

DOI: <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2021.10.10>

УДК: 537.874; 537.624

НЕЛИНЕЙНОЕ ВОЗБУЖДЕНИЕ ГИПЕРЗВУКОВЫХ КОЛЕБАНИЙ В ФЕРРИТОВОЙ ПЛАСТИНЕ В УСЛОВИЯХ КОМБИНИРОВАННОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ НА ДВУХ ЧАСТОТАХ. ЧАСТЬ 3 ВАРИАЦИЯ ТОЛЩИНЫ ПЛАСТИНЫ

В. С. Власов¹, Д. А. Плешев¹, В. Г. Шавров², В. И. Щеглов²

¹ Сыктывкарский государственный университет им. П. Сорокина, 167001, Сыктывкар,
Октябрьский пр-т, 55

² Институт радиотехники и электроники им В.А.Котельникова РАН, 125009, Москва,
ул. Моховая, 11-7

Статья поступила в редакцию 1 июня 2021 г.

Аннотация. Рассмотрена задача о нелинейном возбуждении гиперзвуковых колебаний в нормально намагниченной ферритовой пластине, в плоскости которой приложено переменное поле на двух частотах. В качестве основного параметра, подвергаемого вариации, предложена нормированная толщина пластины, определяемая отношением реальной толщины к толщине, соответствующей упругому резонансу на разностной частоте возбуждения. Отмечена необходимость выбора характерного значения постоянного поля, определяемого достаточно эффективным возбуждением упругих колебаний. Записана система нелинейных уравнений движения намагниченности и упругого смещения, для решения которой применен численный метод Рунге-Кутты. Результатом решения явились развертки колебаний по времени, зависимости амплитуды магнитных и упругих колебаний от поля и толщины пластины. Выявлен мультирежимный характер упругих колебаний, имеющий место при вариации толщины пластины. По характеру развития упругих колебаний во времени относительно увеличения толщины пластины выделены четыре принципиально отличающихся режима: режим №1 – регулярные биения, режим

№2 – устойчивый резонанс, режим №3 – смещение центра установившихся колебаний, режим №4 – гигантские осцилляции. Определены интервалы значений толщины, необходимые для реализации перечисленных режимов, рассмотрены свойства колебаний упругого смещения в каждом режиме по отдельности. Установлено, что режим №1 имеет место тогда, когда толщина пластины значительно меньше резонансной на разностной частоте. При этом упругие колебания, в основном, повторяют колебания намагниченности, которые происходят в виде биений между двумя частотами возбуждения. Режим №2 имеет место при толщине пластины близкой к резонансной на разностной частоте возбуждающих колебаний. При толщине, соответствующей резонансу на разностной частоте обнаружен значительный подъем резонансного характера. Выявлено наличие постоянной составляющей в колебаниях упругого смещения. Режим №3 имеет место при толщине пластины, превышающей резонансную в несколько (от двух до семи) раз. Колебания намагниченности в этом режиме не отличаются от таковых в режимах №1 и №2. Упругое смещение имеет две составляющие: колебательную на разностной частоте и постоянную, величина которой по мере увеличения толщины плавно возрастает. Смещение центра колебательной составляющей по мере увеличения толщины имеет квадратичный характер. Режим №4 имеет место при толщине пластины, превышающей резонансную на порядок и более. Колебания намагниченности сохраняют характер биений, свойственных режимам №1, №2 и №3. Колебания упругого смещения характеризуются весьма высокой амплитудой, превышающей таковую в режиме №3 на порядок и более, а также весьма значительным периодом, превышающим период разностной частоты на два-три порядка и более. Амплитуда колебаний и их период по мере увеличения толщины увеличиваются линейным образом. Приведены некоторые качественные соображения относительно природы наблюдаемых явлений. Отмечена специфика именно двухчастотного возбуждения по сравнению с одночастотным. В качестве возможной задачи приведена схема выделения части решения, зависимость амплитуды колебаний которой от толщины имеет квадратичный характер, с

необходимым учетом двухчастотного возбуждения. Предложена механическая аналогия колебаний жесткого стержня, сжимаемого с обоих концов встречными силами, позволяющая интерпретировать смещение центра колебаний и режим гигантских осцилляций.

Ключевые слова: магнестрикционный преобразователь, нелинейные колебания, магнитоупругий резонанс.

Abstract. The task about nonlinear excitation of hypersound vibrations in ferrite plate in conditions of combine influence in two frequencies is investigated. As a most important parameter which is varied it is proposed the relative thickness of plate which is determined as relation of real thickness to the thickness which correspond to elastic resonance on the difference of excitation frequencies. It is established the necessity of choosing of character value of constant field which is determined by enough effective excitation of elastic vibrations. The system of nonlinear equations of motion of magnetization and elastic displacement is described. For solving of this system, the numerical Runge-Cutta method is applied. The results of this calculation are the time-evolvent of vibrations, dependencies magnetic end elastic vibrations amplitudes and the spectra of vibrations in permanent conditions after end of relaxation processes. It is found the multi-regime character of elastic vibrations which takes place by variation of plate thickness. In the character of development of elastic vibrations in time by the increasing of plate thickness it is found four regimes: regime №1 – regular beatings, regime №2 – established resonance, regime №3 – displacement of center of established vibrations, regime №4 – gigantic oscillations. The intervals of thickness values which are necessary, or realization of these regimes are determined. The properties of each regimes taken separately are investigated. It is found that the regime №1 is realized when the thickness of plate is more less then the thickness of resonance on differential frequency. In this case the elastic vibrations in generally repeats the vibrations of magnetization which are realized as beating between two frequencies of excitation. The regime №2 takes place when the plate thickness is near to resonance on differential frequency. When thickness is corresponds to resonance on differential frequency it is found large raising of resonance character. In the vibrations of elastic displacement,

the constant component is discovered. The regime №3 takes place when the plate thickness is exceeded of resonance on several (from two to seven) times. The vibrations of magnetization in this regime are the same as in regimes №1 and №2. The elastic displacement has two components: oscillatory on differential frequency and constant which value by increasing of thickness smoothly is increased. The displacement of center of oscillatory component by thickness is increased has quadratic character. The regime №4 takes place by plate thickness exceeds resonance thickness on the order and more. The vibrations of magnetization maintain the character of beating which are the same as in regimes №1, №2 and №3. The vibrations of elastic displacement are characterized by extremely large amplitude which is more then the amplitude in regime №3 on order and more and has extremely large period which is more then period of differential frequency vibrations on two-three order and more. The amplitude of vibrations and its period by the thickness is increases also increase by linear meaning. Some quality opinions about the nature of observed phenomena are proposed. It is established the specific character of two-frequency excitation in comparison to single-frequency excitation. As the possible task it is proposed the plan of singing the part of solution as dependence of vibration amplitude from plate thickness has quadratic character with necessary appreciation of two-frequency excitation. The mechanical analogy for vibrations of hard rod which is compressed on both ends by approaching forces is proposed. This analogy allows to interpret the displacement of vibrations center and gigantic oscillations regime.

Key words: magnetostriction transducer, nonlinear vibrations, magnetoelastic resonance.

Введение.

Возбуждение ультразвуковых колебаний с помощью магнитострикционных преобразователей [1] находит широкое применение в различных областях техники [2, 3]. Перспективным материалом для изготовления преобразователей, работающих в диапазоне СВЧ, является железиттриевый гранат (ЖИГ), имеющий механическую добротность порядка

$9,5 \cdot 10^6$ [4, стр.295]. Такой преобразователь, работающий в сильно нелинейном режиме, позволяет возбуждать мощные упругие колебания в гиперзвуковом диапазоне частот (до 10 ГГц и более) [5-7]). Широкие перспективы для обработки информации открывает использование возбуждаемых преобразователем магнитоупругих волн [8-14]. Результаты некоторых из таких исследований обобщены в монографии [15].

Значительно расширяются возможности обработки информации при одновременной подаче на преобразователь нескольких сигналов различных частот. В работе [16] рассмотрено нелинейное возбуждение гиперзвуковых колебаний в ферритовой пластине в условиях комбинированного воздействия на двух частотах, причем особое внимание уделено исследованию упругого резонанса на разностной частоте.

Разнообразие наблюдаемых режимов упругих колебаний побудило более подробно исследовать их характер при вариации различных параметров задачи. В ходе предварительного исследования было установлено, что разнообразие колебаний при одновременном сочетании вариации толщины с вариацией поля представляется крайне сложным. С целью упрощения задачи было признано целесообразным разграничить исследования при вариации толщины и вариации поля, то есть выполнить их последовательно. В качестве первого шага в работе [17] был рассмотрен мультирежимный характер колебаний при вариации постоянного поля, когда толщина пластины оставалась постоянной. Следующим шагом можно считать исследование характера колебаний при вариации толщины пластины, когда поле остается постоянным. Именно такая ситуация рассматривается в настоящей работе, являющейся логическим продолжением работ [16, 17].

1. Геометрия задачи

Геометрия задачи, совпадающая с принятой в [16, 17], показана на рис. 1.

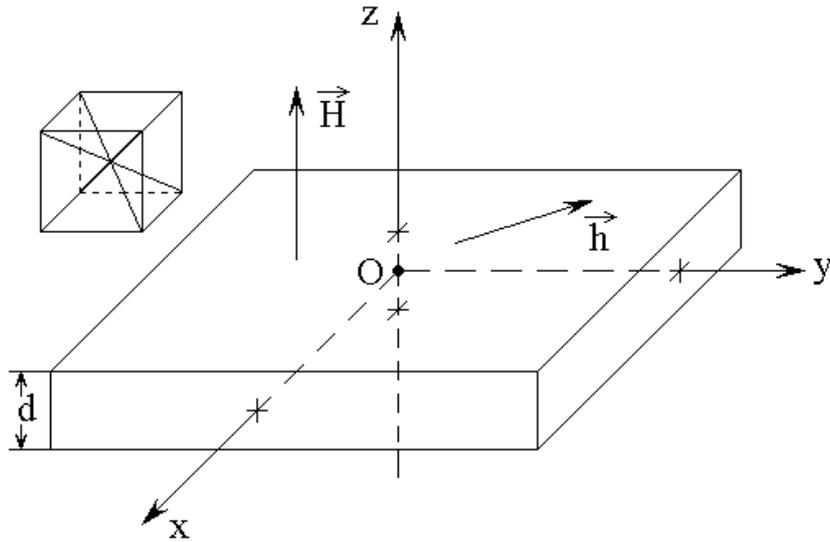


Рис. 1. Геометрия задачи. Слева вверху показана схема ориентации кубической ячейки.

В основе задачи лежит плоскопараллельная пластина толщины d , обладающая магнитными, упругими и магнитоупругими свойствами. Материал пластины имеет кубическую кристаллографическую симметрию, плоскость (100) которой совпадает с плоскостью пластины. Внешнее постоянное магнитное поле \vec{H}_0 приложено перпендикулярно плоскости пластины, в плоскости пластины действует переменное магнитное поле \vec{h} .

Задача решается в декартовой системе координат $Oxyz$, плоскость Oxy которой совпадает с плоскостью пластины, а оси Ox , Oy и Oz параллельны ребрам куба кристаллографической ячейки. Центр системы координат O находится в центре пластины, так что ее плоскости соответствуют координатам $z = \pm d/2$.

Следуя [16, 17], приведем полную систему уравнений движения и граничные условия для намагниченности и упругого смещения.

Уравнения для намагниченности:

$$\frac{\partial m_x}{\partial t} = -\frac{\gamma}{1 + \alpha^2} \cdot [(m_y + \alpha m_x m_z) H_{ez} - (m_z - \alpha m_y m_x) H_{ey} - \alpha (m_y^2 + m_z^2) H_{ex}], \quad (1)$$

а уравнения для m_y и m_z получаются из (1) циклической перестановкой x, y, z . В этих уравнениях $m_{x,y,z} = M_{x,y,z}/M_0$ – нормированные компоненты намагниченности, M_0 – намагниченность насыщения, α – параметра магнитного затухания, γ – гиромагнитная постоянная.

Входящие в уравнения (1) эффективные поля имеют вид:

$$H_{ex} = h_x + H_{ax}; \quad (2)$$

$$H_{ey} = h_y + H_{ay}; \quad (3)$$

$$H_{ez} = H_0 - 4\pi M_0 m_z + H_{az}; \quad (4)$$

где:

$$H_{ax} = -\frac{B_2}{M_0} \left[m_y \left(\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) + m_z \left(\frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z} \right) \right], \quad (5)$$

где $u_{x,y,z}$ – компоненты упругого смещения, B_2 – константа магнитоупругого взаимодействия, а H_{ay} и H_{az} получаются из (5) циклической перестановкой x, y, z .

Уравнения для упругого смещения:

$$\frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} = -2\beta \frac{\partial u_x}{\partial t} + \frac{c_{44}}{\rho} \cdot \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2}, \quad (6)$$

где c_{44} – константа (модуль) упругости, ρ – плотность материала пластины, β – параметр упругого затухания, а уравнение для u_y получается из (6) заменой x на y ;

Граничные условия:

$$c_{44} \frac{\partial u_x}{\partial z} \Big|_{z=\pm d/2} = -B_2 m_x m_z, \quad (7)$$

а условие для u_y получается из (7) заменой x на y .

Двухчастотное возбуждение осуществляется двумя сигналами, имеющими равные амплитуды и отстоящими по обе стороны от центральной частоты F_0 на равные частотные интервалы ΔF .

При этом частоты равны:

$$F_1 = F_0 - \Delta F; \quad (8)$$

$$F_2 = F_0 + \Delta F, \quad (9)$$

а компоненты переменного поля в случае круговой поляризации соответственно принимают вид:

$$h_x = h_0 \cdot \{ \sin [2\pi(F_0 - \Delta F)t] + \sin [2\pi(F_0 + \Delta F)t] \}; \quad (10)$$

$$h_y = -h_0 \cdot \{ \cos [2\pi(F_0 - \Delta F)t] + \cos [2\pi(F_0 + \Delta F)t] \}. \quad (11)$$

Система уравнений (1)-(11) решалась численно методом Рунге-Кутты четвертого порядка [18, с.702, 707] по методике, приведенной в [5]. Результатами расчета являлись развертки магнитных и упругих колебаний по времени, а также зависимости амплитуд колебаний в стационарном режиме от величины постоянного поля.

Расчет спектров проводился с помощью стандартного пакета «MatLab» с использованием функции fft (быстрое преобразование Фурье) [19, стр.217-223] в рамках алгоритма следующего вида:

`u = (tz)./ty;`

`c = 1000;`

`a = fft(u,2*c);`

`b = a.*conj(a)/(2*c);`

`g = 50*(0:(c-1))/(2*c);`

`plot(g,b(1:c),'w'),`

где `ty` – файл времени, `tz` – файл соответствующей компоненты упругого смещения u_x .

2. Основные параметры задачи

Для удобства сравнения с возбуждением на одной частоте, будем использовать те же параметры, что в работе [5], близкие к параметрам железиттриевого граната (ЖИГ).

Для материала пластины положим: намагниченность насыщения $4\pi M_0 = 1750$ Гс, модуль упругости $c_{44} = 7,64 \cdot 10^{11}$ эрг см⁻³, плотность $\rho = 5,17$ г см⁻³, константа магнитоупругого взаимодействия $B_2 = 6,96 \cdot 10^6$ эрг см⁻³. Параметры затухания положим следующими: магнитного – $\alpha = 0,02$, упругого – $\beta = 10^8$ с⁻¹. Эти параметры несколько (на один-два порядка) превышают параметры затухания для реального ЖИГ, что сделано для уменьшения объема численного расчета (более подробно это пояснено в [5]). Основную частоту F_0 примем равной 2800 МГц. Основное значение постоянного поля $H_0 = 2750$ Э.

Двухчастотное возбуждение представим в виде равного отклонения по частоте в обе стороны от основного значения, то есть

$$F_{1,2} = F_0 \pm \Delta F. \quad (12)$$

Так, если отклонение $\Delta F = 100$ МГц, то частоты возбуждения будут равны 2700 и 2900 МГц, а разность между ними $2 \Delta F = 200$ МГц.

При заданном наборе параметров скорость упругой волны в материале пластины равна:

$$v_c = \sqrt{\frac{c_{44}}{\rho}} = 3,84 \cdot 10^5 \text{ см с}^{-1}. \quad (13)$$

Случай резонанса на первой моде для частоты F_0 соответствует укладыванию одной полуволны по толщине пластины. Требуемая толщина равна:

$$d_0 = \frac{1}{2 F_0} \sqrt{\frac{c_{44}}{\rho}}. \quad (14)$$

На частоте $F_0 = 2800$ МГц первая мода упругих резонансных колебаний соответствует толщине пластины $d_0 = 0,6568$ мкм, которую далее будем называть «начальной».

3. Нормировка толщины пластины

При неизменных параметрах материала пластины (модуле упругости и плотности) основным параметром, определяющим ее свойства, является толщина, поэтому введем для толщины нормировку.

Для соблюдения единства с возбуждением на одной частоте, будем привязывать толщину пластины к ее начальной толщине $d_0 = 0,6865$ мкм, для чего введем нормирующий коэффициент D_N , так что полная толщина пластины будет определяться соотношением:

$$d = d_0 \cdot D_N. \quad (15)$$

Для краткости терминологии параметр D_N будем называть далее «нормированной толщиной пластины».

Поскольку начальная частота 2800 МГц в 14 раз больше разностной частоты 200 МГц, то для резонанса на разностной частоте толщина должна быть во столько же раз больше, то есть нормированная толщина должна быть равна $D_N = 14$. При этом реальная толщина пластины d составляет 9,1952 мкм.

4. Характерное значение постоянного поля

Главной целью настоящей работы является исследование нестационарных колебаний упругого смещения при вариации толщины в широком интервале значений.

Рассмотрим выбор наиболее удобного значения постоянного поля, для чего обратимся к рис.2, где приведены зависимости амплитуды намагниченности (а) и упругого смещения (б) от постоянного поля.

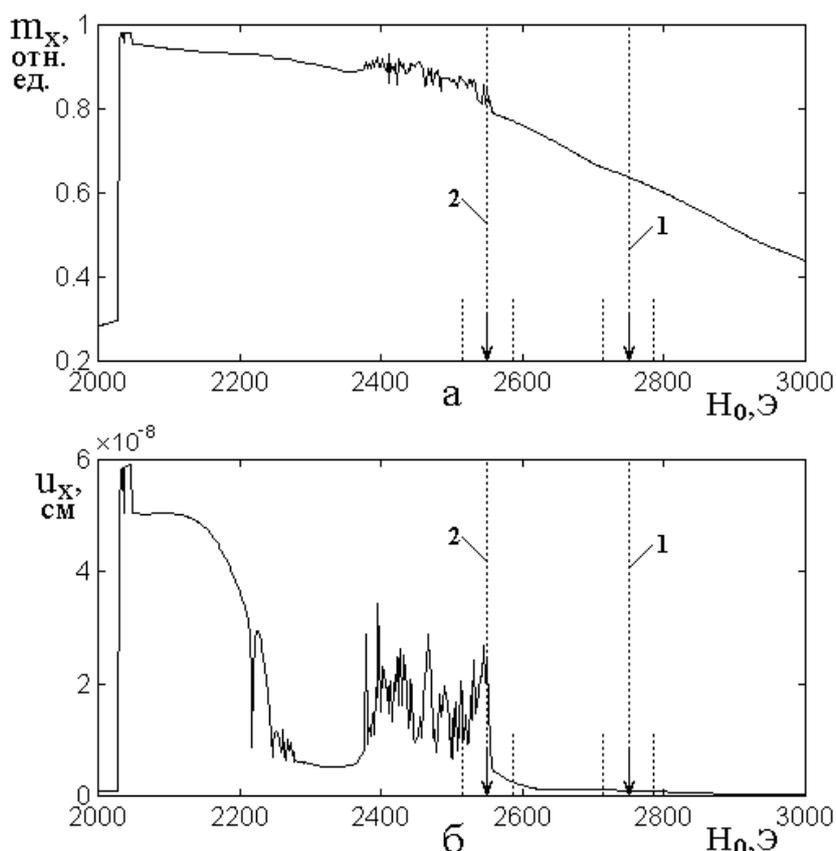


Рис. 2. Зависимости амплитуды намагниченности (а) и упругого смещения (б) от постоянного поля. Амплитуда возбуждения $h_0 = 100$ Э. Нормированная толщина пластины $D_N = 14$. Шаг по полю – 2 Э. Остальные параметры – те же, что приведены в разделе 2. Вертикальные точечные линии, отмеченные стрелками на горизонтальной оси соответствуют значениям поля: 1 – $H_0 = 2750$ Э; 2 – $H_0 = 2550$ Э. Короткие вертикальные точечные линии – поля, соответствующие резонансам на частотах возбуждения: при линии 1 – 2714 Э (2700 МГц), 2786 Э (2900 МГц); при линии 2 – 2514 Э (2700 МГц), 2586 Э (2900 МГц).

Приведенные здесь кривые соответствуют подробно рассмотренным в работе [17] на рис. 2ж,з, только здесь для лучшего выявления структуры принят более мелкий шаг по полю. Центральная частота возбуждения 2800 МГц соответствует полю $H_0 = 2750$ Э, которое отмечено вертикальной точечной линией 1, Поля, соответствующие частотам двухчастотного возбуждения, равные 2714 и 2780 Э отмечены на горизонтальной оси короткими точечными линиями.

Из рис. 2а можно видеть, что колебания намагниченности при таких полях имеют значительную амплитуду (около 0,7 отн.ед.), так что их размах достаточно велик. Однако из рис. 2б видно, что амплитуда колебаний в этой

области поля мала, а заметный рост амплитуды начинается только ниже поля 2610 Э. Причиной такого сдвига максимума амплитуды упругих колебаний относительно магнитных вниз по полю является возбуждение упругого резонанса пластины на разностной частоте, интенсивное именно в этой области. Более подробно этот вопрос рассмотрен в работе [17, раздел 12].

Таким образом, выбор поля $H_0 = 2750$ Э не обеспечивает хорошего возбуждения упругих колебаний, поэтому значение поля должно быть взятым более низким.

Предварительная проверка показала, что довольно удобным для реализации описываемых далее режимов упругих колебаний является значение поля не 200 Э ниже резонансного, то есть $H_0 = 2550$ Э. На рис. 2 — это поле отмечено вертикальной точечной линией 2. При этом поля, соответствующие частотам возбуждения 2700 и 2900 МГц равные соответственно 2514 и 2586 Э, отмечены на горизонтальной оси короткими точечными линиями. Из рис. 2б видно, что оба эти значения поля как раз попадают в область интенсивного возбуждения упругих колебаний.

Замечание. Заметим, что амплитуды колебаний упругого смещения на обеих частотах получаются не равными. Так на частоте 2700 МГц (то есть при 2514 Э) амплитуда равна $1,5 \cdot 10^{-8}$ см, а на частоте 2900 МГц (то есть при 2586 Э) — всего $0,3 \cdot 10^{-8}$ см. Однако такое различие является естественным из-за фрактального характера зависимости u_x от H_0 [17, раздел 15], так что при изменении шага по полю может меняться существенным образом. Контрольная проверка показывает, что сдвиг постоянного значения поля относительно резонансного не на 200, а например на 250 или 300 Э существенно характера обсуждаемых далее режимов не меняет, однако карта расположения режимов на плоскости «постоянное поле — толщина» или «переменное поле — толщина» меняется заметным образом. Более подробное рассмотрение таких карт авторы оставляют в качестве предмета для дальнейших исследований.

Таким образом, подводя итог проделанному обсуждению, устанавливаем, что в рамках настоящей работы значение постоянного поля будет равняться $H_0 = 2550$ Э.

5. Мультирежимный характер колебаний по мере изменения толщины пластины

В работах [16, 17] при рассмотрении упругих колебаний толщина пластины полагалась соответствующей частоте резонанса на центральной или на разностной частотах возбуждения, то есть при нормированной толщине D_N равной 1 или 14. Рассмотрим теперь характер упругих колебаний при изменении толщины пластины в более широком интервале значений.

По характеру развития упругих колебаний во времени относительно увеличения толщины пластины можно выделить несколько принципиально отличающихся режимов.

Режим №1. Регулярные биения.

Этот режим имеет место при $1 < N_d < 3$ отн.ед., то есть при толщине d от 0,6568 мкм до 1,9704 мкм.

Режим №2. Устойчивый резонанс.

Этот режим имеет место при $3 < N_d < 20$ отн.ед., то есть при толщине d от 1,9704 мкм до 13,14 мкм. В этом режиме при $N_d = 14$ мкм, то есть при $d = 9,1952$ мкм, в пластине возбуждается первая мода упругого резонанса на разностной частоте, равной 200 МГц.

Режим №3. Смещение центра.

Этот режим имеет место при $20 < N_d < 97$ отн.ед., то есть при толщине d от 13,14 мкм до 63,71 мкм. Переход в этот режим из предыдущего происходит плавно, начиная примерно с толщины, соответствующей резонансу.

Режим №4. Гигантские осцилляции.

Этот режим имеет место при $98 < N_d < \approx 500$ отн.ед., то есть при толщине d от 64,37 мкм до порядка 400-500 мкм, после чего смещение становится настолько сильным, что может привести к механическому разрушению пластины (более 10^{-4} см), так что далее в настоящей работе не рассматривается.

Рассмотрим эти режимы последовательно, выделяя некоторые отличительные особенности.

6. Режим регулярных биений

Этот режим соответствует случаю толщины пластины значительно меньше резонансной на разносной частоте. Обратимся к рис.3, где показаны развертки по времени колебаний намагниченности (а) и упругого смещения (б) в сильно нелинейном режиме при толщине пластины, равной $D_N = 1$. После включения возбуждения установление амплитуды упругих колебаний происходит примерно за то же время, что и установление магнитных, то есть порядка $1,0 \cdot 10^{-8}$ с. Процесс установления происходит классическим образом путем плавного нарастания амплитуды без каких-либо характерных особенностей (например, как в [5]), поэтому, чтобы более четко выявить особенности режима, на рисунке представлено развитие колебаний после окончания процесса установления, начиная со времени $2 \cdot 10^{-8}$ с, то есть в стационарном режиме.

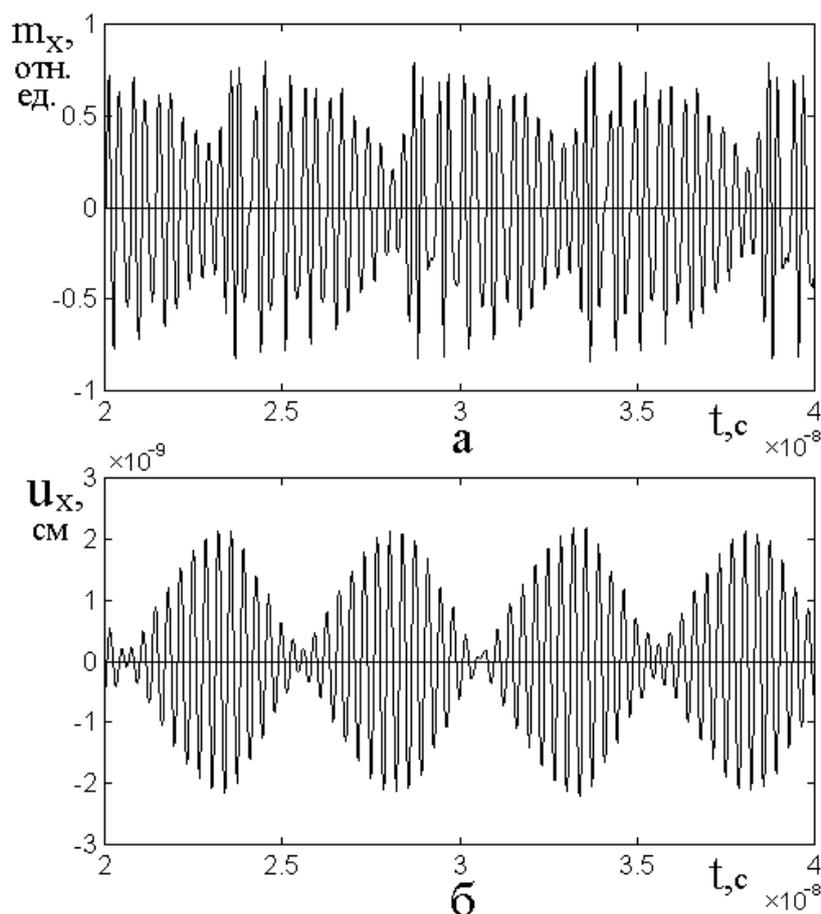


Рис. 3. Развертки по времени колебаний намагниченности (а) и упругого смещения (б) в сильно нелинейном режиме при нормированной толщине пластины, равной $D_N = 1$. Параметры: постоянное поле $H_0 = 2550$ Э; амплитуда переменного поля $h_0 = 100$ Э. Остальные параметры – те же что приведены в разделе 2.

Из рисунка видно, что упругие колебания, в основном, повторяют колебания намагниченности, которые происходят в виде биений между двумя частотами возбуждения. Максимумы биений упругих колебаний приходятся на минимумы биений магнитных, что соответствует классической схеме [16]. Биения намагниченности слегка искажены из-за сильной нелинейности возбуждения, однако чередование максимумов и минимумов прослеживается весьма четко. При этом биения по упругим колебаниям имеют совершенно правильный вид, то есть упругие колебания в силу линейности упругой системы, как бы «очищают» магнитные от побочных частот, вызванных нелинейностью. Период упругих биений равен $0,5 \cdot 10^{-8}$ с, что соответствует разностной частоте возбуждения, равной 200 МГц. Период заполнения упругих биений

частыми колебаниями равен $0,036 \cdot 10^{-8}$ с, что соответствует центральной частоте возбуждения, равной 2800 МГц.

Таким образом, здесь какая-либо специфика именно упругих колебаний отсутствует. По мере увеличения толщины пластины режим плавно переходит в следующий – режим устойчивого резонанса. Переход совершается при изменении D_N от 2 отн.ед до 5 отн.ед., в процессе которого время установления увеличивается и начинают проявляться колебания на частоте, близкой к разностной.

7. Режим устойчивого резонанса

Этот режим соответствует колебаниям упругого смещения в случае, когда толщина пластины близка к резонансной на разностной частоте возбуждающих колебаний. Возбуждение осуществляется на двух частотах – 2900 МГц и 2700 МГц, так что разностная частота равна 200 МГц. На частоте 2800 МГц первая мода упругих резонансных колебаний соответствует толщине пластины $d_0 = 0,6568$ мкм, которую далее будем называть «начальной». На частоте 200 МГц первая мода будет соответствовать толщине в 14 раз большей (так как $2800/200 = 14$), то есть $d = 9,1952$ мкм. Для соблюдения единства с возбуждением на одной частоте, будем привязывать толщину пластины к ее начальной толщине, для чего введем нормирующий коэффициент, так что толщина пластины будет определяться соотношением:

$$d = d_0 \cdot D_N, \quad (16)$$

где D_N – коэффициент нормировки («нормированная толщина пластины» – раздел 3).

Поскольку начальная частота 2800 МГц в 14 раз больше разностной частоты 200 МГц, то для резонанса на разностной частоте $D_N = 14$.

На рис. 4 показано развитие во времени колебаний намагниченности (а) и упругого смещения (б) при двухчастотном возбуждении в сильно нелинейном

режиме. Толщина пластины заведомо выбрана соответствующей резонансной, то есть принято $D_N = 14$.

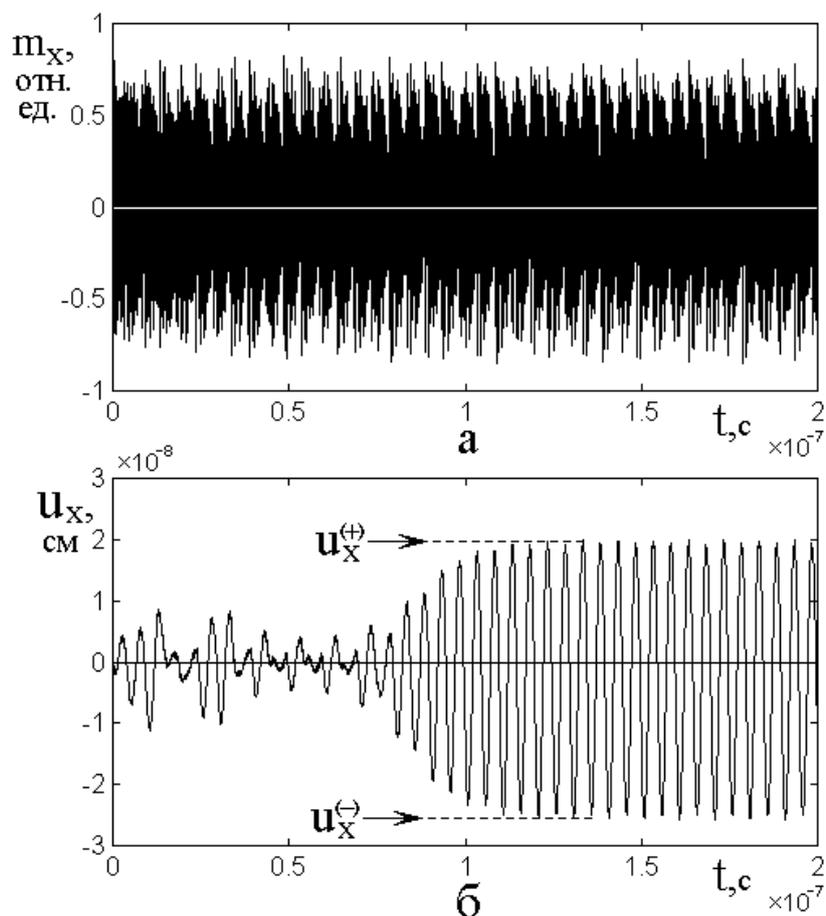


Рис. 4. Развитие во времени колебаний намагниченности (а) и упругого смещения (б) в сильно нелинейном режиме при нормированной толщине пластины, соответствующей $D_N = 14$. Параметры: постоянное поле $H_0 = 2550$ Э; амплитуда переменного поля $h_0 = 100$ Э; Остальные параметры – те же что приведены в разделе 2.

Из рис. 4а можно видеть, что колебания намагниченности происходят в виде биений, соответствующих разности между двумя частотами возбуждения, причем основное заполнение близко к начальной частоте 2800 МГц. Амплитуда колебаний намагниченности во времени сохраняется постоянной и начальный процесс установления колебаний заканчивается при времени около $0,1 \cdot 10^{-7}$ с.

Упругие колебания, представленные на рис. 4б, ведут себя принципиально отличным образом. Так, до времени около $0,8 \cdot 10^{-7}$ с колебания имеют малую амплитуду и носят, как по амплитуде, так и по частоте, нерегулярный характер.

После этого начинается процесс регуляризации, где амплитуда постепенно растет, а частота приближается к разностной. Этот процесс заканчивается при времени около $1,1 \cdot 10^{-7}$ с, начиная с которого колебания приобретают полностью регулярный характер с постоянной амплитудой и частотой, равной разностной 200 МГц.

8. Упругий резонанс на разностной частоте

Рассмотрим, как меняется амплитуда упругого смещения от толщины пластины более подробно, для чего обратимся к рис. 5, где показана зависимость амплитуды полных упругих колебаний частоты 200 МГц от нормированной толщины пластины. Амплитуда принята как максимальный размах колебаний от плюса до минуса:

$$\Delta u_x = u_x^{(+)} - u_x^{(-)}. \tag{17}$$

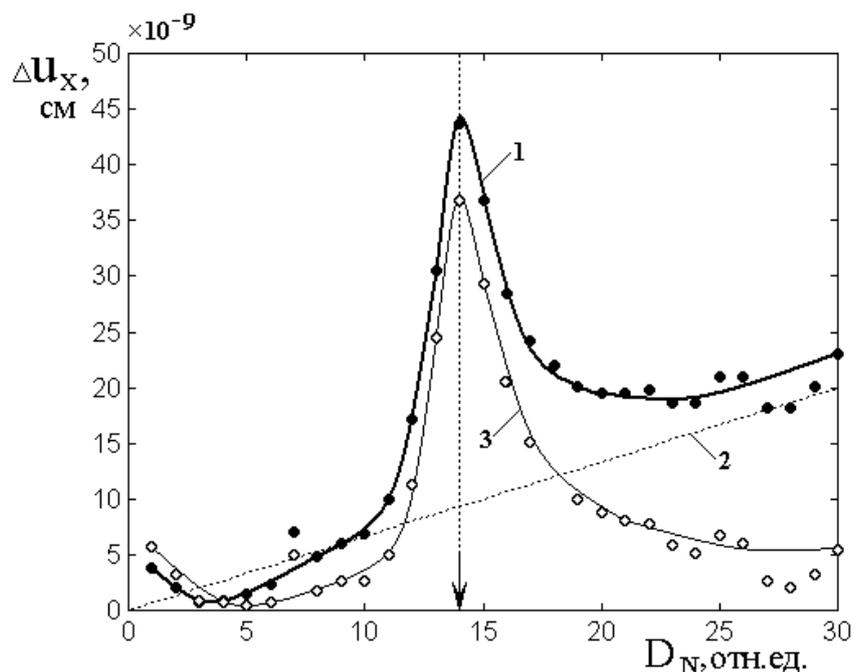


Рис. 5. Зависимость амплитуды упругого смещения от нормированной толщины пластины. 1 – полная зависимость $u_x(z) = U(z) + v(z)$; 2 – зависимость $U(z)$; 3 – зависимость $v(z)$. Параметры: постоянное поле $H_0 = 2550$ Э; амплитуда переменного поля $h_0 = 100$ Э; шаг по толщине пластины – $\Delta D_N = 1$ отн.ед. Остальные параметры – те же что приняты в разделе 2.

Кривая 1 соответствует полному смещению u_x , определяемому формулой:

$$u_x(z, t) = U(z, t) + v(z, t). \quad (18)$$

При этом функция $U(z, t)$ имеет вид:

$$U(z, t) = - \frac{B_2}{c_{44}} m_x m_z \cdot z. \quad (19)$$

Эта формула соответствует смещению на нижней поверхности пластины, где $z < 0$, так что при $z > 0$ знак будет обратным. Важно лишь, что абсолютная величина функции $U(z, t)$ растет прямо пропорционально z , то есть толщине пластины. По этой причине правая часть кривой 1 на рис. 5 задирается вверх.

Кривая 2 – линейное приближение роста кривой 1, построенное по эмпирической формуле:

$$U(z) = 0,66667 \cdot 10^{-9} D_N. \quad (20)$$

Кривая 3 – результат вычитания кривой 2 из кривой 1. Эта кривая построена по формуле:

$$v(z) = u_x(z) - 0,667 \cdot D_N + 2,5 \cdot 10^{-9}. \quad (21)$$

Последнее слагаемое (то есть небольшой сдвиг суммарной кривой вверх) введено для того, чтобы зависимость $v(z)$ от D_N всегда оставалась положительной.

В качестве характерных параметров смещений будем отмечать максимальные смещения вниз $u_x^{(-)}$ и вверх $u_x^{(+)}$, среднюю величину между ними:

$$u_x^{(m)} = \frac{1}{2} (u_x^{(+)} + u_x^{(-)}), \quad (22)$$

а также размах между этими смещениями, определяемый формулой (17). Для более подробного рассмотрения характера колебаний в интервале изменения толщины вблизи резонансной обратимся к рис. 6, где показаны зависимости

максимальных смещений $u_x^{(+)}$ и $u_x^{(-)}$ (кривые 1 и 2), а также средней величины между ними $u_x^{(m)}$ (кривая 3) от нормированной толщины пластины.

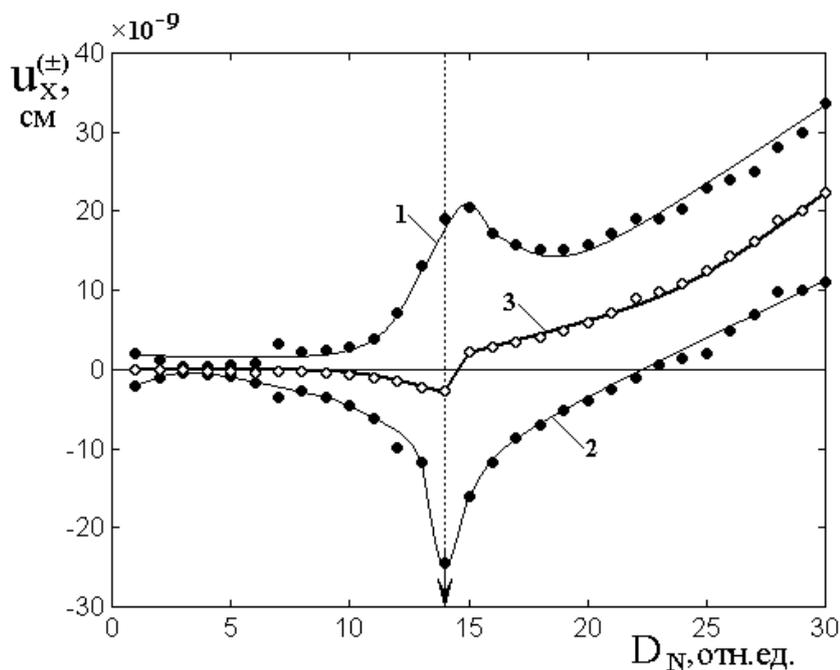


Рис. 6. Зависимости смещений $u_x^{(+)}$ и $u_x^{(-)}$ (кривые 1 и 2) и средней величины между ними $u_x^{(m)}$ (кривая 3) от нормированной толщины пластины D_N .

Параметры – те же, что на рис. 5.

Из рисунка можно видеть, что общий размах колебаний, равный сумме отклонений в ту и другую стороны, при малой толщине, до $D_N = 10$, является довольно малым, причем противоположные отклонения взаимно компенсируются, так что средняя величина (кривая 3) близка к нулю. Резкое увеличение обоих смещений имеет место вблизи резонансной толщины, соответствующей $D_N = 14$, что соответствует $d = 9,1952$ мкм. В то же время средняя величина (кривая 3) остается близкой к нулю. После прохождения резонансной толщины оба смещения несколько уменьшаются, однако их суммарный размах остается постоянным (около $20 \cdot 10^9$ см), а средняя величина увеличивается, смещаясь вверх по рисунку почти линейным образом. То есть середина колебаний имеет сдвиг в положительную сторону по оси Ox .

При этом смещение в отрицательную сторону $u_x^{(-)}$ несколько превышает смещение в положительную сторону $u_x^{(+)}$, причем сдвиг по мере увеличения толщины также увеличивается.

9. Режим смещения центра

Этот режим имеет место при $20 < D_N < 97$ отн.ед., то есть при толщине d от 13,14 мкм до 63,71 мкм.

Предварительное рассмотрение показало, что поведение упругого смещения при толщине пластины, значительно превышающей резонансную для разностной частоты, существенным образом отличается от случая возбуждения на одной частоте, поэтому рассмотрим область больших толщин более подробно.

В этом режиме упругие колебания остаются достаточно регулярными, близкими к синусоидальным, однако центр их значительно смещается в ту или иную сторону по оси Ox . Таким образом, полное упругое смещение имеет две составляющие: колебательную на разностной частоте, амплитуда которой меняется довольно мало, и постоянную, величина которой по мере увеличения толщины плавно возрастает, значительно превышая амплитуду колебательной.

Обратимся к рис. 7, где показаны типичные для рассматриваемого режима развертки по времени колебаний намагниченности (а) и упругого смещения (б) в сильно нелинейном режиме при нормированной толщине пластины, равной $D_N = 30$.

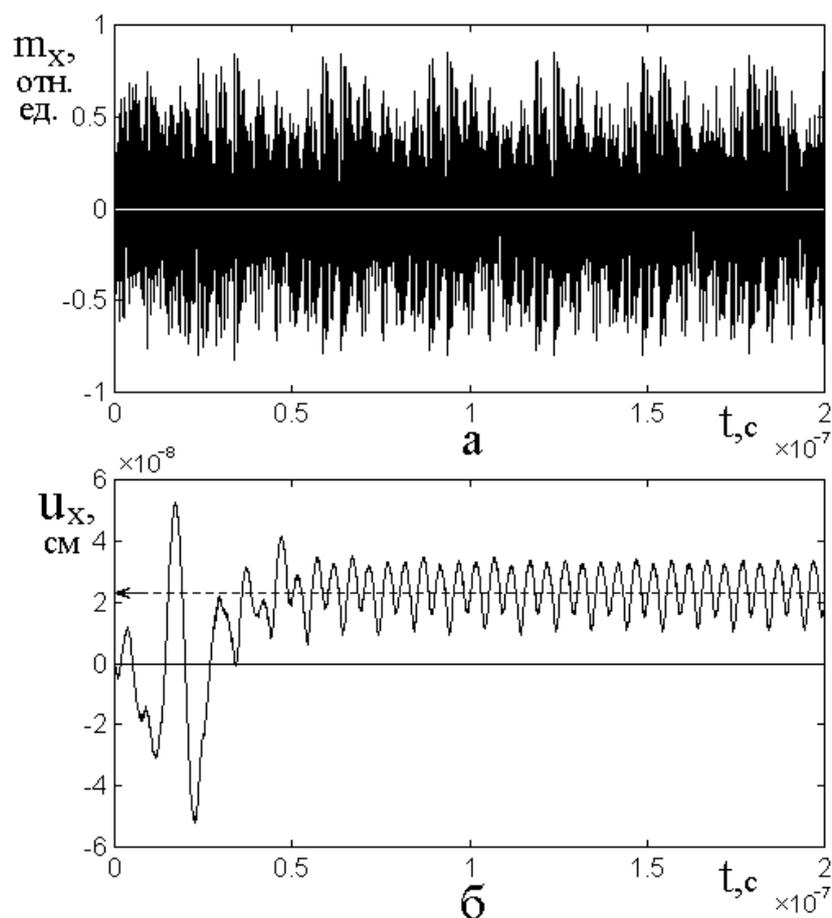


Рис. 7. Развертки по времени колебаний намагниченности (а) и упругого смещения (б) в сильно нелинейном режиме при нормированной толщине пластины, равной $D_N = 30$. Параметры: постоянное поле $H_0 = 2550$ Э; амплитуда переменного поля $h_0 = 100$ Э. Остальные параметры – те же что приведены в разделе 2.

Из рис. 7а видно, что магнитные колебания устанавливаются при времени около $0,2 \cdot 10^{-7}$ с и дальше развиваются в виде биений, подобных представленным на рис. 3а или на рис. 4а. Период биений составляет около $0,5 \cdot 10^{-7}$ с, что соответствует разностной частоте 200 МГц, а период заполнения биений (получен как результат дополнительной проверки при более плавной развертке) равен $0,036 \cdot 10^{-8}$ с, что соответствует центральной частоте возбуждения, равной 2800 МГц. Таким образом, колебания намагниченности в рассматриваемом режиме никаких особенностей не проявляют.

Однако упругие колебания при этом ведут себя совершенно другим образом. Так, из рис. 7б видно, что после включения возбуждения имеет место более длительный, чем для магнитных колебаний, процесс установления, заканчивающийся только при времени около $0,6 \cdot 10^{-7}$ с. Установление происходит путем нескольких (двух-трех) колебаний довольно значительной амплитуды – до $\pm 5 \cdot 10^{-8}$ см, причем продолжительность следующих друг за другом колебаний меняется в пределах $(0,1-0,2) \cdot 10^{-7}$ с. По окончании переходного процесса амплитуда колебаний устанавливается на сравнительно небольшом уровне, около $\pm 1 \cdot 10^{-8}$ см, причем центральная (осевая) линия колебаний смещается вверх до уровня $2,2 \cdot 10^{-8}$ см. Установившиеся колебания имеют регулярный характер с чередующейся через один амплитудой. Период между выделяющимися вниз вершинами колебаний составляет 10^{-8} с, что соответствует частоте 100 МГц, то есть здесь имеет место удвоение периода, подобное наблюдаемому в режимах №3 и №4 в работе [17, разделы 6, 7].

10. Смещение центра при увеличении толщины пластины

Таким образом, важнейшим характерным свойством рассматриваемого режима является смещение центра колебаний. Проверка показывает, что по мере увеличения толщины смещение центра возрастает. рассмотрим этот вопрос подробнее, для чего обратимся к рис. 8, где показаны зависимости смещения центра упругих колебаний от нормированной толщины пластины.

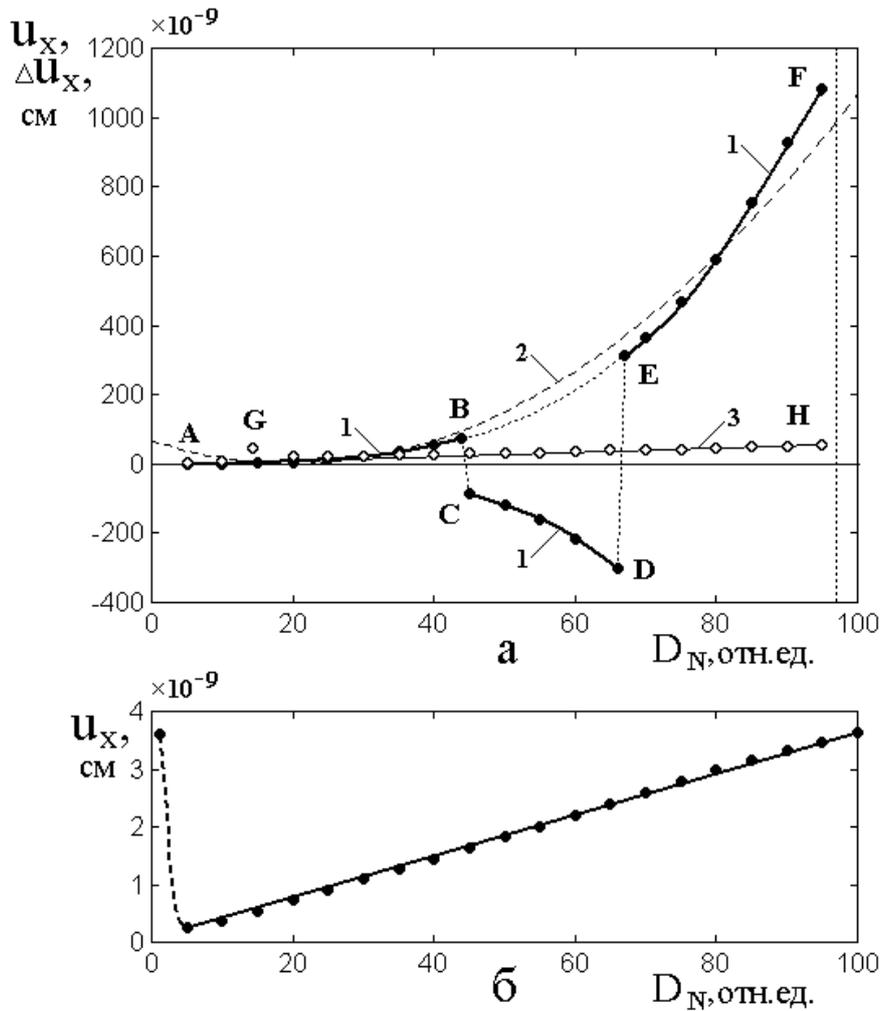


Рис. 8. Зависимости смещения центра упругих колебаний от нормированной толщины пластины. 1 – среднее значение смещения центра u_x ; 2 – аппроксимация по формуле (23); 3 – размах колебаний Δu_x . а – двухчастотное возбуждение; б – одночастотное возбуждение (приведено для сравнения) Параметры – те же что приведены в разделе 2.

Основная зависимость, представленная на рис.8а кривой 1, отражает величину смещения полного u_x , определяемого формулой (18). При D_N от нуля до 44 отн.ед., то есть от точки А до точки В, эта кривая, будучи положительной, возрастает, однако в интервале от 45 отн.ед. до 66 отн.ед., возрастая по абсолютной величине, резко меняет знак, становясь отрицательной. Этот интервал обозначен буквами CD. Начиная с D_N , равного 67 отн.ед, то есть от точки Е до точки F кривая еще раз меняет знак, становясь положительной и снова возрастает. Отрезок кривое от точки С до точки D, будучи отражен в нулевой линии, точно ложится на недостающий отрезок всей кривой между точками В и

Е. Это участок показан точечной линией. Таким образом, кривую 1 по абсолютной величине можно считать непрерывной и все время возрастающей по закону, близкому к квадратичному. Кривая допускает удобную квадратичную аппроксимацию, определяемую формулой:

$$u_x = \frac{1}{6}(D_N - 20)^2. \quad (23)$$

Эта аппроксимирующая кривая обозначена цифрой 2 и показана пунктиром.

На рис. 8а в виде кривой 3 также представлена зависимость полного размаха колебаний на разностной частоте Δu_x , определяемая формулой (17). Видно, что эта зависимость от точки А до точки Н, то есть на всем своем протяжении, полностью аппроксимируется прямой с угловым коэффициентом $0,667 \cdot 10^{-9}$, то есть возрастает крайне медленно. Небольшой подъем эта зависимость имеет в точке Г, соответствующей резонансу на разностной частоте.

Рассматриваемый режим заканчивается при $D_N = 97$ отн.ед, где переходит в режим гигантских осцилляций. Эта граница, проходящая через точки Е и Н, представлена вертикальной точечной линией.

На рис. 8б для сравнения представлена зависимость амплитуды упругого смещения от нормирующего коэффициента толщины в случае возбуждения одной частотой. Видно, что эта зависимость аппроксимируется прямой линией с угловым коэффициентом около $0,036 \cdot 10^{-9}$. Линейный характер кривой соответствует линейной зависимости U_x от координаты z согласно формуле (19). Небольшой подъем в начальной части кривой, то есть при $D_N = 1$, обусловлен резонансом на возбуждающей частоте 2800 МГц. Примечательно отметить, что вся кривая лежит значительно ниже кривой 3 на рис. 8а, отражающей подобную зависимость для возбуждения на разностной частоте. Более того, кривая 1 на рис. 8а, во-первых, имеет квадратичный характер, не соответствующий формуле (19), и во-вторых, в области достаточно больших значений D_N превышает кривую на рис.8б на несколько порядков.

11. Инверсия смещения центра

Важнейшей особенностью кривой 1 на рис. 8а является наличие двух точек инверсии, то есть изменения знака на обратный с сохранением общей зависимости квадратичного характера.

Рассмотрим особенности колебаний упругого смещения вблизи этих точек, для чего обратимся к рис. 9, где показано развитие во времени колебаний упругого смещения в окрестности областей первой (а) и второй (б) точек инверсии при соответствующих значениях нормирующего коэффициента толщины пластины;

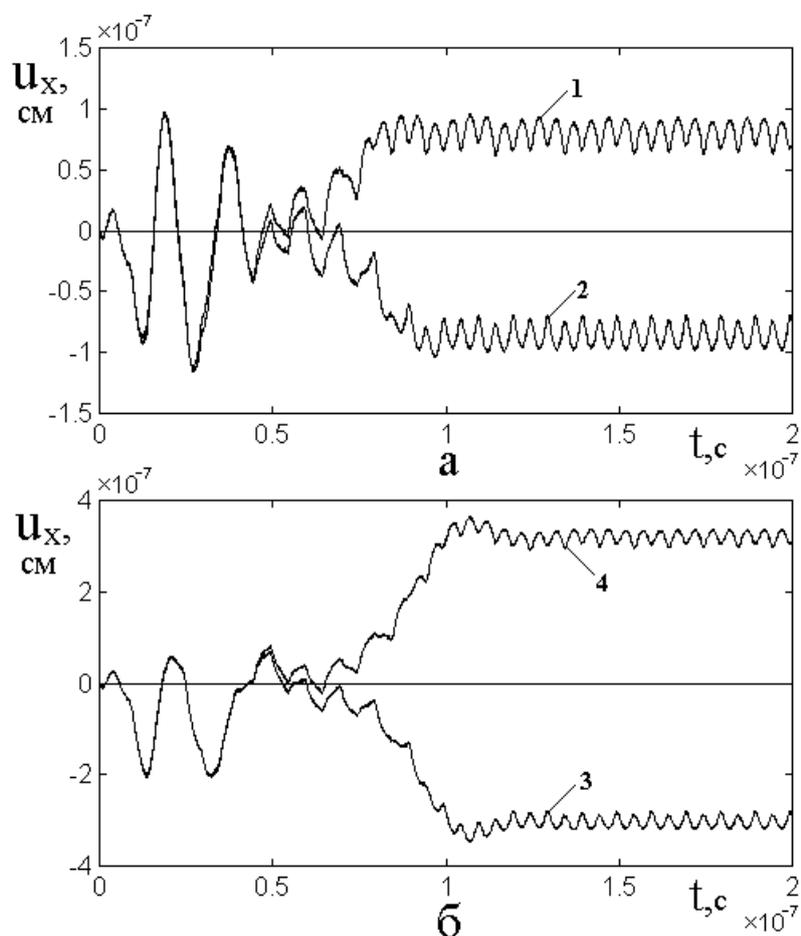


Рис. 9. Развитие во времени колебаний упругого смещения в окрестности областей первой (а) и второй (б) точек инверсии при соответствующих значениях нормированной толщины пластины D_N ; 1 – 44 отн.ед.; 2 – 45 отн.ед.; 3 – 66 отн.ед.; 4 – 67 отн.ед.; Параметры – те же, что на рис. 8.

Из рисунка можно видеть, что в обоих случаях устойчивые колебания возникают после окончания переходного процесса при времени около $1,1 \cdot 10^{-7}$ с.

Инверсия в первом случае (рис. 9а), то есть при переходе по D_N от 44 до 45 отн.ед. состоит в изменении знака установившейся кривой 1 с положительного на отрицательный, то есть в переходе к кривой 2.

Инверсия во втором случае (рис. 9б), то есть при переходе по D_N от 66 до 67 отн.ед. является обратной и состоит в изменении знака установившейся кривой 3 с отрицательного на положительный, то есть в переходе к кривой 4.

Определенной особенностью можно считать тот факт, что в первом случае (рис. 9а) амплитуда переходного процесса имеет примерно такую же величину, что и смещение установившегося, тогда как во втором случае (рис. 9б) амплитуда переходного процесса примерно в три раза меньше величины смещения установившегося.

12. Режим гигантских осцилляций

Режим смещения центра, рассмотренный в разделах 9–11, имеет место при значении нормирующего коэффициента D_N менее 97, то есть при толщине d меньше 63,71 мкм. При дальнейшем увеличении толщины, то есть начиная с $D_N = 98$ или $d = 64,37$ мкм, амплитуда колебаний упругого смещения резко возрастает, период также значительно увеличивается (то и другое более чем на два порядка) и колебания приобретают упорядоченный, близкий к синусоидальному характер. Наступает принципиально новый режим, который назван далее «режимом гигантских осцилляций».

Магнитные колебания при этом сохраняют прежний вид, соответствующий более или менее регулярным биениям (рис. 7а), так что никаких особенностей не проявляют, поэтому ограничимся далее рассмотрением только упругих колебаний.

Обратимся к рис.10, где показаны типичные варианты развития во времени гигантских осцилляций упругого смещения при различных толщинах пластины.

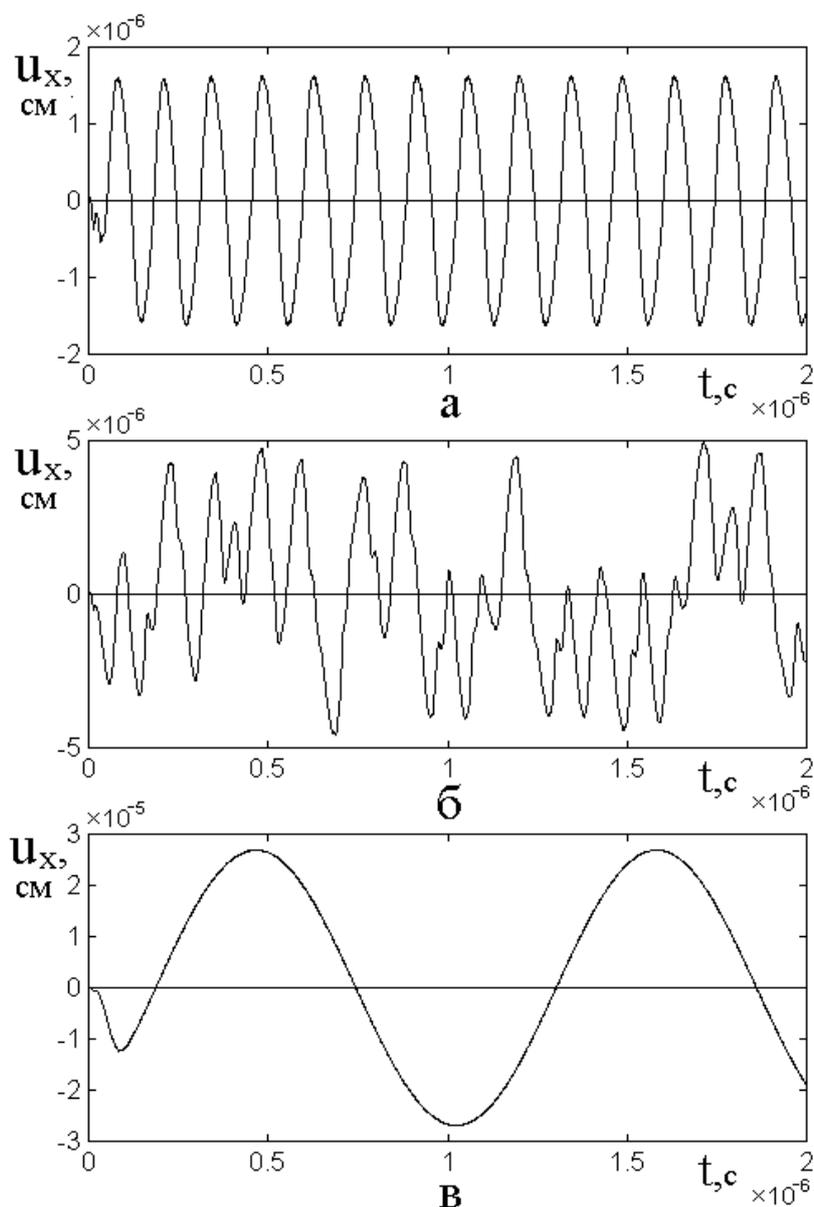


Рис. 10. Типичные варианты развития во времени гигантских осцилляций упругого смещения при различных толщинах пластины: а – $D_N = 100$, $d = 65,68$ мкм; б – $D_N = 130$, $d = 85,38$ мкм; в – $D_N = 160$, $d = 105,09$ мкм. Остальные параметры – те же, что на рис. 4.

По мере увеличения толщины сразу после режима смещения центра начинаются гигантские осцилляции вида, показанного на рис 10а. Переход от режима смещения к режиму осцилляций происходит в весьма узком интервале изменения толщины – по D_N от 97 отн.ед. до 100 отн.ед. При $D_N = 97$ отн.ед. крайние величины смещения составляют $u_x^{(-)} = 1070 \cdot 10^{-9}$ см, $u_x^{(+)} = 1164 \cdot 10^{-9}$ см, так что центр колебаний смещен на $1117 \cdot 10^{-9}$ см, а

амплитуда (размах) составляет $94 \cdot 10^{-9}$ см. Уже при $D_N = 98$ отн.ед. смещения $u_x^{(-)}$ и $u_x^{(+)}$ меняют знак, сохраняя амплитуду почти такой же, как при D_N отн.ед. Дальнейшее увеличение D_N до 100 отн.ед. несколько раз приводит к изменению знака смещения при относительно малом изменении амплитуды. При этом полная амплитуда изменения смещения между крайними значениями Δu_x все время растет. Более подробно характер изменения смещения при увеличении толщины в интервале от 97 до 100 отн.ед. представлен в таблице №1.

Таблица 1. Характерные параметры упругого смещения при переходе от смещения центра к гигантским осцилляциям.

D_N	$u_x^{(-)}$ (см)	$u_x^{(+)}$ (см)	$u_x^{(m)}$ (см)	Δu_x (см)
97	$+1070 \cdot 10^{-9}$	$+1164 \cdot 10^{-9}$	$+1117 \cdot 10^{-9}$	$94 \cdot 10^{-9}$
98	$-1250 \cdot 10^{-9}$	$-1050 \cdot 10^{-9}$	$-1150 \cdot 10^{-9}$	$200 \cdot 10^{-9}$
99	$+569 \cdot 10^{-9}$	$+1470 \cdot 10^{-9}$	$+1015 \cdot 10^{-9}$	$910 \cdot 10^{-9}$
100	$-1570 \cdot 10^{-9}$	$+1600 \cdot 10^{-9}$	$+15 \cdot 10^{-9}$	$3170 \cdot 10^{-9}$

При $D_N = 100$ отн.ед. переход от режима смещения центра к режиму гигантских осцилляций заканчивается и далее колебания приобретают более или менее стационарный характер. Амплитуда таких колебаний в начале режима гигантских осцилляций, то есть при $D_N = 100$ отн.ед., составляет около $1,6 \cdot 10^{-6}$ см (рис. 10а) и при дальнейшем увеличении толщины возрастает (рис. 10б, в). При этом смещение центра полностью отсутствует.

На рис. 10 представлены типичные развертки по времени гигантских осцилляций при некоторых характерных значениях толщины пластины. Можно видеть, что при $D_N = 100$ отн.ед. и $D_N = 160$ отн.ед. (рис. 10а, в) колебания имеют чистый синусоидальный характер. При увеличении D_N выше 160 отн.ед.

такой чистый характер сохраняется, только амплитуда и период увеличиваются. Однако в области изменения D_N от 120 до 140 отн.ед наблюдаются колебания, амплитуда которых меняется почти случайным образом. Пример таких колебаний представлен на рис. 10б. При этом однако монотонное увеличение максимальной амплитуды при увеличении толщины сохраняется. Средние расстояния между максимальными выбросами амплитуды также постепенно увеличиваются.

13. Амплитуда и период гигантских осцилляций

На рис. 11 представлены зависимости амплитуды (а) и периода (б) гигантских осцилляций от толщины пластины в области толщин, соответствующих режиму гигантских осцилляций.

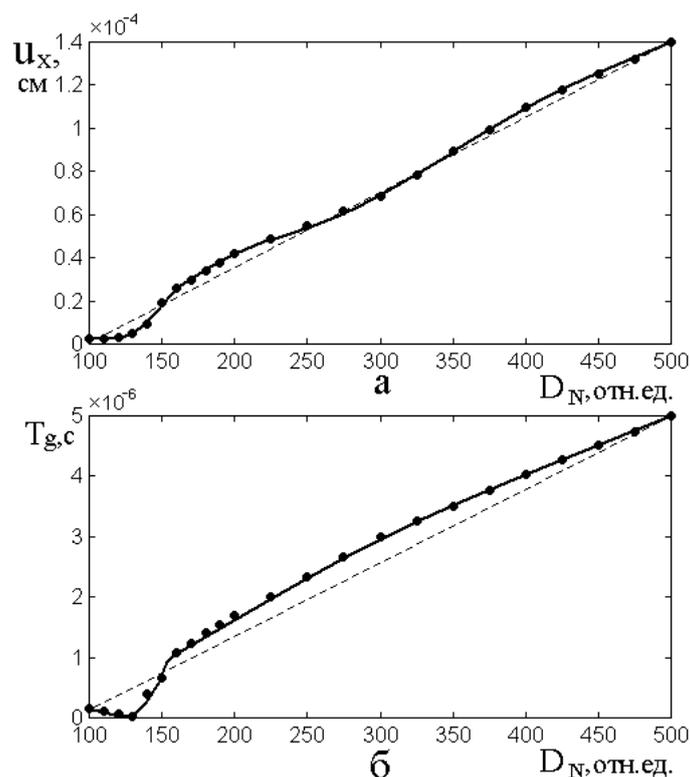


Рис. 11. Зависимости амплитуды (а) и периода (б) гигантских осцилляций от толщины пластины. Параметры: постоянное поле $H_0 = 2550$ Э; амплитуда переменного поля $h_0 = 100$ Э; шаг по толщине до 200 отн.ед. – 10 отн.ед, выше – 25 отн.ед. Остальные параметры – те же что приведены в разделе 2.

Можно видеть, что после небольшого «зигзага», соответствующего колебаниям типа, показанного на рис. 10б, обе зависимости приобретают

характер, весьма близкий к линейному. Соответствующие аппроксимирующие прямые (пунктир) построены по формулам:

$$u_x = 3,5 \cdot 10^{-7} (D_N - 100); \quad (24)$$

$$T_g = 1,25 \cdot 10^{-8} (D_N - 100). \quad (25)$$

Из рис.11 можно видеть, что отклонение в обоих случаях не превышает 10%.

14. Некоторые замечания о природе наблюдаемых явлений

Рассмотренная здесь задача представляет собой численное решение развития колебаний в нелинейной системе уравнений для намагниченности и упругого смещения, связанных через граничные условия. Для возможности применения численного метода Рунге-Кутты исходная система аналитически преобразована в более простую, содержащую две задачи – первая для упругого смещения, зависящего от координаты линейно и вторая – для упругого смещения, зависящего от координаты синусоидальным образом. Полное решение такой задачи приведено в работе [5], где рассматривалось возбуждение колебаний на одной единственной частоте.

В настоящей работе специфика задачи состоит в том, что возбуждение осуществляется не на одной, а на двух частотах. При этом численный расчетный механизм использован тот же, что в работе [5]. При решении задачи в работе [5] никаких ограничений на частоту и характер возбуждения не накладывалось, поэтому применение двухчастотного возбуждения можно считать оправданным.

Прежде всего отметим, что режимы регулярных биений и устойчивого резонанса существенных особенностей не проявляют. Биения между возбуждающими частотами просто повторяются, как магнитными, так и упругими колебаниями. Устойчивый резонанс просто соответствует нелинейному преобразованию типа детектирования [13-15] на квадратичной нелинейности, обеспечивающей выделение разностной частоты.

Однако выполненные расчеты показали ряд существенных отличий от задачи с возбуждением на одной частоте, проявляющихся при значениях

толщины, больших соответствующей резонансу на разностной частоте. Среди таких отличий, по-видимому, главными являются следующие:

- смещение центра колебаний, представленное на рис. 8;
- квадратичность зависимости смещения центра от толщины пластины; представленная на рис. 8;
- инверсия смещения центра при изменении толщины пластины, представленная на рис. 8а и рис. 9;
- гигантские осцилляции, возникающие при увеличении толщины пластины, выше соответствующей режиму смещения центра, представленные на рис. 10.
- линейный рост амплитуды и периода гигантских осцилляций по мере увеличения толщины пластины, представленный на рис. 11.

Приведем некоторые наводящие соображения, касающиеся интерпретации перечисленных отличий. Сразу отметим, что в излагаемых далее положениях авторы ни в коей мере не претендуют на «абсолютную истину в последней инстанции», а лишь пытаются высказать некоторые чисто интуитивные мысли, возможно, ошибочные.

Можно полагать, что для интерпретации перечисленных отличий использованный математический аппарат является недостаточным. Так, решение уравнения волнового типа, составляющего основу рассматриваемой задачи, на раннем этапе включает в себя разделение переменных, то есть выделение из всей задачи той ее части, которая зависит только от времени и не зависит от координаты [20, стр.83-88]. Вынужденные колебания рассматриваются через интеграл от произвольной функции времени [20, стр.98, форм. (54)]. Решение общей краевой задачи представляется в виде суммы двух функций, одна из которых, будучи вспомогательной, линейно зависит от координаты [20, стр.103, формула последняя на этой странице]. В работе [5] эта функция представлена формулой (37), включающей в себя также зависимость от компонент намагниченности. При двухчастотном возбуждении зависимость намагниченности от времени в виде биений приведет также к зависимости

вспомогательной функции от координаты в виде биений. Можно полагать, что подробное решение такой задачи приведет к отличной от линейной зависимости вспомогательной функции от координаты, что и даст квадратичную зависимость смещения центра от толщины пластины.

Для режима смещения центра авторы осмеливаются предложить механическую аналогию. Так, прямой жесткий стержень, сжимаемый приложенным к его концам встречными силами вдоль оси, сначала просто сжимается, а по достижении некоторого порогового значения силы сжатия стремится выгнуться в сторону [21, стр.124-126, задача 1, рис. 19а]. Если при этом к стержню приложена сила, перпендикулярная его оси, вызывающая малые колебания, то центр этих колебаний, будучи сначала на оси прямого стержня, после его изгиба также сместится в сторону. Такое смещение можно рассматривать как аналогию смещения центра. Двухчастотное возбуждение здесь может послужить «спусковым» механизмом, за счет биений дающим периодические толчки, перпендикулярные оси стержня.

Инверсию центра можно рассматривать как произвольность выгиба стержня в ту или иную сторону, обеспечиваемую его осевой симметрией.

Режим гигантских осцилляций наступает тогда, когда длина стержня становится настолько большой, что выгиб его в ту или иную сторону значительно облегчается из-за малости искривления на большой длине. Линейный рост амплитуды и периода осцилляций по мере увеличения толщины пластины можно положить аналогичным росту амплитуды и периода струны, закрепленной на концах.

На этом авторы считают своим долгом приведенные соображения закончить и выражают слабую надежду, что хотя бы такая интерпретация может послужить возбуждению интереса любознательных исследователей к продолжению предложенной здесь работы.

Заключение.

Рассмотрена задача о нелинейном возбуждении гиперзвуковых колебаний в нормально намагниченной ферритовой пластине, в плоскости которой приложено переменное поле на двух частотах. Колебания намагниченности, возбуждаемые таким полем, благодаря магнитоупругому взаимодействию, приводят к возбуждению упругих колебаний по толщине пластины. Главное внимание уделено свойствам возбуждаемых упругих колебаний при изменении толщины пластины.

В рамках постановки представлена геометрия и приведены основные параметры задачи. В качестве основного параметра, подвергаемого вариации, предложена нормированная толщина пластины, определяемая отношением реальной толщины к толщине, соответствующей упругому резонансу на разностной частоте возбуждения. Отмечена необходимость выбора характерного значения постоянного поля, определяемого достаточно эффективным возбуждением упругих колебаний. При этом нижняя граница допустимого значения поля определена как низкополевой спад нелинейной характеристики колебаний намагниченности, а верхняя – как поле, соответствующее линейному ферромагнитному резонансу на центральной частоте возбуждения.

Записана система нелинейных уравнений движения намагниченности и упругого смещения, для решения которой применен численный метод Рунге-Кутты. Результатом решения явились развертки колебаний по времени, зависимости амплитуды магнитных и упругих колебаний от поля и толщины пластины, а также спектры колебаний в стационарных условиях после окончания процессов релаксации.

При выбранном значении поля рассмотрено влияние толщины пластины на характер упругих колебаний. Выявлен мультирежимный характер упругих колебаний, имеющий место при вариации толщины пластины. По характеру развития упругих колебаний во времени относительно увеличения толщины пластины выделены четыре принципиально отличающихся режима: режим №1 – регулярные биения, режим №2 – устойчивый резонанс, режим №3 – смещение центра установившихся колебаний, режим №4 – гигантские осцилляции.

Определены интервалы значений толщины, необходимые для реализации перечисленных режимов, рассмотрены свойства колебаний упругого смещения в каждом режиме по отдельности.

Установлено, что режим №1 имеет место тогда, когда толщина пластины значительно меньше резонансной на разностной частоте. При этом упругие колебания, в основном, повторяют колебания намагниченности, которые происходят в виде биений между двумя частотами возбуждения. Период биений упругих колебаний и период их заполнения соответствуют таковым для колебаний намагниченности при двухчастотном возбуждении.

Режим №2 имеет место при толщине пластины близкой к резонансной на разностной частоте возбуждающих колебаний. После включения возбуждения колебания намагниченности по окончании небольшого процесса установления приобретают стационарный характер биений, соответствующих разности между двумя частотами возбуждения, Время установления упругих колебаний значительно (почти на порядок) превышает время установления магнитных. В стационарном режиме упругие колебания имеют регулярный характер с постоянной амплитудой и частотой, равной разности частот возбуждения. Получена зависимость амплитуды колебаний упругого смещения от толщины пластины. При толщине, соответствующей резонансу на разностной частоте обнаружен значительный подъем резонансного характера. Выявлен несимметричный характер возбуждения, проявляющийся в различии положительного и отрицательно значений смещения относительно центральной оси (соответствующей линейному характеру колебаний). Отмечено, что такая несимметричность соответствует наличию постоянной составляющей в колебаниях упругого смещения. Выявлен рост постоянной составляющей колебаний при увеличении толщины, в первом приближении близкий к линейному.

Режим №3 имеет место при толщине пластины, превышающей резонансную в несколько (от двух до семи) раз. Колебания намагниченности в этом режиме имеют характер биений, соответствующих разности между двумя

частотами возбуждения, то есть не отличаются от таковых в режиме №2. Упругое смещение имеет две составляющие: колебательную на разностной частоте, амплитуда которой меняется довольно мало, и постоянную, величина которой по мере увеличения толщины плавно возрастает, значительно превышая амплитуду колебательной составляющей. Установившиеся колебания имеют регулярный характер с чередующейся через один амплитудой. Период между выделяющимися вниз вершинами колебаний составляет половину периода разностной частоты, то есть имеет место удвоение периода. Смещение центра колебательной составляющей по мере увеличения толщины имеет квадратичный характер. При некоторых значениях толщины имеет место инверсия смещения центра, то есть оно меняет знак с положительного на отрицательный и обратно, однако квадратичность модуля смещения по толщине полностью сохраняется.

Режим №4 имеет место при толщине пластины, превышающей резонансную на порядок и более. Колебания намагниченности сохраняют характер биений, свойственных режимам №2 и №3. Колебания упругого смещения характеризуются весьма высокой амплитудой, превышающей таковую в режиме №3 на порядок и более, а также весьма значительным периодом, превышающим период разностной частоты на два-три порядка и более. Переход от режима №3 к режиму №4 по толщине происходит пороговым образом в интервале относительного изменения толщины менее десятой части процента. Характер колебаний близок к регулярному, однако в небольшом интервале по толщине наблюдается некоторое нарушение регулярности, при дальнейшем увеличении толщины отсутствующее. Амплитуда колебаний и их период по мере увеличения толщины увеличиваются линейным образом.

Приведены некоторые качественные соображения относительно природы наблюдаемых явлений. Отмечена специфика именно двухчастотного возбуждения по сравнению с одночастотным. В качестве возможной задачи приведена схема выделения части решения, зависимость амплитуды колебаний которой от толщины имеет квадратичный характер, с необходимым учетом двухчастотного возбуждения. Предложена механическая аналогия колебаний

жесткого стержня, сжимаемого с обоих концов встречными силами, позволяющая интерпретировать смещение центра колебаний и режим гигантских осцилляций.

Финансирование.

Работа выполнена в рамках государственного задания Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, частично поддержана грантом РФФИ: № 20-55-53019 ГФЕН_а, грантами РНФ: № 21-72-20048 и № 21-47-00019 и грантом Правительства Республики Коми и РФФИ № 20-42-110004, р_а.

Литература

1. Голямина И.П. *Магнитострикционный преобразователь. Ультразвук. Маленькая энциклопедия.* Москва, Советская энциклопедия. 1979. С.196-200.
2. Kikuchi E. *The ultra-sound converters.* Moscow, Mir. 1972.
3. Голямина И.П. *Магнитострикционные излучатели из ферритов. Физика и техника мощного ультразвука. Т.1. Источники мощного ультразвука.* Москва, Наука. 1967.
4. Штраусс В. *Магнитоупругие свойства иттриевого феррита-граната. Физическая акустика. Т.4Б. Применения физической акустики в квантовой физике и физике твердого тела.* Москва, Мир. 1970. С.241-316.
5. Власов В.С., Котов Л.Н., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Нелинейное возбуждение гиперзвука в ферритовой пластине при ферромагнитном резонансе. *Радиотехника и Электроника.* 2009. Т.54. №7. С.863.
6. Власов В.С., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Нелинейное возбуждение гиперзвука в двухслойной ферритовой структуре. *Журнал радиоэлектроники* [электронный журнал]. 2013. №2. <http://jre.cplire.ru/jre/feb13/10/text.pdf>
7. Власов В.С., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Нелинейное возбуждение гиперзвука в двухслойной ферритовой структуре при ферромагнитном резонансе. *Радиотехника и электроника.* 2014. Т.59. №5. С.482.

8. Ле-Кроу Р., Комсток Р. *Магнитоупругие взаимодействия в ферромагнитных диэлектриках. Физическая акустика. Т.3Б. Динамика решетки.* Москва, Мир. 1968. С.156.
9. Schlömann E., Joseph R.I. Generation of spin waves in nonuniform magnetic fields. III. Magneto-elastic interaction. *Journal of Applied Physics*. 1964. V.35. №8. P.2382.
10. Власов В.С., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Нелинейные гиперзвуковые колебания магнестрикционного преобразователя на частотах, кратных частоте возбуждения. Часть 1. Деление частоты возбуждения. *Журнал радиоэлектроники [Электронный журнал]*. 2015. №9. <http://jre.cplire.ru/jre/sep15/4/text.pdf>.
11. Власов В.С., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Нелинейные гиперзвуковые колебания магнестрикционного преобразователя на частотах, кратных частоте возбуждения. Часть 2. Умножение частоты возбуждения. *Журнал радиоэлектроники [Электронный журнал]*. 2015. №10. <http://jre.cplire.ru/jre/oct15/1/text.pdf>.
12. Гуревич А.Г. *Ферриты на сверхвысоких частотах.* Москва, Физматлит. 1960.
13. Власов В.С., Плешев Д.А., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Нелинейное детектирование магнитоупругих колебаний в режиме амплитудной модуляции. *Журнал радиоэлектроники [Электронный журнал]*. 2019. №3. <http://jre.cplire.ru/jre/mar19/7/text.pdf>
14. Власов В.С., Плешев Д.А., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Детектирование частотно-модулированного СВЧ сигнала с помощью магнестрикционного преобразователя. *Журнал радиоэлектроники [Электронный журнал]*. 2020. №7. <http://jre.cplire.ru/jre/jul20/3/text.pdf>.
15. Плешев Д.А., Котов Л.Н., Власов В.С., Щеглов В.И. *Преобразование частоты при акустическом резонансе в ферритах.* Сыктывкар, ИПО СыктГУ. 2019.
16. Власов В.С., Плешев Д.А., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Нелинейное возбуждение гиперзвуковых колебаний в ферритовой пластине в условиях комбинированного воздействия на двух частотах. Часть 1. Резонанс на

разностной частоте. *Журнал радиоэлектроники* [Электронный журнал]. 2021. №9. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2021.9.1>

17. Власов В.С., Плешев Д.А., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Нелинейное возбуждение гиперзвуковых колебаний в ферритовой пластине в условиях комбинированного воздействия на двух частотах. Часть 2. Вариация постоянного поля. *Журнал радиоэлектроники* [Электронный журнал]. 2021. №9. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2021.9.1>

18. Корн Г., Корн Т. *Справочник по математике для научных работников и инженеров*. Москва, Наука. 1973.

19. Потёмкин В.Г. *Система MATLAB. Справочное пособие*. Москва, ДИАЛОГ-МИФИ. 1998.

20. Тихонов А.Н., Самарский А.А. *Уравнения математической физики*. Москва, Наука. 1972.

21. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Теория упругости (Теоретическая физика. Т.VII)*. Москва, Наука. 1965.

Для цитирования:

Власов В.С., Плешев Д.А., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Нелинейное возбуждение гиперзвуковых колебаний в ферритовой пластине в условиях комбинированного воздействия на двух частотах. Часть 3. Вариация толщины пластины. *Журнал радиотехники* [электронный журнал]. 2021. №10. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2021.10.10>