

УДК 621.391.266

**МЕТОД ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЙ ОЦЕНКИ
ПСЕВДОСЛУЧАЙНЫХ СИГНАЛОВ
НА ОСНОВЕ МОДЕЛИ МНОГОСВЯЗНОЙ ЦЕПИ МАРКОВА**

Д. Е. Прозоров

Вятский государственный университет

Получена 16 октября 2013 г.

Аннотация. В статье рассмотрена задача последовательной оценки псевдослучайных сигналов (ПСС), построенных на рекуррентных последовательностях максимального периода (М-последовательностях). В качестве модели М-последовательности предложена многосвязная цепь Маркова. На основе предложенной модели разработан алгоритм нелинейной фильтрации ПСС, позволяющий сократить время кодовой синхронизации в системах связи с расширением спектра методом прямой последовательности.

Ключевые слова: кодовая синхронизация, многосвязная цепь Маркова, последовательная оценка, псевдослучайный сигнал.

Abstract: The problem of sequential estimation of pseudonoise (PN) signals derived from m -sequences is considered. The multilink Markov chain is proposed as a model of m -sequence. The algorithm of nonlinear filtering of PN signals is developed based on proposed model. This algorithm allows reducing the time of code synchronization in DSSS systems.

Key words: code synchronization, multilink Markov chain, sequential estimation, pseudonoise signal.

1. Введение

Линейные рекуррентные последовательности (ЛРП) широко используются для формирования псевдослучайных сигналов (ПСС) в коммуникационных и навигационных системах с расширением спектра методом прямой последовательности (DSSS – direct-sequence spread spectrum). Примерами таких систем являются DS-CDMA, GPS/Navstar, Glonass и беспроводные сети стандарта IEEE 802.11b. Для извлечения информации из принимаемого сигнала приемные устройства DSSS-систем должны проходить несколько этапов синхронизации: частотная и фазовая синхронизация, тактовая синхронизация и кодовая синхронизация.

Известно большое количество методов поиска и кодовой синхронизации ПСС [1-15]. Например, кодовая синхронизация ПСС может осуществляться с помощью многоканальных корреляторов или схем циклического поиска, в основе которых лежит пошаговая синхронизация искомого ПСС с его копией в приемнике [8]. В первом случае требуются большие технические ресурсы, а во втором – временные.

При относительно высоком отношении сигнал/шум методом, позволяющим снизить временные затраты на поиск и кодовую синхронизацию ПСС является метод последовательной оценки символов, предложенный Р. Уордом в работе [1]. Метод посимвольной оценки Уорда (RASE – Rapid Acquisition by Sequential Estimation) основан на рекуррентном свойстве ЛРП, которое позволяет по любому неискаженному сегменту ЛРП длиной m символов (m – размер регистра сдвига генератора ЛРП) синтезировать в приемном устройстве опорную ЛРП с требуемой задержкой. Однако, при снижении отношения сигнал/шум, вероятность правильной оценки символов ЛРП становится низкой и эффективность метода последовательной оценки символов быстро снижается [1].

Модификации метода Уорда, разработанные с целью компенсации указанного недостатка, описаны в работах [2] – [11]. В указанных работах предлагается формировать метки ненадежности символов [2], использовать дополнительные символы ЛРП для обнаружения и исправления ошибок [3] – [6], схемы с «мягким» принятием решений (RSSE – Recursive Soft Sequential Estimation) [9], или внутривыборочное накопление сигналов [7], [10], [11].

Еще одним методом, основанным на идее последовательной оценки символов ПСС, является метод приема с внутривыборочной нелинейной фильтрацией ПСС, использующий цепь Маркова в качестве модели последовательности символов ЛРП [12]. Модификации указанного метода рассмотрены в работах [13]-[15].

В статье разработан алгоритм нелинейной фильтрации ПСС, который является развитием алгоритмов, рассмотренных в [12] – [15]. В качестве модели ЛРП использована многосвязная цепь Маркова.

2. Марковская модель линейной рекуррентной последовательности

Линейной рекуррентной последовательностью называется последовательность $\{a_k\}$, определяемая рекуррентным соотношением

$$a_k = g(a_{k-m}, \dots, a_{k-1}) = \left(\sum_{i=1}^m c_i a_{k-i} \right) \bmod q, \quad (1)$$

где $g(\cdot)$ – линейная функция, $a_k \in \{0, \dots, q-1\}$, $q \in \mathbb{N}$, $c_i \in \mathbb{Z}_+$.

ЛРП имеют период $L \leq q^m - 1$.

В системах связи обычно используют ЛРП максимального периода с основанием $q = 2$ (например, М-последовательности).

Очевидно, что комбинация из n символов ЛРП (a_{k-n+1}, \dots, a_k) , $n \leq m$ однозначно зависит от комбинации $(a_{k-m}, \dots, a_{k-1})$ из m символов ЛРП, что можно записать в виде вероятностного соотношения

$$p(a_{k-n+1}, \dots, a_k | a_{k-m}, \dots, a_{k-1}) = 1. \quad (2)$$

Пусть $M_k \equiv (a_{k-n+1}, \dots, a_k)$, $n \leq m$. Из выражения (2) получим

$$p(M_k | a_{k-m}, \dots, a_{k-1}) = 1. \quad (3)$$

Общее количество различающихся метасостояний M_k равно q^n . Если $n = 1$, то $M_k \equiv a_k$ и уравнение (3) преобразуется в

$$p(a_k | a_{k-m}, \dots, a_{k-1}) = 1. \quad (4)$$

Пример 1.

Пусть $m = 3$ и

$$g(a_{k-m}, \dots, a_{k-1}) = [a_{k-3} + a_{k-2}] \bmod 2. \quad (5)$$

Тогда

$$\{a_k\} = 1\ 1\ 1\ 0\ 0\ 1\ 0, 1\ 1\ 1\ \dots$$

Для $n = 1$: $M_1 \equiv (0)$, $M_2 \equiv (1)$.

Тогда

$$\{a_k\} = M_2 M_2 M_2 M_1 M_1 M_2 M_1, M_2 M_2 M_2 \dots$$

Для $n = 2$:

$$M_1 \equiv (a_{k-1} = 0, a_k = 0), M_2 \equiv (a_{k-1} = 0, a_k = 1),$$

$$M_3 \equiv (a_{k-1} = 1, a_k = 0), M_4 \equiv (a_{k-1} = 1, a_k = 1).$$

Тогда

$$\{a_k\} = M_4 M_4 M_3 M_1 M_2 M_3 M_2, M_4 M_4 M_3 \dots$$

При $n = 3$: $M_1 \equiv (000)$, $M_2 \equiv (001)$, $M_3 \equiv (010)$, $M_4 \equiv (011)$, $M_5 \equiv (100)$,
 $M_6 \equiv (101)$, $M_7 \equiv (110)$, $M_8 \equiv (111)$ и

$$\{a_k\} = M_8 M_7 M_5 M_2 M_3 M_6 M_4, M_8 M_7 M_5 \dots$$

Метасостояние $M_1 \equiv (000)$ не встречается.

Рис. 1 иллюстрирует последовательность метасостояний M_k при $n = 2$.

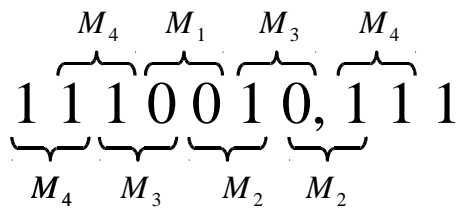


Рис. 1. Метасостояния ЛРП.

В момент наступления кодовой синхронизации приемное устройство генерирует опорную последовательность, $\{\tilde{a}_k\}$ посимвольно совпадающую с ЛРП $\{a_k\}$ принимаемого сигнала. Из уравнения (1) следует, что сгенерировать такую ЛРП можно при наличии m последних неискаженных символов ЛРП принимаемого сигнала.

Пусть $\hat{a}_k = g(\tilde{a}_{k-m+1}, \dots, \tilde{a}_k)$ – оценка следующего, $(k+1)$ -го значения опорного ЛРП, выполненная в k -м такте; $\hat{M}_k \equiv (\hat{a}_{k-n+1}, \dots, \hat{a}_k)$, $n \leq m$. После наступления кодовой синхронизации соблюдается условие

$$P(M_{k+1} | \hat{M}_k) = 1. \tag{6}$$

Уравнение (6) означает, что оценка метасостояния ЛРП, сформированная в k -м такте в приемном устройства совпадает с $(k+1)$ -м метасостоянием ЛРП принимаемого сигнала.

При наличии аддитивной смеси сигнала и шума на входе приемного устройства условные вероятности переходов (6) можно представить в виде матрицы

$$[\pi_{ij}]_{q^n \times q^n} = \begin{bmatrix} \pi_{11} & \dots & \pi_{1(q^n)} \\ \dots & \pi_{ij} & \dots \\ \pi_{(q^n)1} & \dots & \pi_{(q^n)(q^n)} \end{bmatrix}, \quad (7)$$

где $\pi_{ij} = p(M_j | \hat{M}_i)$.

Матрица (7) удовлетворяет следующим условиям

$$\sum_{i=1}^{q^n} \pi_{ij} = 1, \pi_{ij} \geq 0, j = \overline{1, q^n}. \quad (8)$$

Подобные матрицы называются марковскими [17]. При этом последовательность переходов

$$\hat{M}_k \rightarrow M_{(k+1)} \equiv \left(\underbrace{\hat{a}_{k-n+1}, \dots, \hat{a}_k}_n \right) \rightarrow \left(\underbrace{a_{k-n+2}, \dots, a_{k+1}}_n \right) \quad (9)$$

можно рассматривать как марковскую цепь со связностью n .

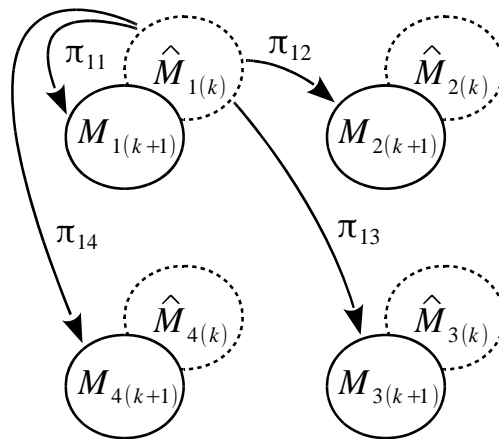


Рис. 2. Диаграмма переходов из метасостояния \hat{M}_1 для $n = 2$.

Диаграмма возможных переходов из метасостояния \hat{M}_1 для цепи Маркова со связностью $n = 2$ представлена на рис.2 [18].

3. Постановка задачи

Пусть на входе приемного устройства в момент времени t_k наблюдается аддитивная смесь ПСС и шума

$$x(t_k) = A \cos(\omega t_k + \varphi(a_k)) + n(t_k), \quad (10)$$

где A – амплитуда принимаемого сигнала, ω – несущая частота, $a_k \in \{0,1\}$, последовательность $\{a_k\}$ – ЛРП максимального периода (М-последовательность) с периодом $L = 2^m - 1$, $\varphi(a_k) \in \{0, \pi\}$ – фаза сигнала, $n(t_k)$ – белый гауссовский шум,

$$\langle n(t_k) \rangle = 0, \quad \langle n(t_l) n(t_m) \rangle = \frac{N_0 \delta(t_m - t_l)}{2}. \quad (11)$$

Необходимо разработать алгоритм фильтрации ПСС, построенного на М-последовательности и структуру приемного устройства ПСС.

4. Апостериорная вероятность метасостояний ЛРП

Будем считать, что последовательность метасостояний $\{M_k\}$ представляет собой сложную регулярную цепь Маркова с 2^n состояниями, $n \in \mathbb{N}$.

Пусть в приемном устройстве ПСС формируется оценка $\hat{M}_k \equiv (\hat{a}_{k-n+1}, \dots, \hat{a}_k)$ метасостояния ЛРП принимаемого сигнала ($n \leq m$), где $\hat{a}_k = g(\tilde{a}_{k-m+1}, \dots, \tilde{a}_k)$ – оценка следующего, $(k+1)$ -го значения опорного ЛРП, $\{\tilde{a}_k\}$ – последовательность оценок символов принимаемого ПСС.

Как показано в п.2 последовательность переходов $\hat{M}_k \rightarrow M_{(k+1)}$ можно рассматривать как марковскую цепь со связностью n и матрицей вероятностей переходов (7).

Апостериорная плотность вероятности метасостояния M_{k+1} [19,20] :

$$p^{ac}(M_{k+1}) = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} p^{ac}(M_1, \dots, M_{k+1}) dM_1 \dots M_k. \quad (12)$$

Многомерная апостериорная плотность вероятности последовательности M_1, \dots, M_{k+1} находится по формуле обратной вероятности

$$p^{ac}(M_1, \dots, M_{k+1}) = cF(M_1, \dots, M_{k+1})p^{ap}(M_1, \dots, M_{k+1}), \quad (13)$$

$F(M_1, \dots, M_{k+1})$ – функция правдоподобия, $p^{ap}(M_1, \dots, M_{k+1})$ – априорная многомерная плотность вероятности последовательности M_1, \dots, M_{k+1} .

Так как шум $n(t_k)$ является некоррелированным, то функцию правдоподобия $F(M_1, \dots, M_{k+1})$ можно преобразовать к виду

$$F(M_1, \dots, M_{k+1}) = \exp \left[\sum_{i=1}^{k+1} f(M_i) \right], \quad (14)$$

где $f(M_i) = \ln[F(M_i)]$.

Для цепи Маркова априорная плотность вероятности $p^{ap}(M_1, \dots, M_{k+1})$ может быть определена через произведение [19, 20]

$$p^{ap}(M_1, \dots, M_{k+1}) = p(M_1) \prod_{i=2}^k w(M_{i+1} | M_i), \quad (15)$$

где $w(M_{i+1} | M_i)$ – плотность вероятности перехода от метасостояния M_i в i -м такте к метасостоянию M_{i+1} в $(i+1)$ -м такте.

Подставляя (13)-(15) в (12) получим

$$p^{ac}(M_{k+1}) = \tilde{n} \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \exp \left[\sum_{i=1}^{k+1} f(M_i) \right] p(M_1) \prod_{i=2}^k w(M_{i+1} | M_i) \right\} dM_1 \dots M_k. \quad (16)$$

Поскольку

$$p^{ac}(M_k) = \tilde{n} \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \exp \left[\sum_{i=1}^k f(M_i) \right] p(M_1) \prod_{i=2}^{k-1} w(M_{i+1} | M_i) \right\} dM_1 \dots M_{k-1},$$

то уравнение (16) можно преобразовать к рекуррентному виду, более удобному для вычислений [20]

$$p^{ac}(M_{k+1}) = \tilde{n} \exp \{ f(M_{k+1}) \} \int_{-\infty}^{\infty} p^{ac}(M_k) w(M_{k+1} | M_k) dM_k. \quad (17)$$

Плотность условной вероятности $w(M_{k+1} | M_k)$ может быть представлена в форме [19]

$$w(M_{k+1} | M_k) = \sum_{j=1}^2 \pi(M_{i(k+1)} | M_{j(k)}) \delta(M_{k+1} - M_{i(k+1)}), \quad (18)$$

где $M_{i(k+1)}$ означает i -е метасостояние ЛРП на $(k+1)$ -м такте, $\delta(\bullet)$ – дельта-функция Дирака, $\pi_{ji} \equiv \pi(M_{i(k+1)} | M_{j(k)})$ – элемент матрицы вероятностей переходов (7).

Запишем распределение апостериорных вероятностей $p^{ac}(M_k)$ в виде [19]

$$p^{ac}(M_k) = \sum_{i=1}^2 p^{ac}(M_{i(k)}) \delta(M_k - M_{i(k)}) \quad (19)$$

и, подставив (18), (19) в (17), получим

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^2 p^{ac}(M_{i(k+1)}) \delta(M_{k+1} - M_{i(k+1)}) = \tilde{n} \exp \{ f(M_{k+1}) \} \times \\ & \times \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \sum_{j=1}^2 p^{ac}(M_{i(k)}) \delta(M_k - M_{i(k)}) \right\} \left\{ \sum_{i=1}^2 \pi(M_{i(k)} | M_{j(k)}) \delta(M_{k+1} - M_{i(k)}) \right\} dM_k. \end{aligned} \quad (20)$$

Используя фильтрующее свойство дельта-функции, после интегрирования уравнения (20) получим систему из 2^n уравнений для апостериорных вероятностей метасостояний $p^{ac}(M_{k+1})$ [18]

$$p_{i(k+1)}^{ac} = c \exp\left\{f\left(M_{i(k+1)}\right)\right\} \sum_{j=1}^{2^n} p_{j(k)}^{ac} \pi_{ji}, \quad i = \overline{1, 2^n}, \quad (21)$$

где $p_{i(k+1)}^{ac} \equiv p^{ac}(M_{i(k+1)})$, $f(M_{i(k+1)})$ – логарифм функции правдоподобия M_i -го метасостояния ЛРП в $(k+1)$ -м такте.

5. Уравнения нелинейной фильтрации символов ПСС для модели односвязной цепи Маркова

Пусть $n = 1$, тогда

$$p_{1(k+1)} = c \exp\left\{f\left(M_{1(k+1)}\right)\right\} \sum_{j=1}^2 p_{j(k)} \pi_{j1}, \quad (22)$$

$$p_{2(k+1)} = c \exp\left\{f\left(M_{2(k+1)}\right)\right\} \sum_{i=1}^2 p_{i(k)} \pi_{i2}. \quad (23)$$

Разделим уравнение (22) на уравнение (23) и прологарифмируем результат

$$u_{k+1} = f\left(M_{1(k+1)}\right) - f\left(M_{2(k+1)}\right) + \hat{u}_k + \ln \frac{\pi_{11} + \pi_{21} \exp(-\hat{u}_k)}{\pi_{22} + \pi_{12} \exp(\hat{u}_k)}, \quad (24)$$

где $u_{k+1} = \ln \frac{p_{1(k+1)}^{ac}}{p_{2(k+1)}^{ac}}$; $\hat{u}_k = \ln \frac{p_{1(k)}^{ac}}{p_{2(k)}^{ac}}$. Знак «^» подчеркивает тот факт, что величина

\hat{u}_k является оценкой, формируемой в приемном устройстве в k -м такте.

Уравнение (24) является частным случаем и совпадает с уравнениями, полученными в работах [12] – [13].

На рис.3 представлена структура приемного устройства ПСС для модели односвязной цепи Маркова, реализующая уравнение (24). Приемное устройство

содержит: дискриминатор (D), вычисляющий разность функций правдоподобия $f(M_{1(k+1)}) - f(M_{2(k+1)})$, бинарный квантователь (Q) с нулевым порогом, линейный регистр сдвига с обратными связями (LFSR), формирующий оценки \hat{a}_k , схему формирования оценок \hat{u}_k и нелинейный фильтр (NF), содержащий сумматор (Σ) и схему вычисления нелинейной функции

$$z(\cdot) = \ln \frac{\pi_{11} + \pi_{21} \exp(-\hat{u}_k)}{\pi_{22} + \pi_{12} \exp(\hat{u}_k)}.$$

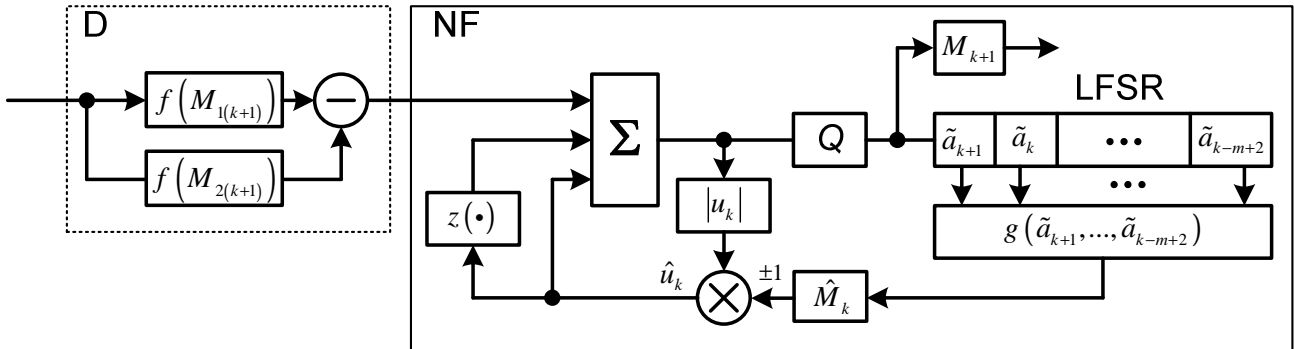


Рис.3. Структура приемного устройства ПСС для модели односвязной цепи Маркова.

В работе [16] показано, что алгоритм нелинейной фильтрации (24) позволяет сократить время кодовой синхронизации в 1.5 и более раз при отношениях сигнал/шум $q < -3$ дБ по сравнению с методом Уорда [1].

6. Уравнения нелинейной фильтрации символов ПСС для модели многосвязной цепи Маркова

Рассмотрим в качестве примера уравнения нелинейной фильтрации ПСС для модели цепи Маркова со связностью $n = 2$.

Пронормируем уравнения (21) на $c \exp\{f(n_{k+1})\}$, где $f(n_{k+1})$ – логарифм функции правдоподобия выборки белого гауссовского шума и прологарифмируем результат

$$u_{j(k+1)} = l_{k+1}(M_{j(k+1)}) + \ln \left[\sum_{i=1}^4 \exp(\hat{u}_{i(k)}) \pi_{ij} \right], \quad j = \overline{1,4}. \quad (25)$$

В уравнении (25)

$$l_{k+1}(M_{j(k+1)}) = \ln \frac{\exp\{f(M_{j(k+1)})\}}{\exp\{f(n_{k+1})\}} = f(M_{j(k+1)}) - f(n_{k+1}) -$$

– логарифм отношения правдоподобия для метасостояния $M_{j(k+1)}$,

$u_{j(k+1)} = \ln(p_{j(k+1)}^{ac})$, $\hat{u}_{i(k)} = \ln(p_{i(k)}^{ac})$ – оценка, формируемая в приемном устройстве.

Распознавание метасостояний M_k осуществляется в соответствии с критерием максимума апостериорной вероятности

$$M_k = \arg \max_{i=1,\dots,4} (u_{i(k+1)}). \quad (26)$$

Пример 2.

Пусть ЛРП принимаемого сигнала формируется по правилу (5) и метасостояния ЛРП определены аналогично примеру 1 ($n = 2$).

Учитывая, что

$$\begin{aligned} l(M_{j(k+1)}) &\equiv l(a_k = r, a_{k+1} = q) = \\ &= l(a_{r(k)}) + l(a_{q(k+1)}), \end{aligned} \quad (27)$$

где $j = \overline{1,4}$, $a_r, a_q \in \{0,1\}$, $l(a_{r(k)})$ – логарифм отношения правдоподобия r -го состояния a_k ЛРП в k -м такте, получим

$$\begin{aligned}
 u_{1(k+1)} &= l(a_{r(k)} = 0) + l(a_{q(k+1)} = 0) + \ln \left[\sum_{i=1}^4 \exp(\hat{u}_{i(k)}) \pi_{i1} \right], \\
 u_{2(k+1)} &= l(a_{r(k)} = 0) + l(a_{q(k+1)} = 1) + \ln \left[\sum_{i=1}^4 \exp(\hat{u}_{i(k)}) \pi_{i2} \right], \\
 u_{3(k+1)} &= l(a_{r(k)} = 1) + l(a_{q(k+1)} = 0) + \ln \left[\sum_{i=1}^4 \exp(\hat{u}_{i(k)}) \pi_{i3} \right], \\
 u_{4(k+1)} &= l(a_{r(k)} = 1) + l(a_{q(k+1)} = 1) + \ln \left[\sum_{i=1}^4 \exp(\hat{u}_{i(k)}) \pi_{i4} \right].
 \end{aligned} \tag{28}$$

Приемное устройство, соответствующее уравнениям (28) и критерию (26) представлено на рис.4. Здесь «D» дискриминатор приемного устройства, «DU» – решающее устройство.

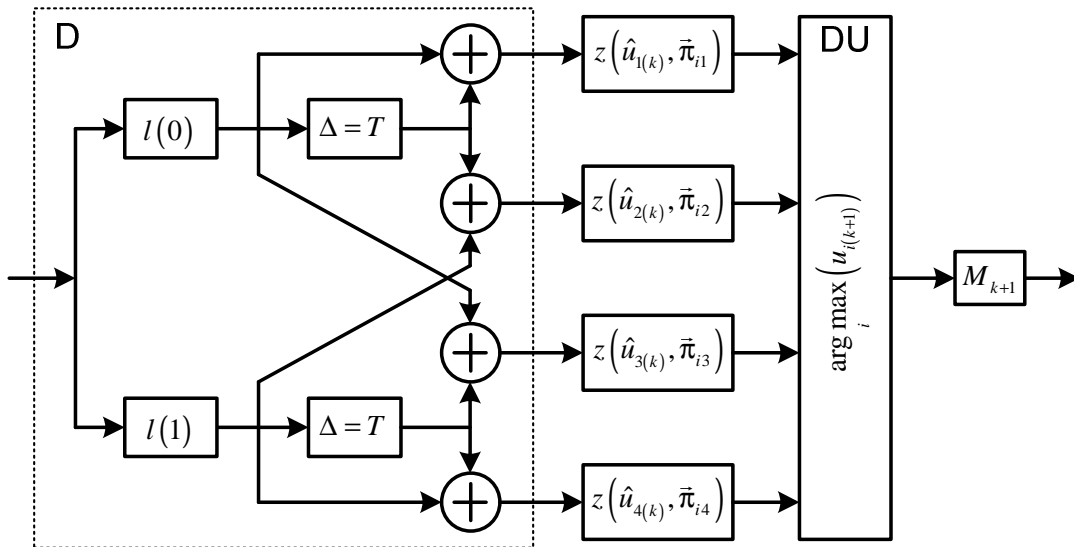


Рис.4. Структура приемного устройства ПСС для модели цепи Маркова со связностью $n = 2$.

На рис.4 вектором $\bar{\pi}_{ij}$ обозначена i -я строка матрицы вероятностей переходов (7), функция $z(\hat{u}_{i(k)}, \bar{\pi}_{ij})$ выполняет преобразование

$$z(\hat{u}_{j(k)}, \bar{\pi}_{ij}) = \ln \left[\sum_{i=1}^4 \exp(\hat{u}_{j(k)}) \pi_{ij} \right]. \quad (29)$$

Последовательность a_{k+1} символов ЛРП можно найти используя соотношение $M_{k+1} \equiv (a_k, a_{k+1})$.

6. Эксперимент

Наибольший интерес представляет кодовая синхронизация ПСС, сформированных на ЛРП, с периодом большим $L \geq 2^{10} - 1$ символов. ЛРП с такими периодами наиболее часто применяются в современных системах связи.

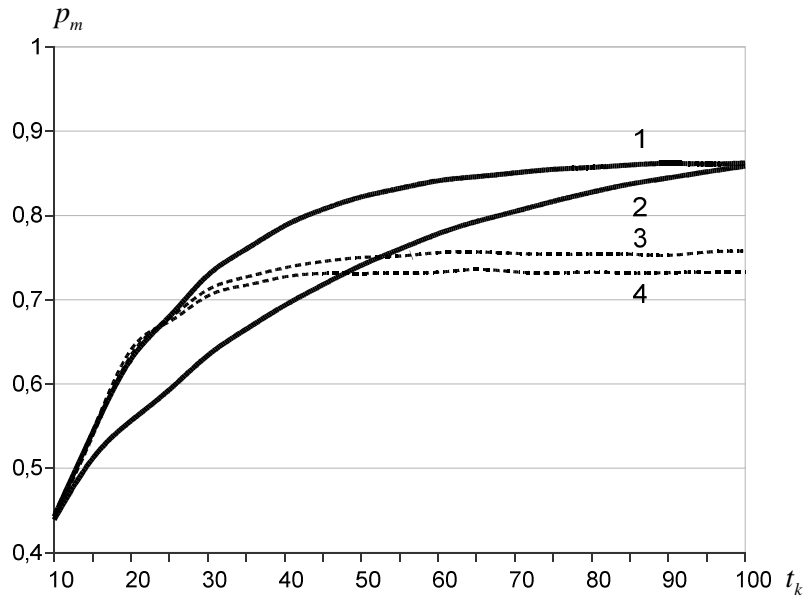


Рис.5. Вероятность правильного распознавания m -символьных кодовых комбинаций ПСС. Графиками обозначены варианты:

- 1) $\pi_{ii} = 0.99, n = 2$; 2) $\pi_{ii} = 0.9, n = 2$; 3) $\pi_{ii} = 0.99, n = 1$; 4) $\pi_{ii} = 0.9, n = 1$.

На рис. 5 представлен график вероятности правильного распознавания P_m кодовых комбинаций из $m = 10$ символов ЛРП. График получен имитационным

моделированием приемных устройств (рис. 3) и (рис. 4) при отношении сигнал/шум равном 0 дБ.

ЛРП сформирована по правилу

$$a_k = [a_{k-7} + a_{k-10}] \bmod 2. \quad (30)$$

Период ЛРП: $L = 2^{10} - 1 = 1023$.

Сплошными кривыми обозначены графики для приемного устройства (рис.4); пунктирными кривыми – для приемного устройства (рис.3).

7. Заключение

Разработчикам радиоприемных устройств систем связи с расширением спектра методом прямой последовательности (DSSS – direct-sequence spread spectrum) часто приходится искать компромисс между сложностью приемных устройств и временем кодовой синхронизации псевдослучайных сигналов. Наименьшее время поиска и кодовой синхронизации обеспечивают многоканальные схемы на основе корреляторов [8]. Значительно меньшей структурной сложностью обладают схемы последовательной оценки, однако их эффективность падает при уменьшении отношения сигнал/шум [1].

Предложенная модель ЛРП позволяет синтезировать структуры приемных устройств ПСС произвольной сложности, в зависимости от требований, предъявляемых к помехоустойчивости приемного устройства. Так, использование в качестве модели ЛРП цепи Маркова со связностью $n = 2$ позволяет повысить вероятность правильного распознавания кодовых m -символьных комбинаций ПСС (где m – размер регистра сдвига генератора ЛРП) на 13%-18% по отношению к методу, основанному на модели односвязной (простой) цепи Маркова.

Литература

1. R. Ward. Acquisition of Pseudonoise Signals by Sequential Estimation // IEEE Transactions on Communications, vol. 13, no. 4, pp. 475–483, Dec. 1965.
2. Тепляков И.М., Рощин Б.В., Фомин А.И., Вейцель В.А. Радиосистемы передачи информации. – М.: Радио и связь, 1982. – 264 с.
3. Григорьев А.А. Некоторые мажоритарные алгоритмы определения фазы псевдослучайных последовательностей. – Изв. вузов СССР. Радиоэлектроника, 1979. Т.22, №4, с.33-41.
4. Журавлев В. И., Леонтьев М. А. О статистических показателях системы поиска псевдослучайных сигналов с мажоритарной оценкой символов. – VII Всесоюз. конф. по теории кодирования и передаче информации: Тез. докл. – Москва – Вильнюс, 1978.
5. Kilgus C. C. Pseudonoise code acquisition using majority logic decoding // IEEE Trans., 1973, v. COM-21, №1.
6. Лосев В.В., Номоконов В.Н. Синхронизация М-последовательностей модифицированными методами последовательной оценки // Радиотехника и электроника, 1977, 22, №3.
7. Чердынцев В.А. Проектирование радиотехнических систем со сложными сигналами. – Минск: Высшая школа, 1979. – 192 с.
8. Журавлев В.И. Поиск и синхронизация в широкополосных системах. – М.: Радио и связь, 1986. – 240 с.
9. Lie-Liang Yang and L. Hanzo. Acquisition of m-sequences using recursive soft sequential estimation // Wireless Communications and Networking, 2003. Vol. 1, pp. 683–687.
10. S. Yoon, I. Song, and S. Yong Kim. Seed accumulating sequential estimation for PN sequence acquisition at low signal-to-noise ratio // Signal Processing, vol. 82, №11, pp. 1795–1799, Nov. 2002.

11. J. Wang, X. Hu, Y. Zhang, and Q. Dai. A Rapid Code Acquisition Scheme for DS/SS Systems // *Wireless Personal Communications*, vol. 39, no. 4, pp. 503–514, Jun. 2006.
12. E. P. Petrov and D. E. Prozorov. Synthesis of Devices for the Fast Search for Noiselike Signals that are Based on Multidigit Recurrent Sequences of the Maximum Period // *Journal of Communications Technology and Electronics*, vol. 50, no. 10, pp. 1186–1191, Oct. 2005.
13. Петров Е.П., Прозоров Д.Е., Петров И.Е., Смирнов А.В. Быстрый поиск шумоподобных сигналов // *Успехи современной радиоэлектроники. Зарубежная радиоэлектроника*, 2008, № 8, с. 47-69.
14. Прозоров Д.Е., Чашин А.А. Нелинейная фильтрация многоуровневых шумоподобных сигналов в системах связи с повышенной конфиденциальностью // *Цифровая обработка сигналов*, 2007, № 2, с. 9-13.
15. Прозоров Д.Е. Адаптивная нелинейная фильтрация многоуровневых шумоподобных сигналов // *Системы управления и информационные технологии*, 2007, №3.1(29), с. 190-194.
16. Прозоров Д.Е., Смирнов А.В. Анализ времени кодовой синхронизации шумоподобных сигналов // *T-Comm: Телекоммуникации и транспорт*, 2011, №6, с. 50-51.
17. R. Bellman, *Introduction to matrix analysis*, 2nd ed. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 1997.
18. Prozorov D., Chistyakov A. Nonlinear Filtering of Pseudonoise Signals Using High-Order Markov Chain Model // *Proceedings of IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2013)*, Rostov-on-Don, Russia, September 27 – 30, 2013, pp. 328-332.
19. Амиантов И.Н. Избранные вопросы статистической теории связи. – М.: Сов. радио, 1971. – 416 с.

20. Стратонович Р.Л. Применение теории процессов Маркова для оптимальной фильтрации сигналов // Радиотехника и электроника, 1960. - Т.11. – С. 1751 – 1763.