

DOI: <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2022.10.8>

УДК: 519.6

## МЕТОД РАЗЛОЖЕНИЯ ПО ПЛОСКИМ ВОЛНАМ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ДИСПЕРСИОННЫХ СВОЙСТВ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ ФОТОННЫХ КРИСТАЛЛОВ

А.Ю. Ветлужский

Институт физического материаловедения СО РАН  
670047, Улан-Удэ, ул. Сахьяновой, д. 6

Статья поступила в редакцию 6 июня 2022 г.

**Аннотация.** Описывается метод изучения дисперсионных характеристик фотонных кристаллов – сред с периодически меняющейся в пространстве диэлектрической проницаемостью. Метод базируется на представлении волновых функций и диэлектрической проницаемости периодической среды в виде рядов Фурье и последующей их подстановки в волновое уравнение, приводящей к формулировке дисперсионного уравнения. Исходя из последнего, для каждого значения волнового вектора можно определить набор собственных частот, каждая из которых, являясь непрерывной функцией волнового числа, образует отдельную дисперсионную кривую. Коэффициенты Фурье-разложения диэлектрической проницаемости, зависящие от векторов обратной решетки фотонного кристалла, определяются на основе данных о геометрических характеристиках элементов, образующих кристалл, их электрофизических свойствах и плотности заполнения кристалла. Решение найденного дисперсионного уравнения позволяет получить полную информацию о числе мод, распространяющихся в периодической структуре на различных частотах, и о возможности формирования в ней запрещенных зон – диапазонов частот, в пределах которых волновое распространение через фотонный кристалл

невозможно. Основное внимание в работе уделяется использованию данного метода для анализа дисперсионных свойств металлических фотонных кристаллов. Сложности, возникающие в данном случае из-за наличия собственных дисперсионных свойств металлов, образующих элементы кристалла, преодолеваются аналитическим описанием их диэлектрической проницаемости, основывающемся на модели свободных электронов. В итоге формулируется дисперсионное уравнение, численное решение которого легко алгоритмизируется, что позволяет определять дисперсионные характеристики металлических фотонных кристаллов с произвольными параметрами. В работе сопоставляются полученные по данной методике результаты расчета дисперсионных диаграмм, характеризующих двумерные металлические фотонные кристаллы, с экспериментальными данными и численными результатами, полученными с использованием метода самосогласованных уравнений. Демонстрируется их хорошее согласие.

**Ключевые слова:** численные методы, фотонные кристаллы, зоны Бриллюэна, дисперсионные характеристики, запрещенные зоны, спектр.

**Финансирование:** Работа выполнена в рамках государственного задания Министерства образования и науки РФ (тема № 0270-2021-0004).

**Автор для переписки:** Ветлужский Александр Юрьевич, [vay@ipms.bscnet.ru](mailto:vay@ipms.bscnet.ru)

## Введение

Одним из интересных объектов исследований в оптике и радиофизике последних десятилетий, с которым связывают разнообразные перспективы практического применения, являются фотонные кристаллы (ФК) – среды с периодически меняющейся в одном, в двух или в трех направлениях в пространстве диэлектрической проницаемостью с характерным масштабом периодичности, сопоставимым с длиной волны электромагнитного излучения. Современная концепция ФК была сформулирована в работе [1]. Ключевое понятие теории фотонных кристаллов – запрещенная зона, означающее полосу частот, в пределах которой подавляется распространение электромагнитных

волн через ФК. Физическая природа такого подавления заключается в брэгговском рассеянии излучения на периодических неоднородностях среды. Таким образом, спектр пропускания любого ФК представляет собой чередование запрещенных и разрешенных зон, при этом в диапазоне последних излучение практически свободно проходит через ФК.

Теоретические методы, использовавшиеся для изучения свойств ФК на всех этапах истории их исследований, весьма разнообразны. Поскольку задача возбуждения ФК электромагнитным полем – типичная дифракционная задача, изначально использовались хорошо развитые к моменту появления работы [1] применительно к задачам рассеяния волн на дифракционных решетках аналитические и численно-аналитические методы (например, методы матриц передачи и матриц рассеяния, исходящие из физической постановки проблемы, метод полуобращения матричных операторов и модифицированный метод вычетов, оперирующие математической формулировкой краевой дифракционной задачи и т.д. [2]). По мере развития вычислительной техники все большую популярность приобретали строгие численные методы. К числу последних относятся широко используемые в последние годы прямые методы численного решения уравнений Максвелла – метод конечных элементов [3] и метод конечных разностей во временной области [4].

Указанные методы позволяют определять спектры пропускания и пространственное распределение поля в ФК любой размерности, но не дают полной информации о дисперсионных свойствах таких структур, в частности, о диапазонах частот возникновения полных запрещенных зон, в пределах которых распространение излучения через ФК подавляется во всех направлениях. Для изучения дисперсионных характеристик ФК может использоваться метод разложения по плоским волнам, позволяющий определять количество распространяющихся в ФК мод, а также границы и степень полноты формирования запрещенных зон в таких структурах [5]. Целью настоящей работы является обсуждение особенностей использования данного метода применительно к анализу дисперсионных характеристик металлических ФК,

обладающих нетипичными для диэлектрических ФК электродинамическими свойствами [6].

## 1. Метод разложения по плоским волнам применительно к анализу дисперсионных свойств двумерных ФК

Суть метода сводится к следующему. Рассмотрим ФК, периодический в трех измерениях, электрическое поле в котором удовлетворяет уравнению Гельмгольца:

$$\nabla \times \{\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r})\} + \varepsilon(\mathbf{r}) \frac{\omega^2}{c^2} \mathbf{E}(\mathbf{r}) = 0, \quad (1)$$

где  $\mathbf{r}$  – 3D вектор в координатном пространстве. Вектор  $\mathbf{E}$  представим в виде плоской волны:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_{k,n}(\mathbf{r}) e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}},$$

где  $\mathbf{k}$  – волновой вектор,  $n$  – номер собственного состояния системы,  $\mathbf{E}_{k,n}(\mathbf{r})$  – периодическая функция с периодичностью решетки, удовлетворяющая соотношению  $\mathbf{E}_{k,n}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_{k,n}(\mathbf{r} + \mathbf{R})$ , где  $\mathbf{R}$  – трехмерный вектор трансляции:

$$\mathbf{R} = l_1 \mathbf{d}_1 + l_2 \mathbf{d}_2 + l_3 \mathbf{d}_3, \quad (2)$$

где  $\mathbf{d}_1, \mathbf{d}_2, \mathbf{d}_3$  – базисные векторы трехмерной решетки,  $l_1, l_2, l_3$  – целые числа. Отметим, что в данной работе предполагается зависимость гармонических сигналов от времени в виде  $e^{-i\omega t}$ .

Представим волновую функцию в пространстве волновых векторов вместо координатного пространства:

$$\mathbf{E}_{k,n}(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{G}} \mathbf{E}'_{k,n}(\mathbf{G}) e^{i(\mathbf{k}+\mathbf{G})\mathbf{r}}, \quad (3)$$

где  $\mathbf{G}$  – вектор обратной решетки кристалла ( $\mathbf{R} \cdot \mathbf{G} = n2\pi$ , где  $n$  – целое число). Базисные векторы обратной решетки имеют размерность обратной длины и определяются соотношениями

$$\mathbf{b}_1 = \frac{2\pi}{V_0} \mathbf{d}_2 \times \mathbf{d}_3, \quad \mathbf{b}_2 = \frac{2\pi}{V_0} \mathbf{d}_1 \times \mathbf{d}_3, \quad \mathbf{b}_3 = \frac{2\pi}{V_0} \mathbf{d}_2 \times \mathbf{d}_1, \quad (4)$$

где  $V_0$  – объем элементарной ячейки кристалла.

По аналогии с разложением (3) диэлектрическая функция также может быть разложена в ряд Фурье благодаря ее пространственной периодичности в ФК:

$$\varepsilon(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{G}} \hat{\varepsilon}(\mathbf{G}) e^{i\mathbf{G}\mathbf{r}}, \quad (5)$$

где  $\hat{\varepsilon}(\mathbf{G})$  – коэффициенты Фурье-разложения, зависящие от векторов обратной решетки и определяемые следующим образом:

$$\hat{\varepsilon}(\mathbf{G}) = \frac{1}{V_0} \int_{V_0} \varepsilon(\mathbf{r}) e^{-i\mathbf{G}\mathbf{r}} d^3\mathbf{r}, \quad (6)$$

где  $V_0$  – объем ячейки Вигнера-Зейтца трехмерной периодической структуры. Подставляя (3) и (5) в (1), учитывая, что  $\nabla \times (\mathbf{u} e^{i\mathbf{v}\mathbf{r}}) = i\mathbf{v} \times \mathbf{u} e^{i\mathbf{v}\mathbf{r}}$ , и выполняя ряд преобразований [5], получаем

$$(\mathbf{k} + \mathbf{G}) \times \{(\mathbf{k} + \mathbf{G}) \times \mathbf{E}'_{k,n}(\mathbf{G})\} = \frac{\omega_{k,n}^2}{c^2} \sum_{\mathbf{G}'} \hat{\varepsilon}(\mathbf{G} - \mathbf{G}') \mathbf{E}'_{k,n}(\mathbf{G}'), \quad (7)$$

где  $\omega_{k,n}$  – собственные значения задачи. Пользуясь выражением (7), для каждого значения  $\mathbf{k}$  можно таким образом получить набор собственных частот  $\omega_{k,n}$ , каждая из которых является непрерывной функцией  $\mathbf{k}$  и образует отдельную дисперсионную кривую. Аналогичное (7) выражение может быть записано и для магнитных волн.

В двумерном случае, например, для ТМ-волн в ФК, образованном системой параллельно ориентированных цилиндрических элементов (вектор  $\mathbf{E}$  параллелен осям цилиндров) уравнения Максвелла имеют вид:

$$\frac{\partial H_2}{\partial x_1} - \frac{\partial H_1}{\partial x_2} = -i \frac{\omega}{c} D_z = -i \frac{\omega}{c} \varepsilon(\mathbf{r}_{\parallel}) E_z,$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial x_1} = -i \frac{\omega}{c} H_2,$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial x_2} = i \frac{\omega}{c} H_2,$$

где  $\mathbf{r}_{\parallel}$  – 2D координатный вектор, расположенный в плоскости, перпендикулярной осям цилиндров ( $xOy$ ). Это приводит к следующей формулировке уравнения Гельмгольца:

$$\left\{ \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right\} \mathbf{E}(\mathbf{r}_{\parallel}) + \varepsilon(\mathbf{r}_{\parallel}) \frac{\omega^2}{c^2} \mathbf{E}(\mathbf{r}_{\parallel}) = 0. \quad (8)$$

Подстановка (3) и (5) в (8) приводит к упрощенному виду уравнения (7), описывающему собственные волны двумерной системы:

$$(\mathbf{k}_{\parallel} + \mathbf{G}_{\parallel})^2 \cdot \mathbf{E}'_{k,n}(\mathbf{G}_{\parallel}) = \frac{\omega_{k,n}^2}{c^2} \sum_{\mathbf{G}'} \hat{\varepsilon}(\mathbf{G}_{\parallel} - \mathbf{G}') \mathbf{E}'_{k,n}(\mathbf{G}'). \quad (9)$$

Здесь  $\mathbf{G}_{\parallel}$  и  $\mathbf{G}'$  – плоскостные векторы обратной решетки,  $\mathbf{k}_{\parallel}$  – плоскостной волновой вектор. Решение данного уравнения зависит от соответствующего представления коэффициентов Фурье в разложении (5) функции диэлектрической проницаемости.

Для периодической структуры можно записать

$$\varepsilon(\mathbf{r}_{\parallel}) = \varepsilon_0 + (\varepsilon - \varepsilon_0) \sum_l \Omega(\mathbf{r}_{\parallel} - \mathbf{r}_{\parallel}(l)), \quad (10)$$

где  $\Omega$  – шаговая функция, равная единице внутри элемента ФК, и принимающая нулевое значение вне его,  $\mathbf{r}_{\parallel}(l)$  – двумерный вектор трансляции решетки,  $\varepsilon$  – диэлектрическая проницаемость элемента,  $\varepsilon_0$  – проницаемость межэлементной среды.

Запишем выражение (6) для двумерной ситуации в виде:

$$\hat{\varepsilon}(\mathbf{G}_{\parallel}) = \frac{1}{S_0} \int_{S_0} \varepsilon(\mathbf{r}_{\parallel}) e^{-i\mathbf{G}_{\parallel}\mathbf{r}_{\parallel}} d^2\mathbf{r}_{\parallel}, \quad (11)$$

где интегрирование идет по всей площади  $S_0$  ячейки Вигнера-Зейтца, определяемой с учетом обозначений в (2) как  $S_0 = |l_1\mathbf{d}_1 \times l_2\mathbf{d}_2|$ . Полагая, что диэлектрическая проницаемость межэлементной среды равна единице, и подставляя (10) в (11), получаем следующее представление коэффициентов Фурье в (5):

$$\hat{\varepsilon}(\mathbf{G}_{\parallel}) = \delta_{\mathbf{G}_{\parallel}0} + \frac{(\varepsilon - 1)}{S_0} \int_{S_0} \Omega(\mathbf{r}_{\parallel}) e^{i\mathbf{G}_{\parallel}\mathbf{r}_{\parallel}} d^2\mathbf{r}_{\parallel}, \quad (12)$$

Здесь  $\delta_{\mathbf{G}_{\parallel}0}$  – дельта Кронекера, равная единице, если  $\mathbf{G}_{\parallel} = 0$ , и нулю в противном случае. Скалярное произведение  $\mathbf{G}_{\parallel}\mathbf{r}_{\parallel}$  в правой части последнего выражения может быть записано в виде  $|\mathbf{G}_{\parallel}|r_{\parallel} \cos \varphi$ , где  $\varphi$  – угол между векторами  $\mathbf{G}_{\parallel}$  и  $\mathbf{r}_{\parallel}$ . Для двумерного ФК, элементы которого представляют собой неперекрывающиеся цилиндры, учитывая круговую симметрию такой системы, выражение (12) можно записать в виде:

$$\hat{\varepsilon}(\mathbf{G}_{\parallel}) = \delta_{\mathbf{G}_{\parallel}0} + \frac{(\varepsilon - 1)}{S_0} \int_{r=0}^a \int_{\varphi=0}^{2\pi} e^{i|\mathbf{G}_{\parallel}|r_{\parallel} \cos \varphi} dr_{\parallel} d\varphi,$$

где  $a$  – радиус цилиндрического элемента. Используя разложение функций вида  $\exp(i n \cos \varphi)$  в ряд по функциям Бесселя [7], окончательно получаем:

$$\hat{\varepsilon}(\mathbf{G}_{\parallel}) = 1 + (\varepsilon - 1)f, \quad \mathbf{G}_{\parallel} = 0, \quad (13a)$$

$$\hat{\varepsilon}(\mathbf{G}_{\parallel}) = 2(\varepsilon - 1)f \frac{J_1(|\mathbf{G}_{\parallel}|a)}{|\mathbf{G}_{\parallel}|a}, \quad \mathbf{G}_{\parallel} \neq 0. \quad (13b)$$

Здесь  $f$  – коэффициент заполнения структуры,  $J_1$  – функция Бесселя первого порядка.

Подстановка (13) в (9) приводит к уравнению, численное решение которого достаточно легко алгоритмируется, что позволяет определить дисперсионные характеристики двумерных диэлектрических ФК с произвольными параметрами. Для получения приемлемой точности расчетов число членов разложения в (3) выбирается, исходя из плотности структуры и величины диэлектрической проницаемости элементов, и увеличивается с их ростом.

## 2. Анализ дисперсионных свойств металлических ФК

Сложность применения описанного подхода к анализу зонной структуры ФК, образованных металлическими элементами, заключается в ярко выраженных собственных дисперсионных свойствах металлических материалов и необходимости их аналитического описания для использования метода разложения по плоским волнам. Для анализа зонной структуры металлических

ФК с помощью метода разложения по плоским волнам можно использовать дисперсионное представление диэлектрической проницаемости металла, описываемое моделью свободных электронов:

$$\varepsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}, \quad (14)$$

где  $\omega_p$  – плазменная частота металла. Ранее на такую возможность указывалось в работе [8]. Используя представление (14) в выражениях (13), приходим к следующим результатам:

$$\hat{\varepsilon}(\mathbf{G}_{\parallel}) = 1 - f \frac{\omega_p^2}{\omega^2}, \quad \mathbf{G}_{\parallel} = 0, \quad (15a)$$

$$\hat{\varepsilon}(\mathbf{G}_{\parallel}) = -f \frac{\omega_p^2 J_1(|\mathbf{G}_{\parallel}|a)}{\omega^2 |\mathbf{G}_{\parallel}|a}, \quad \mathbf{G}_{\parallel} \neq 0. \quad (15b)$$

Подстановка выражений (15) в (9) позволяет получить окончательное соотношение, определяющее собственные волны двумерного металлического ФК в плоскости, перпендикулярной элементам:

$$\sum_{\mathbf{G}'} \left\{ (\mathbf{k}_{\parallel} + \mathbf{G}_{\parallel})^2 \delta_{\mathbf{G}_{\parallel}, \mathbf{G}'_{\parallel}} + f \frac{\omega_p^2 2J_1(|\mathbf{G}_{\parallel} - \mathbf{G}'_{\parallel}|a)}{\omega^2 |\mathbf{G}_{\parallel} - \mathbf{G}'_{\parallel}|a} \right\} \mathbf{E}'_{\mathbf{k},n}(\mathbf{G}'_{\parallel}) = \frac{\omega_{\mathbf{k},n}^2}{c^2} \mathbf{E}'_{\mathbf{k},n}(\mathbf{G}_{\parallel}). \quad (16)$$

Описанная методика в принципе позволяет исследовать дисперсионные характеристики любых металлических двумерных решеток с любым коэффициентом заполнения. Для анализа работоспособности и эффективности описанного подхода сопоставим получаемые с его помощью результаты с результатами, определяемыми иными методами.

Рассмотрим квадратную решетку, образованную металлическими цилиндрами кругового поперечного сечения. Базисные векторы (2) в этом случае имеют вид:

$$\mathbf{d}_1 = (d_1, 0) \quad \text{и} \quad \mathbf{d}_2 = (d_2, 0),$$

а соответствующие векторы обратной решетки (4) выражаются как:

$$\mathbf{b}_1 = \left( \frac{2\pi}{d_1}, 0 \right) \quad \text{и} \quad \mathbf{b}_2 = \left( 0, \frac{2\pi}{d_2} \right),$$

где  $d_1$  и  $d_2$  – периоды структуры в двух направлениях (рис. 1). Там же на рис. (б) серым цветом выделена первая зона Бриллюэна – интервал минимально возможных неэквивалентных значений волнового числа в периодической структуре. Компоненты волновых векторов  $\mathbf{k} = (k_x, k_y)$  в пределах первой зоны могут принимать значения из диапазонов:

$$k_x \in \left[-\frac{\pi}{d_1}, \frac{\pi}{d_1}\right], \quad k_y \in \left[-\frac{\pi}{d_2}, \frac{\pi}{d_2}\right].$$

В пределах первой зоны имеются три точки высокой симметрии, традиционно обозначаемые символами  $\Gamma$  с координатой  $(0,0)$ ,  $X - (\pi/d_1, 0)$  и  $M - (\pi/d_1, \pi/d_2)$  (рис. 1 в). Треугольник, образованный этими тремя точками, называют неприводимой зоной Бриллюэна. В силу симметрии кристалла и, как следствие, обратной решетки, при построении зонных диаграмм достаточно рассмотреть изменения волнового вектора вдоль краев неприводимой зоны, пренебрегая другими областями первой зоны Бриллюэна, чтобы получить исчерпывающую информацию о дисперсионных характеристиках ФК.

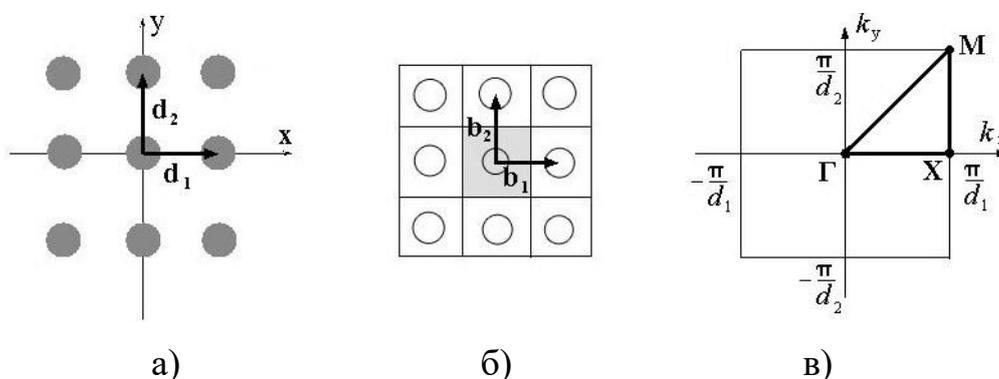


Рис. 1. Двумерный ФК – (а), обратная решетка кристалла с выделенной серым цветом первой зоной Бриллюэна – (б), обозначение неприводимой зоны Бриллюэна – (в)

Полагая, что периоды  $d_1 = d_2 = d$ , рассмотрим зонную структуру ФК для случая  $E$  поляризованных волн. На рис. 2 представлены результаты расчета для шести основных мод в металлическом ФК, образованном алюминиевыми элементами ( $\omega_p = 3570$  ТГц [9]) с разными коэффициентами заполнения  $f = \pi a^2/d^2$ .

Все диаграммы демонстрируют наличие низкочастотной полной (в плоскости, перпендикулярной осям цилиндров) запрещенной зоны, верхняя

граница которой с увеличением коэффициента заполнения смещается в высокочастотную область. Как известно [10], причиной формирования этой запрещенной зоны является проявление металлическими ФК плазмонных свойств. При значительном росте заполнения структуры формируется вторая полная запрещенная зона, своим существованием, очевидно, обязанная типичным для ФК механизмам брэгговского отражения. Отметим, что к границам запрещенных зон дисперсионные кривые подходят по касательной, имея нулевой наклон относительно оси частот, что свидетельствует о равенстве нулю групповой скорости волн в ФК на этих частотах.

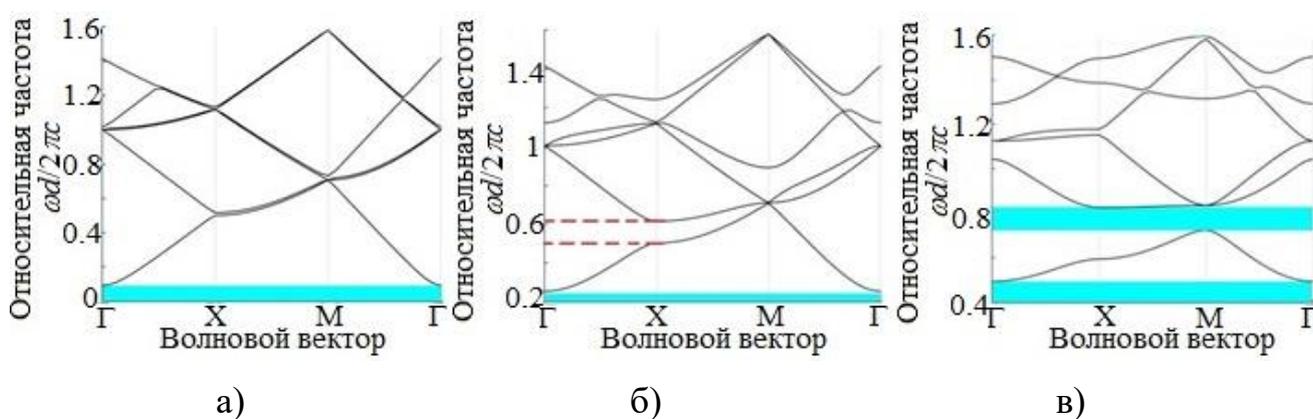


Рис. 2. Дисперсионные диаграммы для металлических ФК с коэффициентами заполнения:  $f = 3.14 \cdot 10^{-4}$  (а),  $7.85 \cdot 10^{-3}$  (б),  $12.56 \cdot 10^{-2}$  (в). Запрещенные зоны указаны прямоугольными областями. Пунктир на рис. (б) указывает на существование запрещенной зоны в направлении ГХ. Количество плоских волн в разложении (3), использованных в расчете, равно 169

На рис. 3 приведены результаты расчетов пропускающей способности кристаллов различной геометрии. Соответствующие спектральные зависимости были получены методом самосогласованных уравнений [11]. Исследуемый ФК представлял собой решетку из 121 элемента (11 на 11) с периодом  $d = 1$  см и радиусами элементов  $a = 0.05$  см ( $f = 7.85 \cdot 10^{-3}$ ). Полученные расчетные данные демонстрируют зависимость спектра пропускания металлического ФК от направления распространения падающего на него излучения. Рис. (а) описывает прохождение волны в направлении ГХ или, с использованием двумерных индексов Миллера [12], в направлении (10), рис. (б) – в направлении ГМ (11).

В обоих случаях в диапазоне  $0 \div 9$  ГГц наблюдается запрещенная для прохождения излучения через кристалл полоса частот. Ее границы находятся в полном соответствии с результатами анализа дисперсионных характеристик, представленными рис. 2 (б). Вторая запрещенная зона –  $15 \div 19.5$  ГГц – формируется только в направлении ГХ (см. рис. 2 (б) – область диаграммы, ограниченная пунктиром) вследствие выполнения условий брэгговского отражения и исчезает при изменении направления распространения падающей волны. На частотах вне указанных диапазонов излучение практически свободно проходит через структуру, что дает основание называть соответствующие области спектральных характеристик ФК разрешенными зонами.

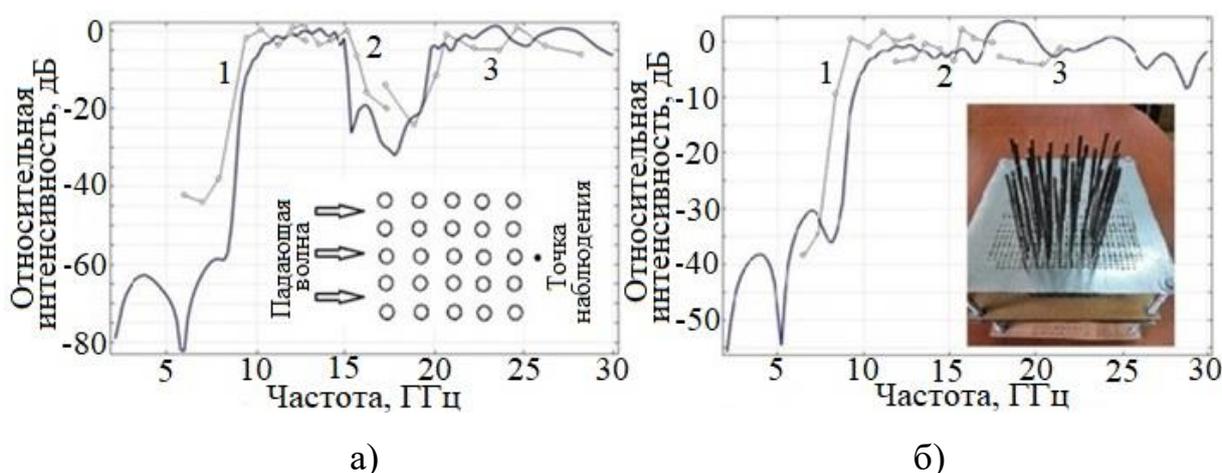


Рис. 3. Сплошные кривые – рассчитанные спектры пропускания ФК с коэффициентом заполнения  $f = 7.85 \cdot 10^{-3}$ : (а) – в направлении ГХ (10), (б) – в направлении ГМ (11). Кривые 1 – 3 описывают результаты экспериментов для ФК с различными периодами решетки:  $d = 1$  см (1), 1.5 см (2), 3 см (3).

Кружками обозначены величины интенсивности поля, определенные на соответствующих частотах

Для апробации результатов моделирования в настоящей работе проводилась экспериментальная проверка основных теоретически установленных закономерностей. В лабораторных условиях измерения проводились с помощью модифицированного для этих целей комплекта аппаратуры, предназначенной для измерения ослаблений в высокочастотных трактах и обеспечивающей непрерывное сканирование в диапазоне частот  $5.6 \div 12.05$  ГГц. В качестве передающей антенны применялся открытый конец прямоугольного волновода соответствующего поперечного сечения, роль

приемной выполнял четвертьволновый несимметричный вибратор. При проведении экспериментов металлические ФК моделировались системой проволочных элементов, длина которых многократно превышала наибольшую длину волны, используемую в измерениях. Сами элементы были установлены на проводящую подложку (см. вставку в рис. 6 (б)). Методика получения экспериментальных данных заключалась в проведении калибровочных измерений, в ходе которых определялся опорный уровень поля над проводящей плоскостью, затем - основных измерений с использованием ФК, и окончательно – нормировке полученных данных опорным уровнем поля. В результате, как и в ходе численного моделирования, процесс прохождения волн через ФК характеризовался относительной интенсивностью поля.

Поскольку при сопоставлении с расчетными данными на рис. 3 обеспечить шестикратное перекрытие по частоте при сохранении условий проведения эксперимента оказалось невозможным, измерения проводились с тремя структурами, имеющими период 1 см, 1.5 см и 3 см. Результаты экспериментов представлены на рис. 3 ломаными линиями, каждая из которых состоит из трех ветвей, хорошо согласующихся между собой. То же можно сказать о теоретических и экспериментальных зависимостях в целом, демонстрирующих весьма близкое поведение.

## **Заключение**

Таким образом, в работе представлен высокоэффективный метод анализа дисперсионных свойств металлических ФК. Корректность метода доказана сопоставлением полученных с его помощью дисперсионных характеристик с результатами строго численного моделирования и экспериментальными данными. Описанный в работе подход ограничивается простейшим представлением диэлектрической проницаемости металла, описываемой моделью свободных электронов, однако дает возможность учета потерь в материале элементов изменением вида выражения (14). Отметим, что особенностью данного метода является лежащее в его основе допущение о

неограниченной протяженности ФК. Следствием этого является необходимость некоторой корректировки получаемых с его помощью результатов при анализе зонной структуры спектра весьма малоэлементных структур.

**Финансирование:** Работа выполнена в рамках государственного задания Министерства образования и науки РФ (тема № 0270-2021-0004).

### Литература

1. Yablonovitch E. Inhibited spontaneous emission in solid-state physics and electronics. *Phys. Rev. Lett.* 1987. V.8. №20. P.2059-2062. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.58.2059>
2. Кравченко В.Ф., Лабунько О.С., Лерер А.М., Синявский Г.П. *Вычислительные методы в современной радиофизике*. Москва, Физматлит. 2009. 469 с.
3. Гринев А.Ю., Гиголо А.И. *Математические основы и методы решения задач электродинамики*. Москва, Радиотехника. 2015. 216 с.
4. Gao Y.-J., Yang H.-W., Wang G.-B. A research on the electromagnetic properties of Plasma Photonic Crystal based on the Symplectic Finite-Difference Time-Domain method. *Optik.* 2016. V.127. №4. P.1838-1841. <https://doi.org/10.1016/j.ijleo.2015.11.089>
5. Lourtioz J.-M., Benisty H., Berger V., et al. *Photonic Crystals: Towards Nanoscale Photonic Devices*. 2nd edition. Springer. 2008. 513 p.
6. Ветлужский А.Ю. Волноводные устройства на основе линейных дефектов в металлических электромагнитных кристаллах. *ЖТФ*. 2017. Т.87. №1. С.150-154. <https://doi.org/10.1134/S106378421701025X>
7. Бейтмен Г., Эрдейи А. *Функции Бесселя, функции параболического цилиндра, ортогональные многочлены. Высшие трансцендентные функции*. Т.2. 2-е изд. Москва, Наука. 1974. 296 с.
8. McGurn A.R., Maradudin A.A. Photonic band structures of two- and three-dimensional periodic metal or semiconductor arrays. *Phys. Rev. B*. 1993. V.48. №23. P.17576-17579. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.48.17576>

9. El-Kady I., Sigalas M.M., Biswas R., Ho K.M., Soukoulis C.M. Metallic photonic crystals at optical wavelengths. *Phys. Rev. B*. 2000. V.62. №23. P.15299-15302. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.62.15299>
10. Ветлужский А.Ю. Эффективные электрофизические свойства металлических электромагнитных кристаллов. *Журнал радиоэлектроники* [электронный журнал]. 2015. №1.
11. Ветлужский А.Ю. Метод самосогласованных уравнений при решении задач рассеяния волн на системах цилиндрических тел. *Компьютерные исследования и моделирование*. 2021. Т.13. №4. С.725-733. <https://doi.org/10.20537/2076-7633-2021-13-4-725-733>
12. Киттель Ч. *Введение в физику твердого тела*. Москва, Наука. 1978. 792 с.

**Для цитирования:**

Ветлужский А.Ю. Метод разложения по плоским волнам для исследования дисперсионных свойств металлических фотонных кристаллов. *Журнал радиоэлектроники* [электронный журнал]. 2022. №10. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2022.10.8>