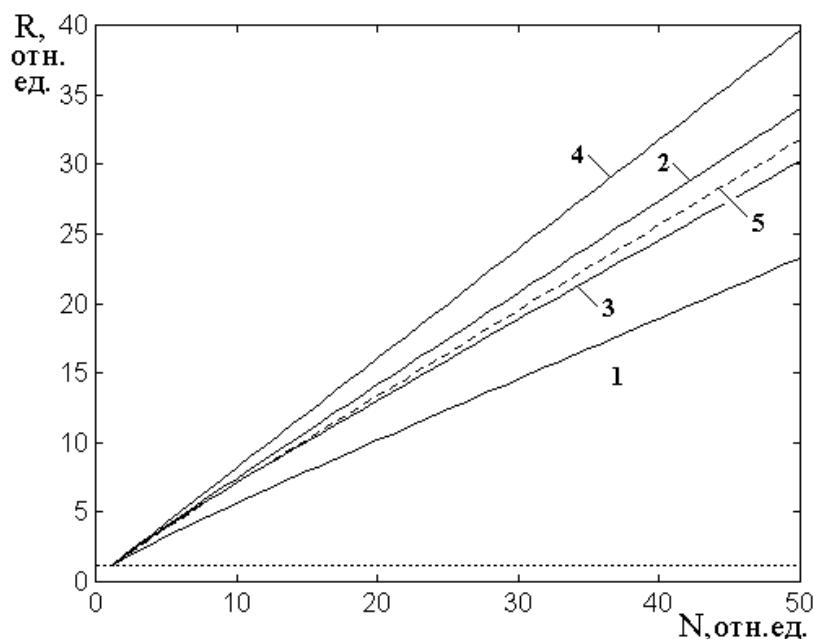


Рис. 14. Зависимости сопротивлений сеток частичных карт от величины сопротивления ячейки кварца. 1 – частичная карта №1; 2 – частичная карта №2; 3 – частичная карта №3; 4 – частичная карта №4; 5 – среднее сопротивление для всех частичных карт. Образец №3, содержание углерода – 5 %.

Из рисунка видно, что во всех случаях по мере увеличения сопротивления ячейки кварца общее сопротивление сетки увеличивается. При этом характер увеличения для различных карт одинаковый, то есть сопротивление растёт по линейному закону без какого-либо стремления к насыщению. Так, при $N \rightarrow 10000$ отн.ед. значение R для кривой 1 составляет 4243,5 отн. ед., для кривой 2 – 6514,4 отн.ед., для кривой 3 – 5534,1 отн.ед., для кривой 4 – 7760,2 отн.ед. Среднее значение составляет 6013,0 отн.ед. Можно видеть, что характер всех кривых аналогичен зависимости 4 на рис. 10, здесь, однако величины сопротивлений почти на порядок больше.

17. Формирование сквозного канала

Из сравнения приведенных в предыдущих разделах рис. 10, рис. 12 и рис. 14 можно видеть, что имеются два вида зависимостей сопротивлений сеток частичных карт от сопротивления ячейки кварца: возрастающий с насыщением и возрастающий линейно. Различие между двумя этими видами зависимостей в первую очередь обусловлено концентрацией углерода.

Так, в малоуглеродистом образце №3 ($c = 5\%$) зависимости линейные, а в высокоуглеродистом образце №1 ($c = 73\%$) – возрастающие с насыщением. В то же время, в образце №2, занимающим по концентрации углерода промежуточное место ($c = 47\%$) частичные карты №1, №2, №3 проявляют насыщение, тогда как карта №4 – линейный рост без насыщения. То есть, величина концентрации является не единственным параметром материала, определяющим характер рассматриваемых зависимостей.

Можно полагать, что дополнительным параметром является конкретное расположение проводящих и непроводящих областей материала, то есть на бинарной карте – черных и белых ячеек.

Подробное рассмотрение показывает, что насыщение имеет место тогда, когда между левой и правой сторонами карты (то есть между контактами A и B на рис. 2 или рис. 3) присутствует непрерывная цепь белых ячеек. Такая цепь, образованная высокопроводящим углеродом, имеет сравнительно малое сопротивление, тогда как сопротивление других частей карты, где непрерывные цепи углерода отсутствуют, имеет сопротивление значительно более высокое, образованное плохо проводящими включениями кварца. То есть между контактами A и B включены два параллельно соединенные сопротивления, одно из которых малое, а другое – большое. Общее сопротивление определяется величиной цепи углерода, так как ток идет в первую очередь там, где сопротивление меньше. В этом случае изменение сопротивления ячейки кварца меняет, в основном, большое сопротивление, не затрагивая углеродной цепи, так что общее сопротивление такой параллельной цепи остается близким к малому сопротивлению цепи углерода.

Будем называть далее такие проходящие через всю карту непрерывные цепи углерода «сквозными каналами».

Карта может содержать один или несколько сквозных каналов, причем во всех этих случаях зависимость полного сопротивления карты от сопротивления ячейки углерода будет насыщаться. Если же сквозные каналы отсутствуют, то

полное сопротивление карты по мере увеличения сопротивления ячейки кварца будет возрастать линейно.

Схемы образования сквозных каналов для частичных карт образца №2 показаны на рис. 15. Ячейки, образующие сквозные каналы, отмечены кольцами со средней точкой.

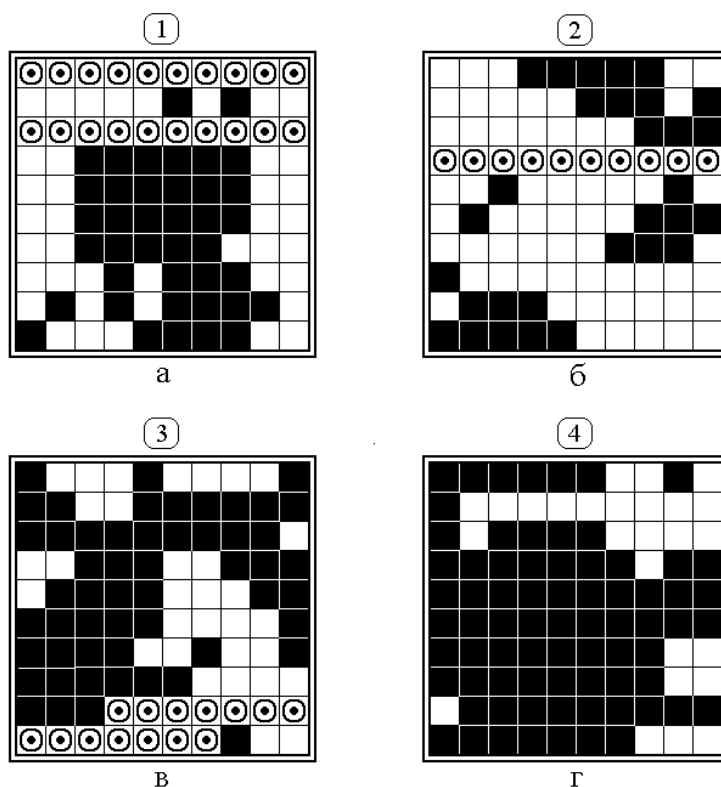


Рис. 15. Схема формирования сквозного канала.
Частичные карты образца №2.

Из рисунка видно, что на карте №1 имеются два сквозных канала, Образование других непрерывных каналов недопустимо. На карте №2 существует только один возможный сквозной канал. На карте №3 сквозной канал образован двумя частично перекрывающимися каналами, так что сквозной проход для тока от левого края карты до правого все равно образуется. На карте №4 возможность существования сквозных каналов полностью отсутствует.

Таким образом, существование сквозных каналов полностью коррелирует с характером зависимостей 1-4 приведенных на рис. 10.

18. Модельное представление сопротивления карты со сквозными каналами

Предложенная в предыдущем разделе интерпретация зависимостей, приведенных на рис. 10, рис. 12 и рис. 14, допускает простое модельное представление. Обратимся к рис. 16, иллюстрирующему такое представление. Сопротивление сквозного канала обозначено через R_E , сопротивление окружения такого канала, где другие каналы отсутствуют, обозначено через R_W . Ввиду параллельного соединения обоих сопротивлений, полное сопротивление цепи между контактами A и B определяется формулой:

$$R_S = \frac{R_E R_W}{R_E + R_W}. \quad (22)$$

Рассмотрены два случая, когда сопротивление сквозного канала значительно меньше сопротивления окружения (а) и когда это сопротивление значительно больше сопротивления окружения, то есть можно считать, что сквозной канал отсутствует (б).

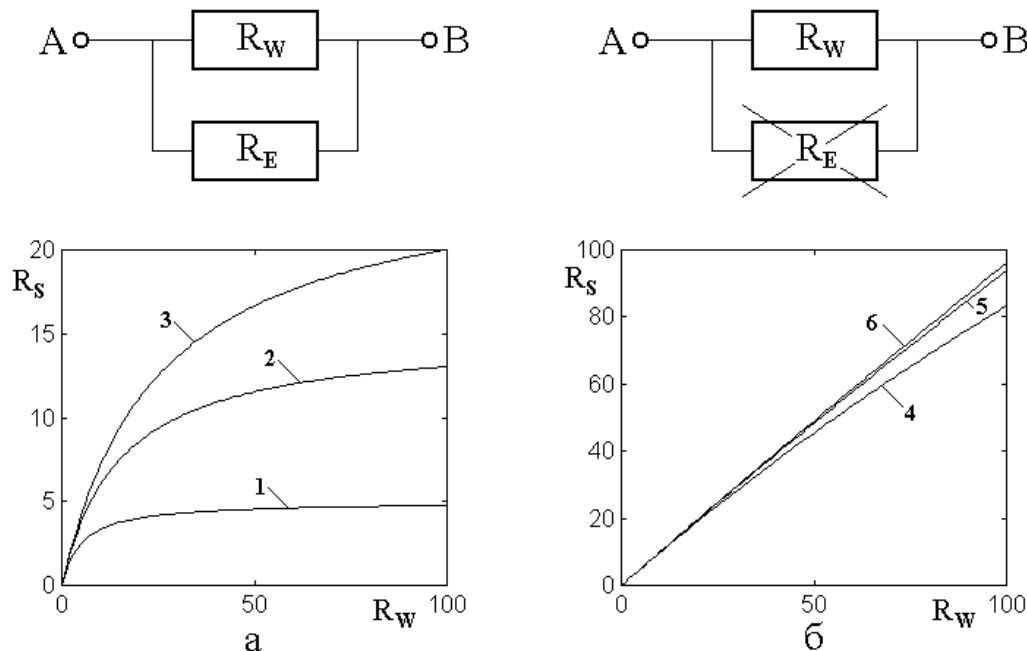


Рис. 16. Модельное представление сопротивления карты (внизу) в виде параллельно соединенных двух сопротивлений (вверху). R_E – сопротивление сквозного канала; R_W – сопротивление окружения сквозного канала.

а – $R_E \ll R_W$; б – $R_E \gg R_W$. Сопротивления R_E следующие: 1 – 5 отн.ед.; 2 – 15 отн.ед.; 3 – 25 отн.ед.; 4 – 500 отн.ед.; 5 – 1500 отн.ед.; 6 – 2500 отн.ед.

Из левой части рисунка (а) видно, что во всех случаях, когда сопротивление канала R_E значительно меньше сопротивления окружения R_W , все зависимости насыщаются, причем тем скорее, чем меньше величина R_E .

Из правой части рисунка (б) видно, что в случаях, когда сопротивление канала R_E значительно больше сопротивления окружения R_W , все зависимости строго прямолинейны, причем их угловой коэффициент с увеличением R_E стремится к единице (то есть к значению $R_S = R_W$), как это можно видеть из формулы (22) при $R_E \rightarrow \infty$.

19. Нормировка сопротивлений сеток относительно значений проводимости образцов

Приведенные в предыдущих разделах значения сопротивлений резистивных сеток получены в относительных единицах. При этом сопротивление ячейки углерода полагалось равным единице, а сопротивление ячейки кварца – варьируемой величине N отн.ед.

Выполним теперь привязку таких относительных сопротивлений к значениям интегральной проводимости, полученным в экспериментах (раздел 1). Будем исходить из усредненных по частичным картам для каждого отдельного образца K (где K – номер образца) сопротивлений сеток, представленных пунктирными кривыми 5 на рис. 10, рис. 12 и рис. 14. Значения таких сопротивлений приведены в таблице №4. Здесь в первом столбце приведены значения параметра N , определяющего сопротивление ячейки кварца (раздел 12). В последующих столбцах приведены соответствующие значения сопротивлений сетки $R_s(K)$.

Таблица №4. Средние значения сопротивлений $R_s(K)$ для различных образцов.

N (отн.ед.)	$R_s(1)$	$R_s(2)$	$R_s(3)$
10	1.5	3.0	7.0
20	1.7	4.0	12.0
30	1.8	5.3	19.5
40	2.0	6.1	26.0
50	2.1	7.0	32.0

Обратимся теперь к данным эксперимента. В таблице №5 приведены измеренные в эксперименте значения удельной проводимости и удельных сопротивлений для исследованных образцов.

Таблица №5. Экспериментальные значения проводимости, сопротивления и отношения сопротивлений образцов.

№ обр.	1	2	3
σ (См/м)	333	100	33
R (Ом м)	0.0030	0.0100	0.0303
$R(K+1)/R(K)$	3.33		3.03

В первой строке таблицы приведены номера образцов. Во второй – соответствующие этим образцам значения удельных проводимостей. В третьей – удельные сопротивления, как величины, обратные удельным проводимостям. В четвертой строке – отношения сопротивления образца с последующим номером к сопротивлению образца с предыдущим номером.

Следующая далее таблица №6 относится к измерениям по резистивным сеткам. В этой таблице приведены отношения сопротивлений образцов с последующими номерами к сопротивлениям образцов с предыдущими номерами, построенные на основе данных таблицы №4.

Таблица №6. Относительные величины сопротивлений образцов.

N (отн.ед.)	$R_s(2)/R_s(1)$	$R_s(3)/R_s(2)$
10	2.0	2.3
20	2.3	3.0
30	2.9	3.7
40	3.0	4.3
50	3.3	4.6

В первом столбце таблицы приведены значения параметра N , соответствующие сопротивлению ячейки кварца. Во втором и третьем столбцах – отношения сопротивлений образцов.

Из сравнения данных этой таблицы с последней строкой таблицы №5 можно видеть, что приведенные отношения близки к таковым, полученным в эксперименте. Для удобства сравнения обратимся к рис. 17.

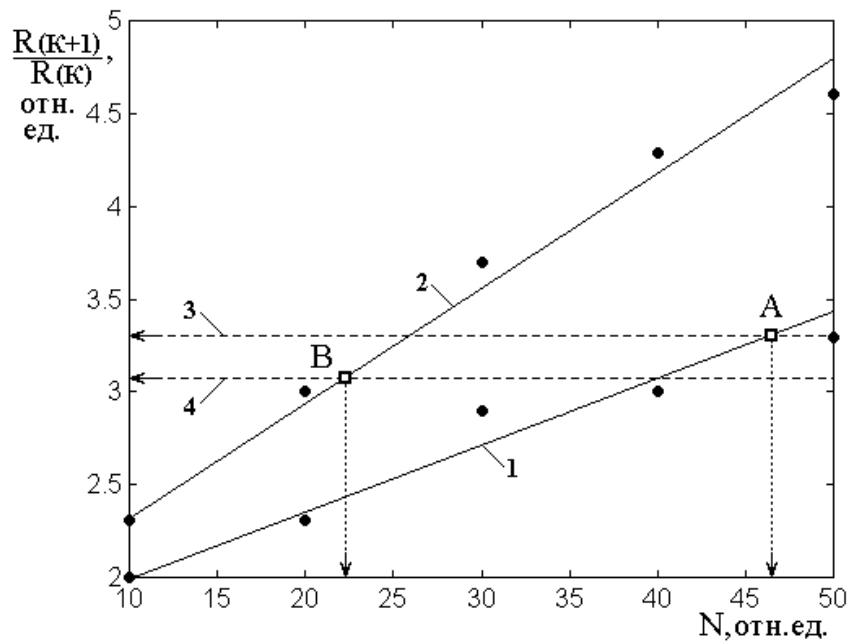


Рис. 17. Зависимости относительных величин сопротивлений образцов от параметра N , построенные по данным таблиц №6 и №5. 1 – данные второго столбца таблицы №6; 2 – данные третьего столбца таблицы №6; 3 – данные второго столбца нижней строки таблицы №5; 4 – данные третьего столбца нижней строки таблицы №5.

На рисунке точки, построенные по данным второго и третьего столбцов таблицы №6, аппроксимированы прямыми 1 и 2 соответственно. Горизонтальные пунктирные линии соответствуют экспериментальным

значениям $R(K+1)/R(K)$, приведенным в нижней строке таблицы №5. Эти линии пересекаются с прямыми 1 и 2 в точках A и B , которые, будучи построенными при тех же отношениях $R(K+1)/R(K)$, дают отмеченные на нижней оси рисунка значения параметра N , обеспечивающие совпадение расчетных данных с экспериментом.

Таким образом, исходя из рис. 17, можно заключить, что значения параметра N , требуемые для совпадения расчета с экспериментом, лежат между 22.5 (точка A) и 41.5 (точка B). Середина этого интервала соответствует $N = 32$ отн.ед. Для удобства расчета возьмем близкое значение $N = 35$ отн.ед. и привяжем к нему данные проводимости для образца №2 (100 См м).

Введем коэффициент нормировки G как отношение экспериментального значения сопротивления R для образца №2 в таблице №5 ($R(2) = 0.0100 \text{ Ом} \cdot \text{м}^{-1}$) к расчетному значению сопротивления R_s для того же образца при $N = 35$ отн.ед., равному $R_s(2) = 5.0$ отн.ед.:

$$G = \frac{R(2)}{R_s(2)} = \frac{0.01}{5.0} = 0.002. \quad (23)$$

Размерность такого коэффициента равна отношению размерностей составляющих и для простоты здесь опущена.

Таким образом, для приведения расчетного значения к экспериментальному будем умножать исходное расчетное значение на этот коэффициент в соответствии с формулой:

$$R_D(K) = R_s(K) \times G. \quad (24)$$

Рассмотрим соотношение расчетных данных с экспериментальными, для чего обратимся к таблице №7.

Таблица №7. Сопротивления и проводимости для различных образцов.

	$K = 1$	$K = 2$	$K = 3$
$R(K)$	0.0030	0.0100	0,0303
$R_s(K)$	1.9	5,0	23,0
R_D	0.0038	0.0100	0.4600
$1/R_D$	263	100	22
σ (См/м)	333	100	33
$\Delta(\sigma)$	21 %	0 %	29 %

В первом столбце таблицы приведены рассматриваемые значения сопротивлений и проводимостей. В следующих трех столбцах – соответствующие данные для трех образцов.

В первой строке таблицы приведены номера образцов. Во второй строке – экспериментальные значения сопротивлений, соответствующие третьей строке таблицы №5. В третьей строке – расчетные значения сопротивление, полученные при параметре N равном 35 отн.ед. В четвертой строке – расчетные значения сопротивлений, нормированные в соответствии с формулой (24). В пятой строке – обратные величины этих сопротивлений, соответствующие расчетным значениям проводимости. В шестой строке приведены значения проводимостей, полученные в эксперименте. В последней, седьмой строке приведены отклонения расчетных значений от экспериментальных, выраженные в процентах.

Из сравнения пятой и шестой строк таблицы видно довольно близкое соответствие между расчетными данными и экспериментом. Средние отклонения, приведенные в седьмой строке таблицы, составляют $(25 \pm 4)\%$.

Таким образом, можно сделать вывод, что использование метода резистивной сетки позволяет по картам электросиловой микроскопии образца шунгита определить его удельную проводимость с точностью порядка 25 %.

20. Замечание о выборе точки нормировки

В рамках проведенного здесь рассмотрения нормировка расчетных значений к экспериментальным, то есть введение коэффициента G (формула (23)), выполнена, исходя из данных для образца №2. Такая отсчетная точка была выбрана по той причине, что концентрация углерода в образце №2 (47 %) занимает среднее положение между минимальным (0 %) и максимальным (100 %) возможными значениями. В общем случае, действуя тем же порядком, нормировку можно было бы провести относительно любого из двух других образцов (№1 или №3). Однако можно полагать, что точность определения проводимости, в первую очередь, для более удаленного образца, была бы несколько ниже. Авторы не выполняли такую проверку, однако могут предложить ее любознательному читателю в качестве полезного упражнения.

21. Замечание о степени однородности образцов

Следует заметить, что в настоящей работе метод резистивной сетки применен к трем картам для трех отдельных образцов с различным содержанием углерода. Размер каждой полной карты составляет 20x20 нм, а размеры частичных карт – 10x10 нм. Принятое для сопоставления значение проводимости снято методом четырех контактов на участке каждого образца размером 1x1 см. Таким образом, определение сопротивления по резистивной сетке является локальным, а измерение проводимости методом контактов – интегральным. При этом соотношение между длиной участка измерения проводимости и длиной стороны частичной карты составляет около 10^6 отн.ед. В то же время, участок для измерения карты на каждом образце выбирался исходя из удобства использования метода электросиловой микроскопии, что было связано с геометрическими параметрами образца, в первую очередь наблюдаемой однородностью его строения. Таким образом, контроль степени однородности образца приобретает решающее значение.

Определить степень однородности для измерения проводимости не представляется возможным из-за интегрального характера измерения, поэтому решающее значение приобретает контроль однородности образца по данным метода электросиловой микроскопии. В оптимальном случае карты должны сниматься не в одной точке образца, а в нескольких точках с последующим усреднением результатов. Измерения же по одной карте, выполненные в настоящей работе, позволяют определить степень однородности только в пределах такой карты. Для возможности более или менее достоверной оценки будем полагать, что степень однородности образца в целом имеет тот же порядок, что и степень однородности по одной карте.

Замечание. Заметим, что положение о соответствии степени однородности по одной карте со степенью однородности образца в целом требует дополнительной проверки путем обобщения результатов по нескольким картам, снятым в разных точках образца, которую авторы намереваются провести в отдельной работе. Здесь же рассмотрение выполнено в рамках такого предположения.

Выполним теперь оценку степени однородности по одной карте. Так, в разделе 19 было показано, что оптимальное с точки зрения согласования с экспериментом значение сопротивления ячейки кварца N составляет 35 отн.ед.

В таблице №8 приведены полученные на основе рис. 10, рис. 12 и рис. 14 значения сопротивлений карт в этих условиях. Выполнено сравнение по частичным картам со средним значением по полной карте.

Таблица №8. Сопротивления карт при $N = 35$ отн.ед.

Номера кривых	Обр.№1	Обр.№2	Обр.№3
1	1.50	3.50	16.00
2	1.50	2.00	25.00
3	2.40	5.30	23.00
4	2.60	12.2	29.00
Сопротивления			
R (отн.ед.)	2.00 ± 0.50	5.75 ± 3.90	23.25 ± 4.71
ΔR (%)	± 25	± 67	± 20

В первой строке таблицы приведены номера образцов. В следующих четырех строках (со второй до пятой) приведены сопротивления карт R в отн.ед. В последних двух строках приведены значения сопротивлений, усредненные по четырем кривым для каждого образца и отклонения от этих средних значений в процентах.

Из таблицы видно, что отклонения при большом (образец №1) и малом (образец №3) содержании углерода не превышают 25 %. Такое положение обусловлено одинаковым характером формирования сопротивлений по частичным картам в этих случаях – в присутствии сквозных каналов (образец №1) и в полном их отсутствии (образец №3). Согласно сделанному выше предположению, можно полагать, что интегральная степень однородности этих образцов также составляет около 25 %.

В то же время, сопротивления частичных карт для образца №2 (среднее содержание углерода) испытывают разброс значительно более сильный. Это хорошо можно наблюдать из рис. 10, где кривые 1, 2, 3 насыщаются подобным образом, тогда как кривая 4 сильно отклоняется вверх из-за ее линейного характера, что приводит к значению среднего отклонения в 67 %. Такое отклонение происходит из-за отсутствия на частичной карте №4 сквозного канала, тогда как на трех других картах сквозные каналы имеют место. Таким образом, можно сделать вывод, что наличие сквозных каналов в сочетании с их отсутствием нарушает однородность образца в значительной степени.

Чтобы можно было считать, что степень однородности одной карты отражает степень однородности образца в целом, обратимся к общему виду исходных карт, представленному на рис. 11а (образец №1), рис. 8а (образец №2), рис. 13а (образец №3). Можно видеть, что в первом из этих случаев (образец №1) почти вся площадь карты имеет белый вид, так что образование сквозных каналов весьма вероятно, в третьем (образец №3) – вся площадь карты черная, так что образование сквозных каналов затруднено и только во втором случае (образец №2) можно ожидать появления сквозных каналов. Однако из полного дискретизированного вида такой карты (рис. 8в) можно видеть, что возможен только один сквозной канал (третья и четвертая строки сверху), так что роль сквозных каналов невелика. Можно полагать, что при расширении карты на весь образец в целом, в результате хаотичности распределения углерода и кварца сквозные каналы вообще будут отсутствовать.

Таким образом, можно, полагать, что в интегральном случае отклонение значения сопротивления от среднего для образца №2 будет таким же, как и для двух других образцов, то есть около 25 %.

22. Пошаговая последовательность определения проводимости

Ввиду сложности процедуры, приведем схему определения проводимости в виде последовательно выполняемых шагов. Будем полагать, что имеется несколько образцов шунгита, пригодных для исследования методом электросиловой микроскопии, причем интегральная проводимость хотя бы одного из таких образцов заранее известна.

Шаг №1.

Выбор одного наиболее удобного для анализа образца, желательно со средним значением концентрации углерода (около 50 %). Этот образец будет использован далее в качестве опорной точки для нормировки расчетного значения сопротивления каждого образца в отдельности.

Шаг №2.

Для выбранного образца получение карты распределения углерода методом электросиловой микроскопии.

Шаг №3.

Выполнение бинарной дискретизации карты. Формирование ячеек двух видов: белые – для углерода, черные – для кварца.

Шаг №4.

Присвоение номиналов сопротивлений для ячеек углерода и кварца.

Шаг №5.

Построение первичной резистивной сетки путем представления ячеек в виде крестообразно соединенных пар резисторов.

Шаг №6.

Преобразование первичной крестообразной сетки в квадратную путем объединения последовательно соединенных частичных резисторов.

Шаг №7.

Сворачивание квадратной сетки в соответствии с алгоритмом сворачивания. Процедура сворачивания начинается с левого верхнего угла сетки путем последовательного использования пропэгатора №1, с заменой его на краях сетки на пропэгатор №2, с учетом параллельного и последовательного соединений образуемых пар резисторов. В результате сворачивания сетка представляется в виде единственного резистора, сопротивление которого равно сопротивлению исходной сетки.

Шаг №8.

Выполнение нормировки номинала полученного резистора на известное заранее значение интегральной проводимости образца в целом. Получение нормирующего коэффициента для удельного сопротивления.

Шаг №9.

Выполнение шагов №2 – №7 для других исследуемых образцов. Нахождение для них номиналов резисторов, получаемых путем сворачивания сетки для каждого образца в отдельности.

Шаг №10.

Определение удельного сопротивления для каждого образца в отдельности путем умножения номиналов резисторов, получаемых на шаге №9 на нормирующий коэффициент, определенный на шаге №8.

Шаг №11.

Определение удельной проводимости для каждого образца в отдельности путем нахождения обратной величины от удельного сопротивления, полученного на шаге №10.

23. Некоторые замечания о возможном развитии работы

Предложенный в настоящей работе порядок действий позволяет определить удельную проводимость образца шунгита по снятой методом электросиловой микроскопии карте распределения углерода. Рассмотрение выполнено на карте размером 20 на 20 ячеек, которая разделена на четыре карты размером 10 на 10 ячеек.

Такое разделение полной карты на четыре части, кроме упрощения машинного программирования, позволяет оценить степень однородности полной карты. В то же время, для более объективного определения сопротивления карты в целом, алгоритм сворачивания должен быть расширен до размера 20 на 20 ячеек. В соответствии с данными раздела 21, для более объективного определения параметров образца в целом, метод электросиловой микроскопии должен быть расширен на несколько точек, достаточно удаленных друг от друга и равномерно распределенных по площади образца.

Дополнительным пожеланием является совершенствование метода измерения проводимости по четырем контактам с целью возможной локализации проводимых измерений.

24. Замечание о возможности локального измерения параметров материала

В рамках традиционного представления принято полагать, что главным фактором, определяющим применимость шунгита для создания экранов, является интегральная проводимость, определяемая на большой площади образца. В то же время, на проблему в целом можно взглянуть с другой стороны. Так, метод электросиловой микроскопии в сочетании с методом резистивной сетки позволяет определить электрические параметры образца на участке размером 20 на 20 нм. То есть предлагаемый метод можно считать методом ЛОКАЛЬНОГО измерения проводимости, недоступного методу контактов. Такое локальное исследование может послужить основой для проведения новых экспериментов на микроуровне, в том числе привести к открытию новых не известных ранее явлений и закономерностей, которые в свою очередь могут найти немало полезных применений.

Заключение

Основные результаты настоящей работы сводятся к следующему.

1) Рассмотрена возможность применения метода резистивной сетки для анализа сопротивления графеносодержащего шунгита по данным электросиловой микроскопии. Отмечена задача применения шунгита для создания экранов микроволнового излучения, решение которой требует определения удельной проводимости материала. Для исследования оптимальными из имеющихся в распоряжении авторов настоящей работы были признаны образцы с большим (73 %), средним (47 %) и малым (5 %) содержанием углерода. Для всех образцов была измерена интегральная проводимость четырехконтактным методом.

2) Приведен пример построения карты содержания углерода методом электросиловой микроскопии, выполнена ее бинарная дискретизация в виде совокупности белых и черных ячеек, первые из которых соответствовали углероду, а вторые – кварцу.

3) Приведена схема построения резистивной сетки на основе дискретизированной карты. Построена «крестообразная» резистивная сетка, для чего каждая ячейка карты представлена в виде крестообразно соединенных четырех резисторов, номиналы которых соответствуют сопротивлениям ячейки углерода и кварца. Путем объединения последовательно соединенных резисторов исходная крестообразная сетка преобразована в «квадратную», ячейки которой образованы четырьмя резисторами, расположенными на сторонах квадрата.

4) Для алгоритмизации введены массивы двух видов резисторов, ориентированных вдоль горизонтальных и вертикальных сторон квадратов сетки, а также массивы дополнительных резисторов, ориентированные по диагоналям квадратов сетки.

5) Приведены схемы двух пропагаторов, используемых далее для сворачивания резистивной сетки. Приведена схема пропагатора №1, представляющая собой пять резисторов, четыре из которых соединены крестообразно относительно центральной точки, а пятый замыкает концы двух соседних резисторов по диагонали. Приведен алгоритм расчета, позволяющий диагональный резистор переместить на диаметрально противоположные концы крестообразно соединенных резисторов, в результате чего происходит изменение номиналов всех участвующих в преобразовании резисторов с сохранением величин сопротивлений между внешними концами исходной конфигурации резисторов. Главным результатом является перемещение диагонального резистора из верхнего ряда ячеек в нижеследующий, что позволяет при многократном применении пропагатора свести диагональный резистор до нижнего или бокового края сетки.

6) Приведена схема пропагатора №2, представляющая собой четыре резистора, три из которых соединены крестообразно относительно центральной точки с тем отличием от пропагатора №1, что нижний вертикально ориентированный резистор здесь отсутствует. При этом диагональный резистор занимает то же положение, что в пропагаторе №1, соединяя концы двух

резисторов, один из которых ориентирован вертикально, а другой – горизонтально. Приведен алгоритм расчета, позволяющий исключить из схемы диагональный резистор, так что остаются только три резистора, два из которых ориентированы по горизонтали, а третий – присоединен к точке соединения первых двух и ориентирован вертикально. Такое преобразование, как и для пропагатора №1, приводит к изменению номиналов всех участвующих в преобразовании резисторов с сохранением величин сопротивлений между внешними концами исходной конфигурации резисторов. Главным результатом здесь является уничтожение диагонального резистора.

7) Выполнена процедура сворачивания сетки с помощью пропагаторов №1 и №2. Для этого сворачивание начинается с ячейки левого верхнего угла сетки, крайние резисторы которого в результате последовательного соединения преобразуются в диагональный резистор. Далее производится многократное применение пропагатора №1 до тех пор, пока диагональный резистор не упирается в нижний край сетки, где он уничтожается с помощью пропагатора №2. После этого таким же путем обрабатывается следующая сверху ячейка левого края сетки и так далее. В случае достижения диагональным резистором правого края сетки выполняется преобразование последовательно и параллельно соединенных резисторов, в результате чего диагональный резистор также уничтожается. В конечном результате вся сетка преобразуется в линейную цепочку последовательно соединенных резисторов, расположенных по нижнему краю сетки, суммирование которых дает номинал резистора, сопротивление которого равно сопротивлению исходной квадратной сетки.

8) Представлена схема получения частичных карт из единой дискретизированной карты путем деления ее на четыре части с последующей оцифровкой в двух номиналах 1 и N , первый из которых соответствует сопротивлению ячейки углерода, а второй – сопротивлению ячейки кварца.

9) С помощью алгоритма сворачивания резистивной сетки получены зависимости сопротивления частичных карт от сопротивления ячейки кварца.

Выявлены два вида таких зависимостей: возрастание с насыщением и возрастание линейное. Установлено, что возрастание с насыщением имеет место в образце с большим содержанием углерода, возрастание линейное – в образце с малым содержанием углерода, а в образце со средним содержанием углерода зависимости для трех частичных карт возрастают с насыщением, а для одной – зависимость возрастает линейно.

10) Выявлено существование «сквозного канала», представляющего собой непрерывную цепочку ячеек углерода. Установлено, что возрастание с насыщением обусловлено существованием на частичной карте сквозного канала, тогда как в отсутствие такого канала зависимость сопротивления карты от сопротивления ячейки кварца возрастает линейно. Построено модельное представление подобной зависимости на основе схемы из параллельно соединенных двух резисторов, один из которых моделирует сквозной канал, а другой – всю окружающую этот канал структуру. На основе модели продемонстрировано формирование обоих видов зависимостей.

11) Выполнена нормировка сопротивлений сеток относительно проводимости образцов, измеренной методом контактов. В качестве опорной точки выбран образец со средним содержанием углерода. Построены усредненные по частичным картам зависимости сопротивлений карт от сопротивления ячейки кварца. Установлено, что оптимальное согласование сопротивления образца со средней концентрацией углерода с измеренной контактным методом интегральной проводимостью имеет место при сопротивлении ячейки кварца, равной 35 отн.ед., то есть в 35 раз больше сопротивления ячейки углерода. Получен нормировочный коэффициент, применение которого к образцам с большой и малой концентрацией углерода позволило получить значения проводимостей, совпадающие с измеренными контактным методом с точностью до 25 %.

12) Рассмотрено влияние степени неоднородности образцов на проводимые измерения. Было установлено, что отклонение величины сопротивления, полученного по частичным картам, от среднего значения по

полной карте, составляет 25 %. Такое значение отклонения было обобщено на образец в целом, однако отмечена необходимость более точной проверки такого обобщения.

13) Приведена схема определения проводимости для любого числа образцов в виде последовательно выполняемых шагов. Показано, что полное определение содержит 11 шагов, в числе которых шаги с №2 по №7 представляют собой циклическое повторение действий для отдельных образцов, начиная с получения дискретизированной карты до сворачивания сопротивления резистивной сетки. Дальнейшие шаги содержат получение нормирующего коэффициента и привязки с его помощью проводимостей всех образцов к проводимости, измеренной контактным методом.

14) Приведены некоторые замечания о возможном развитии работы. Отмечена рекомендация рассматривать резистивную сетку не только для частичных карт, но и для единой карты в целом. Другая рекомендация состоит в применении метода электросиловой микроскопии к возможно большему числу точек каждого отдельно взятого образца с целью выявления среднего значения и степени однородности образца в целом. Рекомендовано также совершенствовать метод контактного измерения проводимости с целью его возможной локализации и повышения точности.

15) В качестве важного результата проведенного исследования отмечен характер локального измерения параметров материала, что открывает возможности для проведения новых экспериментов на микроуровне, в том числе с построением новых моделей электрических свойств материала, а также для поиска новых возможных применений.

Финансирование: Исследование выполнено в рамках госзадания ФГБОУ ВО «СГУ им. Питирима Сорокина» № 075-03-2024-162 по теме «Влияние структуры на статические и динамические электропроводящие свойства разупорядоченного углерода» (получение карт шунгита методом электросиловой микроскопии), а также в рамках государственного задания

Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН (обработка карт методом резистивной сетки).

Литература

1. Мошников И.А., Ковалевский В.В., Лазарева Т.Н., Петров А.В. Использование шунгитовых пород в создании радиоэкранирующих композиционных материалов. // Материалы совещания «Геодинамика, магматизм, седиментогенез и минерогенез северо-запада России. Петрозаводск: Институт геологии КарНЦ РАН. 2007. С.272-274.
2. Лыньков Л.М., Махмуд М.Ш., Криштопова Е.А. Экраны электромагнитного излучения на основе порошкообразного шунгита. // Вестник Полоцкого государственного университета. Серия С. Фундаментальные науки. Новополоцк: ПГУ. 2012. №4. С.103-108.
3. Лыньков Л.М., Борботько Т.В., Криштопова Е.А. Радиопоглощающие свойства никельсодержащего порошкообразного шунгита. // ПЖТФ. 2009. Т.35. №9. С.44-48.
4. Лыньков Л.М., Борботько Т.В., Криштопова Е.А. Микроволновые и оптические свойства многофункциональных экранов электромагнитного излучения на основе порошкообразного шунгита. // Сборник трудов. 4-й международной конференции «Современные методы и технологии создания и обработки материалов». Беларусь. Минск. 2009. С.23-25.
5. Emelyanov S.G., Kuzmenko A.P., Rodionov V.V., Dobromyslov M.B. Mechanisms of microwave absorption in carbon compounds from shungite. // Journal of Nano- and Electronic Physics. 2013. V.5. №4. P.04023-1 04023-3.
6. Kuzmenko A.P., Rodionov V.V., Emelyanov S.G., Chervyakov L.M., Dobromyslov M.B. Microwave properties of carbon nanotubes grown by pyrolysis of ethanol on nickel catalyst. // Journal of Nano- and Electronic Physics. 2014. V.6. №3. P.03037-1 03037-2.

7. Бойправ О.В., Айад Х.А.Э., Лыньков Л.М. Радиозранирующие свойства никельсодержащего активированного угля. // ПЖТФ. 2019. Т.45. №12. С.52-54. <https://doi.org/10.21883/PJTF.2019.12.47921.17225>
8. Савенков Г.Г., Морозов В.А., Украинцева Т.В., Кац В.М., Зегря Г.Г., Илюшин М.А. Влияние добавок шунгита на электрический пробой перхлората аммония. // ПЖТФ. 2019. Т.45. №19. С.44-46. <https://doi.org/10.21883/PJTF.2019.19.48318.17847>
9. Голубев Е.А., Антонец И.В., Щеглов В.И. Модельные представления микроструктуры, электропроводящих и СВЧ-свойств шунгитов. Сыктывкар: Изд.СыктГУ. 2017.
10. Макеева Г.С., Голованов О.А. Математическое моделирование электронноуправляемых устройств терагерцового диапазона на основе графена и углеродных нанотрубок. Пенза: Изд. ПГУ. 2018.
11. Golubev Ye.A., Antonets I.V., Shcheglov V.I. Static and dynamic conductivity of nanostructured carbonaceous shungite geomaterials. // Materials Chemistry and Physics. 2019. V. 226. №3. P.195-203.
12. Антонец И.В., Голубев Е.А., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Динамическая проводимость графеносодержащего шунгита в диапазоне сверхвысоких частот. // ПЖТФ. 2018. Т.44. №9. С.12-18 <https://doi.org/10.21883/PJTF.2018.09.46060.16883>
13. Антонец И.В., Голубев Е.А., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Исследование проводимости графеносодержащего шунгита волноводным методом. // Сборник трудов Международного симпозиума «Перспективные материалы и технологии». Витебск: Беларусь. 2017. С.6-9.
14. Антонец И.В., Голубев Е.А., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Динамическая проводимость графеносодержащего шунгита в диапазоне сверхвысоких частот. // Сборник трудов XXV Международной конференции «Электромагнитное поле и материалы». М.: НИУ МЭИ. 2017. С.135-147.
15. Соколов В.А., Калинин Ю.К., Дюккиев Е.Ф. (ред.). Шунгиты – новое углеродистое сырье. Петрозаводск: Карелия. 1984.

16. Melezhnik V.A., Filippov M.M., Romashkin A.E. A giant paleoproterozoic deposit of shungite in NW Russia. // *Ore Geology Reviews*. 2004. V.24. P.135-154.
17. Филиппов М.М., Медведев П.П., Ромашкин А.Е. О природе шунгитов Южной Карелии. // *Литология и полезные ископаемые*. 1998. №3. С.323-332.
18. Ковалевский В.В. Структура углеродного вещества и генезис шунгитовых пород. // *Диссертация на соискание ученой степени доктора геолого-минералогических наук*. Петрозаводск. 2007.
19. Филиппов М.М. Шунгитоносные породы Онежской структуры. Петрозаводск: Карельский НЦ РАН. 2002.
20. Шека Е.Ф., Голубев Е.А. О техническом графене – восстановленном оксиде графена – и его природном аналоге – шунгите. // *ЖТФ*. 2016. Т.86. №7. С.74-80.
21. Гейм А.К. Случайные блуждания: непредсказуемый путь к графену. // *УФН*. 2011. Т.181. №12. С.1284-1298.
22. Морозов С.В., Новоселов К.С., Гейм А.К. Электронный транспорт в графене. // *УФН*. 2008. Т.178. №7. С.776-780.
23. Hill E.W., Geim A.K., Novoselov K., Schedin F., Blake P. Graphene spin valve devices. // *IEEE Trans. Magn.* 2006. V.42. №10. P.2694-2696.
24. Castro Neto A.H., Guinea F., Peres N.M.R., Novoselov K.S., Geim A.K. The electronic properties of graphene. *Rev.Mod.Phys.* 2009. V.81. №1. P.109-162(54).
25. DeFord D.D. Electroanalysis and coulometric analysis. // *Analytical Chemistry*. 1960. V.32. №5. P.31R-37R. <https://doi.org/10.1021/ac60161a604>
26. Kies H.I. Coulometry. // *Journal of Electroanalytical Chemistry*. 1962. V.4. №5. P.257-286. [https://doi.org/10.1016/S0022-0728\(62\)80068-0](https://doi.org/10.1016/S0022-0728(62)80068-0)
27. Воробьева Л.А. Теория и практика химического анализа почв. М.: ГЕОС. 2006.
28. Миронов В.Л. Основы сканирующей зондовой микроскопии. М.: Техносфера. 2005.

29. Banerjee S., Sardar M., Gayathri N., Tyagi A.K., Baldev Raj. Enhanced conductivity in grapheme layers and at their edges. // APL. 2006. V.88. №6. P.062111.
30. Голубев Е.А. Электрофизические свойства и структурные особенности шунгита (природного наноструктурированного углерода). // ФТТ. 2013. Т.55. №5. С.995-1002.
31. Антонец И.В., Голубев Е.А., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Структурные и электрические свойства графеносодержащего шунгита на основе анализа карт проводимости. // Сборник трудов XXVI Международной конференции «Электромагнитное поле и материалы (фундаментальные физические исследования)». М.: ИНФРА-М. 2018. С.293-302.
32. Антонец И.В., Голубев Е.А., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Исследование структурных и электрических свойств графеносодержащего шунгита по данным электросиловой спектроскопии. Часть 1. Концентрация углерода. // Журнал радиоэлектроники. – 2018. – №. 8. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2018.8.5>
33. Антонец И.В., Голубев Е.А., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Исследование структурных и электрических свойств графеносодержащего шунгита по данным электросиловой спектроскопии. Часть 2. Дискретность структуры. // Журнал радиоэлектроники. – 2018. – №. 8. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2018.8.6>
34. Антонец И.В., Голубев Е.А., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Исследование структурных и электрических свойств графеносодержащего шунгита по данным электросиловой спектроскопии. Часть 3. Удельная проводимость. // Журнал радиоэлектроники. – 2018. – №. 9. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2018.9.1>
35. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа. Часть I. – М.: Наука. 1965.
36. Демидович Б.П., Марон И.А. Основы вычислительной математики. – М.: Физматгиз. 1963.

37. Ионкин П.А., Мельников Н.А., Даревский А.И., Кухаркин Е.С. Теоретические основы электротехники. Часть 1. Основы теории цепей. – М.: Высшая школа. 1965.
38. Frank D.J., Lobb C.J. Highly efficient algorithm for percolative transport studies in two dimensions. // Phys. Rev.B. 1988. V.37. №1. P.302-307.
39. Булавин Л.А., Выгорницкий Н.В., Лебовка Н.И. Компьютерное моделирование физических систем. Долгопрудный: Изд. Дом «Интеллект». 2011.
40. Пярнпуу А.А. Программирование на Алголе и Фортране. М.: Наука. 1978.

Для цитирования:

Антонец И.В., Голубев Е.А., Щеглов В.И. Применение метода резистивной сетки для определения проводимости графеносодержащего шунгита по данным электросиловой микроскопии // Журнал радиоэлектроники. – 2025. – № 11. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2025.11.41>